

ESTUDIOS DE EDUCACION

LAS MATEMÁTICAS SÍ CUENTAN

INFORME COCKCROFT





LAS MATEMÁTICAS SÍ CUENTAN

Informe Cockcroft

**MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA
SUBDIRECCION GENERAL DE PERFECCIONAMIENTO DEL PROFESORADO**

MADRID, 1985

MAQUETA DE LA COLECCION

Luis López Gil

ILUSTRACION CUBIERTA

Salvador Victoria



**LAS MATEMÁTICAS
SÍ CUENTAN**

**Informe de la Comisión de Investigación
sobre la Enseñanza de las Matemáticas
en las Escuelas bajo la presidencia del**

Dr. W.H. Cockcroft

ESTUDIOS DE EDUCACION



Edición en castellano:
© Ministerio de Educación y Ciencia
Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado

Asesoría técnica y revisión de la traducción:
Joaquín Pérez Navarro

Título original: Mathematics Counts.
© Edición en inglés: Crown copyright 1982.

* * *

Primera edición: diciembre, 1985. Tirada: 3.000 ej.
Edita: Servicio de Publicaciones del Ministerio
de Educación y Ciencia

* * *

Impreso en España por GREFOL
Depósito Legal: M. 44.812-1985 I.S.B.N. 84-369-1260-8



Prólogo a la edición española

Ofrecemos a nuestros lectores la traducción al castellano del informe que, sobre la enseñanza de las matemáticas en Inglaterra y Gales, publicó la Comisión Cockcroft a principios de 1982. Esperamos que su difusión sirva para estimular la discusión en profundidad de los problemas que afectan a tal enseñanza en España.

En los países de nuestro entorno, la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias y secundarias se ha convertido, en los últimos 25 años en un tema de creciente interés y preocupación e, incluso, en cierto modo, en un «problema». El informe intenta analizar y dar respuestas para Inglaterra y Gales a dicho problema.

Algunos de los factores que han contribuido a esta situación general se pueden agrupar del siguiente modo:

Necesidad social de técnicos y científicos

La sociedad, dado su creciente carácter tecnológico, demanda técnicos y científicos cuya educación exige una preparación matemática larga y difícil. Las bases de esta preparación ha de ponerlas la escuela primaria y secundaria. Las ciencias sociales, por otra parte, han venido utilizando cada vez más los instrumentos matemáticos. No parece, sin embargo, que esta mayor exigencia de la formación matemática sea generalizable a grandes sectores de la población activa. Más bien parece que los procesos de automatización desarrollados en muchos sectores de la producción provocan una amplia brecha entre las distintas cualificaciones matemáticas exigidas en el trabajo, de modo que la mayoría necesita muy poca formación previa, mientras que una minoría requiere una intensa preparación académica y profesional. Así, ocurre que las necesidades matemáticas futuras de los alumnos son muy variables, y ello plantea difíciles problemas de selección de contenidos y de organización del currículo.

Generalización del acceso a la educación

El número de alumnos escolarizados en cada país ha aumentado en términos absolutos y relativos por razones conocidas, tanto demográficas como económicas. Se han ampliado las

etapas de escolaridad obligatoria y también han crecido fuertemente las tasas de escolarización en las etapas postobligatorias. La sociedad, al mismo tiempo que destinaba cada vez más recursos a la educación, ha visto en ella un poderoso medio de promoción social. Al sistema educativo se le ha encargado simultáneamente enseñar y seleccionar. En estas circunstancias, es natural que las cuestiones educativas, y la enseñanza de las matemáticas en particular, sean objeto de atención y preocupación social en mayor medida que antes. En este contexto cobran sentido las críticas, no del todo infundadas, según las cuales las matemáticas cumplen un importante papel de selección dentro del currículo escolar.

Desde el punto de vista didáctico, el aumento del alumnado obliga a replantearse programas y métodos que, más o menos válidos anteriormente, son claramente insatisfactorios ahora.

La conjunción de estos dos factores, necesidades muy variadas en la formación matemática de los alumnos y aumento del alumnado, ha agravado una tensión siempre presente en la enseñanza de las matemáticas. Efectivamente, la enseñanza a alumnos de distintos rendimientos y de diferentes intereses y expectativas plantea importantes preguntas en las que se entremezcla lo didáctico y lo social.

Desde luego, dicha tensión afecta también a otras asignaturas, pero se manifiesta con especial intensidad en ésta, debido a algunas de sus características especiales —difícil de enseñar, difícil de aprender, en palabras de este informe— y al importante papel que desempeña en los planes de estudio.

Introducción de las «matemáticas modernas»

Estrechamente relacionada con los dos factores aludidos, la reforma que introdujo las llamadas «matemáticas modernas» ha sido y es ella misma un factor que ha contribuido a mantener en permanente actualidad el problema de la enseñanza de las matemáticas, y ello por varios motivos. En primer lugar, ha sensibilizado a los padres. Ni conocían los nuevos contenidos ni veían clara la posible utilidad para sus hijos. En segundo lugar, ha provocado amplias discusiones entre los profesionales, tanto en su inicio¹ como en su frustrante desarrollo.

Es cierto que las cosas han sido distintas según los países. En Inglaterra los efectos no han sido muy profundos, como se verá en este libro. En Francia, que estableció unos programas

¹ Cf. «On the mathematics curriculum for the High School», manifiesto publicado en *American Mathematical Monthly* y *The Mathematics Teacher* en marzo de 1962. Hay traducción castellana en M. Kline, «El fracaso de las matemáticas modernas», Ed. Siglo XXI, Madrid 1976.

de contenido muy abstracto, las consecuencias negativas han sido mayores y la discusión pública ha sido dura y permanente. En España se siguió el modelo francés en cuanto a programas, pero la discusión pública ha sido muy escasa. Al igual que en otros países, se está rectificando esta reforma, pero, todavía hoy, muchos alumnos españoles están aprendiendo de memoria contenidos que no son capaces de comprender, en particular diversos conceptos relativos a conjuntos y a estructuras algebraicas.

Aceleración del desarrollo tecnológico

El rápido desarrollo tecnológico, especialmente en los procesos de información y automatización, hace necesario preguntarse si las matemáticas que se estudian hoy en las escuelas son las adecuadas para afrontar los problemas que se presentarán en el futuro a los alumnos. Es una opinión bastante extendida que la realidad cambiante a que se enfrentarán los alumnos de hoy, junto con la presumible disponibilidad de ordenadores, les exigirá más bien una capacidad de aprendizaje continuo que unos conocimientos concretos. Esto hace que tenga sentido un mayor énfasis en el aprendizaje de procesos frente al de contenidos, o al menos un mayor equilibrio entre ambos. El interés que actualmente suscita la «resolución de problemas» está probablemente relacionado con la anterior opinión, dejando aparte su propio valor didáctico y pedagógico.

Además, la expansión de los ordenadores plantea problemas específicos a la enseñanza de las matemáticas. Por un lado, es innegable su potencialidad como instrumento didáctico² y, por otro lado, parece evidente que su disponibilidad masiva influiría profundamente en el currículo de matemáticas en un plazo más o menos largo y, probablemente, en mucha mayor medida que lo que actualmente están haciéndolo las calculadoras³.

Medios para estudiar y afrontar los problemas de la enseñanza de las matemáticas

Sin entrar en una enumeración de los problemas que se plantean en la enseñanza de las matemáticas, si señalaremos su diversidad. Algunos problemas, especialmente de naturaleza didáctica, pueden ser abordados incluso por personas individuales. Otros requieren la acción de la administración educativa. En otros, todos los factores básicos están en juego: mate-

² Cf. NCTM 1984 Yearbook, «Computers in mathematics education», Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1984.

³ Cf. «The impact of Computing Technology on School Mathematics: Report of an NCTM Conference», en *The Mathematics Teachers* 78 (marzo 1985): págs. 243-250. Véase también nota 2.

máticas, alumnos, profesores y sociedad. Piénsese, por ejemplo, para este último caso, en el diseño de un nuevo currículo de matemáticas.

Para afrontar tal variedad de problemas se precisa, naturalmente, una variedad de medios y enfoques. La investigación didáctica llevada a cabo por especialistas, cuyos resultados se publican en libros y revistas, es una ayuda valiosa, si bien hay que señalar que ni aborda todos los problemas que se plantean en el aula, ni sus resultados tienen en general una aplicabilidad directa.

Una forma de dar respuesta a muchos problemas, a menudo infravalorada, es la propia innovación y experimentación en el aula. A largo plazo, quizá sea la más importante, a pesar de sus inevitables limitaciones, tanto institucionales como de tiempo y de preparación del profesor.

Otros modos de respuesta, que se han revelado como potentes instrumentos de cambio, son los «proyectos de desarrollo curricular». Por ser menos conocidos, puede merecer la pena detenerse brevemente en ellos. Aunque tales proyectos pueden adoptar distintas formas y procedimientos, y sus objetivos pueden ser muy variados, podríamos simplificar su descripción mediante las cinco características que les atribuyen Griffiths y Howson⁴:

- Son experimentos, lo que implica la necesidad de pruebas, realimentación, ajustes, y la posibilidad de fracaso.
- Hacen especial hincapié en la selección de los contenidos.
- Producen materiales diversos, como libros, películas, cuadernillos, guías de profesor, etc.
- Se basan en un amplio grupo de autores.
- Proveen la formación de los profesores en el uso de los materiales.

Este medio de investigación práctica se ha extendido con rapidez en algunos países, especialmente Gran Bretaña y Estados Unidos. Uno de los más conocidos e influyentes en Inglaterra es el *School Mathematics Project (SMP)*, que ha producido excelentes materiales de enseñanza. Conviene hacer notar que, si bien el modo de financiación de estos proyectos es variable, en general su estructura y objetivos los alejan de la lógica del beneficio comercial, constituyéndose así en una valiosa alternativa al libro de texto tradicional.

Por último, otro medio a tener en cuenta a la hora de abordar los problemas, especialmente en el nivel de un solo país, es la

⁴ Cf. H.B. Griffiths and A.G. Howson, «Mathematics: society and curricula», London, Cambridge University Press, 1974.

investigación tendente a detectar e identificar con precisión cuáles son esos problemas y qué factores y circunstancias los determinan. El informe que aquí se presenta es un buen ejemplo de ello. Parece claro que una información segura y completa de los problemas planteados es un punto de partida mínimo para su solución.

LA SITUACION EN ESPAÑA

Describiremos brevemente algunas de las características de la enseñanza de las matemáticas en España.

Insuficiencia del presupuesto educativo

Aunque los gastos en educación han experimentado un fuerte aumento en las dos últimas décadas, éstos han sido absorbidos en su casi totalidad por el aumento del alumnado. El elevado número de alumnos por aula es todavía hoy la prueba más clara de la escasez de recursos educativos. En estas condiciones, la enseñanza de las matemáticas es muy difícil y los problemas derivados de la diversidad de intereses y capacidades de los alumnos en un mismo grupo son casi insolubles. Esta escasez de recursos se ha reflejado también en la insuficiencia de medios y facilidades para el perfeccionamiento profesional del profesorado.

Modelo centralizado y programas únicos obligatorios

Aunque este aspecto centralizado está cambiando parcialmente, a medida que las Comunidades Autónomas se hacen cargo de sus competencias educativas, los programas únicos obligatorios han sido un factor de estancamiento, y todavía lo son, a pesar de que la postura oficial de los últimos años es más flexible y abierta a las innovaciones.

Programas de matemáticas insatisfactorios

Excesivos, rígidos, atentos casi exclusivamente a los conocimientos a adquirir, los programas no se ajustan ni a las capacidades reales de la mayoría de los alumnos, ni a sus intereses actuales y futuros. Las «matemáticas modernas» siguen ahí, sin cumplir sus pretendidos objetivos. Es cierto que, para ser precisos, los programas oficiales son guías escuetas publicadas en el BOE, a las que se puede dar contenido de muy diversas maneras. Sin embargo, su énfasis en la enumeración de temas, y las propias características de la industria editorial, han conducido a los libros de texto que tenemos. Estos libros de texto, que en general reflejan los aspectos negativos de los programas, han determinado gran parte, quizá la mayor parte, de la práctica docente de nuestro país en la enseñanza de las matemáticas.

Inadecuada formación inicial de los profesores

Todo profesor de matemáticas necesita, para que su labor sea

eficaz, una preparación suficiente y equilibrada, tanto en la disciplina propiamente dicha como en la enseñanza de ésta. La enseñanza de las matemáticas en EBG, con alumnos desde 6 hasta 14 años, plantea problemas cuya dificultad no se ha valorado suficientemente. Teniendo en cuenta, además, que los profesores han de impartir también otras asignaturas, puede afirmarse que en muchos casos su formación matemática inicial es insuficiente. Al mismo tiempo, la formación inicial de los profesores de BUP y FP, en su aspecto profesional educativo, es inexistente en la mayoría de los casos. En términos generales, la Universidad ignora el problema de su formación didáctica.

Sensación de fracaso y desconcierto

El alto número de suspensos en matemáticas y la conciencia de que los alumnos no aprenden en la medida esperada, está extendiendo entre los profesores, los alumnos y los padres la idea de que «algo va mal», manifestada unas veces como sensación de fracaso, otras como desconcierto, a menudo como frustración.

Signos de cambio

Un número creciente de profesores está tomando en sus centros iniciativas en la interpretación y adaptación de los programas de matemáticas, que incluyen eliminación, reordenación y ampliación de los contenidos del currículo. También un número cada vez mayor discute fuera de su centro los problemas comunes (escuelas de verano, congresos, etc.). Algunos forman equipos o asociaciones estables y abordan algunos problemas que les son accesibles. Creemos, sin embargo, que esta labor es minoritaria, voluntarista muchas veces, e insuficiente.

