

**La matemática
en la educación
preescolar
y 1° y 2° de E.G.B.**

Estudios
y experiencias
educativas

serie Preescolar
N°1

**LA MATEMATICA EN LA
EDUCACION PREESCOLAR
Y 1.º Y 2.º DE E. G. B.**

Colección ESTUDIOS Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

Esta colección está dirigida por la Dirección General de Educación Básica y en ella colaboran profesores de E. G. B. y especialistas en las distintas áreas.

Serie PREESCOLAR

- N.º 1. La Matemática en la Educación Preescolar y 1.º y 2.º de E. G. B.

En preparación:

La expresión dinámica: Psicomotricidad y educación musical.

La expresión plástica.

El lenguaje en los niños de 2 a 8 años.

Serie E. G. B.

- N.º 1. La enseñanza de las ciencias y sus relaciones interdisciplinarias en la 2.ª etapa de E. G. B.

ESTUDIOS Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

Serie PREESCOLAR

N.º 1

**LA MATEMATICA EN LA
EDUCACION PREESCOLAR
Y 1.º Y 2.º DE E. G. B.**

MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA

Dirección General de Educación Básica

Texto: Subdirección General de Ordenación Educativa.
Coordinación de la Serie: Servicio de Planes y Estudios y Gabinete de Preescolar.
Equipo: María Dolores de Prada, Directora.
 María del Carmen Flores.
 Amalia Bayón.
 Teresa Cabello.
 Julio Rivera Croos.

Edita: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.
Imprime: RUAN, S. A. - P.º de la Industria, s/n. - Alcobendas (Madrid).
Depósito Legal: M. 42.409-1977 - ISBN: 84-369-0545-8
Impreso en España.

Contenido del presente documento

- Un modo de aproximarse a las matemáticas.
- ¿Por qué hacer Matemáticas en E. G. B.?
- El nivel preescolar: Experiencias tempranas en Matemáticas.
- Vocabulario. El juego y el material.
- Núcleos fundamentales en Matemáticas en el primer ciclo de E. G. B.
 - Conjuntos y relaciones.
 - El número natural. Operaciones.
 - Topología y Geometría.
 - La medida.
- Tabla de contenidos.
- Orientaciones a los padres.
- Niveles básicos de referencia.
- Bibliografía.

UN MODO DE APROXIMARSE A LAS MATEMATICAS

Matemáticas y ciencia

Creo que en estos niveles la matemática no debe tener entidad propia como ciencia; por eso puede ser un vehículo de relaciones interdisciplinarias, un arsenal de experiencias creativas, un conjunto de técnicas y automatismos dosificado y una posibilidad para el niño que le guste meditar sobre problemas.

Dentro de este cauce, las experiencias se van sucediendo no como una lección que sigue a otra lección en un orden preconcebido por la mente del profesor, sino como algo vivo, un conjunto de experiencias que viene enlazado con la vida.

Bien es verdad que la experimentación permite hacer alguna hipótesis relativa al material y en este nivel es más bien relativo a qué hace y cómo lo hace que a qué es.

Matemáticas y lógica

En algunas etapas del desarrollo, matemáticas y lógica aparecen inseparables.

¿En qué sentido esto es verdad en los primeros niveles?

En el trabajo con experiencias, los niños desarrollan lo que se puede llamar «razonamiento inductivo»; los problemas se resuelven sobre la realidad concreta. El razonamiento deductivo significa hacer inferencias con premisas dadas. Estas premisas dadas no son materiales concretos, sino postulados. Este «razonamiento deductivo» requiere el uso de condicionantes o comparativos, tales como si entonces.

En el uso del sí y del por qué se encuentra el razonamiento deductivo en forma embrionaria. Toda experiencia matemática ofrece la posibilidad del descubrimiento de «relaciones» que implica un crecimiento en el pensamiento lógico.

MATEMATICAS Y LENGUAJE

Las matemáticas aparecen, en la comunicación, como un aspecto del lenguaje. Cuando el niño necesita contar a alguien una experiencia que ha realizado, al principio usa palabras, más tarde encuentra la necesidad de usar símbolos en lugar de palabras en orden a clarificar su relato; también aparece la representación pictórica en forma de ilustración, diagrama, gráfico, como una manera deseable y conveniente de hacer una comunicación de experiencia.

Más tarde el niño necesitará relatar las relaciones que ha percibido en sus experiencias.

En el relato de estas relaciones, algo de los modelos matemáticos empezará a emerger.

MATEMATICAS Y PLASTICA

La expresión plástica trata de reproducir el mundo interior del niño (sus vivencias, sensaciones, experiencias) en algo concreto, visible, perceptible por los sentidos.

La matemática es otra experiencia que el niño quiere plasmar. Así, por ejemplo, es fácil ver en el dibujo de un niño la introducción del grafismo de un número, porque llegó a la noción de aquel número, y como aquel descubrimiento permanece en su interior, lo representa en cualquier sitio, pero elige su propio dibujo para hacerlo.

También la expresión plástica le va a servir de ayuda para dibujar sus conjuntos, las unidades que maneja, etc...

Las nociones topológicas, además de la experiencia «in situ», tienen como gran ayuda la representación por medio de dibujos.

En suma, la matemática necesita constantemente de la representación de formas, objetos, colores, y por ello se va a unir íntimamente con la plástica. Aún más, en el pensamiento global del niño van a ir íntimamente relacionadas.

MATEMATICAS Y PSICOMOTRICIDAD

Una maduración sensomotora va a ser la base imprescindible para pasar a la abstracción, el símbolo, el razonamiento.

La Psicomotricidad va a hacer que el niño tome conciencia de su propio cuerpo y de lo que le rodea.

Va a intentar que perciba por medio de todos los sentidos cada objeto, cada cuerpo, ya esté en posición o en movimiento.

Y la matemática va a necesitar de ella para experimentar en el propio cuerpo del niño cada realidad de las que va conociendo. Por ejemplo, se pondrá lo más alto que pueda como si fuera un gigante, lo más bajo como si fuera un enano; lejos o cerca de un compañero, encima o debajo de la mesa, etc.

NIVEL PREESCOLAR

Experiencias tempranas en matemáticas en relación con el desarrollo psicológico del niño

Piaget ha señalado seis estadios evolutivos en el desarrollo de la inteligencia:

- 1.º Reflejos.
- 2.º Primeras costumbres motrices.
- 3.º Sensorio-motriz.
- 4.º Intuitivo.
- 5.º Operaciones intelectuales concretas.
- 6.º Operaciones intelectuales abstractas.

El estadio evolutivo correspondiente a la edad preescolar es el 4.º, subdividido a su vez en dos subestadios:

- Preconceptual, de dos a cuatro años.
- Propiamente intuitivo, de cuatro a siete años.

En síntesis, el niño preescolar no posee inteligencia lógica; a estas edades hay un claro dominio de la percepción.

El mismo psicólogo dice que en el ser humano hay una organización previa al cálculo y que si esta organización no existe es inútil proseguir.

El proceso perceptivo y el intelectual son inseparables, ya que el ejercicio apropiado en el momento óptimo de madurez ayuda a perfeccionar la finura de los sentidos, base de la educación intelectual. De la madurez del cortex cerebral depende, a la vez que la motricidad, la posibilidad de imitación, simbolismo y abstracción.

Durante esta etapa, por tanto, el niño no posee inteligencia lógica, por lo que hay que partir de EXPERIENCIAS CONCRETAS, tales como:

A) *Experiencias con materiales separados y continuos*

A.1. Experiencias con materiales separados.

- Material de la vida diaria: piedras (mayores cuanto más pequeño sea el niño), hojas, flores, etc.
- Perlas para ensartar.
- Cubos.

A.2. Experiencias con materiales continuos o amorfos al objeto de ejercitar la motricidad gruesa (dos-tres años).

- Agua: llevar su vaso de agua. Llenar con un vaso pequeño otro grande...
- Arenas: juegos con cubos y palas.
- Barro y arcilla.

B) *Exploración del espacio y primeros pasos en Geometría.*

- Tiene intrínseca relación con el área psico-motriz.
El éxito de los primeros pasos en Geometría depende de la maduración neuro-motriz y psico-motriz.
- Se relaciona con el área afectivo-social.
La concienciación del estado del propio cuerpo y el lugar que ocupa respecto a las cosas que le rodean está relacionado con la inseguridad producida por carencias afectivas.

B.1. Experiencias de espacio. Tienen como objetivo la comprensión del espacio y de su propio cuerpo.

A ello van dirigidas actividades tales como:

- Desplazarse y pararse.
- Recogerse y dispersarse dentro de un espacio acotado.
- Caminar hacia adelante, hacia atrás, en línea.
- Correr, saltar y desplazarse.
- Seguir señales para agruparse y para orientarse.
- Organizar trayectos (juegos con trenes, coches, aviones).
- Montar y desmontar objetos.
- Reconstitución de imágenes (rompecabezas, puzzles).
- Observación del paralelismo.

B.2. Experiencias de conservación del objeto.

Experiencias sobre cualidades del objeto: la forma, el tamaño, el color, la materia son muy importantes para el desarrollo del tacto, luego coordinado con la visión.

- Distinguir la forma de los objetos.
- Distinguir figuras: círculo, cuadrado, cruz.
- Distinguir el color.
- Evaluar tamaños.
- Distinguir objetos de madera, plástico, de vidrio.
- Experiencias de descripción del objeto.

B.3. Actividades de tendencia geométrica.

- Dibujar caminos.
- Construcción de frisos.

- Puzzles. Rompecabezas.
 - Composición y descomposición de figuras.
 - Fabricación de objetos en plastilina y por plegado.
- C) *Experiencias de contener, emparejar y medir*
- Meter uno dentro de otro todos los cubos o cilindros de una serie.
 - Juegos de encajes.
 - Emparejar dos mitades de una figura simétrica simple (que es a la vez un ejercicio de reflexión).
 - Iniciar en la medida con medidas naturales: pie, palmo.
 - Quitar y poner hasta igualar magnitudes.
- D) *Experiencias de palabras para números y símbolos*, porque la educación preescolar forma un todo integral y, por tanto, el desarrollo del lenguaje ha de ir en paralelo con el desarrollo de lo cuántico.
- Se darán al niño las palabras que expresen los nombres o las acciones de los procesos realizados.
- D.1. Utilización de un vocabulario básico para las experiencias de espacio, tamaño y forma.
- derecha-izquierda; arriba-abajo; encima-debajo; delante-detrás.
 - grande-pequeño; corto-largo; alto-bajo; ancho-estrecho.
 - círculo, cuadrado, triángulo, redondo, en punta, estrella, cruz.
 - adjetivos numerales: uno, dos, tres, cuatro, etc...
 - adjetivos ordinales: primero, segundo, tercero...
- D.2. Utilización de un vocabulario para comparar y establecer relaciones entre los objetos.
- Más grande que o mayor que.
 - Más pequeño o menor que.
 - Más ancho que.
 - Más estrecho que.
 - Más corto que, más largo que.
 - El más grande; el más pequeño; el más ancho.
- D.3. Usar aumentativos y diminutivos: casa, casita, casona.

MEDIOS PARA REALIZAR DICHAS EXPERIENCIAS

- A) Un gran medio afectivo-social: EL JUEGO
- Según Froebel hay que considerar al niño más como criatura creadora que receptiva, por tanto tiene tendencia a expresarse en acción; esta acción es el juego.

- Según A. Prieto, el juego es una forma de comportamiento que significa correr un velo sobre la realidad toda, quedándose con la porción del mundo que interesa al niño.
- Por el juego adquiere el niño confianza y dominio de sí mismo, espíritu de iniciativa y estabilidad afectiva.
- El pensamiento del niño preescolar es egocéntrico, por eso sus juegos y su material han de proceder de su propio campo de experiencias. Es también intuitivo, de ahí la conveniencia de usar un material concreto que le proporcione nuevas sensaciones.
- En los juegos de iniciación aritmética tienen gran importancia las sensaciones visomotoras, fundamentales para la representación mental de la idea de número.