Por otra parte, algunas iniciativas oficiales recientes, como la creación y puesta en marcha de los Centros de Profesores, y la experimentación de la Reforma de las Enseñanzas no Universitarias, son esperanzadoras en cuanto al problema que nos ocupa. En un contexto de recursos suficientes en educación, serían puntos de partida válidos para afrontar muchos de los problemas que se plantean en la enseñanza de las matemáticas.

EL INFORME COCKCROFT

El informe Cockcroft es el resultado del trabajo, durante tres años (septiembre de 1978 a noviembre de 1981), de una comisión creada por el gobierno británico a instancias del Parlamento.

Puede parecer dudosa a primera vista la oportunidad de publicar en España un estudio que hace referencia a la situación en Inglaterra y Gales, pero sin duda su lectura será muy

útil a todas las personas interesadas en la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, y ello por dos razones.

La primera es que muchos de los problemas estudiados son análogos en España. Piénsese, por ejemplo, en los aspectos puramente didácticos. Incluso cuando se abordan problemas diferentes, el tratamiento que de ellos se hace en este informe es instructivo. Así ocurre con las cuestiones más directamente relacionadas con la organización educativa británica, como la formación del profesorado o la influencia de los exámenes públicos nacionales sobre la práctica docente.

La segunda razón es que se trata de un trabajo bien hecho, al menos en el sentido de que posee una gran seriedad técnica. En efecto, la comisión se ha tomado más de tres años para su labor. Ha recibido informes y opiniones escritas de numerosísimas personas e instituciones, ha visitado escuelas, industrias y comercios, y ha mantenido reuniones con muchos profesores. En definitiva, ha buscado información y opinión en todos aquellos ámbitos que tuvieran alguna aportación que hacer. Por otra parte, no sólo ha hecho una intensa utilización del material que estaba disponible, sino que ha encargado o puesto en marcha estudios destinados a conseguir nueva información. Es el caso del estudio llevado a cabo entre la Comisión y el Consejo Asesor de la Enseñanza Permanente y de Adultos (ACACE), sobre las necesidades matemáticas en la vida adulta, y también del análisis de la investigación existente en la enseñanza de las matemáticas, encargada por la Comisión a los doctores Bell y Bishop. Igualmente, ha encargado la elaboración de muchas informaciones estadísticas pertinentes. Y ha resumido, en fin, informaciones, opiniones y recomendaciones en términos inteligibles para un público amplio.

Naturalmente, aun admitiendo que el trabajo es técnicamente bueno, se puede disentir de él en sus opiniones y en sus recomendaciones. El lector sabrá juzgarlas.

Quizá sea útil, no obstante, intentar realizar un breve esquema que dé una idea de conjunto del informe.

La Comisión encuentra insatisfactoria gran parte de la práctica de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias y secundarias de Inglaterra y Gales, tanto en los métodos como en los contenidos de dicha enseñanza. Se plantea, por tanto, estas dos preguntas básicas:

- ¿Qué matemáticas han de aprender los alumnos?
- ¿Cómo han de enseñarse?

Para poder responder a estas preguntas, estudia en profundidad, entre otras, las tres cuestiones siguientes:

- a) Necesidades sociales a las que hay que responder (matemáticas necesarias en la vida adulta, en el trabajo y en estudios posteriores).
- b) Características del aprendizaje de las matemáticas en estas edades.
- c) Influencia de los exámenes nacionales sobre la enseñanza de las matemáticas en las escuelas.

Da respuestas a las dos preguntas básicas planteadas y hace, para realizar en la práctica estas respuestas, numerosas propuestas, entre las que destacan:

1. Un currículo diferenciado (diferentes programas y métodos para diferentes alumnos), construido a partir de una lista básica de contenidos que a muchos resultará sorprendente por su modestia.
2. En cuanto al método de enseñanza apropiado, se propone no uno, sino una amplia variedad de métodos y estilos, que conformen una enseñanza equilibrada y ajustada a las características de los alumnos a quienes se imparte.
3. Un cambio en los exámenes nacionales que mejore su influencia en la práctica docente y los haga apropiados para una mayor proporción de alumnos.

Al mismo tiempo, tras un estudio de los factores organizativos y de los recursos materiales y personales disponibles y deseables, propone medidas relativas a:

- a) Organización adecuada de la enseñanza de las matemáticas y medios materiales necesarios para dicha enseñanza.
- b) Aumento de la oferta de profesores de matemáticas y mejora de su cualificación.
- c) Perfeccionamiento en ejercicio de los profesores actuales.

Reacciones y consecuencias

Aparte de la buena acogida y de la amplia atención que se le dispensó en Gran Bretaña, el informe está teniendo bastante repercusión a nivel internacional. En el ICME 5 (5.º Congreso Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas), celebrado en Australia en agosto de 1984, fue discutido en sesión plenaria, hecho inusual tratándose de un informe nacional.

Por lo que respecta a Inglaterra y Gales, las asociaciones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas aplaudieron unánimemente su aparición e, incluso, mantuvieron una dura polémica con los tribunales del examen a los 16 años, mos-

trándose a favor de las propuestas del informe, contradictorias con las de los propios tribunales⁵. Exceptuando una propuesta, seguramente desafortunada, relativa a incentivos económicos y profesionales para los profesores de matemáticas, y que fue ampliamente criticada por las asociaciones y sindicatos de profesores, las críticas al informe tendían más bien a reprocharle su falta de concreción en algunas cuestiones. Así, por poner un ejemplo relativo a la política educativa y otro relativo a la didáctica, la **Asociación de Profesores de Matemáticas (ATM)** le criticaba que hubiera dejado sin concretar la instrumentación efectiva de un buen plan de perfeccionamiento del profesorado⁶, mientras que David Fielker le reprochaba su vaguedad al describir y defender la necesidad del trabajo de investigación en los alumnos⁷.

Desconocemos si hubo críticas más frontales, pero parece cierto que el informe fue aceptado en Inglaterra y Gales como un buen punto de partida y como un marco de referencia válido.

Como es natural, lo difícil viene después. En un artículo publicado en *New Scientist*⁸, en mayo de 1985, el propio presidente de la Comisión, Wilfred Cockcroft, hacía un balance de la situación tras la publicación del informe y se mostraba satisfecho de la asignación de recursos adicionales para la enseñanza de las matemáticas, y de la revisión que está realizándose en el sistema de exámenes nacionales a los 16 años. Sin embargo, opinaba que quedaba aún mucho que hacer precisamente en lo más importante: la mejora de la práctica docente.

El informe trata de Inglaterra y Gales, no de España. Sin embargo, esperamos que su lectura sea también valiosa en nuestro país, embarcado en acciones y reformas que podrían contribuir a dinamizar la discusión pública sobre la enseñanza de las matemáticas y, más importante, sobre la educación en general.


JOAQUIN PEREZ NAVARRO
Madrid, 1985

⁵ Cf. *The Times Educational Supplement*, 6 de marzo de 1982.

⁶ Cf. *The Times Educational Supplement*, 29 de enero de 1982.

⁷ Cf. *Mathematics Teaching*, febrero de 1982.

⁸ Cf. Does mathematics still count?, *New Scientist*, 9 de mayo de 1985.




**Comisión de Investigación sobre la Enseñanza
de las Matemáticas en las escuelas primarias y secundarias
de Inglaterra y Gales**

MIEMBROS DE LA COMISION

Dr. W.H. Cockcroft (Presidente)	Vicerrector, New University of Ulster, Coleraine.
Mr. A.G. Ahmed	Jefe del Departamento de Matemáticas, Fairchildes High School, Croydon.
Catedrático M.F. Atiyah FRS	Catedrático de la Royal Society Research.
Miss K. Cross	Decano de la Facultad de Ciencias y Matemáticas, Accrington and Rossendale College, Accrington.
Mr. C. David	Director, Dyffryn Comprehensive School, Port Talbot.
Mr. G. Davies	Sección Política, Prime Minister's Office (dimitió en abril de 1980).
Mr. K.T. Dennis	Profesor, Dunmore County Junior School, Abingdon.
Mr. T. Easingwood	Profesor Adjunto de Enseñanza de las Matemáticas, Derby Lonsdale College of Higher Education, Derby.
Mr. H.R. Galleymore	Ex-director, Procter and Gamble Limited (designado en agosto de 1979).
Mr. R.P. Harding CBE	Jefe del Servicio de Educación, Buckinghamshire County Council.
Mr. J.W. Hersee	Director Ejecutivo, School Mathematics Project; Presidente, Schools Council Mathematics Committee.
Mrs. M. Hughes	Directora, Yardley Junior School, Birmingham.
Mr. A. McIntosh	Asesor Jefe de Matemáticas, Leicestershire County Council (dimitió en marzo de 1980).
Mr. H. Neill	Profesor de Matemáticas. University of Durham.
Mr. P. Reynolds	Asesor de Matemáticas, Suffolk County Council (designado en marzo de 1980).
Mr. O.G. Saunders MBE	Secretario para el Area de Gales, Association of Professional, Executive, Clerical and Computer Staff (designado en marzo de 1979).

Mr. H.P. Scanlon	Presidente, Amalgamated Union of Engineering Workers (dimitió en enero de 1979).
Miss H.B. Shuard	Subdirectora, Homerton College, Cambridge.
Dr. P.G. Wakely	Presidente y Gerente, Associated Engineering Developments Limited.
Councillor D. Webster	Presidente, Education Committee, Newcastle upon Tyne Borough Council.
Mr. L.D. Wigham	Estudiante del Certificado de Educación para Postgraduados, University of Leeds (designado en noviembre de 1978).
Mr. P.H. Halsey (Asesor)	Ministerio de Educación y Ciencia.
Mr. W.J.A. Mann HMI (Secretario)	Inspector Escolar.
Mr. El Basire (Secretario adjunto)	Ministerio de Educación y Ciencia.



10 de noviembre de 1981

Queridos Secretarios de Estado:

En nombre de la Comisión de Investigación sobre la enseñanza de las Matemáticas en las escuelas primarias y secundarias de Inglaterra y Gales, tengo el honor de presentarles nuestro informe.

Afectuosamente.

W.H. COCKCROFT

The Rt Hon Sir Keith Joseph Bt MP
Secretario de Estado de Investigación y Ciencia.

The RT Hon Nicholas Edwards MP
Secretario de Estado para Gales.



INDICE

	Pág.
LAS MATEMATICAS SI CUENTAN	
Introducción	XXV
Nota explicativa	XXXIII
PARTE 1	
1. ¿Por qué enseñar matemáticas?	1
2. Las necesidades matemáticas en la vida adulta	7
3. Las necesidades matemáticas en el trabajo	17
4. Las necesidades matemáticas en la enseñanza superior y postsecundaria	53
PARTE 2	
5. Las matemáticas en la escuela	69
6. Las matemáticas en la enseñanza primaria	103
7. Calculadoras y ordenadores	135
8. Evaluación y continuidad	149
9. Las matemáticas en la enseñanza secundaria	157
10. Los exámenes a los 16 años	193
11. Las matemáticas en el sexto curso (<i>sixth form</i>)	205
PARTE 3	
12. Medios para la enseñanza de las matemáticas	221
13. La oferta de profesores de matemáticas	227
14. Cursos de formación inicial	247
15. Ayuda al perfeccionamiento de los profesores de mate- máticas	265
16. Otras cuestiones	283
17. Pasos para avanzar	295
APENDICES	
1. Información Estadística	301
2. Diferencias en rendimiento matemático entre chicos y chicas, por Miss H.B. Shuard	333
3. Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión	353
4. Visitas a escuelas, empresas industriales y comercios; reuniones con profesores	369
5. Abreviaturas usadas en el texto del informe	371
Indice alfabético	373
Apéndice de la edición española	381



Introducción

En su informe publicado en julio de 1977, la Subcomisión de Interior, Arte y Educación de la Comisión Parlamentaria de Gastos declaró que «está claro, según las opiniones manifestadas repetidas veces por testigos, que existe un gran número de cuestiones sobre los conocimientos matemáticos de los niños, que necesitan un análisis más profundo del que nosotros hemos realizado en nuestra investigación. Estas hacen referencia a la aparente carencia de destrezas básicas de cálculo en muchos niños, las crecientes exigencias matemáticas que se ejercen sobre los adultos, la escasez de profesores cualificados de matemáticas, la multiplicidad de programas de matemáticas clásicas, modernas y mixtas, la falta de comunicación entre la enseñanza postsecundaria y superior, los empresarios y las escuelas, sobre las necesidades y opiniones de cada grupo, la inadecuada información sobre el contenido de los puestos de trabajo o sobre los resultados de los tests de selección y la responsabilidad de los profesores de matemáticas y otras asignaturas de dotar a los niños de las destrezas relacionadas con los números». La Comisión recomendó como «posiblemente la más importante de nuestras sugerencias» que la Secretaría de Estado de Educación y Ciencia realizara una investigación sobre la enseñanza de las matemáticas. En su respuesta, presentada al Parlamento en marzo de 1978, el Gobierno estuvo de acuerdo con que «los problemas reflejados en el informe de la Comisión necesitan un examen concienzudo» y anunció su decisión de «realizar una investigación que examine la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias y secundarias de Inglaterra y Gales, con atención especial a su efectividad e inteligibilidad y a la conexión entre el currículo matemático y las destrezas exigidas en la enseñanza postsecundaria, trabajo y vida adulta en general». Además, prometieron que la investigación examinaría la sugerencia de que se realizara un análisis completo de las destrezas matemáticas exigidas en el trabajo, y del problema de la proliferación de los programas de matemáticas en el nivel A y para mayores de 16 años.

Mandato

Nuestra Comisión se reunió por primera vez el 25 de septiembre de 1978 con el siguiente mandato:

«Examinar la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias y secundarias de Inglaterra y Gales, teniendo en

cuenta en particular las matemáticas exigidas en la enseñanza superior y postsecundaria, en el trabajo y vida adulta en general, y hacer recomendaciones»

**Reuniones
y Visitas**

La Comisión completa se ha reunido 64 días, incluyendo tres reuniones en régimen de internado. Sus grupos de trabajo se han reunido 143 días en total, y se han producido discusiones informales en muchas ocasiones. 54 escuelas y 26 compañías de Inglaterra y Gales han sido visitadas por miembros de la Comisión y se han realizado seis reuniones con grupos de profesores en diferentes partes del país. Pequeños grupos de miembros han visitado el Departamento Escocés de Educación en Edimburgo, el Instituto para el desarrollo de la Educación Matemática en Utrecht (IOWO), Holanda, el Instituto para la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Bielefeld, Alemania Occidental, y la Real Escuela Danesa de Estudios Educativos de Copenhagen; dos miembros han visitado compañías industriales en Nuremberg, Alemania Occidental. Varios miembros del Comité estuvieron presentes en el Cuarto Congreso Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas celebrado en la Universidad de California, en Berkeley, en agosto de 1980. Determinados miembros del Comité han sido invitados a asistir a las conferencias y reuniones de un cierto número de cuerpos profesionales.

**Comunicaciones
presentadas a
la Comisión**

Durante todo nuestro trabajo nos hemos sentido muy animados por la acogida que mucha gente ha dispensado a la realización de la investigación, y por la amable respuesta que hemos recibido a nuestras peticiones de información y testimonios escritos. Hemos recibido comunicaciones escritas, muchas de ellas de una extensión considerable, de 930 personas e instituciones muy diversas. 73 personas y grupos se han reunido con miembros de la Comisión para discutir el tema. Una lista de quiénes han presentado comunicaciones y de quienes se han reunido con miembros de la Comisión para discutir se da en el apéndice 3.

**Estudios sobre
la investigación
existente**

Cuando empezamos a considerar cuál sería el mejor modo de cumplir nuestro mandato, nos dimos cuenta de que necesitábamos más información detallada sobre las necesidades matemáticas en el trabajo y en la vida adulta en general, que la que probablemente recibiésemos, tanto por testimonios escritos como por nuestro propio esfuerzo. Por tanto, solicitamos al Departamento de Educación y Ciencia (DES) encargar dos estudios complementarios sobre las necesidades matemáticas en el trabajo y también un pequeño estudio sobre las necesidades matemáticas en la vida adulta. Uno de los estudios sobre las necesidades matemáticas en el trabajo se llevó a cabo en la Universidad de Bath bajo la dirección del profesor D.E. Bailey, ayudado por Mr. A. Fitzgerald de la Universidad de Birmingham; y el otro en el Centro Shell para la Enseñanza de las Matemáticas, de la Universidad de Nottingham,

bajo la dirección de Mr. R.L. Lindsay. El estudio sobre las necesidades matemáticas en la vida adulta fue realizado por la Sra. B. Seweel, en nombre tanto de la Comisión como del Consejo Asesor para la Educación Permanente y de Adultos. El DES también estuvo de acuerdo en encargarse de un análisis de la investigación existente sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que fue llevado a cabo por el Dr. A. Bell, de la Universidad de Nottingham, y el Dr. A. Bishop, de la Universidad de Cambridge. Los grupos directivos de todos estos estudios han incluido miembros de la Comisión, y la información relevante recibida se ha puesto a disposición de todos los implicados en estos estudios, de modo confidencial. Los informes que se han presentado han demostrado ser una considerable ayuda para nosotros. Nos remitimos a ellos y recurrimos a sus conclusiones en algunos de los capítulos que siguen. En una etapa posterior, el DES encargó un pequeño estudio sobre los profesores de matemáticas en las escuelas secundarias, que estuviesen en sus tres primeros años de enseñanza; esta tarea fue realizada para nosotros por la Fundación Nacional para la Investigación Educativa.

Publicaciones y Comunicaciones

Desde que empezamos nuestro trabajo, se ha publicado un considerable número de informes oficiales y otros escritos que se relacionan, totalmente o en parte, con la enseñanza de las matemáticas en las escuelas. Entre ellos están:

Del DES

Desarrollo en matemáticas: Informes n.º 1 y 2 del estudio sobre la Enseñanza Primaria (Estudios sobre la Enseñanza Primaria del APU).

Desarrollo en matemáticas: Informe n.º 1 del estudio sobre la Enseñanza Secundaria (Estudio sobre la Enseñanza Secundaria del APU).

Disposiciones de las autoridades locales para el currículo escolar.

Una base para la elección.

Propuestas para un Certificado de Educación Prolongada (Informe Keohane).

Exámenes en la Escuela Secundaria: un sistema único a los 16 años.

Una estructura para el currículo escolar.

El currículo escolar.

Exámenes a los 16-18 años: un trabajo consultivo.

Educación a los 16-19 años.

De la Inspección Escolar de Su Majestad (HMI)

La Enseñanza Primaria en Inglaterra (Informe de la Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Primaria).

Aspectos de la Enseñanza Secundaria en Inglaterra (Informe de la Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria).

Aspectos de la Enseñanza Secundaria en Inglaterra: Información complementaria sobre matemáticas.

Matemáticas de 5-11 años: un manual de sugerencias.

Desarrollos en los cursos de licenciatura del BEd.

El PGCE en el sector público.

La formación del profesorado y la escuela secundaria.

Una opinión sobre el currículo.

Del Consejo Escolar (Schools Council)

Las matemáticas a los 10 años (Documento de trabajo 61).

Las matemáticas en la escuela y el trabajo: un estudio de actividades de enlace (Documento de trabajo 68).

La estadística en las escuelas de 11-16 años: un análisis (Documento de trabajo 69).

El currículo práctico (Documento de trabajo 70).

De otras fuentes

Construyendo nuestro futuro (Informe de la Comisión Finnis-ton).

La financiación y organización de los cursos de Enseñanza Superior (Informe de la Comisión de Arte, Educación y Ciencia de la Cámara de los Comunes).

El Curso PGCE y la formación de profesores especialistas para las escuelas secundarias (Consejo de Universidades para la Formación del Profesorado).

Un programa de contenidos mínimos para las matemáticas de nivel A (Conferencia Permanente sobre Acceso a la Universidad y Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales).

Hemos estudiado todos estos documentos y hacemos referencia a varios de ellos a lo largo de este informe.

Desde que empezamos a trabajar, el Gobierno ha anunciado que los exámenes actuales de nivel O (ordinario) y CSE (Certificado de Enseñanza Secundaria) van a ser sustituidos por un sistema único de examen para los mayores de 16 años, que los niveles A (avanzado) del GCE (Certificado General de Educación) se mantendrán, que el Certificado de Educación Prolongada no se pondrá en práctica, sino que habrá un examen prevocacional a partir de los 17 años, y que se está tomando en consideración la introducción de niveles intermedios (nive-

les I). Hemos considerado las implicaciones de estas previsiones respecto a las matemáticas.

Información Estadística

Como resultado del trabajo que ha realizado para nosotros la Sección de Estadística del DES y el Registro Estadístico de Universidades, hemos podido obtener una gran cantidad de información de la que hasta ahora no habíamos dispuesto. Nos referimos a esta y a otras informaciones existentes, de vez en cuando a lo largo del informe. En general, citamos esta información en términos resumidos o la presentamos en forma de diagramas. Las tablas detalladas de las que se toma la información se presentan en el apéndice I, que también da en cada caso la fuente de la que se ha obtenido. Este apéndice contiene también algunas tablas a las que no se hace referencia directa en el texto, pero que creemos de interés. El apéndice trata, donde es pertinente, de cualquier supuesto que haya sido necesario hacer con el fin de preparar las tablas, e incluye breves comentarios sobre algunas de ellas.

Opiniones del pasado

A la luz de la crítica actual de los niveles, es interesante reunir una colección de citas de documentos de varios tipos, algunos de los cuales se remontan al siglo pasado, que llaman la atención sobre los supuestamente pobres niveles matemáticos de la época. Nos contentamos con ejemplos de hace aproximadamente un siglo, medio siglo y un cuarto de siglo.

En aritmética, siento decir que se han obtenido peores resultados que nunca. Esto es parcialmente atribuible, sin duda, tanto al modo de concebir dicha disciplina como al hecho de exigir bastante más inteligencia que antes: los fallos son casi invariablemente atribuibles a una enseñanza errónea.

Los fracasos en aritmética son principalmente debidos a la escasez de buenos profesores.

Los comentarios anteriores están tomados de unos informes del Cuerpo de Inspectores, escritos en 1876.

«Muchos que mantienen una actitud crítica respecto a la capacidad de los jóvenes que han pasado por las escuelas elementales públicas, han experimentado cierta inquietud respecto a la condición de los conocimientos aritméticos y su enseñanza en la actualidad. Se ha dicho, por ejemplo, que la exactitud en el manejo de números no alcanza el nivel al que se llegó hace 20 años. Algunos empresarios expresan sorpresa y preocupación por la incapacidad de los jóvenes para realizar operaciones numéricas sencillas relacionadas con los negocios. Algunos profesores de escuelas nocturnas se quejan de que los conocimientos de aritmética mostrados por sus alumnos no satisfacen sus

expectativas. A veces se pretende en consecuencia, aunque sin el apoyo de una evidencia definitiva, que el profesor, sin más dilación, ataque este problema con la energía o resolución que exige el crédito de sus predecesores».

El extracto precedente procede de un Informe de la Comisión de Educación del año 1925.

«El nivel de conocimientos matemáticos de los participantes en los cursos de comercio es a menudo muy bajo... La experiencia muestra que un gran número de participantes ha olvidado cómo operar con fracciones decimales y ordinarias simples, tienen ideas muy vagas sobre algunos procesos aritméticos fáciles, y no conservan ni el menor indicio de conocimientos de álgebra, gráficos o geometría, si es que alguna vez poseyeron alguno. Pueden esperarse algunas mejoras como consecuencia del aumento en la edad de terminación de los estudios, pero aún no existe ninguna evidencia de cualquier cambio importante.»

Nuestra última cita la hemos tomado de un Informe de la Sociedad Matemática de 1954; la edad de terminación de estudios subió hasta los 15 años en 1947.

Se ve claramente que la crítica de la enseñanza de las matemáticas no es nueva. En efecto, en todo el tiempo que hemos estado trabajando, hemos sido conscientes de que, durante muchos años, habían sido publicados por diferentes fuentes gran cantidad de consejos para profesores sobre una buena práctica en la enseñanza de las matemáticas. Estas incluyen las publicaciones del DES, del Cuerpo de Inspectores, del Consejo Escolar y de las asociaciones profesionales de matemáticas. También existen referencias a la enseñanza de las matemáticas en los informes de las Comisiones de Investigación, por ejemplo la Comisión Newsom. Muchos de estos consejos son todavía hoy pertinentes y sirven como base de nuestro propio trabajo.

Planteamiento
general

Al escribir nuestro informe hemos intentado en lo posible evitar el uso de un lenguaje técnico, y plantear nuestras opiniones de modo que sean entendidas, tanto por los matemáticos como por los que no lo son. Por esta razón, en ocasiones hemos omitido detalles que, de haber sido escrito sólo para los relacionados con la enseñanza de las matemáticas, habríamos incluido. Esperamos que aquéllos que hubiesen deseado que planteásemos determinadas cuestiones con más detalle, entenderán la razón de porqué hemos utilizado en determinados momentos una especie de «brocha gorda». Esperamos que nuestro intento de llamar la atención sobre aquellos aspectos de la enseñanza de las matemáticas que creemos son de fundamental importancia, será útil tanto dentro como fuera de la clase.

Queremos insistir en que muchos de los capítulos de nuestro informe, y especialmente los de la parte 2, están interrelacionados. Por ejemplo, en los capítulos 5 y 6 discutimos los elementos de la enseñanza de las matemáticas con cierto detalle. El hecho de que no repitamos este planteamiento en el capítulo 9 (Las matemáticas en la enseñanza secundaria), y que, sin embargo, nos preocupemos más de cuestiones sobre el contenido y la organización del programa, no significa que los métodos de enseñanza que hemos recomendado en los primeros capítulos no sean aplicables igualmente a la etapa de secundaria. Por tanto, tenemos la esperanza de que quienes lean nuestro informe lo vean de forma global, como un todo.

En nuestro informe no hemos considerado las necesidades de los alumnos con grandes dificultades de aprendizaje. Esperamos, sin embargo, que quienes enseñan a alumnos de este tipo, encuentren ayuda, tanto en nuestro planteamiento de la enseñanza de las matemáticas en general, como de las necesidades matemáticas de la vida adulta.

Reconocimientos

Nos gustaría expresar nuestro agradecimiento a todos los que nos han escrito y a aquéllos con los que hemos mantenido charlas tanto formal como informalmente. Nos sentimos agradecidos por la ayuda que hemos recibido de los directores, profesores y alumnos de las escuelas que hemos visitado, de los profesores con los que hemos mantenido reuniones en diferentes partes del país y de todos aquéllos con los que hemos tratado durante nuestras visitas a comercios e industrias. Igualmente, estamos agradecidos a aquéllos que prepararon amablemente estas visitas y encuentros. Deseamos dar las gracias al Departamento de Educación Escocés por preparar nuestra visita a Edinburgo y a las personas que visitamos en Dinamarca, Holanda y Alemania Occidental, por su ayuda y por las medidas que tomaron en nuestro nombre.

Debemos reconocer nuestro agradecimiento a las personas que han llevado a cabo los diferentes estudios sobre la investigación existente y también a quienes, en la Sección de Estadística del DES y el Registro Estadístico de Universidades, han realizado un importante trabajo y encontrado las vías para responder a nuestras preguntas. Estamos muy agradecidos por la ayuda que hemos recibido de muchos funcionarios del DES, en particular de nuestro asesor, Mr. P.H. Halsey; y de miembros del Cuerpo de Inspectores, especialmente de Mr. T.J. Fletcher, que, respondiendo a nuestras invitaciones, ha asistido a muchas de nuestras reuniones.