El juego simbólico, que se da plenamente en el preescolar, marca el paso del pensamiento animal a la representación intelectual. Aquí se agrega otro componente a la actividad: la imaginación. Este tipo de juego puede ser utilizado de dos maneras: una consiste en idear un relato estructurado matemáticamente que estimule para investigar esa estructura.

Papy utiliza mucho en sus clases este tipo de juegos. Ver, por ejemplo, «Los niños y la matemática» de Papy.

Otra manera consiste en aprovechar las cualidades ocultas en los juegos representativos y en guiarles —formulándoles preguntas sobre su juego— a descubrir la estructura matemática.

Hay una vertiente lógica y prenumérica muy clara en los siguientes tipos de juego:

- a) Juegos de reconocimiento de figuras mediante la observación.
- b) Juegos de discriminación de cualidades sensoriales de los objetos.
- c) Juegos de comparación, primero de semejanzas y diferencias en general; más tarde introduciendo la relatividad.
- d) Juegos de clasificación, primero con libertad de criterio; más tarde proporcionando dicho criterio.
- e) Juegos de seriación de colores, tamaños, sonidos, etc.
- f) Juegos de relación o de asociación de ideas.
- g) Juegos de estructuración del espacio.
- h) Juegos de encaje.
- i) Juegos de fijación en el tiempo (ordenación de historietas).
- j) Juegos de resolución de pequeños problemas de la vida real.
- k) Juegos de evaluación, llamados así porque en su construcción precisan de una comprobación continua.

B) Otro gran medio: EL MATERIAL.

- Debe ser variado y versátil para que ofrezca al niño cada vez nuevas oportunidades y recursos.
- Debe permitir progreso en el esfuerzo.
- No conviene ligar la adquisición de un concepto a un solo tipo de material. Al contrario, hay que usar todo el material a nuestro alcance para facilitar al niño el paso a la abstracción (principio de variabilidad perceptiva).
- En toda presentación de material ha de haber una etapa de juego libre.
- Relación de material para la iniciación lógica y prenumérica.

A continuación se enumeran diferentes tipos de material. Como el profesor puede observar, parte puede adquirirse en el mercado; parte, ser confeccionado por el propio profesor. En cualquier caso no es ni necesario ni imprescindible todo. Se enumera a título informativo.

- Objetos naturales: conchas de mariscos, piñas, hojas.
- Perlas para enfilear. Cubos para hacer trenes o torres.
- Estanque, pila o cubetas para agua.
- Barro, arcilla, plastelina.
- Alfombras colectivas e individuales para delimitación de espacios.
- Juegos de encaje.
- Juegos de evaluación de tamaños (potes, copitas y platitos).
- Juegos de encaje y evaluación combinados.
- La tienda: dinero real o figurado; botes para contener mercancías, balanza y pesas.
- Loterías.
- Juegos de seriación de pesos.
- Analogías y diferencias.
- Figuritas de plástico de tres dimensiones: coches, soldados, etc.
- Dominó de números y de figuras.
- Dominó de asociación de ideas.
- Historietas para recortar y ordenar.
- Juegos de posiciones y combinaciones.
- Bloques lógicos.
- Aros de plástico y cuerdas de colores (diagramas de Venn).
- Etiquetas con las cifras y los signos +, -, =.
- Números en color de Cuisenaire.
- Material Montessori.
- Material Herbinière-Lebert.
- Abaco decimal y multibase.
- Bloques multibase.
- Balanza matemática de números (brazos iguales).
- Reloj infantil.

- Geoplanos.
- Números de lija.
- Números articulados.
- Siluetas de papel autoadhesivo para despegar y volver a pegar (gommettes).
- Encerado.
- Fanelógrafo.

NUCLEOS FUNDAMENTALES EN MATEMÁTICAS EN PREESCOLAR, 1.º y 2.º DE E. G. B.

I. CONJUNTOS Y RELACIONES

La teoría de conjuntos es la base del edificio matemático. Como la matemática que se enseña en la escuela utiliza normalmente el número, y como el número es una propiedad de los conjuntos, parece lógico que el niño se familiarice con los conjuntos antes que con los números. Se analizarán las relaciones entre elementos de los conjuntos o entre los conjuntos mismos, tales como la inclusión, la exclusión, la igualdad. Se puede introducir la lógica como ejercicio paralelo ayudándose de los juegos y el material.

Las operaciones entre conjuntos importantes para el trabajo matemático son: la unión, la intersección y el complementario; a partir de éstos se construyen las operaciones numéricas correspondientes con el conocimiento explícito de sus propiedades.

OBJETIVOS

Con el estudio de los conjuntos y de las relaciones se pueden desarrollar:

- La capacidad de *observar* que llevará al niño al análisis.
- La capacidad de *relacionar* que le llevará a la reflexión y poco a poco a la deducción.
- La capacidad de *representar* que le llevará a la abstracción.
- La capacidad de *reconocer*, de *discriminar*, de *ordenar*.
- La capacidad de *expresión*, que le llevará a adquirir y utilizar el lenguaje natural de una manera precisa y a servirse del lenguaje de las imágenes, dibujos, esquemas, signos símbolos y diagramas.
- La capacidad de *creación*, de *invención*, que le llevará a disponer los elementos dados de una forma nueva, original y a encontrar nuevas formas, nuevas reglas del juego.

METODOLOGIA

El método a seguir será realización de actividades que parten de situaciones concretas y preparan nociones futuras mediante: observación-manipulación, expresión gráfica o plástica y expresión oral.

ACTIVIDADES PARA PREESCOLAR

- Formar conjuntos con los niños de la clase como conjunto referencial.
- Identificar los bloques lógicos por formas, colores, tamaños y grosor (ayudándose del tacto)
- Clasificar por el uso los objetos de los armarios del material escolar.
- Clasificar los bloques lógicos según un criterio dado (por ejemplo, el color)
- Encontrar un objeto que falta.
- Formar cadenas (uniendo los elementos de un conjunto por medio de trazos)
- Distribuir los lápices de la clase. ¿Hay bastantes? ¿Faltan? ¿Sobran? Expresarlo con signos =, - y +.
- Jugar con un dominó que tenga puntos y cifras para realizar correspondencias.
- Ordenar objetos.
- Juegos de posiciones y combinaciones.

RECURSOS DIDACTICOS

El juego y el material

El juego sujeto a reglas es el más adecuado para la enseñanza de un concepto matemático. Tanto el juego manipulativo como el representativo se pueden considerar previos a los juegos sujetos a reglas, pues las reglas no se pueden dar sin tener una base de apoyo. Hay gran diferencia entre que los niños descubran las regularidades mediante la manipulación y que se les de un juego que tenga ya una estructura sujeta a reglas con el que se intenta que aprendan y abstraigan.

Los bloques lógicos

Tanto para introducir los conjuntos como para ayudar al desarrollo de la capacidad lógica del niño se presenta un material muy interesante: los bloques lógicos.

Se trata de un material estructurado, que puede utilizarse desde los primeros niveles. Este material está formado por un con-

junto de 48 piezas, que se diferencian unas de otras por cuatro atributos: la forma, el color, el tamaño y el grosor.

El primer contacto con los bloques lógicos entrará dentro del tipo de juegos que Dienes llama exploratorio-manipulativo; la observación y manipulación de los objetos le ayudará a ir descubriendo sus propiedades, unido a los juegos libres que realice con ellos. Vamos a concretar un poco más. Al considerar un objeto en un conjunto podemos distinguir dos tipos de propiedades, según la manera de descubrirlas el niño. Unas serían propiedades absolutas: el color, el material del que esté hecho, la forma. Otras propiedades podríamos decir que eran relativas (el grosor, el tamaño). Las primeras son percibidas sin que tenga necesidad de comparar el objeto en cuestión con otros; las segundas son definidas en relación con los otros objetos de la colección y en general están asociados por parejas en este material didáctico: grande-pequeño, grueso-delgado. Los niños en un primer momento los agrupan espontáneamente, construyendo casas, barcos, etc.

Se harán primero juegos que sirvan para reconocer los atributos del material. Podemos citar algunos:

- El juego del retrato (un niño piensa en una pieza y los compañeros deben adivinar de cuál se trata con el menor número de preguntas).
- El juego del saco (consiste en esconder una pieza y adivinar atributos por el tacto).
- El juego de las tiendas (un niño pone en venta las 48 piezas y el vendedor debe adivinar el deseo del comprador).
- El juego de las dos piezas (un niño elige dos piezas y señala las diferencias)
- El juego de la afirmación (definir una pieza con sus atributos).
- El juego de la negación (definir una pieza con los atributos que no tiene).

Luego vienen los juegos siguiendo un orden, que consisten en colocar las piezas en filas de manera que cada una se diferencie de la anterior en un atributo, o en dos, o en tres...

Siguen los juegos del dominó, que consisten en cuadrillar una hoja rectangular y colocar en las filas bloques que se diferencien en un atributo y en las columnas bloques que se diferencien en dos atributos.

En todos estos juegos se presentan siempre situaciones problemáticas interesantes, que conducen a reflexionar, deducir, hacer hipótesis, prever.

Se pasa después a juegos que ponen de manifiesto la estructura conjuntista del material y que permiten la introducción de un vocabulario lógico.

II. EL NUMERO NATURAL. OPERACIONES

¿Cómo adquiere el niño la noción de número natural?

Piaget ha estudiado profundamente el aspecto psicológico de la cuestión. Cuando un niño manipula un conjunto de objetos está realizando dos tipos de experiencias: *sobre* los objetos o *con* los objetos. Cada una de ellas corresponde a dos formas de abstracciones fundamentalmente distintas.

Por ejemplo:

Un niño juega con los bloques lógicos; agrupa aquí los rojos, allí los amarillos, etc.; ahora cambia de juego; coloca aquí los de forma redonda, allí los de forma cuadrada, etc. Estas *clasificaciones* presuponen una abstracción ligada a ciertas propiedades físicas de los objetos (forma, color). Se trata de acciones realizadas *sobre* los objetos.

Ese niño puede también jugar emparejando los rojos con los amarillos; puede llegar así a captar las relaciones «hay más», «hay menos», «hay igual».

Se trata en este caso de acciones realizadas *con* los objetos.

De este tipo de acciones surge la idea de número. Es por tanto imprescindible, antes de llegar a la idea de número, que el niño realice actividades de formación de conjuntos, correspondencias entre conjuntos, clasificación, hasta llegar a la coordinabilidad de conjuntos.

Hacia los seis-siete años, a través de una riqueza de diferentes experiencias, el niño es capaz de establecer la invarianza de algunas cosas, como: número, sustancias o líquido; comprobará que independientemente de cómo coloque su colección de 5 piedras siempre serán 5. Así se establece la invarianza de cinco.

En el período prenumérico el proceso de enseñanza aprendizaje debe promover todo lo necesario para que esta noción sea adquirida.

OBJETIVOS

El objetivo *fundamental* es iniciar a los niños en las grandes líneas del proceso constructivo que lleva el conocimiento del número natural, partiendo de la teoría de conjuntos. Este conocimiento implica:

- La capacidad de leer y escribir números naturales (se realiza en varias fases).
- La preparación del paso a las decenas con el manejo de distintos sistemas de numeración.
- La capacidad de sumar y restar números naturales (se realiza en varias fases).
- La capacidad de multiplicar números de una cifra.
- Adquisición de un vocabulario específico básico.