Deseamos también expresar nuestro agradecimiento por la ayuda y el apoyo que hemos recibido de los miembros del Secretariado de la Comisión. Mr. W.M. White se responsabilizó de obtener, ordenar e interpretar una gran cantidad de

información estadística. Mr. E.L. Basire, nuestro secretario adjunto, Miss E. Kirszberg y Mr. R.W. Le Cheminant, además de sus propias obligaciones, han aportado mucha ayuda personal a los miembros de la Comisión.

Entre aquéllos de los que nos sentimos deudores, se encuentra nuestro secretario, Mr. W.J.A. Mann, inspector del HMI. Nos damos cuenta del peso que hemos puesto sobre sus espaldas y del modo consciente en que él ha aceptado la carga. Más que a nadie, le estamos muy agradecidos por el modo eficiente y capaz en que ha tomado el resultado de nuestras deliberaciones difusas y variadas y lo ha convertido en un todo coherente.



Nota explicativa

A lo largo del informe existen determinados pasajes que están impresos en negrita. Al seleccionar estos párrafos, hemos elegido aquéllos que, o se relacionan con cuestiones que consideramos importantes para todos nuestros lectores, o impulsan a la acción a aquéllos que están fuera de la actividad escolar. Esto quiere decir que, especialmente en los capítulos del 5 al 11 que tratan de modo particular la enseñanza de las matemáticas, no hemos escogido muchos de los párrafos en los que hacemos sugerencias relacionadas con la práctica de clase. Como hemos apuntado en la introducción, los capítulos del 5 al 11 están interrelacionados y no hemos deseado llamar la atención sólo sobre determinados párrafos, salvo que dichos párrafos cumplieran completamente los criterios expuestos.

De ningún modo consideramos que los párrafos en negrita constituyan un resumen del informe.



Parte 1

1. ¿Por qué enseñar matemáticas?

1: Sin duda alguna, existe un convencimiento general de que todos los niños deben estudiar matemáticas en la escuela; en efecto, el estudio de las matemáticas, junto con el de la lengua, es considerado por la mayoría de las personas como esencial. Podría argumentarse, por tanto, que no hay necesidad de responder a la pregunta que hemos utilizado como encabezamiento de este capítulo. Sería muy difícil, puede que imposible, vivir de modo corriente en muchísimas partes del mundo en este siglo sin hacer uso, de alguna forma, de las matemáticas. Este hecho en sí mismo podría considerarse razón suficiente para enseñar matemáticas y, en cierto modo, es así. Sin embargo, creemos que es mejor tratar de proporcionar una respuesta más detallada.

2: Las matemáticas son sólo una de las muchas asignaturas que se encuentran en el currículo escolar, si bien existe mayor presión para que los niños destaquen en matemáticas que, por ejemplo, en historia o geografía, a pesar de que se acepta de modo general que estas asignaturas deben también formar parte del currículo. Esto sugiere que las matemáticas se ven, de algún modo, como especialmente importantes. Si preguntamos porqué, una de las razones que frecuentemente se aducen es que las matemáticas son «útiles»; es claro, también, que esta utilidad se ve de modo diferente a la de las otras asignaturas del currículo.

La utilidad de las matemáticas se percibe de distintas formas. Para muchos se ve en términos de los conocimientos aritméticos que son necesarios en casa, la oficina o el taller; algunos ven las matemáticas como la base del desarrollo científico y la tecnología moderna; otros dan más importancia al creciente uso de las técnicas matemáticas como una herramienta de gestión del comercio y la industria.

3: **Creemos que todas estas diferentes concepciones de la utilidad de las matemáticas proceden del hecho de que éstas proporcionan un medio de comunicación que es poderoso, conciso y sin ambigüedades.** Aunque, incluso muchos de los que consideran que las matemáticas son útiles, probablemente no

expresarían la razón en estos términos, creemos que la razón principal para que se enseñe matemáticas a todos los niños es el hecho de que las matemáticas se pueden usar como un poderoso medio de comunicación.

4: Las matemáticas se pueden utilizar para presentar información de muchos modos, no sólo por medio de números y letras sino también a través del uso de tablas y diagramas, así como gráficos y dibujos técnicos o geométricos. Además, los números y otros símbolos que se usan en matemáticas se pueden combinar y manipular sistemáticamente, de modo que a menudo es posible deducir información adicional respecto a la situación a que hacen referencia las matemáticas. Por ejemplo, si se nos dice que un coche ha ido durante 3 horas a una velocidad media de 20 millas por hora, podemos deducir que ha cubierto una distancia de 60 millas. Para lograr este resultado utilizamos el hecho de que:

$$20 \times 3 = 60$$

Sin embargo, esta afirmación matemática representa también el cálculo requerido para conocer el coste de 20 artículos, cada uno de los cuales cuesta 3 peniques; la superficie de alfombra que necesitamos para un pasillo de 20 metros de largo por 3 de ancho, y muchas otras cosas más. Esto proporciona una ilustración del hecho de que la misma afirmación matemática puede proceder de, y representar, situaciones muy diferentes. Este hecho tiene importantes consecuencias. Puesto que la misma afirmación puede estar relacionada con más de una situación, los resultados que se han obtenido al solucionar un problema producido por una situación concreta, a menudo se pueden aplicar a otra diferente. De este modo, las matemáticas se pueden usar no sólo para explicar el resultado de un hecho ya ocurrido, sino también, y quizás más fundamentalmente, para predecir el resultado de un hecho que todavía no ha tenido lugar. Una predicción de este tipo puede ser sencilla, por ejemplo, la cantidad de gasolina que se necesitará para un viaje, su costo y el tiempo que se tardará en realizarlo; o puede que sea compleja, tal como la órbita que describirá un cohete lanzado al espacio o el peso que puede soportar un puente con un diseño dado. Realmente, es la facultad de las matemáticas para predecir, lo que ha hecho posibles muchos de los avances técnicos de los últimos años.

5: Una segunda razón importante para enseñar matemáticas es su importancia y utilidad en otros muchos campos. Es fundamental para el estudio de la física y de las diferentes ingenierías. Aumenta su uso en medicina y biología, en geografía y en economía, en los estudios de empresa y de gestión. Es esencial para realizar operaciones en la industria y el comercio, tanto en oficinas como en talleres.

6: A menudo se sugiere que las matemáticas deben estudiarse para desarrollar facultades de pensamiento lógico, precisión y visión espacial. El estudio de las matemáticas ciertamente puede contribuir a estos fines, pero su incidencia depende del modo en que se enseñen. Ni es su contribución la única; muchas otras actividades, y el estudio de algunas otras asignaturas, pueden desarrollar estas facultades también. Así pues, creemos que la necesidad de desarrollar estas facultades no constituye en sí misma una razón suficiente para estudiar matemáticas preferiblemente a otras materias. Sin embargo, los profesores deben tener conciencia de la contribución que las matemáticas pueden hacer en este aspecto.

7: El interés inherente de las matemáticas y el atractivo que pueden tener para muchos niños y adultos, nos proporciona otra razón más para enseñar matemáticas en la escuela. El hecho de que en muchos periódicos y revistas aparezcan «secciones de problemas de ingenio» demuestra que la atracción por los problemas relativamente elementales y «puzzles» es amplia; los intentos de solucionarlos producen un divertido placer y también, en muchos casos, conducen a una mayor comprensión matemática. Para algunas personas, también, el atractivo de las matemáticas puede ser incluso mayor y más intenso.

Por ejemplo:

Fynn, *Mister God, This is Anna*. Collins Fount paperbacks 1974.

«Ana y yo habíamos visto que las matemáticas eran algo más que resolver problemas. Eran una puerta hacia la magia, el misterio, los mundos del rompecabezas, mundos donde tenías que moverte con sumo cuidado, donde tú establecías tus propias reglas, donde tenías que aceptar toda la responsabilidad por tus acciones. Pero esto era incompresiblemente excitante.»

Aunque relativamente pocas personas puedan lograr la perspicacia y la sensación de asombro de la niña de 7 años Anna y del joven que escribió el libro, creemos que es importante que las oportunidades de alcanzarlo no les sean negadas a nadie. Efectivamente, esperamos que todos aquéllos que aprendan matemáticas resulten capacitados para percibir la "visión a través de la puerta" que muchas partes de las matemáticas proporcionan, y se animen a aventurarse a través de esta puerta. Sin embargo, tenemos que reconocer que existen algunas personas que, aunque puedan a veces vislumbrar su encanto mientras están interesados en actividades particulares, no ven en ellas ningún atractivo duradero y permanecen indiferentes o en algunos casos tremendamente hostiles a las matemáticas.

8: Existen otras razones para enseñar matemáticas, además de las que hemos presentado en este capítulo. Sin embargo,

creemos que las razones que hemos dado son más que suficientes para enseñar matemáticas a todos los niños y niñas, y que la más importantes de todas es el hecho de que las matemáticas se pueden utilizar como un poderoso medio de comunicación para representar, explicar y predecir.

9: Es interesante hacer notar dos usos diferentes que se han hecho de las matemáticas en el programa espacial del Voyager. No sólo se ha usado el poder de predicción de las matemáticas para planificar los detalles de los viajes de las dos naves espaciales Voyager, sino que se han incluido ejemplos de matemáticas en la información sobre la vida en la Tierra, que se introdujo en cada una de ellas, antes de ser lanzadas en 1977 a explorar el sistema solar exterior y convertirse, por tanto, en «emisarios de la Tierra en el reino de las estrellas».

La razón para incluir ejemplos de matemáticas se explica en estas palabras:

Sagan, Carl. *Murmurs of Earth*. Hodder and Stoughton 1979.

En nuestra opinión, las relaciones matemáticas deben ser válidas para todos los planetas, biología, culturas y filosofías. Podemos imaginar un planeta con hexafluoruro de uranio en la atmósfera o una forma de vida cuyo medio natural sea el polvo interestelar, aunque sean acontecimientos extremadamente improbables. Pero no podemos imaginar una civilización en la que uno más uno no sean dos, o haya un número entero entre el ocho y el nueve. Por esta razón, las relaciones matemáticas sencillas pueden ser incluso mejor medio de comunicación entre las diversas especies que las menciones a la física y astronomía. La primera parte de la información gráfica en el disco del Voyager es rica en aritmética, que también proporciona una especie de diccionario para la información matemática sencilla contenida en los últimos dibujos, como por ejemplo el tamaño de los seres humanos.

10: Las matemáticas proporcionan un medio de comunicación de la información conciso y sin ambigüedad porque hacen un uso amplio de la notación simbólica. Sin embargo, es la necesidad de usar e interpretar esta notación y de entender las ideas y conceptos abstractos que le sirven de base, lo que resulta un escollo para mucha gente. En efecto, la notación simbólica que capacita a las matemáticas para que se usen como medio de comunicación, y así ayuda a hacerlas «útiles», puede también hacer las matemáticas difíciles de entender y usar.


11: Los problemas que conlleva aprender a usar las matemáticas como un medio de comunicación no son los mismos que los de aprender el uso de la lengua materna. La lengua materna proporciona un medio de comunicación que se usa continuamente y que, para la mayoría de las personas, «se

produce naturalmente», aunque el dominio de la lengua necesite ser desarrollado y aumentado en la clase. Además, los errores de gramática o de ortografía, generalmente, no hacen ininteligible el mensaje que se está expresando. En cambio, las matemáticas no se adquieren de ese modo natural. No se están usando constantemente; tienen que aprenderse y practicarse; los errores tienen mayores consecuencias. Las matemáticas también expresan información de un modo más preciso y concreto que normalmente la palabra escrita o hablada. Por estas razones, mucha gente dedica mucho tiempo, no sólo a familiarizarse con las operaciones e ideas matemáticas, sino también a ir ganando confianza al usarlas. Quienes han sido capaces de conseguir esta confianza con relativa facilidad no deben infravalorar las dificultades que muchos otros sufren, ni la ayuda que pueden necesitar para ser capaces de entender y usar las matemáticas.

Consecuencias
para los
profesores

12: Concluimos este capítulo llamando la atención a los que enseñan matemáticas en las escuelas sobre las consecuencias que se derivan de las razones expuestas para enseñar matemáticas. **En nuestra opinión, el profesor de matemáticas tiene la tarea de:**

- posibilitar que cada alumno desarrolle, dentro de sus capacidades, la comprensión y destrezas matemáticas exigidas para la vida adulta, para el trabajo y para posteriores estudios y aprendizajes, teniendo siempre presente las dificultades que algunos alumnos experimentarán para lograr una comprensión apropiada;
- proporcionar a cada alumno las matemáticas que pueda necesitar al estudiar otras asignaturas;
- ayudar a cada alumno a desarrollar, en la medida de sus posibilidades, el gusto por las matemáticas mismas, y la conciencia del papel que han jugado y seguirán jugando en el desarrollo, tanto de la ciencia y la tecnología, como de nuestra civilización;
- y, sobre todo, hacer consciente a cada alumno de que las matemáticas le proporcionan un poderoso medio de comunicación.



2. Las necesidades matemáticas en la vida adulta

- 13: Muchos adultos en Gran Bretaña tienen gran dificultad incluso en cuestiones tan aparentemente simples como sumar dinero, comprobar el cambio en una tienda o calcular el coste de cinco galones de gasolina. Y no es que esas personas no tengan estudios o sean poco inteligentes. Son gente de toda condición, alguna con educación superior, pero son nulos en aritmética y querían hacer algo para remediarlo.

* *Make it count*. Un estudio de David Stringer. Independent Broadcasting Authority. 1979.

La cita anterior procede del prefacio de la investigación* basada en la serie «*Make it count*» de la Yorkshire Television, una serie de tres programas para adultos emitida por primera vez a toda la nación en 1978. En la conclusión del estudio leemos:

Durante esta investigación he llegado a la firme convicción de que la incompetencia numérica funcional está mucho más extendida de lo que cualquiera osara pensar.

14: Poco después de empezar nuestro trabajo, se nos proporcionó una copia de este estudio y, casi al mismo tiempo, el Consejo Asesor para la Educación Permanente y de Adultos (ACACE) llamó nuestra atención sobre el hecho de que una de las consecuencias del éxito de la campaña de alfabetización de adultos de los últimos años, había sido una creciente demanda de clases de aritmética para adultos. El Consejo nos transmitió parte de la experiencia obtenida durante su trabajo de alfabetización, y se lo agradecemos. En particular, el Consejo nos recomendó que, aunque la idea pudiese parecer tentadora, no nos planteásemos intentar definir las necesidades matemáticas de la vida adulta solamente en términos de algo así como una «lista de la compra» de las destrezas necesarias o deseables, sino que también investigásemos las actitudes respecto a las matemáticas, y las estrategias usadas por aquellas personas con capacidades matemáticas limitadas, al enfrentarse con las matemáticas necesarias en el quehacer de cada día.

15: Una vez que nos dimos cuenta de que las investigaciones realizadas para conocer las necesidades matemáticas de los

adultos eran muy escasas, decidimos, como resultado del estudio «Make it Count» y de nuestras discusiones con ACACE, solicitar del DES (Departamento de Educación y Ciencia) que encargara un pequeño estudio, que se realizaría en nombre de ACACE y de nuestra Comisión. Sugerimos que investigarían las necesidades matemáticas de los adultos en la vida diaria y, en particular, tratarían de identificar las estrategias que utilizaban aquéllos cuyas destrezas y conocimientos matemáticos eran limitados. Pensábamos que una investigación así resultaría útil para ambos organismos porque, aunque los problemas y métodos para la enseñanza de los adultos son diferentes de los correspondientes a los niños, la comprensión de las metas a alcanzar sería valiosa tanto para los que enseñan a adultos como para los profesores escolares. El resultado de esta investigación ha puesto de manifiesto una serie de cuestiones que creemos dignas de ser tenidas en cuenta, no sólo por los profesores sino también por muchas otras personas.

La investigación.

Los resultados del trabajo se pueden ver con detalle en *Uso de las matemáticas por los adultos en la vida diaria*: Bridgid Sewell, que se puede adquirir en el Consejo Asesor para la Educación Permanente y de Adultos. El Consejo Asesor ha publicado también un resumen del informe, junto con un resumen de los resultados de una encuesta Gallup, en *Rendimiento y capacidad matemática de los adultos*.

16: La investigación se realizó en dos etapas. La primera consistía en entrevistas diseñadas para cubrir cuatro áreas:

- Un tema de discusión de situaciones seleccionadas, relacionadas con la compra y asuntos de la casa en general, que pudieran requerir matemáticas.
- Breves preguntas sobre cuestiones tales como la lectura de tablas de horarios y el uso de calculadoras.
- Actitudes hacia las matemáticas.
- Información sobre los conocimientos básicos.

Estas entrevistas se diseñaron para que diesen alguna información de los niveles de competencia matemática, pero no exigían que se realizasen cálculos matemáticos específicos. Durante la primera etapa fueron entrevistadas 107 personas, elegidas para que reflejasen de la manera más aproximada posible los cinco grupos ocupacionales en los que el Registro General divide la población. Sin embargo, en cierto sentido, muchas más personas se vieron implicadas, pues se comprobó que existía una extendida reticencia a ser entrevistado sobre matemáticas. En palabras del informe:

«Se intentaron métodos de aproximación a las personas a entrevistar, tanto directos como indirectos, la palabra "matemática" fue sustituida por "aritmética" o "uso diario de los números", pero estaba claro que la razón por la que la gente rechazaba ser entrevistada era simplemente que se trataba de matemáticas... varios contactos personales iniciados por el director de la encuesta fueron también inflexibles en su rechazo. Evidentemente, existían algunos dolo-

rosos recuerdos que ellos tenían podían quedar al descubierto. Esta idea, aparentemente extendida entre los adultos, de las matemáticas como una materia intimidatoria, impregnó una gran parte de la selección de la muestra; la mitad de las personas consideradas como apropiadas para su inclusión en la muestra se negó a participar.»

17: En la segunda fase, casi la mitad de los que ya habían sido entrevistados fueron entrevistados de nuevo con mayor extensión. Se les invitó a responder a una serie de preguntas matemáticas sobre una gama de situaciones diarias, algunas de las cuales se relacionaban con los temas ya tratados en la primera entrevista; no fueron presionadas a responder, a menos que lo desearan, a las preguntas relacionadas con situaciones de las que ellos no tenían experiencia directa. Algunas preguntas exigían realizar cálculos específicos, algunas una explicación de método pero no cálculo, otras la interpretación de información presentada en términos matemáticos. Documentos originales tales como facturas, nóminas y tablas de horarios se usaron cuando se consideró oportuno; ninguna pregunta exigía un cálculo por sí mismo, desconectado de una situación real. Los entrevistados eran libres para responder de cabeza, usar lápiz y papel o una calculadora, como ellos prefiriesen.

18: Como la muestra de adultos había sido pequeña, ACACE decidió que sería deseable intentar validar de algún modo los resultados de la investigación. El Consejo Asesor acordó que una selección de preguntas, del tipo de las usadas en el trabajo, fuese incluida como parte de una encuesta nacional llevada a cabo por Gallup. Esta encuesta cubrió una muestra representativa de la población de Gran Bretaña con más de 16 años. Casi 3.000 personas fueron entrevistadas. Los resultados de esta encuesta, que se incluyen en el folleto de ACACE «Rendimiento y capacidad matemática de los Adultos», sugieren que los resultados de esta primera investigación no son atípicos en absoluto.

19: Existen, por supuesto, muchas personas que son capaces de enfrentarse, con confianza y competencia, a cualquier situación de su quehacer que les exija utilizar las matemáticas. Sin embargo, los resultados del estudio sugieren que a muchas otras les sucede lo contrario.

20: La característica más notable del estudio fue, quizá, observar hasta qué punto la necesidad de emprender incluso una aparentemente simple y fácil tarea matemática, podía provocar sentimientos de ansiedad, impotencia, miedo e incluso culpabilidad, en algunos de los entrevistados. No se encontró ninguna conexión entre la medida en que los entrevistados utilizaban las matemáticas y el nivel de sus títulos académicos; había licenciados en ciencias que afirmaban no utilizar

la aritmética, y otros sin títulos que demostraban un alto nivel de conocimientos aritméticos. Tampoco apareció conexión alguna entre la competencia matemática y los grupos ocupacionales; gente con amplia y variada competencia matemática se encontró en cada uno de los cinco grupos ocupacionales. Las apreciaciones que los entrevistados expresaron sobre sus competencias matemáticas no tenían mucho que ver con la medida en que las utilizaban. Hubo algunos entrevistados que dijeron que se manejaban con soltura y luego resultó que eludían los números, y otros que, aunque aparentemente competentes en su comportamiento diario, se mostraban muy inseguros respecto a las destrezas matemáticas que se pedían. También hubo otros que, mientras en situaciones familiares se sentían capaces, admitían estar al límite de sus conocimientos matemáticos y estaban angustiados por si se les exigía alguna cosa un poco más complicada.

21: Los sentimientos de culpabilidad a los que nos hemos referido anteriormente parecían ser especialmente destacables entre aquellas personas cuyos títulos académicos eran altos y que, consecuentemente, sentían que debían poseer un dominio seguro de las matemáticas, aunque no fuese el caso. Además, eran conscientes de que otros, para los que era evidente que ellos estaban bien cualificados en términos generales, daban por supuesto que también serían competentes en matemáticas. «La gente cree que si eres bueno en otras cosas, también lo serás en matemáticas» —aquéllos que académicamente no estaban bien cualificados, no se sentían culpables de la misma forma—. Algunos licenciados en letras que habían obtenido el nivel 0 en matemáticas, eran, no obstante, tan conscientes de su escaso dominio de la materia, que sus opciones para elegir carrera se redujeron seriamente como resultado de su determinación en evitar las matemáticas.

22: Hubo otro grupo que englobaba a quienes, aunque eran capaces de realizar los cálculos que se les exigían normalmente, tenían un sentimiento de insuficiencia, porque eran conscientes de que no usaban lo que para ellos era el método «adecuado»; en otras palabras, no utilizaban los métodos normales que se enseñan en las clases para realizar cálculos por escrito. De hecho, el estudio, aunque reveló una gran variedad de métodos para resolver las cuestiones planteadas, también puso de manifiesto que muchos individuos tenían sólo un método para abordar un problema dado. Si éste fallaba, o si el cálculo planteado se hacía demasiado incómodo, carecían de la capacidad y seguridad para afrontarlo con un método diferente. Ni siquiera, en algunos casos, eran conscientes de que podían existir otros métodos alternativos, y posiblemente más fáciles.

23: Lo mismo que algunos creían que siempre había un método «apropiado», otros pensaban que siempre debería

haber una respuesta exacta a las preguntas relacionadas con las matemáticas, por lo que se encontraban en dificultades cuando se hacía necesario aproximarse o redondear un resultado. «Me pierdo en largas sumas y nunca sé qué hacer con el resto». «Mi mente vacila ante los cálculos aproximados».

24: El fracaso y el desagrado consiguiente por las matemáticas se atribuía a menudo a alguna causa específica de los años jóvenes. Entre estas causas se encuentran los cambios de profesor o de colegio, ausencia por enfermedad, pasar a una clase superior o quedarse en una inferior, tener un profesor irascible o antipático que no supo resolver las dificultades, o incluso un exceso de expectativas por parte de los padres, normalmente el varón. La crítica de los maridos o las esposas, o de otros miembros de la familia, especialmente los comentarios sobre la lentitud o la necesidad de usar papel y lápiz en lugar de realizar el cálculo mentalmente, también erosionan la confianza y contribuyen a disminuir el uso de las matemáticas. «Me temo que tendré que escribirlo. Mi hermano puede hacerlo de cabeza». «Mi marido dice que soy estúpida».

25: El informe también se refiere a «aquellas personas que temían lo que entendían como características innatas del aprendizaje de las matemáticas, tales como la exactitud y rapidez, además del requisito tradicional de mostrar todo el trabajo en limpio. Esto recordaba las viejas ansiedades ocultas, producidas por el hecho de que el alumno conseguía una solución mentalmente y le pedían una solución mostrando un método que él no había utilizado». Esta percepción de las matemáticas, y especialmente la aritmética, como algo que se supone nos debe llevar a respuestas exactas mediante el uso del método apropiado, parecía estar bastante generalizada, a pesar del hecho de que los números que surgen en el quehacer diario necesitan algún tipo de redondeo o aproximación, muy a menudo.

26: Otra característica revelada por el estudio fue una extendida incapacidad para entender los porcentajes. Muchos de los entrevistados dijeron que no los entendían o que nunca los usaban. «Realmente me siento desesperado con los porcentajes». Otros que dijeron ser capaces de calcular el 10 por ciento y quizás, pero con dificultad, el 15 por ciento, indicaron que no serían capaces de afrontar las dificultades que representaba calcular el 8 ó el 12 por ciento. Tampoco parecían haberse dado cuenta de que con la introducción del sistema decimal se había hecho más fácil calcular los porcentajes de sumas de dinero que con el sistema antiguo. Es claro que los políticos, administradores, hombres de negocios, periodistas y anunciantes, todos suponen que a la larga el público comprenderá las muchas afirmaciones que expresan comparaciones en términos de porcentajes. El estudio indica que esto está muy lejos de la realidad, y los resultados de la encuesta

Gallup lo confirman. Aunque los que dicen que no entienden los porcentajes, probablemente se den cuenta de que, por ejemplo, un 12 por ciento de aumento es mayor que un 10 por ciento, parece como si no fuesen capaces de ver las diferencias en relación con su propio salario.

27: Otra pregunta demostró que una estadística que normalmente se expresa en términos de porcentaje, la de la tasa de inflación, se entiende aún menos. Muchos pensaban que una caída de la tasa de inflación se debía asociar con una caída global de precios (a pesar de que veían improbable que ocurriera tal cosa), más que con una disminución de la velocidad a la que los precios estaban subiendo.

28: La lectura de mapas y tablas de horarios fue otra área que presentó dificultades para muchos de los entrevistados, pero hubo un mayor índice de éxito en una pregunta que comprobaba la capacidad para leer un mapa y calcular la distancia entre dos puntos del mismo. El conocimiento de los tamaños relativos de las unidades métricas e imperiales de uso común no estaba muy difundido.

29: Casi el 70 por ciento de los entrevistados en la primera muestra tuvieron posibilidad de utilizar una calculadora si querían, pero un tercio dijo que nunca la había usado. Algunos de los últimos admitieron que no sabían cómo usar una calculadora y otros expresaron dudas y desconfianza: «yo nunca la uso porque corro el riesgo de cometer errores mayores». Hubo también algunos que defendían que «los cerebros son mejores» o que «las calculadoras te hacen un vago». Algunos que habían intentado usar una calculadora se habían descorazonado como consecuencia del gran número de decimales que aparecían, por ejemplo al dividir por 3, y habían perdido seguridad para perseverar y descubrir cómo interpretar las respuestas que habían obtenido. Por otra parte, hubo algunos, cuyas destrezas de cálculo eran pobres, para los que el uso de una calculadora lo hacía todo diferente. «Yo sé la teoría pero sin calculadora no podría hacerlo».

30: Se observaron muchas estrategias para enfrentarse con las exigencias matemáticas de la vida diaria. Estas incluían comprar siempre diez libras de gasolina, pagar siempre con cheques, llevar mucho más dinero que el necesario al salir de compras, para estar seguros de ser capaces de pagar las facturas sin apuros. Se observó una frecuente dependencia de los maridos, esposas o niños, que comprobaban y pagaban las facturas, que medían o leían los horarios; y también cierta dependencia de la experiencia anterior. Tristemente, también estaba claro que la poca capacidad matemática había impedido a algunas personas solicitar algunos empleos o seguir cursos de formación, que en otra situación les habría apete-

cido realizar. En este sentido, esas personas fueron incapaces de afrontar dichas exigencias matemáticas.