METODOLOGIA

Una secuencia en la presentación del proceso que lleva al conocimiento del número y que puede ser empleada en preescolar en lo que se refiere a los 5 primeros números puede ser la siguiente:

- Presentación del número 1.
- Relación entre el número 1 y los conjuntos unitarios.
- Representación gráfica o plástica del número 1.
- Caligrafía del número 1.
- Comparación entre un conjunto unitario y otro de dos elementos.
- Presentación del número 2.
- Relación entre el número 2 y los conjuntos de dos elementos.
- Representación gráfica o plástica del número 2.
- Caligrafía del número 2.
- Manipulación de barras para los números 1 y 2.
- Identificación y diferenciación de los números 1 y 2.
- Comparación entre un conjunto de dos elementos y otro que tiene un elemento más.
- Ibidem para la presentación de los números 3, 4, 5, 6.
- Ordenes y seriaciones con estos números.
- Adiciones (mediante la unión de conjuntos), composición y descomposición de estos números. Idea de sustracciones partiendo del conjunto complementario. Presentación del número 0.
- Presentación de los números 7, 8, 9.
- Ordenes y seriaciones con estos números.
- Adiciones (mediante la unión de conjuntos); composición y descomposición de estos números. Sustracciones con los números del 1 al 9.
- Juegos con el 2 y el 3. Iniciación a los sistemas de numeración para favorecer el paso a la decena.
- Presentación de la decena.
- Manipulación con material.
- Escritura y lectura de números hasta la centena.
- Adiciones y sustracciones con números de 1 a 100.
- Valor posicional de las cifras. Reglas del sistema de numeración y lectura y escritura de los números a partir del 100.

El estudio de los sistemas de numeración en distintas bases, base 2, base 3, lleva al niño a familiarizarse con los cambios de unidades, que después tendrá que hacer en el sistema decimal, y esta facilidad en los cambios de unidades le llevará a salvar con éxito los obstáculos que encuentre en la automatización de las operaciones adición y sustracción.

ACTIVIDADES PARA PREESCOLAR

- Contar: desplazando, agrupando, trazando.
- Hacer los números con plastilina.
- Hacer los números de lija con goma de pegar y arena previamente dibujados en un cartón.
- Distinguir las cifras correctamente escritas.
- Juegos con barajas para emplear el número como sustantivo, por ejemplo: «dame el dos».
- Dar o tomar tantos objetos como señale el dado.
- Escribir las cifras del 1 al 9 en orden creciente.
- Visualizar la imagen global de las cinco primeras colecciones numéricas.
- Hacer agrupamientos de objetos según las bases de numeración 2, 3 y 4.
- Dibujar tantas cruces como objetos haya en una colección.
- Enfilar perlas según un criterio dado.
- Descomponer (analizar) las cinco primeras colecciones numéricas empleando objetos.
- Reunir objetos (sin emplear las cifras) como iniciación a la suma.

OPERACIONES EN N

METODOLOGIA

Las operaciones de adición y sustracción se van presentando en estos primeros niveles simultáneamente al aprendizaje del número por la relación que se establece al hacer composiciones y descomposiciones de números y al sumar y restar.

Las fases que se recorren en la presentación de las operaciones podrían ser:

1. Explicar el significado de la operación y la relación que tiene con la teoría de conjuntos.
2. Traducción simbólica.
3. Llegar a una automatización.
4. Reflexión y síntesis final que llevaría a la aplicación en la práctica de los conceptos estudiados.

Progresión de la práctica de las operaciones

ADICION

Lenguaje de los conjuntos

Si A y B son dos conjuntos disjuntos

$$A \cap B = \emptyset$$

C es la reunión de A y B

$$A \cup B = C$$

A los dos conjuntos A y B, mediante la reunión, se les hace corresponder el conjunto C de modo que:

$$(A, B) \rightarrow C = A \cup B$$

Lenguaje de los números

$a = \text{card } A$

$b = \text{card } B$

$c = \text{card } C$

$a + b$ es el card de C

$a + b$ es el card de $A \cup B$

Luego $a + b = c$

A los dos números a, b la adición les hace corresponder el número c, que es su suma, y escribimos:

$$(a, b) \rightarrow c = a + b$$

Vemos que la unión de conjuntos disjuntos corresponde a la adición de los cardinales. Al principio la operación no se «calcula». Será la transcripción del resultado de las manipulaciones. Poco a poco, al observar la manera de hacer las agrupaciones del conjunto reunión a partir de los conjuntos dados, y observando las relaciones entre los números escritos en columna, el niño ensayará conocer el resultado. Es decir, lo calculará. Es importante que poco a poco vaya conociendo la tabla de sumar.

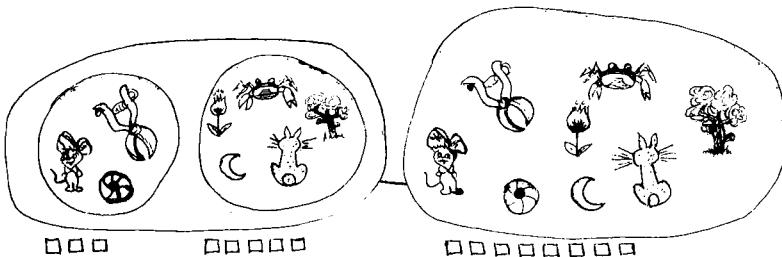
El niño está en camino de poder sumar cuando sabe distinguir en el todo algunas partes.

La operación de adición se da cuando el todo es considerado invariante cualquiera que sea la distribución de sus partes.

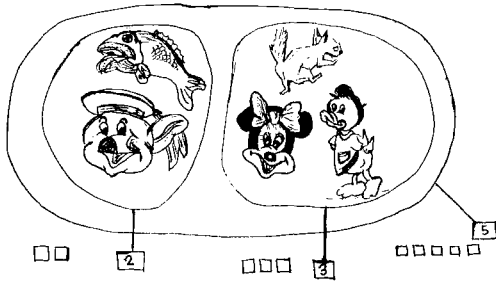
No se trata de que un niño de seis años comprenda este lenguaje; lo que tiene que hacer es descubrirlo experimentalmente. Eso no significa que sea capaz de expresarlo con palabras, pero sabrá servirse de él y esto es lo importante.

Una progresión de la presentación de la adición puede ser:

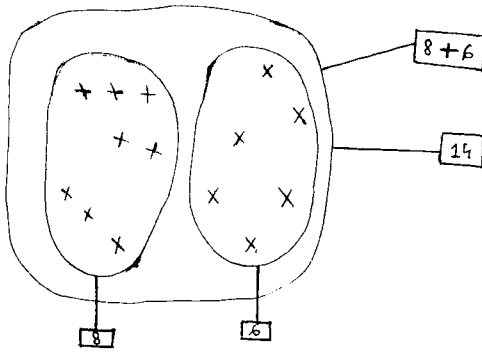
I. Utilizando conjuntos y unidades



II. Conjuntos fichas y números



III. Conjuntos y números



Estas situaciones se pueden utilizar para las distintas descomposiciones de números. Para conocer su «geografía». Este podría ser el momento de introducir el signo +.

IV. Números y material

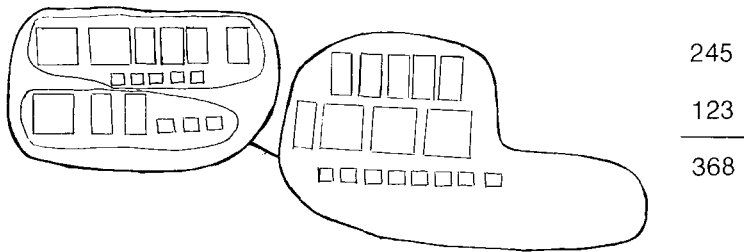
$$\begin{array}{ccccccc} & 6 & + & 4 & = & 10 & \\ \square\square\square\square\square\square & & & \square\square\square\square & & \square\square\square\square\square\square\square\square & \end{array}$$

V. Números solos

$$6 + 4 = 10$$

Al pasar a los números solos y también en el caso anterior conviene poner los números en columna.

Para sumar los números 245 y 123, utilizando material, se procedera:



Si hay más de diez unidades de un orden determinado se pasará al siguiente. Explicar el significado de «llevarnos 1», importante para la automatización de la operación.

Posteriormente el niño ha de irse desprendiendo del material.

RECURSOS DIDACTICOS PARA NUMERACION Y CALCULO

Material multibase.—Lo hay de distintas bases. En base 10 está formado por cubos de 1 dm. de lado con muescas que hacen ver las unidades, centenas, que son placas también con muescas, decenas, con separaciones y cubos de 1 cm. de lado, que son las unidades.

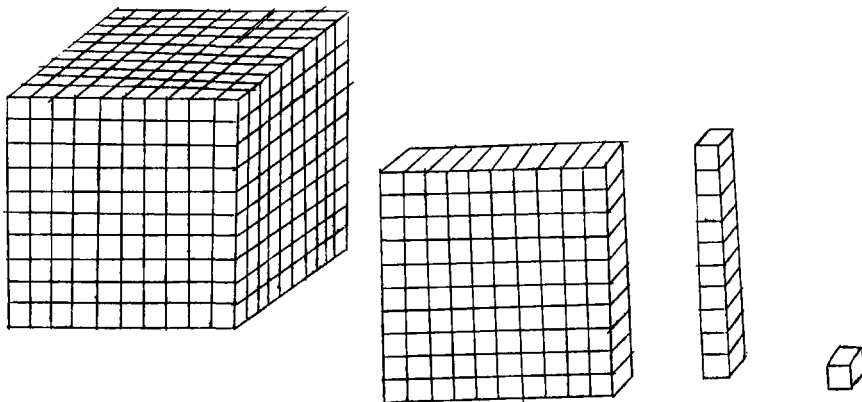


Tabla de Pitágoras.—Se llama también material semisimbólico. Son barras con muescas desde 1 hasta 9 y de distintos colores según los tamaños. Permite construir la tabla de Pitágoras. Ver las propiedades de la multiplicación. Realizar equivalencias. Estudio de diferentes sistemas de numeración.

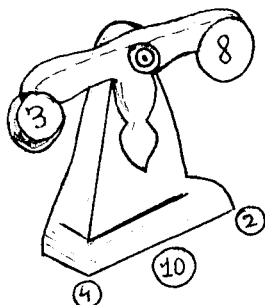
Regletas Dick.—Diez regletas hechas en colores distintos, cada una de las cuales se puede descomponer en fragmentos y volverse a componer.

Rompecabezas de cifras.—Las cifras del 1 al 9 divididas en el número de partes indicado por la cifra.

Rompecabezas de números.—El niño debe poner el número correspondiente a una cierta cantidad de puntos. Al hacerlo está ayudado por los colores. Al número se le unirá después una plancha que lleva el número de objetos indicado por la cifra. El rompecabezas forma un círculo.

Dominó de números y dibujos.—Juego del dominó en el que se relacionan el colorido de las fichas y los dibujos de unos simpáticos animales con los números y el cardinal del conjunto que representan.

Balanza de brazos iguales.—La balanza se equilibra cuando el valor total de las cifras en los dos brazos es el mismo.



Tablas de Seguín

Para llegar al paso a la noción de decena se utilizan las tablas de Seguín y los cubitos.

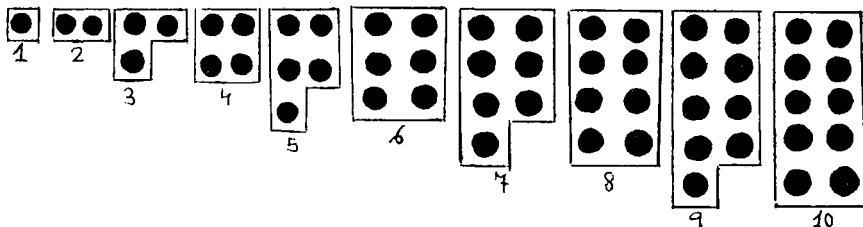
Edad: cinco-seis años.