Las necesidades matemáticas en la vida adulta

31: ¿Cuáles son, entonces, las necesidades matemáticas en la vida adulta? En primer lugar, parece claro que apenas existe una parte de las matemáticas que cualquiera tenga que utilizar. Por ejemplo, los que no viajan en autobús o tren probablemente no tendrán necesidad de consultar los horarios. Los que no viajan en coche no necesitan comprar gasolina; los que no comen en hoteles o restaurantes no tienen por qué saber calcular el recargo por servicio. El estudio demuestra que algunas personas parece que no usan apenas las matemáticas porque han organizado sus vidas para evitar utilizarlas o para hacer uso de los conocimientos matemáticos de otros. Existe, sin embargo, muy poca gente que no necesite alguna vez leer números, contar, decir la hora o realizar una compra mínima. Esto, quizás, representa una lista mínima, pero es evidente que muchos de los que poseen sólo este mínimo de conocimientos matemáticos, lo mismo que aquéllos cuyos conocimientos son muy superiores, frecuentemente experimentan sentimientos de tensión, insuficiencia o impotencia, incluso aunque hayan encontrado métodos para afrontar sus necesidades de cada día.

32: Por tanto, aunque somos conscientes de que algunas personas no las lograrán todas, incluiríamos entre las necesidades matemáticas de la vida adulta la capacidad de leer números y contar, decir la hora, pagar por la compra y dar el cambio, pesar y medir, comprender tablas horarias sencillas y realizar cualquier cálculo necesario relacionado con éstas. Hay muchas personas que, como consecuencia de sus trabajos, sus aficiones o su propio interés en matemáticas, son capaces de lograr muchísimo más. Algunos desarrollan destrezas muy especializadas; por ejemplo, las que frecuentemente manifiestan los que juegan a los dardos o usan las agencias de apuestas hipicas.

Sin embargo, creemos que quienes enseñan matemáticas en las escuelas deberían hacer todo lo posible por asegurarse de que sus alumnos incluyen, como parte de sus conocimientos matemáticos, las habilidades que hemos enunciado.

33: Creemos también que, como un complemento necesario de la lista que hemos dado, es importante tener el «sentido del número» que permite hacer estimaciones y aproximaciones aceptables —por ejemplo, comprender que el coste de 3 artículos a 95 peniques cada uno sería un poco menos de 3 libras— y que permite llevar a cabo cálculos mentales sencillos.

34: Lo más importante de todo es la necesidad de tener la suficiente seguridad como para hacer un uso efectivo de cualquier

destreza y conocimiento matemático que se posea, ya sea poco o mucho.

**Competencia
numérica
(Numeracy)**

35: Las palabras «numeracy» y «numerate» aparecen en muchos de los documentos escritos que hemos recibido. A la luz de nuestro planteamiento en los párrafos anteriores, creemos que es apropiado preguntarse si la capacidad de afrontar con seguridad las necesidades matemáticas de la vida adulta, tal como las hemos descrito, se debe considerar suficiente para denominarla «numeracy».

* 15 to 18 Un informe del Consejo Asesor Central para la Educación. (Inglaterra). HMSO 1959.


36. El concepto de «numeracy» y la palabra misma aparecen por primera vez en el informe Crowther* publicado en 1959. En una sección dedicada al currículo del curso 6.º (sixth form), «numerate» se define como «una palabra que representa el reflejo exacto de la capacidad de leer y escribir». En párrafos posteriores se manifiesta con más claridad que esta definición pretende implicar un nivel bastante complejo de conocimientos matemáticos. «Por un lado... un conocimiento del método científico para el estudio de los fenómenos — observación, hipótesis, experimentación y verificación—. Por otro lado... la necesidad en el mundo moderno de pensar cuantitativamente, de darnos cuenta hasta qué punto nuestros problemas son de grado aunque aparezcan como cualitativos. La ignorancia estadística y las falacias estadísticas están tan difundidas y son tan peligrosas como las falacias lógicas que aparecen bajo el título de analfabetismo». «Cualquiera que sea la capacidad de un chico... si su competencia numérica (numeracy) se ha detenido en el nivel usual del 5.º curso (fifth form), se encuentra en peligro de caer en la incompetencia numérica (innumeracy).

37: En ninguno de los escritos que hemos recibido se usan las palabras «numeracy» o «numerate» en el sentido en que el Informe Crowther las define. En efecto, sin duda las palabras, en su uso común, han variado su significado considerablemente en los últimos veinte años. En la actualidad, apenas se las asocia con la ciencia, y el nivel de conocimientos matemáticos a que se refieren las palabras es mucho más bajo. Este cambio se refleja en las diversas definiciones que los diccionarios dan de estas palabras. Mientras que el Diccionario de Oxford define «numerate» como «familiarizado con los principios básicos de las matemáticas y las ciencias», el diccionario Collins dice «capaz de realizar operaciones aritméticas básicas».

38: La segunda de estas definiciones refleja el significado que seguramente quisieron expresar la mayoría de los que han usado las palabras en los escritos recibidos. Sin embargo, si queremos equiparar «numeracy» con la capacidad de afrontar con confianza las exigencias matemáticas de la vida adulta,

esta definición es demasiado restringida porque se refiere sólo a la capacidad de realizar operaciones aritméticas básicas, y no a la capacidad de usarlas con seguridad en las situaciones prácticas de cada día.

39: Nos gustaría que la palabra «numerate» supusiese la posesión de dos atributos. El primero de ellos es una familiaridad con los números y la capacidad de usar las destrezas matemáticas que permiten afrontar las exigencias matemáticas prácticas de la vida cotidiana. El segundo es cierta apreciación y comprensión de la información que se presenta en términos matemáticos, por ejemplo en gráficos, mapas o tablas, o referencias al aumento o disminución de porcentajes. Considerados en conjunto estos dos atributos suponen que una persona numéricamente competente (numerate) tendría que ser capaz de apreciar y comprender algunos usos de las matemáticas como medio de comunicación, tal como los describimos en el capítulo anterior. Estamos, de hecho, pidiendo más de lo que se incluye en la definición del Collins, pero no tanto como se supone en la del diccionario Oxford, aunque, naturalmente, cualquier persona que satisfaga los criterios de este último será numéricamente competente (numerate). **Nuestro propósito es que aquéllos que se proponen conseguir dicha cualidad para sus alumnos, presten atención a sus aspectos más amplios y no se contenten con desarrollar simplemente las destrezas de cálculo.**



3. Las necesidades matemáticas en el trabajo

Opiniones expresadas con anterioridad a la formación de la Comisión

* Cámara de los Comunes. Informe décimo de la Comisión de Gastos. *The attainments of the schoolleaver*. HMSO 1977.

40: Se deduce con mucha claridad del informe de la Comisión Parlamentaria de Gastos*, al que nos referimos en la introducción, que la gran cantidad de quejas procedentes de los empresarios sobre la escasa competencia matemática de algunos jóvenes que dejan la escuela fue una de las principales razones para que recomendase la constitución de nuestra comisión investigadora.

41: Creemos que estas quejas empezaron a ser conocidas en 1973 y 1974 como consecuencia de algunos artículos y cartas tremendamente críticos con la enseñanza de las matemáticas en las escuelas, y con «las matemáticas modernas» en particular, aparecidos en *Skill*, una hoja informativa publicada por el Consejo de Formación de la Ingeniería sobre programas de instrucción de grupos de dicha industria. Estas quejas continuaron en los años 1975 y 1976 con los artículos y cartas que aparecieron en *Blueprint*, el periódico del Consejo de Formación de la Ingeniería, que también manifestaban insatisfacción con los conocimientos matemáticos de algunas personas que entraban en el sector. Más extensas críticas aparecieron en artículos de periódicos y en los espacios de cartas al director durante esos años.

42: En un discurso pronunciado en el Ruskin College de Oxford en octubre de 1976, Mr. J. Callaghan, entonces Primer Ministro, dijo:

«He comprobado en mis últimos viajes que existen quejas por parte del sector industrial, en el sentido de que los jóvenes procedentes de las escuelas no tienen a veces las herramientas básicas para realizar el trabajo que se les exige... Existe inquietud respecto a los niveles de competencia numérica (numeracy) de quienes salen de la escuela. ¿No sería necesario un análisis profesional de las matemáticas exigidas por la industria en los distintos niveles? ¿Hasta qué punto son estas deficiencias el resultado de una coordinación insuficiente entre las escuelas y la industria? ¿Cuántas de las críticas sobre las destrezas básicas y actitudes se deben a los propios fallos de la industria más que al sistema educativo?»

43: En testimonio escrito a la Comisión Parlamentaria de Gastos, la Confederación de la Industria Británica (CBI) manifestó:

Los empresarios están cada vez más preocupados porque muchos de los jóvenes que salen de la escuela, particularmente los que la dejan a la edad establecida, no han adquirido un nivel aceptable en las destrezas fundamentales relacionadas con la escritura, la lectura, la aritmética y la comunicación. Así lo muestran los resultados de casi todas las encuestas educativas hechas entre los miembros de la C.B.I., y lo confirma el testimonio continuo de los jefes de formación en la industria y de los profesores de enseñanza postsecundaria, de que los jóvenes de 16 años y más no superan sencillos tests de matemáticas y necesitan clases de recuperación antes de que se puedan empezar los cursos de formación profesional y de enseñanza postsecundaria.

Como testimonio oral, un representante de la C.B.I. manifestó a la Comisión de Gastos:

Las matemáticas, creo —o la aritmética, que es realmente la principal preocupación, más que las propias matemáticas—, son la única materia que se saca a colación siempre como un problema. Parece que las necesidades de la industria son mayores a este respecto que las de cualquier otro sector. De este modo se hacen inmediatamente manifiestas al empresario las deficiencias en la educación de los niños.

Otro testimonio escrito a la Comisión de Gastos por el Consejo de Formación de la Ingeniería manifestó:

El Consejo de Formación de la Ingeniería, en los dos últimos años, recibió muchas críticas, con pruebas que las justificaban, del nivel de conocimientos, particularmente en destrezas aritméticas, de los jóvenes que salían de la escuela pidiendo entrar en los cursos de formación de técnicos y artesanos... En opinión del Consejo, la industria necesita un nivel más alto de conocimientos en matemáticas básicas entre los jóvenes que el que ahora poseen, y cree que, con una mayor cooperación entre la escuela y la industria, los niños pueden ser motivados para conseguirlo durante la escolaridad. Las matemáticas no son, sin embargo, simplemente una cuestión de destrezas manipulativas básicas. También es necesario conocer los conceptos, y éstos se enseñan mejor mediante los «métodos innovadores», que al parecer también aumentan la capacidad de adquirir las destrezas de planificación y diagnosis, de gran importancia para técnicos y artesanos.

44: Con las citas anteriores en mente —y podríamos haber transcrito muchas más—, ha sido preocupación nuestra

durante todo el tiempo que hemos estado trabajando, investigar las quejas sobre los bajos niveles de competencia numérica (numeracy) entre los jóvenes que inician su primer empleo, y la necesidad de mejorar la coordinación entre escuelas e industria.

Opiniones de los empresarios expresadas a la Comisión

45: Hemos recibido testimonios escritos, unos 200 en total, de grandes compañías, de equipos de formación de empresa, de la Confederación de la Industria Británica, del Congreso de los Sindicatos, de la Sociedad Británica de Cámaras de Comercio, y, con la ayuda de la International Rotary en Gran Bretaña e Irlanda, de muchos pequeños empresarios. Hemos estudiado los informes de las investigaciones realizadas sobre las necesidades matemáticas de distintos tipos de empleo, llevados a cabo en las universidades de Bath y Nottingham, y también hemos tenido acceso a las notas detalladas de las visitas a más de 100 compañías, sobre las que se habían basado estos informes. Miembros de la Comisión han visitado 26 firmas elegidas para abarcar un campo amplio de tipos de empleo. Durante estas visitas se pudo hablar con jóvenes empleados, así como con la dirección y personal de formación, y de este modo recibimos sus opiniones directamente. También hemos recibido testimonios orales de la C.B.I., de dos importantes equipos de formación y de grupos de pequeños empresarios.

46: El cuadro global que ha aparecido es mucho más alentador que lo que las primeras quejas nos habían llevado a suponer. Hemos encontrado poco descontento real entre los empresarios respecto a las capacidades matemáticas de los jóvenes contratados, excepto en el caso de los principiantes del ramo de ventas y en el de los aprendices de ingeniería, afectando ambos casos a un importante número de jóvenes; discutimos estos dos grupos en los apartados 53 y 54. También hemos encontrado pocos testimonios de que los empresarios tengan dificultades para conseguir jóvenes cuyos conocimientos matemáticos sean adecuados.

47: Puesto que nos preocupaba que pudiese haber una importante cantidad de críticas que no hubiesen llegado hasta nosotros, hicimos especiales esfuerzos para solicitar más testimonios. Sin embargo, entre otras iniciativas, un artículo publicado en el número de Skill de otoño de 1979, que llamaba la atención sobre la existencia de nuestra Comisión e invitaba a los lectores a escribirnos, tuvo como resultado una sola carta. Otro artículo publicado en el Financial Times en julio de 1980, provocó tres cartas, sólo una de las cuales contenía críticas importantes.

48: Los empresarios, en general, no han expresado nada más que ligeras reservas sobre la soltura en las destrezas aritméticas que poseen los jóvenes que contratan; la poca soltura en

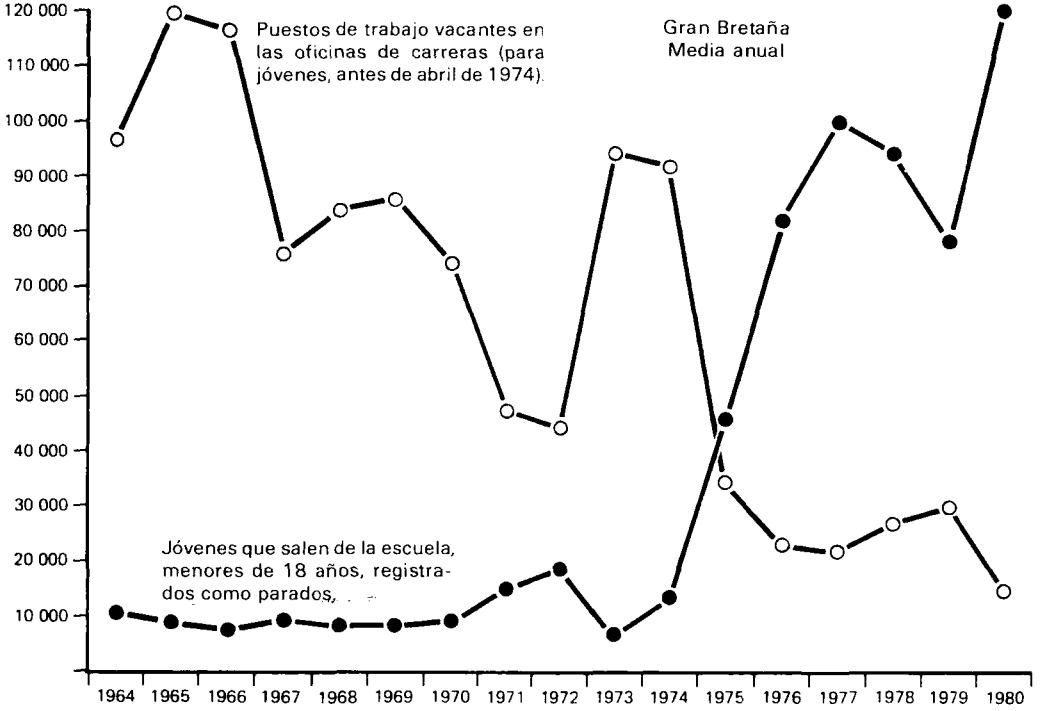
aritmética mental ha centrado la mayoría de los comentarios. Sin embargo, los empresarios nos han dicho también que, como consecuencia de la motivación que el empleo puede proporcionar, estos problemas pueden desaparecer pronto. Esta situación es consecuente con los primeros resultados, publicados en la primavera de 1980, del estudio «gente joven y empleo», que se está realizando en la Universidad de Lancaster bajo la dirección del profesor Gareth Williams. Estos revelan que, de una muestra de 300 empresas en Inglaterra y Gales, sólo el 14 por ciento criticó el nivel educativo de sus principiantes. Las críticas más comunes que se encontraron en el estudio de Lancaster fueron la incapacidad de tomarse el trabajo seriamente, falta de interés, desgana por el trabajo, pasarlo mal y baja asistencia.

49: Parecen existir diversas razones para este aparente cambio en las opiniones expresadas por los empresarios. En parte puede reflejar el esfuerzo hecho por muchas escuelas, creemos, para asumir las críticas expresadas durante el «Gran Debate». Puede también reflejar el número creciente de iniciativas locales que han llevado al establecimiento de distintos grupos de coordinación escuela/industria. Presentamos estos grupos en el apartado 103.

50: Creemos que existe una mejor comprensión por parte de los empresarios de los cambios que se han producido en el sistema educativo en los años de la postguerra y, en particular, del hecho de que, al pasar más jóvenes desde la escuela a la educación universitaria y superior, el reclutamiento de chicos entre los 16-18 años para trabajos de un nivel dado se está produciendo en un nivel de capacidad inferior al de los primeros años. Nosotros podemos añadir que nos animó oír a uno de los representantes de la C.B.I. llamar la atención, en una charla, sobre la experiencia de su propia compañía. Aunque alguno de los aprendices que entonces se estaban contratando tenía un nivel académico menor que algunos de sus predecesores, se estaban instruyendo con éxito para realizar trabajos más complejos que los que sus predecesores habían hecho. Los otros representantes de la C.B.I. estuvieron de acuerdo con esta opinión.

51: Posiblemente, otra razón de la actual escasez de críticas sea el alto porcentaje de desempleo entre los jóvenes, que permite a los patronos realizar una selección más fuerte que la habitual, por ejemplo, a mediados de los sesenta y principios de los 70. No es posible, por supuesto, cuantificar el grado en que estos jóvenes, actualmente desempleados, exhibirían deficiencias matemáticas en su trabajo, en una época de pleno empleo. Sin embargo, nos puede resultar relevante el cuadro de desempleo y puestos de trabajo notificados, para los jóvenes que salieron de la escuela durante los últimos 20 años, que se muestra en la figura I.

Figura 1: Puestos de trabajo vacantes para jóvenes y cifras registradas de paro juvenil.



- Notas: 1. Las líneas que unen los puntos se han dibujado para «guiar la vista»; los puntos intermedios de esas líneas no tienen ningún significado.
2. Según el reglamento de la Ley de Empleo y Formación de 1973, se abolió la división de responsabilidades, para los 18 años, entre las oficinas de empleo y las oficinas de carreras. Por consiguiente, los puestos de trabajo en las oficinas de carreras incluyen algunos propios de adultos y viceversa.

Fuente: Departamento de Empleo.

52: El aumento de la edad escolar hasta los 16 años en 1973, indudablemente tuvo algún efecto sobre los modelos de reclutamiento en 1973-4, pero esta fue también la época en que se hicieron públicas las quejas sobre la poca preparación de los jóvenes que dejaban la escuela, como por ejemplo las cartas y artículos que aparecieron en *Skill*. Parece posible que un alto nivel de empleo, y por tanto un menor grupo de aspirantes donde elegir, pueda originar mayores críticas de los empresarios sobre la formación matemática de sus jóvenes aprendices. No tenemos noticias de que a mediados de los 60 existiese la misma preocupación y, por tanto, la conexión entre pleno empleo y quejas debe tratarse con precaución. Además, los departamentos de formación de la industria estaban creándose justo entonces, por lo que no habría quizás muchos medios de expresión para las quejas de los empresarios. Sin embargo, aunque puede suceder que la reducción en la crítica sea en parte el resultado de los altos niveles de desempleo entre la gente joven, somos muy conscientes de que este hecho no debe hacernos considerar de modo complaciente el estado de la enseñanza de las matemáticas en el momento actual.

53: Ya hemos referido el hecho de que la mayoría de las críticas recibidas sobre jóvenes empleados tiene que ver con los que se inician en el ramo de ventas y con los que realizan el aprendizaje de ingeniería. Los primeros sufren las críticas más fuertes. Los que entran en el ramo de ventas al dejar la escuela a los 16 años, en general tienen muy poca o ninguna cualificación matemática, pero con frecuencia se les exige desde el principio dar el cambio, contar las existencias, rellenar impresos de almacenaje y calcular descuentos. Un empresario importante se nos ha quejado de que es necesario perder bastante tiempo enseñando a los nuevos dependientes a realizar tareas de esta índole.

54: Las quejas recibidas relativas a los aprendices de ingeniería parecen derivarse principalmente del rendimiento de los aspirantes en los tests de selección de las empresas, que con mucha frecuencia son sólo tests de capacidad de cálculo. Sin embargo, la mayoría de las críticas son relativas a los aspirantes rechazados. Comparativamente, los empresarios han expresado poca insatisfacción con el rendimiento matemático de los que han tomado como aprendices. Además, allí donde se presentan las dificultades, principalmente aritméticas, nos han informado que casi siempre las superan con relativa facilidad durante el primer año, al ganar los aprendices experiencia práctica en el trabajo, dándose cuenta así de porqué es necesario ser capaz de realizar ciertos cálculos específicos.

55: Es conveniente advertir ahora que, aun estando de acuerdo con la importancia de los conocimientos aritméticos, la EITB nos ha recalcado su opinión de que los tests sobre

destrezas aritméticas juegan un papel demasiado predominante en la selección de los aprendices de ingeniería, y que los conocimientos conceptuales, tales como la intuición espacial, la comprensión de órdenes de magnitud, aproximación y optimización, son de igual o mayor importancia. En los testimonios orales, uno de los representantes de la EITB nos manifestó su preocupación porque algunas escuelas, al reaccionar excesivamente a las críticas de la industria y dedicarse casi exclusivamente al cálculo, fracasaban por no dar a los alumnos una experiencia matemática más amplia, muy importante para el profesional que queremos.

56: Algunos informes hacían mención de la necesidad que muchos empresarios observan de proporcionar a los jóvenes empleados la llamada formación «reparadora». Nos hemos referido a ellos en los primeros apartados. Es importante antes que nada que distingamos los tres tipos de formación para los que se puede usar este término. El primero es la necesidad de recordar las destrezas olvidadas por la falta de práctica —y quienes trabajan en la enseñanza saben, no sólo cuanto puede «olvidarse» aparentemente durante las vacaciones de verano, sino también lo rápidamente que puede refrescarse la memoria. El segundo es la necesidad de ofrecer la oportunidad de familiarizarse con aquellas aplicaciones que, aunque frecuentes en un determinado trabajo y con matemáticas muy elementales, no se han visto en clase, y la necesidad de enseñar ciertas técnicas especializadas. El tercero es la necesidad de dedicar un tiempo a la formación «reparadora» propiamente dicha; en otras palabras, enseñar aquellas matemáticas que, aunque hayan sido incluidas en los cursos escolares, no se han entendido o se están usando de forma incorrecta.

57: Vemos razonable la necesidad de un cierto período, corto en cualquier caso, de formación de los dos primeros tipos; aunque somos conscientes de que ello representará algunas pérdidas para los pequeños empresarios y para los negocios con una rápida rotación de personal. Por otra parte, aceptamos que los empresarios tienen razón cuando atribuyen a las escuelas la responsabilidad por el tercer tipo de formación mencionado. Sin embargo, no siempre es fácil trazar una línea entre ambas categorías. Hemos observado, a lo largo de nuestro trabajo, que en muchas partes se espera un nivel matemático demasiado alto en los jóvenes que salen de la escuela; lo discutimos en el apartado 189. Esta es una de las muchas razones de la gran importancia que tiene la conexión entre empresarios y escuelas, que trataremos posteriormente en este capítulo.

58: Hay otro punto al que queremos prestar atención. Como consecuencia del alto nivel de desempleo que hay entre la gente joven actualmente, la falta de uso de las matemáticas por su parte puede llevarles a un grado de «atrofiamiento» que

exigirá cierta comprensión por parte de los empresarios a los que estos jóvenes soliciten empleos, y quizás también una ayuda especial.

Las investigaciones

59: Volvamos ahora a los resultados de las dos investigaciones sobre las necesidades matemáticas de varios tipos de empleo, que se realizaron en la Universidad de Bath y en el Centro Shell de Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Nottingham. Para ser breves de ahora en adelante nos referiremos a ellas como el estudio de Bath y el de Nottingham.

60: Los informes obtenidos de estos estudios son de gran amplitud. Sólo tenemos espacio en este informe para tratar los puntos que creemos más significativos. Esperamos que se encuentren los medios para que los resultados detallados de estos estudios se conozcan ampliamente *** creemos que servirán de ayuda para quienes enseñan en escuelas y «colleges», y para quienes se dedican a emplear y preparar a los jóvenes. Creemos también que pueden resultar de considerable interés a una gran cantidad de público.**

* Copias del estudio de Bath *Mathematics in employment 16-18* se pueden conseguir en la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Bath.

(Algunos informes basados en el Estudio de Nottingham se pueden obtener en el Shell Centre for Mathematical Education de la Universidad de Nottingham).

61: Ambos estudios prestaron particular atención a los posibles tipos de empleos para los jóvenes que dejan la escuela entre los 16-18 años. Sin embargo, ambos incluían algunos trabajos que, a causa de restricciones, legales o no, eran sólo para mayores de 18 años, cuando dichos trabajos no exigían una experiencia o cualificación mayor que la obtenida en la escuela.

62: El estudio de Bath se diseñó para cubrir una muestra tan amplia y representativa como fuese posible de las diversas categorías de empleo. Se visitaron más de 90 empresas y otros establecimientos, y se dedicó bastante tiempo a observar el trabajo mientras se realizaba y a discutir con los empleados, con la dirección y con el personal de formación.

63: El estudio de Nottingham se diseñó para completar el trabajo realizado en Bath, profundizando más en las áreas más específicas del trabajo en oficinas y de ventas, agricultura, y ocupaciones en el sector sanitario de la Seguridad Social a las que tienen acceso quienes salen de la escuela entre los 16 y 18 años. Se recurrió también a un trabajo similar que ya se había emprendido en otras áreas, especialmente en la formación de los aprendices de ingeniería. Ambos estudios pusieron gran interés en obtener información de primera mano. Se escribió un informe sobre cada visita, de acuerdo con la empresa o establecimiento interesado.

64: El informe del estudio de Bath llama la atención sobre el hecho de que es posible, cuando se observa el trabajo en curso, describir determinados aspectos de éste en términos matemáticos. Por ejemplo, el concepto matemático de simetría

geométrica se encuentra dentro de muchos procesos industriales; es posible describir diferentes métodos de apilar y empaquetar en términos geométricos o en términos de ordenación y clasificación. Sin embargo, si los conceptos matemáticos implicados se han encontrado alguna vez en clase, el empleado probablemente no analizará conscientemente en tales términos las operaciones que se estén realizando; y, aunque lo hiciese, no tendríamos por qué pensar necesariamente que hace su trabajo mejor.

65: Por otra parte, muchos empleos exigen al trabajador un uso explícito de las matemáticas —por ejemplo, medir, calcular dimensiones a partir de un dibujo, calcular costos y descuentos. En estos casos, el trabajo no puede ser realizado sin recurrir a las matemáticas necesarias, y es a este último uso de las matemáticas al que nosotros nos referimos en los apartados que siguen. Sin embargo, incluso cuando se usan las matemáticas, la repetición frecuente y la familiaridad creciente con una tarea, pueden conducir a que deje de pensarse en ello como matemáticas y se convierta en un parte casi automática del trabajo. Un comentario que se oyó mucho — «Esto no es matemática, es sentido común»— es un ejemplo de ello y, realmente, indica un «andar por casa» con esa parte concreta de las matemáticas, que queremos elogiar.