Fin: aprender la numeración del 10-99. Se presentan las dos primeras tablas cubiertas por las cifras móviles; al lado, la equivalencia con el material (cubitos) «una decena y una unidad», «una decena y ocho unidades», etc..., dirá el niño en las dos primeras tablas.

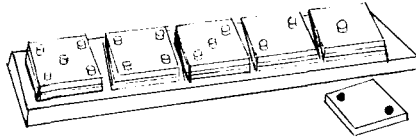
La decena se escribe en azul y las unidades en amarillo. La representación sobre el papel la hacen poniendo 1.....16 (la raya vertical y el uno, en azul; los puntos y el 6, en amarillo).

Al llegar al 19, ¿qué pasa si se añade otra unidad? Se cambian las diez unidades por otra decena: 2 decenas. Se continuará sustituyendo por decenas. Al llegar al 20 se juntan y se separan (suman y restan) con estas cantidades. A este proceso se le tiene que unir otro de cálculo mecánico gradual.

Material Herbinière-Lebert.—Plaquetas de plástico, impresas en relieve con grandes puntos de color rojo sobre fondo amarillo. Unos cartones impresos con los números del 1 al 10 y los signos más, menos e igual permiten efectuar todas las operaciones.



Material Mallet.—Sobre una plataforma 5 grupos de pivotes de 1 a 5, tres placas para cada número.



Tableros de numeración.—Placa cuadrada de madera con cien divisiones iguales en diez filas. Teniendo cartones sueltos, permiten que los niños coloquen los números del 1 al 100, o que lo completen, si se dejan algunos huecos, que escriban los pares, los impares, etc.

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32				

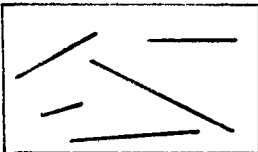
Material simbólico.—Son cubos de 1 cm. de lado. Los amarillos indican unidades; los azules, decenas; los rojos, centenas. Permiten un grado más de abstracción en el estudio de los sistemas de numeración.

Barras rojas

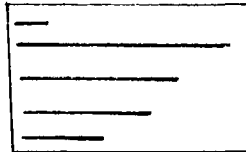
10 barras pintadas de rojo. La más larga, 1 m.; la pequeña, 10 cm. Entre una y otra barra hay una diferencia de 10 cm. (la de la pequeña).

fin: percepción de longitudes, preparación de la aritmética, coordinación óculo-motriz.

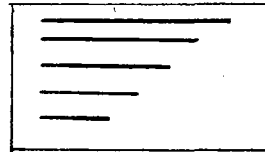
Ejercicios



1.º Barras en desorden



2.º Ordenadas en un sentido de izquierda a derecha (igualar por la izquierda).



3.º Ordenadas por tamaños.

Manejando las barras el niño aprende: corto-largo; más o menos largo; más o menos corto; el más largo, el más corto, etc...

El niño va captando, además, las ideas de equivalencias e igualdades, de par e impar (sin aprender esos nombres).

Se le debe enseñar a transportar correctamente el material. Cogerá la barra por los extremos.

Las barras rojas preparan el espíritu a la aritmética, pues no se puede hacer aritmética sin comparación entre tamaños. Antes de darles las cifras tienen que haber adquirido el sentido de tamaño, de longitudes, haciendo comparaciones con cantidades de diversos objetos, etc.

¿Por qué transportar las barras? La vista no es suficiente. Interviene el tacto y un período de tiempo (durante el trayecto) de orientación.

Después de coger la barra más grande, escoger la mayor de las que quedan. Repetido ese ejercicio correctamente debe ordenarlas empezando por la pequeña.

Este ejercicio es más pequeño y lleva impresa la noción de «reversibilidad». Si el niño ha asimilado bien la comparación se puede pasar a la etapa simbólica con la introducción de las cifras, signo de la realidad.

Barras azules y rojas

La pequeña tiene 10 cm.; la mayor, 1 cm.; están divididas en 10 partes iguales, pintadas alternativamente en rojo y azul.

Los niños deben tener *cinco años* por lo menos.

Fin de este material: la numeración.

Paralelamente hay que presentar las cifras 1, 2, 3 y su nombre: uno, dos... La ventaja de este material consiste en que presenta juntas, aunque distintas y numerables, las unidades componentes de cada uno de los números que representa. El listón del cinco, por ejemplo, es de una sola pieza, que corresponde a dicho número; pero mediante los colores están separadas las cinco unidades. De este modo se supera una dificultad grandísima: la que existe en la numeración que se hace añadiendo separadamente una unidad a otra.

Utilización

Se coge la barra más pequeña. Se le hace tomar conciencia con el tacto de esa longitud, al tiempo que se dice *uno*. Con la segunda barra se hace lo mismo: se pasa la mano por la parte roja diciendo *uno*; se vuelve a repasar por encima de la roja hasta terminar la azul diciendo *dos*. Se va colocando junto a cada barra su cifra correspondiente de lija, pintada en un cartoncito. Así se va

haciendo con todas las barras, cuidado mucho la manera de tocarlas. En la primera lección colectiva se pueden presentar las tres primeras barras. En esta etapa de la numeración no se debe presentar ni el *cero* ni el *diez*.

A series of horizontal lines of varying lengths, representing a staircase or tower structure, used for a measurement activity. The lines are arranged in a descending staircase pattern from top-left to bottom-right. There are 15 lines in total, with the longest line at the top and the shortest at the bottom.

Medida patrón.—Sirve de comprobación para que el niño por sí mismo se dé cuenta que está bien hecha la escalera o torre al ver «que cabe» en el sitio vacío de las demás para completarlas.

III. TOPOLOGIA Y GEOMETRIA

La geometría es la exploración del espacio. Un niño desde su nacimiento explora el espacio. Durante esta exploración del espacio el niño se pone en contacto con las cosas, las toma entre las manos, las aprieta, las deforma si puede, trata de abrirlas y observar lo que tienen dentro. Descubre que hay cosas que se *pueden abrir* y cosas que *no se pueden abrir*; cosas que tienen un agujero y cosas que no lo tienen. Así, el primer contacto con la geometría no tiene nada que ver con la medida. Según Piaget, a un niño le preocupa muy poco la distancia exacta entre los objetos, su des-

plazamiento o el ángulo bajo el cual se ven. Lo que le interesa es procurarse las cosas, desplazarse en el espacio, hacer lo que desee. Lo que cuenta es que si hay ciertas cosas, por ejemplo, caramelos en una caja, hay que abrir esa caja para poder cogerlos. Es por tanto un descubrimiento importante para él saber que hay cajas abiertas y otras que tienen tapaderas. Las puertas están unas veces abiertas, otras veces cerradas, y él se da cuenta de que no puede entrar o salir de una habitación si no es por la puerta o por la ventana abierta. Por esto los conceptos de «agujero» o «atravesar» resultan importantes.

De la misma manera descubre que todas las cosas tienen un lado anterior y un lado posterior y le gusta buscar lo que hay «detrás» de las cosas. Se interesa por lo que hay «dentro» y «fuera».

Es interesante observar cómo en los primeros dibujos el niño no distingue los cuadrados, círculos, triángulos y otras figuras métricas pero sí diferencia muy bien las figuras abiertas o cerradas, las situaciones de «exterior» o «interior» respecto a una «frontera», las separaciones y las posiciones de proximidad (sin conservar la distancia). Así adquiere los primeros conceptos de naturaleza topológica, que es por donde es preciso comenzar, y de aquí se orienta en la dirección de las estructuras proyectivas y posteriormente de las métricas.

La Topología es el estudio de las propiedades del espacio que no están afectadas por una *deformación continua*; es decir, las propiedades topológicas son las que permanecen invariantes en transformaciones del tipo: curvar, distender, deformar, etc., pero sin rasgar ni romper ni hacer un agujero en la superficie.

En estas transformaciones las líneas se transforman en líneas, lo interior en interior, lo exterior en exterior, lo abierto en abierto, lo cerrado en cerrado, etc.

Una idea importante en topología es la «frontera» que nos permitirá definir la región. Dos puntos, A y B, pertenecen a la misma región si resulta posible pasar de A a B sin atravesar ninguna frontera. Hay juegos interesantes sobre las fronteras y regiones.

En las consideraciones topológicas la figura aislada se halla situada en un primer plano. Tienen un inmediato valor formativo en el sentido de instruir acerca de la visión del espacio y de la facultad perceptiva espacial, aportando además una considerable contribución al desarrollo de la inteligencia.

La **geometría** en este primer ciclo se reduce a descripción y manipulación de figuras y cuerpos; de acuerdo con Piaget, el niño comienza a desarrollar las nociones de geometría euclidiana algún tiempo después de haber dominado las relaciones topológicas. Es alrededor de los cinco años cuando comienza a dibujar un cuadrado, y sólo después puede copiar correctamente el número de lados y ángulos en un rectángulo, tal como lo exige la geometría euclidiana. La conservación de la longitud y superficie se considera fundamental para la construcción de los conceptos geométri-

cos. Una vez que los niños han adquirido la conservación de la longitud desarrollan espontáneamente el concepto de medición.

OBJETIVOS:

- Familiarización con el espacio.
- Iniciación en el desarrollo de la intuición espacial.
- Adquisición de destrezas sensorio-motrices.
- Adquisición del sentido de orientación en el espacio.
- Iniciación en el desarrollo de la capacidad gráfica y plástica.
- Iniciación a un vocabulario específico básico.

METODOLOGIA:

Se parte de la experiencia próxima al niño. Las experiencias pueden utilizarse para fomentar el desarrollo de los conceptos de los niños menos experimentados. Los conceptos no se enseñan; lo único que podemos hacer es crear y presentar las situaciones y experiencias que ayuden a los niños a formarlos.

Estas situaciones hacen referencia a la formación de:

- I. Conceptos que se refieren a la propiedad de un objeto: abierto, cerrado, grueso, delgado, aspero, liso, largo, corto, recto, curvado, anguloso, etc.
- II. Conceptos que se refieren a las relaciones que existen entre objetos: izquierda, derecha, arriba, abajo, delante, detrás, dentro, fuera, etc.
- III. Conceptos que se refieren a formas geométricas, triangulaciones, triángulos, polígonos, ángulos, lados (sólo descriptivamente).
- IV. Conceptos que se refieren a magnitudes y su medida.

Recursos didácticos: El juego y el material.

Hay una gran variedad de juegos sobre las fronteras y regiones y sobre los conceptos topológicos de abierto, cerrado, etc. (ver Z.P. Dienes, «Exploración del espacio y práctica de la medida. Edit. Teide), y también Rosa Ruraldi Corini, «Conversazioni di Matematica con gli insegnanti». G. Barbera Editore.

Podríamos enumerar los juegos de EVALUACION, llamados así porque en su construcción precisan de una comprobación continua. Ejemplo:

Los potes: Diez botecitos de plástico de colores que se acoplan uno dentro del otro porque van creciendo en tamaño en un orden proporcional. Se pueden hacer torres con ellos cerrados, etc.

De este tipo existen en el mercado otros que persiguen el mismo fin, como: el barrilito, las muñecas rusas, etc.

Copitas y platitos: Son dos series: una de copitas y otra de platitos. Van disminuyendo de tamaño. Se trata de acoplar cada copita a su plato correspondiente.

Sirven para numerosos ejercicios: Dar de comer a la muñeca grande con el plato grande, a la pequeña con el plato pequeño. Hacer una ordenación por tamaños, etc.

Columna de cubos de vértices truncados: Son piezas de colores que se ensartan verticalmente en un pivote o barra. Se puede realizar la torre en orden creciente o decreciente. La dificultad está en que los acoplen bien, uno encima de otro y por orden de tamaño.

El tornillo

Tiene la misma finalidad que el anterior, pero al atornillar se le exige un nuevo ejercicio: adiestramiento manual de izquierda-de-recha.

Los payasos

Se trata de encajar a la cabeza del payaso, que es redonda, un sombrero. Debe ponerse aquel que le corresponde por tamaño y por color.

El color del sombrero coincide con el color de los botones.

Otro tipo de juego serían los de ENCAJE; la misma palabra expresa la dificultad que debe superar. Se trata de acoplar: una forma a un orificio, una mitad con otra, etc...

1. Encaje de formas *planas*: Mitades cortadas en la diagonal. Cortadas en la diagonal con alguna variable, etc.
2. Encajes en superficies *perforadas*: encajar piezas de diferentes formas.
3. *Discos trepados*: Son unos discos de plástico, con relieve, formando distintas figuras.

Todos estos ejercicios y muchos de su estilo tienen como finalidad la habilidad mecánica, y la inteligencia práctica.

También debemos nombrar los juegos de POSICIONES Y COMBINACIONES.

En ellos se siguen estas etapas: acumulativa, constructiva, elaborativa.

En la acumulativa se trata de coleccionar cosas sin orden.

En la constructiva, yuxtaponer datos y elementos.

En la elaborativa, combinar con una idea el color, la forma, etc.

Algunos juegos serían:

Ensartado de bolas: Conjugan la visión con el adiestramiento muscular y coordinación motora manual.

Las bolsas pueden ser: de diferentes tamaños o colores. Esféricas, ovaladas, mitades esféricas u ovaladas.

Construcciones:

Tableros perforados. Se trata de construir con clavos figuras o formas. Exige una precisión viso-motora fina.

En cuanto al material que se puede utilizar en este tema viene abundantemente descrito en los juegos; se puede añadir un material no estructurado a base de:

- Coches, trenes, aviones.
- Juguetes desmontables.
- Mecanos o juegos de construcciones.
- Geoplano.
- Franelógrafo con figuras apropiadas.
- Aros de plástico y cuerdas de colores.

IV. LA MEDIDA

La invariación de las cantidades continuas

Las investigaciones realizadas por Piaget y algunos de sus colaboradores «parecen mostrar que las cantidades continuas no son consideradas a primera vista como constantes, sino que su conservación se construye poco a poco de acuerdo con un mecanismo intelectual».

- I. Hasta los cinco y medio-seis años hay ausencia de la conservación de la cantidad. Para los niños de esta edad una cierta cantidad de líquido no es constante, sino que varía con:
 - a) La forma del recipiente que lo contiene.
 - b) El número de recipientes.
- II. De los seis y medio a siete años se perciben reacciones de transición. Aceptan el principio de conservación cuando:
 - Se pasa de un vaso a dos vasos, no a tres.
 - La altura y la anchura no son muy pronunciadas.
- III. Hacia los siete años el niño afirma la conservación de las cantidades continuas.

METODOLOGIA

En este momento se puede iniciar la medida sistematizando las primeras experiencias de contener, emparejar y medir, primero con medidas naturales, palmo, pie, etc., y luego, cuando se siente la necesidad de usar una medida fija, se introduce el cm., dm. y m.

La iniciación a la medida del tiempo, el uso del reloj, el uso del calendario, etc., el uso de la regla, la balanza, el panel meteorológico es también adecuada en este momento.

JUEGOS Y MATERIAL

- Jarras y vasos.
- Juegos de evaluación de tamaños (ver pág. 33).
- Balanza (ver pág. 24).
- Juegos de pesos (de pocos gramos).
- Botes para contener mercancías (legumbres, azúcar)
- Regla.
- Reloj infantil Kiddicraft.
- Panel meteorológico ENOSA.

En el gráfico adjunto se incluyen los contenidos que corresponden según las Orientaciones Pedagógicas del Ministerio de Educación y Ciencia a los niveles Preescolar, Primero y Segundo.

	PREESCOLAR	PRIMERO	SEGUNDO
Conjuntos y Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias con conjuntos: juegos. Reconocimiento de colores, formas y tamaños: correspondencias y clasificación. Iniciación a la comparación. Uso de «más que», «menos que», «igual que». Coordinabilidad de conjuntos. Ordenaciones y seriaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Iniciación a la idea de conjunto. Elementos, pertenencia e inclusión. Subconjuntos. Correspondencias. Clasificación. Conjuntos coordinables: cardinal de un conjunto. Unión de conjuntos disjuntos. Experiencias de conjuntos complementarios. 	<ul style="list-style-type: none"> Repaso de la teoría de conjuntos: Unión e intersección de conjuntos. Complementaciones. Producto cartesiano. Partición de un conjunto. El lenguaje de los gráficos. Lectura e interpretación de gráficos sencillos.
El número natural. Operaciones. Automatismos.	<ul style="list-style-type: none"> Introducción experimental a la idea de número. Aprendizaje de las cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> El número natural. Lectura y escritura de números naturales hasta la centena. Sistemas de numeración. Adición de números hasta la centena. Simbolismo y propiedades. Sustracción de números (hasta el 99) en los que el minuendo tenga sus cifras menores que las del sustraendo. 	<ul style="list-style-type: none"> Numeración decimal; aprendizaje de los números a partir de la centena. Sistemas de numeración. Automatización de la adición y sustracción de números naturales. Iniciación a la multiplicación como suma de sumandos iguales. Iniciación a la división exacta. Idea operativa de doble y mitad.
Topología y Geometría	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias topológicas: interior, borde, exterior, dentro, fuera, en el espacio. Trazar caminos. Reconocer el camino más corto. Líneas abiertas y cerradas. 	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias topológicas en el plano: interior, exterior, borde, abierto, cerrado. Triangulaciones. Bordes. Líneas poligonales abiertas y cerradas. Noción de polígono. 	<ul style="list-style-type: none"> Aspectos topológicos de las formas en el espacio: abiertas, cerradas, interior, borde. Descripción y reconocimiento de polígonos.
Medida	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias con medidas naturales y convencionales: experiencias de contener. 	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias con el cm. y el dm. Experiencias con la medida del dinero. 	<ul style="list-style-type: none"> Experiencias con el cm. dm. y m. Iniciación al S. M. D. Iniciación a la medida del tiempo. El reloj. El calendario.

ORIENTACION A LOS PADRES

A veces los padres se preocupan por el ritmo lento o rápido del aprendizaje que tienen sus hijos en nociones fundamentales como técnicas de lectura y escritura y cálculo.

Estas líneas pretenden dar una razón a estos padres preocupados acerca de lo que para ellos suponga de sin razón: la teoría de conjuntos en Matemáticas o los juegos que ejercitan la lógica y toda esa serie de símbolos y palabras extrañas que utiliza la matemática moderna.

En primer lugar la mal llamada «matemática moderna» no es algo distinto de la «antigua», sino su hija legítima que no reniega de ella, sino que hace fructificar la herencia recibida; en la matemática de *hoy* que continúa la de *ayer* sin ruptura profunda.

La teoría de conjuntos está en la *base* de esta «matemática moderna», y esta teoría ha permitido resolver muchos de los grandes problemas que la matemática «antigua» no había sido capaz de solucionar.

El concepto de «estructura» es fundamental en la matemática moderna. Una de las funciones fundamentales de esta ciencia es ordenar los conocimientos y crear estructuras formales que los resuman.

El hombre del futuro tendrá como actividad fundamental la de crear nuevas ideas y nuevas técnicas que permitan resolver nuevos problemas. No es, por tanto, lo importante tener un buen almacén de conocimientos o haber adquirido unos buenos automatismos (entre ellos el del cálculo); esto puede hacerlo fácilmente una máquina; lo importante para que el hombre del futuro no se sienta desplazado por la máquina es que haya desarrollado su facultad de crear, su imaginación, su capacidad de observación, de interpretación, de análisis que permita aplicar su capacidad de abstracción en la resolución de nuevos problemas. Todo esto es lo que se pretende con la llamada matemática moderna. Además, la matemática en E.G. B. es un área de expresión, lo cual quiere decir que es una lengua (distinta de la vernácula), pero con mayor precisión para expresar cuantitativamente muchos fenómenos. Es una lengua universal y fácil de entender una vez conocidos los símbolos y la codificación; una lengua que no admite ambigüedades y que permite hablar con las máquinas y entender el lenguaje de los gráficos.

Una de las dificultades y causa de rechazo de la matemática moderna es que se le achaca un «descuido por el cálculo»; esto es un mal entendido que conviene aclarar. No es que la matemática moderna rechace los «automatismos», sino que los ha colocado en su lugar. Durante muchos años éstos han tenido un lugar privilegiado; ahora se les ha restituido al lugar que les corresponde.

«El profesor Piaget ha demostrado en su génesis del número que hay en el entendimiento humano toda una organización mental previa al cálculo, y que si esta organización falta es en vano proseguir, pues ello será lo mismo que edificar sobre cimientos de arena.» (B. Beauverd.)

Esta cita de B. Beauverd nos da un toque de atención sobre las prisas que muchas veces atacan a padres y educadores; es fundamental que éstos no se impacienten por los resultados. De ninguna manera deben acelerarse artificialmente las etapas que contribuyen a los procesos formadores del niño. Se equivoca el maestro que salta etapas para obtener más rápidamente «resultados positivos».

Tal como Piaget ha demostrado, los niños son capaces de contar mucho antes de que comiencen a darse cuenta de la invarianza del número de objetos en una colección. Por tanto, este «saber contar» no debe hacer suponer que se le puede llevar al niño a otro ciclo conceptual, por ejemplo: el concepto de adición.

Muchas veces parece que los niños están «perdiendo el tiempo» y nos vemos inclinados a adelantar el programa. No abusemos; hay que dar tiempo a las etapas de interiorización en que el niño juega, manipula, observa y abstrae; si no lo hacemos correremos el riesgo de «automatizar» sobre el vacío.

NIVELES BASICOS DE REFERENCIA

Siguiendo fundamentalmente los estudios psicológicos de Piaget y su escuela podemos fijar los siguientes estadios evolutivos en el desarrollo de la inteligencia:

- 1.º Estadio de conducta refleja.
- 2.º Estadio de conducta motriz.
- 3.º Estadio de conducta Sensorio-motriz.
- 4.º Estadio de predominio de la intuición.
- 5.º Etapa de las operaciones intelectuales concretas.
- 6.º Etapa de las operaciones intelectuales abstractas.

El estadio evolutivo correspondiente a la edad preescolar es el 4.º, subdividido a su vez en dos subestadios:

Preconceptual de dos a cuatro años.

Propiamente intuitivo de cuatro a siete años.

Durante esta etapa, por tanto, el niño no posee inteligencia lógica, por lo que hay que partir de *experiencias concretas*, tales como:

- A) Experiencias con materiales separados y continuos.
- B) Experiencias de exploración del espacio y primeros pasos en geometría.
- C) Experiencias de contener, emparejar y medir.
- D) Experiencias *sobre* los objetos para formar conjuntos y experiencias *con* los objetos para hacer relaciones.
- E) Experiencias de introducción al número natural.

El profesor, mediante la *observación directa* y continua, podrá comprobar, a través de las actividades de la escala de referencia u otras similares propuestas por él, si el alumno ha conseguido una buena *manipulación*, si *sabe comparar*, si *sabe relacionar* y establecer series de orden ascendente y descendente, si se desenvuelve por el espacio con soltura, si *sabe asociar* los conjuntos con el número que expresa su cardinal, si sabe ordenar, si sabe *reconocer* los signos matemáticos correspondientes a este nivel, si consigue iniciarse en la *representación* de sus conocimientos intuitivos mediante dibujos o cifras.

Si sabe explicar lo que hace, si sabe transportar las intuiciones adquiridas a otras situaciones similares.

Es fundamental, al tratar de constatar si se han cumplido los

objetivos propuestos a través de las actividades, que el profesor se dé cuenta de que el niño en este nivel se maneja con intuiciones; que no le es posible realizar procesos de abstracción que den lugar a definiciones o expresiones más o menos formalizadas (fórmulas matemáticas, aunque sean simples, etc.)

En el ciclo preparatorio (1.º y 2.º) de E. G. B. las adquisiciones matemáticas responden a unos objetivos y contenidos enunciados en líneas generales en las Orientaciones Pedagógicas del Ministerio de Educación y Ciencia.

A fin de concretar estas líneas generales presentamos los contenidos básicos que el alumno ha tenido que adquirir para la promoción al tercer curso de E. G. B. y unas actividades en forma de modelos operativos que servirán para la evaluación de los contenidos. Dichos modelos operativos reagrupan a veces varios contenidos que el Profesor puede separar, si lo cree conveniente, o elaborar distintos modelos operativos para cada una de las actividades.

La evaluación se hará fundamentalmente por observación directa y también mediante ejercicios orales, ejercicios de transcripción, fichas valorativas, etc.

PREESCOLAR

Experiencias

ACTIVIDADES

- A) Con materiales separados y continuos.
- «Dictado» de los colores.
 - Ensartado de bolas siguiendo el orden de colores que ha dado el profesor.
 - Llenar un cubo de agua o arena con una vasija más pequeña; observar si tira demasiada cantidad.
- B) Exploración del espacio y primeros pasos en geometría.
- B.1. Exploración del espacio.
- Reconocer en un dibujo con caminos el camino más corto y el más largo.
 - Trazar el camino que recorrería una niña para ir a su casa.
 - Saber caminar sobre una línea recta y una curva trazada en el suelo.
 - Saber saltar dentro de una alfombra relativamente pequeña o de un espacio pintado en el suelo.
- B.2. Conservación del objeto.
- Reconocimiento de formas**
- Reconocer y representar el círculo, el cuadrado y el triángulo.
 - El *círculo* no tiene ninguna esquina, el *triángulo* tiene tres esquinas y tres lados, el *cuadrado* tiene cuatro esquinas y cuatro lados.
 - Reconocer como distintas las formas de:
 - Una caja de zapatos.
 - Una pelota.
 - Un gorro de payaso (con el lenguaje matemático que el niño tenga).

- Modelar en barro o plastilina un círculo, cuadrado y triángulo (aplastando el barro o plastilina encima de la mesa).
- Unir tres puntos dados y formar un triángulo.
- Unir cuatro puntos dados y formar un cuadrado.
- Se valorará el que lo haya sabido unir, no la perfección del trazo.

Reconocimiento de tamaños

- Reconocer con los ojos tapados una pelota, una caja grande, pequeña.
- Ordenar por tamaños una serie de cinco objetos.
- Seguir una serie ya comenzada: grande, pequeño (con objetos o gráficamente).
- Dibujar sobre el papel la silueta de todos los niños de la clase tumbados en el suelo; reconocer al más alto y al más bajo.
- Ejercicios de escalas de tamaños.
- Reconocimiento en la clase de algo «más largo», «más corto, que algo que se le presente.
- Clasificación de objetos según su dimensión.
- En otras dos seriaciones saber unir, corresponder, lo más alto, por ejemplo, con lo más grande.
Hacer tres seriaciones:
Alto, grueso, ancho (lo más).
Alto, grueso, ancho (mediano).
Alto, grueso, ancho (más pequeño).
- Saber hacer gráficamente estas líneas.
- Saber representarlas mediante lanas, cordones, jugando al corro.
- Saber distinguir una caja cerrada y una abierta.
- Distinguir dos tipos de materia muy diferenciados, por ejemplo: vidrio y corcho.

B.3. Geometría y topología.

- Reconocer una línea abierta y una línea cerrada.
- Resolver correctamente rompecabezas de motivos sencillos y poco número de piezas.
- Doblar un folio por la mitad.
- Distinguir su mano derecha y su mano izquierda (coger un objeto con la mano derecha o con la izquierda, según se le indique).
- «Dictado» de posiciones con su cuerpo: colócate, delante, detrás, cerca, lejos de la fila.
- «Dictado» de posiciones, dándole algún objeto (coloca este cuadro rojo *encima* del armario, o *detrás de*, o *debajo de*)
- Saber dibujar un árbol, por ejemplo, «entre» dos cajas.
- Distinguir cuando otro niño o él mismo está en movimiento o parado.

C) Emparejar y medir

- Meter dentro uno de otro los cilindros de una serie.
- Reconocer recipientes que estén llenos o vacíos con la vista y el tacto.
- Emparejar dos mitades de una figura simétrica conocida.
- Emparejar zapatos.
- Saber medir una línea pintada en el suelo con pasos, con una barra, con una cuerda, sin exigir el número de veces que el pie, barra, etc. está contenida en la línea.
- Formar, hacer la progresión de las barras rojas Montessori y también las azules y rojas de Montessori.
- Saber encajar con los ojos cerrados y «al tacto» formas sencillas; primero, las fundamentales y geométricas (círculo, cuadrado y triángulo) y también algunas familiares de dibujos esquemáticos (una niña, un perro, una casa...) u otras similares.
- Saber llenar un objeto, por ejemplo, un cubito, con arena o con agua y luego vaciarlo.

D) Conjuntos y relaciones

- Formar conjuntos con objetos existentes en el aula (usar lanas para el diagrama de Venn), señalar los elementos y a éstos por su propiedad característica.
- Clasificar los bloques lógicos según un atributo dado; por ejemplo, forma (cuadrado, rectángulo, triángulo).
- Unir con trazos (formar cadenas) objetos previamente dibujados; por ejemplo: casas, pájaros, flores.
- Hacer correspondencias entre conjuntos iguales. Llegar a que el niño diga o entienda «hay lo mismo en dos conjuntos» (uno de tres gatos y otro de tres ratones).
- Hacer corresponder a un conjunto tantas fichas como elementos tenga dicho conjunto (a cada ratón le damos un queso, a cada gato su cascabel... etc.).
- Juego de la etiqueta: contar los elementos de un conjunto dado y buscar la etiqueta correspondiente con la cifra.
- Reunir dos conjuntos de bolas; por ejemplo tres bolas azules y dos rojas para formar un solo conjunto.
- Sabrá manejar y hacer ejercicios con los bloques lógicos.

E) Número Natural.

- Unir sonido y grafismo (saber que el sonido de la palabra tres corresponde al grafismo 3).
- Colorear y picar la silueta de un número dado previamente (darles siluetas grandes).
- Reconocer al tacto números de lija hasta el 5.
- Dar correctamente el número de palmadas que se le indique (no más de cinco).
- Obedecer órdenes, traer el número de bolas que se le pidan (puede ser hasta nueve bolas).
- Escribir las cifras del 1 al 9 en orden creciente; consignar por

escrito las equivocaciones, sobre todo si se producen del 1 al 5.

- Colocar en la mesa o enfilear, por ejemplo, seis bolas, añadir una cantidad más y pedirle que escriba la cifra correspondiente a este nuevo número que se ha formado ahora.
- Descomponer o analizar los números hasta el 5 sirviéndose de material (solamente en dos sumandos).
Valorar positivamente si hacen alguna combinación más.
- Distinguir la escritura correcta entre 2 y S y 3 y E (presentar cada forma de las cuatro escrituras separadamente).
Consignar por escrito si no lo distingue.
- Reconocimiento de los signos +, -, =.
- Formar conjuntos con igual número de elementos que uno dado.
- Dado un conjunto, formar otro con *más* elementos.
- Dado un conjunto, formar otro con *menos* elementos.
- Relacionar las barras con los números que les corresponden; saber poner las «unidades» correspondientes a cada barra.
- Saber hacer equivalencias con dichas barras (alguno lo podría representar con números).
- Unir conjuntos cuya suma de cardinales no pase de 10.
- Saber colocarse en una fila: el 1.º, 2.º, 3.º, 4.º ó 5.º.
- Saber resolver sencillísimos problemas gráficamente (tenía ocho bolas; se perdieron dos, ¿cuántas quedan?).
- Saber poner el cardinal a los conjuntos cuyo número de elementos sea inferior a 10.
- Ejercicio inverso del anterior.

CONTENIDOS BASICOS Y MODELOS OPERATIVOS PARA 1.º Y 2.º DE E. G. B.

(Ciclo preparatorio)

A) CONJUNTOS

CONTENIDO

I. Conjunto. Elemento. Propiedad. Característica:

1. Representaciones de conjuntos en diagramas y llaves.
2. Traslación del lenguaje gráfico al lenguaje oral y al uso manipulativo.
3. Reconocimiento de propiedades características de conjuntos.
4. Distinción entre conjunto y elemento.

Modelos operativos relacionados con los contenidos

- I. 1,3. Dados tres diagramas de Euler-Venn sin ningún elemento dentro de los mismos y escritas debajo de ellos sus correspondientes propiedades características, el alumno ha de ser capaz de ir dibujando los elementos correspondientes a cada conjunto de una lista preparada al respecto. También ha de ser capaz de escribir entre llaves los elementos de cada conjunto.
- I. 2,4. Presentadas al alumno cinco listas de elementos a los que se les pueda encontrar fácilmente la propiedad característica, el alumno debe descubrirla por lo menos en tres.

II. Pertenencia. Símbolo. No Pertenencia:

1. Traslación del lenguaje gráfico al lenguaje oral y manipulativo.
2. Utilización de los símbolos.

- II. 1. Dado un conjunto representado en diagrama de Euler-Venn o entre llaves, el alumno ha de ser capaz de intercalar, entre una relación de nombres y la letra que nombre al conjunto representado, el SIMBOLO de pertenencia o no pertenencia según convenga. En la relación de nombres habrá al menos dos que no pertenezcan al conjunto dado. Ej.: A= Gallina, pero, gato, canario.

gallina	A
perro	A
gato	A
cebra	A
lobo	A

III. Subconjunto. Símbolo. Relación.

1. Utilización del símbolo de inclusión y no inclusión.
2. Distinción entre la relación de inclusión y la de pertenencia.
3. Traslación del lenguaje gráfico al oral y al uso manipulativo.

- III. 1.3. Dados tres conjuntos representados en Euler-Venn (A,B y C) de tal forma que el conjunto B sea subconjunto de A y así se halle representado, el alumno ha de ser capaz de intercalar entre las letras que designan los conjuntos el SIMBOLO de inclusión o no inclusión.

A	_____	B
A	_____	C
B	_____	A
B	_____	C
C	_____	A
C	_____	B

- III. 2.3. Dados los 3 conjuntos (A,B y C) del operativo anterior de la misma forma representados y una lista en la que haya errores el alumno tendrá que ir diciendo dónde

hay errores en la lista para ver si distingue entre pertenencia e inclusión.

3	C
C	A
B	A
2	B
	..
	..

IV. Unión de Conjuntos. Definición. Símbolo.

1. Hallar el conjunto unión mediante gráficos (conjuntos distintos).
2. Traslación del lenguaje gráfico al oral y al manipulativo.
3. Utilización del símbolo.
4. Realizar uniones cambiando el orden (estadio preconceptual de la propiedad conmutativa).
5. Hallar el conjunto unión de más de dos conjuntos.

IV. 1,3,5. Dados tres o cuatro conjuntos en los que haya como máximo cuatro elementos en cada uno, el alumno ha de ser capaz de realizar la unión correspondiente y representar el conjunto unión en un diagrama de Euler Venn. Entre los conjuntos dados se representará el correspondiente símbolo de la unión y a la derecha de los mismos el signo igual.

IV. 2,4. Teniendo el alumno ante sí tres conjuntos en Euler-Venn en vez de dibujando en un papel, teniendo cuerdas cerradas, dentro de las cuales (en las dos primeras) hay unos objetos y la tercera cuerda vacía, el alumno tiene que realizar la unión colocando en el tercero objetos de entre muchos que tenga en una caja que corresponda a la unión. Después, si se cambia el orden de los dos primeros conjuntos, ha de realizar la misma operación. Al mismo tiempo que realiza estas operaciones con diversos objetos tendrá que ir colocando en una tabla de

verdad confeccionada al respecto un 1 o un 0, según corresponda como verdaderas o falsas a las uniones que ha ido realizando.

V. Correspondencias. Relaciones Naturales:

1. Descubrimiento de relaciones de correspondencia entre objetos de su mundo circundante.
2. Realizar correspondencia según criterios dados.

V. 1.2. Presentado por el profesor objetos; por ejemplo, botones de la camisa, los alumnos tendrán que descubrir si hay otros que se correspondan con los anteriores de manera que no queda ninguno sin corresponder (sillas con alumnos, dibujos con sus correspondientes autores...)

V. 3. Dados dos conjuntos representados en diagramas de Euler-Venn y dado al alumno un criterio, éste ha de ser capaz de realizar la correspondencia oportuna sin error.

Eje.: Haz la correspondencia entre el conjunto A y el B según el criterio: «Tiene la misma forma que».

VI. Partición. Partición en partes iguales.

1. Traslación del lenguaje manipulativo al gráfico.
2. Realización de particiones partiendo de situaciones problemáticas del mundo circundante.

VI. 1. Dado un conjunto de objetos de manera que los haya de tres colores diferentes, el alumno tendrá que hacer tres montones según el color y después representar gráficamente en diagrama de Euler-Venn la partición efectuada, dividiendo el diagrama en tres partes por medio de líneas, dentro de las cuales deberán que-

dar los objetos según sus colores.

- VI. 2. Dada una situación problemática familiar en la que sea necesaria la utilización de la partición, el alumno ha de ser capaz de representar ésta haciendo los subconjuntos oportunos dentro del conjunto del que se parte.

B) NUMERACION

CONTENIDO	MODELOS
<p>I. Número cardinal a partir de la correspondencia.</p> <p>1. Traslación del lenguaje oral al gráfico y manipulativo.</p> <p>2. Conjuntos equivalentes (propiedad numérica).</p> <p>3. Agrupamientos.</p>	<p>I. 1.2. Dado un conjunto con varios elementos y a su derecha otro que esté vacío, se le dará al alumno la siguiente orden: «Dibuja un conjunto de platos, por ejemplo, para que haya tantos como tazas. Traza las flechas».</p> <p>I. 1.2.3. Dado al alumno dibujados más de 20 elementos iguales, se les pedirá que los agrupe en cinco conjuntos, de manera que haya dos de ellos que tengan la misma propiedad numérica. Se le pedirá que escriba al lado de cada conjunto el cardinal correspondiente.</p>
<p>II. Números iguales y desiguales. Signo de desigualdad.</p> <p>1. Utilización de los signos : =, mayor y menor que.</p> <p>2. Traslación del lenguaje oral al gráfico.</p>	<p>II. 1.2. Dados al alumno seis conjuntos de manera que se le presente por parejas, se les pedirá que trace flechas entre</p>

ellos, que escriba en cada conjunto el cardinal correspondiente y que ponga entre los cardinales los signos = >, < según convenga.

III. **Base 2, 5 y 10.**

1. Traslación del lenguaje gráfico al numérico.
2. Agrupamientos.

III. Dado un conjunto conteniendo cualquier número de elementos, el alumno ha de ser capaz de escribir el cardinal correspondiente en cualquiera de las tres bases (2, 5 y 10) después de haber realizado las agrupaciones pertinentes para conseguir los distintos órdenes.

IV. **Lectura y escritura hasta el millar.**

1. Traslación del lenguaje numérico al oral y viceversa.
2. Completar serie de números.
3. Contar progresiva y regresivamente.

IV. 1.2. Dada una serie de números mayor que 100 el primero de ellos y menor que 1.000 el último, serie en la que falte de vez en cuando un número, el alumno ha de ir oralmente contando, expresando también, al mismo tiempo que lo escribe, los números que faltan para completar la serie.

IV. 3. Partiendo de cualquier número entre 100 y 1.000 el alumno ha de ser capaz de contar regresivamente (oral y por escrito) hasta el número que se le indique.

V. **Ordinales hasta el 10:**

1. Traslación del lenguaje gráfico al escrito.
2. Traslación de números ordinales a su numeración específica.

V. 1.2. Presentado un grabado de una serie de personas, objetos o animales, el alumno ha de ser capaz de expresar oralmente el puesto que ocupa un elemento determinado entre el

primero y el décimo, al mismo tiempo que se le pide que lo escriba en numeración ordinal; por ej.: 3.º.

VI. Contar series desde 2 en 2, hasta 10 en 10:

1. Completar series.
2. Traslación del lenguaje oral al escrito y viceversa.

VI. 1,2. Dada una serie de números de 4 en 4 o desde 2 en 2, hasta 10 en 10, en los que falten algunos números, el alumno ha de ser capaz de rellenar los espacios en blanco y de seguir la serie varios números más. Al mismo tiempo se les pedirá que vayan escribiéndolo.

VII. Descomposición de números en sumandos.

1. Traslación del lenguaje manipulativo al gráfico y oral y viceversa.

VII. Con billetes de 100 pesetas se le dará al alumno, por ejemplo, 300 pesetas y se le dirá que coja los billetes necesarios para tener 800 pesetas.

C) OPERACIONES

CONTENIDOS

I. Suma con unión de conjuntos.

1. Utilización del signo.
2. Estadio preconceptual de la propiedad conmutativa y asociativa. Introducción al paréntesis.
3. Traslación del lenguaje gráfico al numérico.

MODELOS

VII. 1,3. Dados tres conjuntos con distinto número de elementos, representados en diagramas de Euler-Venn o entre llaves, y con el cardinal indicado en la parte inferior de los mismos, existiendo el signo de unión entre los conjuntos representados, el alumno ha de ser capaz de representar entre llaves o en Euler-

Venn, el conjunto unión como asimismo colocar el signo más entre los cardinales y el igual antes del cardinal que represente la suma total.

- VII. 2. Dado el mismo ejercicio que el anterior el alumno hará la misma operación, pero cambiando de lugar los conjuntos a sumar y comprobará que el resultado es el mismo. Para ello se colocará paréntesis entre los conjuntos y pondrán un solo cardinal debajo del paréntesis.

II.

1. Suma con sumandos dispuestos horizontalmente y verticalmente.
2. Estadio preconceptual de la propiedad conmutativa.
3. La suma como resolución de situaciones problemáticas.

- II. 1.2. Propuestas cuatro operaciones de sumar indicadas (dispuestas horizontalmente), con un máximo de cuatro sumandos (puede haber sumandos de distinto número de cifras, hasta tres), el alumno ha de ser capaz de disponerla adecuadamente para la suma y realizar ésta. Después se le dirá que cambie el orden de los sumandos y compruebe el resultado.

- ii. 3. Dado un grabado representando una serie de objetos y su precio, el alumno responderá a preguntas tales como ¿cuántos objetos podrás comprar si tienes solamente tanto dinero?, ¿qué dinero te sobraría si compras solamente estos objetos?

III. Sumas y restas Combinadas.

1. Resolución de situaciones problemáticas por suma y resta combinadas.

III. 1. Enunciada cualquier situación problemática a través de grabados, el alumno tendrá que resolver la situación operando con sumas y restas combinadas. Ej.: De estas tres bolsas, un chico coge de cada una tantos caramelos, ¿cuántos caramelos ha cogido en total? ¿Cuántos caramelos quedan en las tres bolsas?

IV. Sustracción con tres cifras.

IV. Propuestas seis operaciones de restar en forma indicada (dispuestas horizontalmente, en la que los datos tengan hasta tres cifras como máximo, pudiendo tener el sustraendo menos cifras que el minuendo, el alumno ha de ser capaz de disponerlas adecuadamente para realizar las restas correspondientes.

V. Multiplicación como suma de sumandos iguales.

V. Dada una suma de sumandos iguales, siendo éstos superiores a dos y existiendo como máximo nueve sumandos, el alumno ha de ser capaz de escribirla en forma de producto. Propuesto un producto de dos factores indicados, siendo uno de los factores como máximo 20 y el otro de 6, el alumno ha de ser capaz de escribirlo en forma de suma de sumandos iguales.

- VI. **Multiplicación de un número de tres cifras por otro de una.**
1. Tabla de multiplicar.
 2. Automatización de la operación de multiplicar.
- VI. 1.2. Propuestas al alumno cuatro operaciones de multiplicar en las que el multiplicando no exceda de tres cifras y el multiplicador de una, el alumno ha de ser capaz de resolverlas, al menos tres de ellas sin error.
- VII. **Doble-mitad, triple-tercio.**
1. Cálculo mental.
 2. Noción de número par e impar a través de particiones.
- VII. 1.2. Dado un número menor que 12, el alumno ha de ser capaz de obtener su doble sin ayuda del lápiz, solamente con su mente.
- VII. 1.2. Dados números menores que 20, el alumno obtendrá sus mitades y dirá si se trata de un número par o no, según se pueda dividir en dos partes iguales o no.
- VIII. **Potencias como multiplicación de factores iguales.**
- VIII. Propuesto al alumno un producto de factores iguales (como máximo cinco factores), siendo estos números dígitos, éste ha de ser capaz de escribirlo en forma de potencia (no implica el conocimiento de los elementos de la potencia: base y exponente).
- IX. **División como partición.**
1. Utilización de los signos.
 2. La partición como solución a situaciones problemáticas.
 3. Traslación del lenguaje gráfico al numérico.
- IX. 1,2,3. Presentando al alumno una situación problemática familiar (por ejemplo, repartir caramelos entre niños) y ayudándole con la representación gráfica (dibujarle el conjunto de caramelos, ponerle a la derecha el signo de la división (:), luego el número que indica la

			<p>cantidad de niños y a la derecha el signo (igual), el alumno ha de ser capaz de resolverla sin error. El número que representa al dividendo no deberá ser mayor de 20, y el que representa el divisor no superior a 6.</p>
X.	Iniciación preconceptual a las ecuaciones.	X.	<p>Propuestas cinco igualdades en las que en el primer término haya sumas o restas, faltando alguno de los sumandos o algunos de los términos de la resta, el alumno tendrá que ser capaz de averiguar el término o sumando que falta.</p> <p>Ej.: $5 + 2 + \dots = 9$</p>
XI.	División entera.	XI.	<p>Propuestas tres operaciones de dividir en las que el dividendo no tenga más de tres cifras y el divisor sea cualquier número dígito mayor que 3 (no podrán ser divisiones exactas), el alumno ha de resolverlas todas explicando que el resto es siempre menor que el divisor y por eso no se puede repartir.</p>
XII.	Cálculo mental.	XII.	<p>1.2. Propuestas tres operaciones para hacer mentalmente, de las que una será de sumar, otra de restar y otra de multiplicar (precisamente en este orden), siendo todos los datos números dígitos y el resultado a multiplicar no superior a 10, el alumno ha de resolverlas con corrección. No</p>
	<p>1. Sumas, restas, multiplicaciones mentales combinadas.</p> <p>2. Multiplicaciones mentales por la unidad seguida de ceros.</p>		

- podrá apoyarse en nada concreto.
- XII. 3. Propuestas cinco multiplicaciones mentales en las que el primer factor sea superior a 10 e inferior a 100 y en las que el otro factor sea 10, 100 ó 1.000, el alumno ha de ser capaz de resolverlas mentalmente.

D) MEDIDA

CONTENIDO

- I. **Medidas Naturales: Palmo, Pie, propias de la región, Baldosines...**
1. Traslación del lenguaje manipulativo-dinámico al gráfico.
- II. **Unidades de longitud: Metro, decímetro y centímetro.**
1. Averiguar medidas a emplear para determinar cantidades en diversas magnitudes.
 2. Utilización de regla y cinta métrica.
 3. Resolución de situaciones reales problemáticas y paso del lenguaje manipulativo al gráfico.

MODELOS

- I. Marcada con una distancia en el suelo por dos líneas separadas entre sí aproximadamente cinco metros, el alumno ha de ser capaz de medirla con palmos, pies, baldosines, etc., indistintamente, conforme vaya midiendo irá trasplantando los resultados correspondientes a una tabla.
- II. Contestar a preguntas como:
 - ¿Con qué medirías el trigo?
 - ¿Con qué medirías la leche?
- II. 2,3. Presentación de una situación problemática que se resuelva midiendo segmentos, el alumno tendrá que resolverla midiendo con el doble decímetro y expresando el resultado,

- tanto los parciales como el total en decímetros y centímetros (cuando la medida no sea un número exacto de decímetros).
- III. **Identificación en serie de valor de las monedas.**
- III. Teniendo sobre la mesa un número suficiente de billetes y monedas españolas de curso legal, se les pedirá a los alumnos que nos den un número determinado de *pesetas* con el menor número de monedas y billetes posibles.
- IV. **Medidas de tiempo-horas, 1:2 horas, 1:4 horas, semanas y meses.**
1. Traslación del lenguaje oral al gráfico.
2. Resolución de situaciones problemáticas a través del conocimiento de las unidades de tiempo.
3. Interpretación de las horas en el reloj.
- IV. 1. El alumno deberá decir primero por escrito, y después oralmente, los días de la semana, en orden, así como los meses del año.
- IV. 2. Presentando situaciones problemáticas que se resuelvan con operaciones que impliquen operar con medidas de tiempo, los alumnos tendrán que resolverlas. Ej.: Una piscina que tarda en llenarse ocho cuartos de hora, ¿cuántas horas tarda en llenarse?
- IV. 3. Presentados al alumno seis dibujos representando relojes que marcan:
- a) hora en punto; b) hora y media; c) hora y cuarto; d) hora menos cuarto; e) hora y cuarto, éste ha de ser capaz de escribir debajo de cada reloj la hora que marca.

- V. **Medidas de capacidad:** litro, 1/2 litro.
- Medidas de peso:** Kg., 1/2 Kg. y 1/4 Kg.
1. Utilización de la balanza.
 2. Utilización de recipientes para medidas de capacidad.
 3. Traslación del lenguaje manipulativo al oral y gráfico.
 4. Resoluciones de situaciones problemáticas.
- IV. 1,3,4. Utilizando la balanza, el alumno deberá resolver problemas cotidianos, pesando en la balanza objetos cuyo peso sea aproximadamente de 1 kg. ó 1/2 kg. El alumno tendrá que resolver preguntas tales como: ¿cuántas pesas de 1/2 kg. tendrás que poner en el platillo para pesar un objeto de 2 kgs.? Pesa este objeto (de 2 kgs. y 1.4) utilizando pesas de 1 kg., 1/2 kg. y 1/4 kg.
- V. 2,3,4. Dada una cantidad de agua en un recipiente grande, el alumno, utilizando el litro o una botella de litro, tiene que decir cuántos litros contiene el recipiente.

E) GEOMETRIA Y TOPOLOGIA

CONTENIDO

MODELOS

- I. **Dentro, Interior, Fuera, Exterior, Encima. Sobre. Debajo. Borde.**
1. Traslación del lenguaje gráfico y manipulativo al oral.
- I. 1. Dado un dibujo de figuras superpuestas (preferentemente de las estudiadas en este ciclo), el alumno ha de ser capaz de decir cuál de las figuras está arriba y cuál está debajo. Dado un dibujo en el que se encuentre representada una línea curva y cerrada, el alumno ha de ser capaz de identificar el interior (dentro) y el exterior (fuera) de la misma. Dados al alumno polígonos contruidos en papel

o cualquier otro material y objetos que pase su dedo índice por los bordes correspondientes.

II. Líneas poligonales (cerradas y abiertas).

1. Construcciones en alambre y geoplanos.
2. Representación gráfica de líneas poligonales e identificación en objetos del mundo circundante

II. 1. Después de identificar en un dibujo líneas poligonales en distintas posiciones, cerradas y abiertas, el alumno construirá en alambre o con gomillas sobre el geoplano una de las líneas abiertas identificadas y otra de las cerradas.

II. 2. Se le pedirá al alumno que se fije en los bordes de poligonos que haya en clase e identificar si son líneas abiertas o cerradas y también identifique las líneas poligonales y no poligonales, abiertas y cerradas representadas en un grabado.

III. Identificación de poligonos hasta el pentágono.

1. Construcciones en alambre y en geoplanos.
2. Representación gráfica de poligonos e identificación de los mismos en el mundo circundante al alumno.

III. 1. De objetos que haya en la clase se le pedirá al alumno que identifique triangulos, cuadriláteros y pentágonos que el profesor haya preparado al efecto, y se les pedirá que luego con alambre, geoplano, palillos... los construya, y si son de palillos los pegue a la cartulina y ponga el nombre de cada polígono dejado de la figura correspondiente.

IV. Líneas curva, recta y espiral.

1. Identificación en el mundo circundante.
2. Identificación en grabados.

IV. 1,2. A una orden del profesor el alumno tendrá que identificar, de un grabado preparado al efecto y de objetos de la clase, líneas rectas, curvas y espirales. Después, a otra orden, dibujará en una cuartilla la

línea recta, curva o espiral, según se le pida.

V. **Identificación de cubo, prisma y pirámide.**

V.

Se le pedirá al alumno que encuentre con su imaginación objetos de la vida real que tengan forma de pirámide, prisma o cubo. Si no lo encuentra, entonces en un grabado que represente un paisaje urbano, por ejemplo, se le pedirá que identifique los tres cuerpos aludidos. En el caso que aún no encuentre alguno de ellos se le pedirá que lo identifique de un grabado en donde haya dibujado los tres cuerpos, poniendo debajo de cada uno su nombre correspondiente.

BIBLIOGRAFIA

CLAVES DE INTERPRETACION

- ◊ Reciclaje
- Textos
- * Didáctica
- Divulgación
- Enseñanza Superior

TEXTOS CIENTIFICOS Y DIDACTICOS

1. OBRAS GENERALES

- ◊ ADLER: *Initiation a la mathématique d'aujourd'hui*. OCDL. París, 1964.
- ◊ BURGOS: *Iniciación a la matemática moderna*. Selecciones Científicas. 3.a. ed. Madrid, 1973.
- ◊ CALAME: *Introduction aux mathématiques modernes*. Griffón. Suiza, 1971.
- ◊ ROANES: *Didáctica de las matemáticas I y II*. Anaya. Madrid, 1969.
- * UNESCO: *Nuevas tendencias de la enseñanza de la matemática*. Vol. 3. París, 1973.

2. TEORIA DE CONJUNTOS Y LOGICA

- * COLOMB, J. t y otros: *Fichas perforadas a través de los conjuntos, la lógica y la numeración*. Teide. Barcelona, 1973.
- * DIENES: *Lógica y juegos lógicos*. 6a. edic. Teide. Barcelona, 1972.
- FUCHS: *El libro de la matemática moderna*. Omega. Barcelona, 1968.
- FUCHS: *Los padres descubren la nueva lógica*. Omega. Barcelona, 1972.
- FUCHS: *Los padres descubren la nueva geometría*. Omega. Barcelona 1974.
- * GLAYMANN: *La lógica en la escuela*. Teide. Barcelona, 1973.
- ◊ HOUT: *Matemática moderna*. Lenguaje del futuro. Daimon. Madrid, 1973.
- * KOTHE: *Cómo utilizar los bloques lógicos*. Teide. Barcelona, 1975.
- * PAPY: *L'enfant et les graphes*. Didier. Bruselas, 1968.
- * PAPY: *Les enfants et la mathématique*. Didier. Bruselas, 1970.
- ◊ ROSSI DELL'ACQUA: *La teoria degli insiemi nella scuola dell-Obligo*. Zanichelli. Bologna. 1969.

3. HISTORIA Y DIVULGACION

- BERGAMINI: *Matemáticas*. Time. Life de bolsillo, 1969.
- FREUDENTHAL: *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Guadarrama. Madrid.

4. JUEGOS MATEMATICOS

- * PAPY: *Jeux binaires*. Hachette, Paris, 1971.
- * PAPY: *Jeux de graphes*. Hachette, Paris, 1971.
- * PAPY: *Jeux de groupes*. Hachette, Paris, 1971.
- * PAPY: *Jeux de nombres*. Hachette, Paris, 1971.
- * PICARD: *Mathématiques et jeux d'enfants*. Casterman, Bruselas, 1970.

5. SISTEMAS DE NUMERACION

- * *Cómo utilizar los bloques multibase de Z.P. Dienes*. Teide. Barcelona, 1971.
- * DIENES: Estados y operadores.
 - I. *Operadores aditivos*. Teide. Barcelona, 1971.
 - II. *Iniciación al álgebra*. Teide. Barcelona, 1971.
 - III. *Operadores multiplicativos*. Teide. Barcelona, 1972.
- * DIENES: *Fracciones*. Teide. Barcelona, 1972.
- * DIENES: *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. 4.ª edición. Teide. Barcelona, 1972.
- * DIENES. GOLDING: *Conjuntos, números y potencias*. 4.ª ed. Teide. Barcelona, 1972.

6. GEOMETRIA

- * DIENES: *Exploración del espacio y práctica de la medida*. 4.ª ed. Barcelona, 1973. Teide.
- * DIENES: *La geometría a través de las transformaciones*.
 - I. *Topología. Geometría proyectiva y afín*. 2.ª edic. Teide. Barcelona, 1972.
 - II. *Geometría euclidiana*. Teide. Barcelona, 1969.
 - III. *Grupos y coordenadas*. Teide. Barcelona, 1970.

7. ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

- GARBO: *Matemática para maestros*. Ediciones Mayma. Buenos Aires, 1974.
- MANESSE, LECOUBEZ: *Mat 001*. SGEL. Madrid, 1973.
 - Mat 002*. SGEL. Madrid, 1974.
 - Guía del profesor 001 y 002*.
 - Mat 003*. SGEL. Madrid, 1975.
 - Guía del profesor 003*.
 - Mat 004*. SGEL. Madrid.
- DEHL: *El mundo del número*. E.G.B. 1.º. Inter-duc. Madrid, 1975.
 - Guía Didáctica*. Inter-duc. Madrid, 1975.
- PAPY: *Matemática moderna*. I, II, III. Didier. Bruselas (Hay traducción española.)
- * POROT: *Actualización de la matemática I*. Teide. Barcelona, 1975.
- PRADA, CELA: *Barquero I*. Primer curso de E. G. B. 2.ª ed. Narcea. Madrid, 1974.

Barquero II. 2.º curso E. G. B. 2.ª ed. Narcea. Madrid, 1975.

Barquero III. Tercer curso E. G. B. Narcea. Madrid, 1973.

Matemáticas 4.º E. G. B. Narcea. Madrid, 1974.

Guía del profesor.

Matemáticas 5.º E. G. B. Narcea. Madrid, 1975.

* PUIG ADAM. *La matemática y la enseñanza actual*. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid, 1960.

◊ * ROANES. *Matemáticas para profesores de E. G. B.* Anaya. Madrid, 1973.

☐ *Trimat y cuatrimat*. Teide. Barcelona, 1972.

* WHITE. *Matemática y nueva pedagogía* Promoción Cultural. Barcelona, 1975.

☐ WINTER Y OTROS. *La nueva matemática*. E. G. B. 1.º. Interduc. Madrid, 1975.

Guía didáctica. Interduc. Madrid, 1975.