66: Ambos estudios tratan la diversidad de las clases de empleo existentes, la variedad de las exigencias matemáticas en cada uno, y las diferencias considerables que se encuentran incluso dentro de ocupaciones a primera vista similares. Por tanto, no es posible presentar listas definitivas de los temas matemáticos que habría que conocer para realizar trabajos que tengan la misma denominación. Es, sin embargo, posible describir en términos generales los tipos y niveles de matemáticas que puede encontrar un amplio grupo de trabajadores. Estas descripciones se pueden ver entre los apartados 120 y 148, al final de este capítulo; los lectores que tengan interés por las necesidades matemáticas en el trabajo pueden desear estudiarlas antes de seguir adelante.

Algunos resultados comunes

67: Algunos resultados surgieron de los estudios con la suficiente regularidad como para suponer que posiblemente tengan una validez general; son los que tratamos a continuación.

ALCANCE DE LAS MATEMATICAS EXIGIDAS

68: Ambos estudios comprobaron que casi todas las matemáticas que la gente joven necesita, cualquiera que sea su trabajo, se encuentran incluidas en el actual nivel 0 y en los programas del C.S.E. variante 1*. Incluso el programa restringido que exigen algunos tribunales para obtener el CSE a

* Las formas de examen varían según el grado de participación de las escuelas de los candidatos. Las variantes principales son:

1. Los exámenes son realizados por el tribunal sobre programas establecidos y publicados por el mismo.

2. Los exámenes son realizados por el tribunal sobre programas elaborados por escuelas individuales o grupos de escuelas, y que han sido aprobados por el tribunal.

3. Los exámenes son establecidos y corregidos por las escuelas, pero presididos por el tribunal.

un nivel bajo, incluye las matemáticas necesarias para la mayoría de los trabajos que probablemente obtengan quienes hacen estos exámenes. Y es importante que ello sea así, puesto que la mayoría de los alumnos no sabe qué trabajo va a desempeñar en su vida.

69: No obstante, los estudios también identificaron algunas importantes diferencias entre la manera de usar las matemáticas en el trabajo y la manera en que las mismas matemáticas se enseñan en el aula. Creemos que estas diferencias pueden ser algunas de las causas que han contribuido a las críticas aparecidas en los últimos años.

CALCULO

70: La necesidad de saber realizar cálculos aritméticos de diferentes clases aparece entre las exigencias matemáticas de casi todos los tipos de empleo que tratamos en los apartados 120 al 148. Estos cálculos se hacen a veces mentalmente, a veces con papel y lápiz, y otras con una calculadora. Algunos trabajos exigen específicamente la capacidad de realizar cálculos mentales de varias clases. En casi todos los trabajos se valora la capacidad de realizar algunos cálculos mentalmente, y la ausencia de tal cualidad es una queja frecuente entre los empresarios. Algunos jóvenes empleados se quejan de haber perdido, por la falta de práctica en clase, la capacidad de cálculo mental que tenían en sus años de primaria y comienzos de secundaria.

71: Tanto el estudio de Bath como el de Nottingham demostraron que los métodos que se usan en el trabajo para realizar cálculos con papel y lápiz son, a menudo, distintos de los que se enseñan en las aulas. Los empleados usan una gran variedad de métodos idiosincráticos, especialmente para multiplicaciones y divisiones largas. A veces estos métodos han sido imaginados por los mismos empleados, pero frecuentemente proceden de sus compañeros de trabajo. Dichos métodos dependen en gran medida de la seguridad de quienes los usan en su propia capacidad matemática. Sin embargo, parecen preferir casi siempre realizar una operación en una sucesión de relativamente breves etapas, más que hacerlo de una sola vez, lo que es matemáticamente más elegante, y más rápido, pero quizás más difícil de hacer con seguridad. Por ejemplo, leemos en el informe del estudio de Bath:

Encontramos situaciones donde la gente se desvía de los más tradicionales métodos escolares, por ejemplo, un muchacho que había dejado la escuela antes de los exámenes, y en el trabajo realizó una comprobación bastante compleja (que hizo con seguridad) para ver si él mismo entraba o no en el cupo. Necesitaba multiplicar 7×96 , que

nosotros catalogaríamos como uso de la tabla del 7. Sin embargo, procedió del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} \text{Primero } 3 \times 96 = 288 \\ \text{Luego } 288 \\ \hline 576 \\ \hline 96 \\ \hline 672 \end{array}$$

Aunque este chico no se sabía la tabla del 7, su método demuestra que sí sabía lo que quiere decir «siete veces» algo. Este es uno de los muchos ejemplos que encontramos en que la gente recurre a métodos con los que se siente segura, antes de usar lo que para un profesor de matemáticas sería el método obvio.

72: Los porcentajes se usan mucho en oficinas y laboratorios, pero son mucho menos frecuentes en los talleres. Se utilizan con más frecuencia en operaciones que tienen que ver con el dinero, por ejemplo, en los descuentos, en el impuesto del valor añadido, en los beneficios o pérdidas; también se usan en una amplia gama de operaciones, tanto en las oficinas como en los laboratorios. Somos conscientes de que existen quejas por parte de los empresarios a causa de la escasa comprensión de los porcentajes. Estas se refieren no sólo al personal de oficina, cuyas dificultades se pueden superar normalmente usando una fórmula o un procedimiento estandar con calculadora, sino también a los aprendices de dirección, e incluso a los directores.

USO DE LAS CALCULADORAS

73: Nuestras propias investigaciones, y las comunicaciones que hemos recibido, nos hacen creer que existe una actitud ambivalente respecto al uso de las calculadoras en la industria y el comercio actualmente. Los estudios de Bath y Nottingham demostraron que su uso estaba bastante extendido en muchos trabajos. Estos incluyen una gama amplia de puestos relacionados con las oficinas y administración, tales como los departamentos de cuentas, bancos, oficinas de seguros y áreas relacionadas de empleo. Usan mucho también las calculadoras quienes trabajan en laboratorios y oficinas de diseños de ingeniería, y quienes se dedican al control de producción y calidad. Es decir, aquéllos que desarrollan trabajos que requieren una considerable cantidad de cálculo y análisis de datos. En todas estas situaciones se consideran las calculadoras como una gran ayuda para lograr velocidad y precisión.

74: También usan cada vez más las calculadoras quienes trabajan en talleres, aunque dicho uso todavía se ve con recelo por parte de algunos directores y supervisores que se formaron usando reglas de cálculo o tablas de logaritmos. Esto parece ocurrir especialmente entre quienes supervisan a los aprendices de las especialidades técnicas y a los obreros especialistas. Conocemos situaciones en que los aprendices, instruidos con las tablas de logaritmos por su supervisor, prefirieron usar la calculadora personal, uso al que se les había animado en el college. Por supuesto, existen muchos cálculos sencillos que un trabajador necesita realizar mentalmente, pero ello no parece razón suficiente para negar el uso de una calculadora, si ésta ahorra mucho tiempo. Sin embargo, a la mayoría de los jóvenes empleados que usan calculadora en el trabajo no se les ha enseñado su uso ni en la escuela ni en el trabajo. En consecuencia, las calculadoras frecuentemente no se usan del modo más eficiente.

FRACCIONES

75: Aunque las fracciones se usan todavía ampliamente en la ingeniería y otros trabajos especializados, son casi siempre fracciones cuyos denominadores están dentro de la secuencia 2, 4, 8... 64. Esto es visible en las reglas de cálculo y otros instrumentos de medida, y las equivalencias son evidentes. La suma o resta de longitudes que exigen quebrados de este tipo, se puede hacer directamente mediante el uso de las graduaciones de la regla. Cuando el cálculo se realiza con papel y lápiz, nunca es necesario calcular el común denominador requerido, porque está ya siempre presente; por ejemplo $2 \frac{1}{4} + 3 \frac{5}{16}$ tiene el denominador necesario, 16, visible. Aun así, los métodos usados no siempre son los que uno espera. El informe del estudio de Bath comenta que:

La frecuencia en el uso fomenta la asimilación de las fracciones equivalentes. Esto se ve claramente en el método que un trabajador utilizó para sumar quebrados:

$$\begin{aligned} \frac{3}{16} + \frac{5}{64} &= \frac{3}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \\ &= \frac{4}{16} + \frac{1}{64} \\ &= \frac{16}{64} + \frac{1}{64} = \frac{17}{64} \end{aligned}$$

Este es otro caso de alguien que expresaba los números de una forma más conveniente para él. Se podría decir que es

muy matemático pero no es el método que se enseñaría en las escuelas.

La necesidad de realizar operaciones como $2/5 + 3/7$ no suele presentarse, y tampoco la manipulación de fracciones del tipo que se practica comúnmente en las clases. En los pocos casos en que es necesario multiplicar o dividir quebrados, lo normal es pasarlos a decimales antes de hacer la operación, con la ayuda de una calculadora, si fuese necesario.

76: La notación fraccionaria aparece en algunos trabajos de oficina y ventas; por ejemplo $4 \frac{3}{7}$ que representa 4 semanas y 3 días, ó $2 \frac{5}{12}$ que indica 2 docenas y 5 unidades. Sin embargo, tal como se hace en las escuelas, raramente se presenta y, cuando surge, son casos muy sencillos; por ejemplo, para hallar el coste que representan 3 días, basado en una tarifa semanal, el cálculo necesario consiste en dividir por 7 y multiplicar por 3.

ALGEBRA

77: Uno de los resultados más sorprendentes de los estudios es el poco uso explícito que se hace del álgebra. Las fórmulas, que a veces usan letras para las variables, pero con más frecuencia usan palabras o abreviaturas, son muy utilizadas por los técnicos, especialistas, oficinistas y algunos obreros, pero todo lo que normalmente se exige es la sustitución por números y, quizás, el uso de una calculadora. El informe del estudio de Bath cita un ejemplo de una fórmula que ni siquiera estaba escrita, pero que era recordada por el empleado interesado:

Un encargado de pagar los sueldos explicaba: «para averiguar el sueldo por hora, sumamos el salario bruto, la seguridad social, y el dinero acumulado en cupones de vacaciones, restamos las primas y dividimos por las horas trabajadas.»

Las fórmulas se usan también habitualmente en puericultura. Un ejemplo que se cita en el informe del estudio de Nottingham es:

$$\text{dosis del niño} = \frac{\text{edad} \times \text{dosis del adulto}}{\text{edad} + 12}$$

Normalmente, no es necesario transformar una fórmula; ésta estará disponible en cualquier forma requerida. Tampoco es necesario quitar paréntesis, simplificar, o resolver sistemas de ecuaciones o ecuaciones de segundo grado, aunque a veces esta clase de álgebra se encuentra en los cursos de enseñanza postsecundaria. Resolver ecuaciones de primer grado se precisa sólo muy de tarde en tarde.

ESTIMACION

78: La industria y el comercio dependen en gran parte de la capacidad de estimar. Dos aspectos resultan de gran importancia. El primero es la capacidad de juzgar si el resultado de un cálculo o de una medida tomada, parece razonable. Esta permite que los errores sean detectados o evitados; podemos ver ejemplos en un estado de cuentas mensual muy diferente al anterior, o en dosis de medicina inexplicablemente pequeñas o grandes. El segundo es la capacidad de hacer juicios subjetivos sobre diferentes medidas. Esta es útil en situaciones en que la medición efectiva resulta difícil o molesta, en las que es posible el ensayo y error, o en las que se admiten amplios márgenes de tolerancia. Las habilidades de estimación se desarrollan con la práctica, pero los empresarios a menudo se quejan de que los jóvenes que entran en la industria y el comercio carecen de un necesario «sentido» para los números, y también para las medidas, incluso en lo que se refiere a las unidades, ya sea en el sistema métrico o en el imperial. Y ello a pesar de que se supone que han encontrado estas situaciones en la escuela o en la vida diaria.

MEDIDA

79: Aunque la estimación es importante, contar y medir aún son más. Gran parte de las matemáticas que se usan en el trabajo tiene que ver con las medidas de una u otra forma, lo que no quiere decir que todo esté relacionado directamente con el uso de los instrumentos de medida. Las medidas se concretan de diversas formas, por ejemplo, en términos de número de partidas o cantidad de dinero; de longitud, peso o volumen; de proporción, porcentaje o razón. Se usan las unidades métricas e imperiales, además de las que son peculiares de una determinada industria.

80: En el término medida hay dos aspectos diferentes —en el primero se trata de determinar una medida ya existente, como longitud, peso o número de unidades en depósito; en el segundo es necesario crear la medida que uno desea—. En cualquier caso hay que ser consciente del margen de precisión que requiere la medida; en algunos casos es necesario saber elegir y usar un instrumento de medida apropiado. El trabajador puede muy bien medir en términos de cubas o palas llenas. Un trabajador de ingeniería hábil puede operar con diferentes márgenes de tolerancia en diferentes áreas de un mismo trabajo, y necesitará en cada caso elegir el instrumento apropiado para crear o comprobar la medida que necesite. El cajero necesitará contar el dinero de la caja exactamente.

81: Algunas personas han de ser profundamente conscientes del significado de las medidas, aunque muy rara vez midan

alguna cosa. Entre ellas está el personal que atiende los pedidos y coste, el que calcula el volumen de venta y los márgenes de beneficio. De nuevo, la medida es rara vez exacta, pero necesita moverse dentro de unos márgenes de precisión especificados. Este concepto de medida como algo que a veces es exacto, pero que con más frecuencia sólo necesita estar dentro de unos límites fijados, es muy diferente del que se usa comúnmente en las escuelas; además requiere una comprensión conceptual que lleva tiempo desarrollarla. Tratamos este importante punto con más detalle en los apartados 269 al 272.

LAS UNIDADES METRICAS E IMPERIALES DE MEDIDA

82: Hemos recibido notificaciones, según las cuales las unidades imperiales se usan todavía en muchas partes de la industria. Aunque existen muchas empresas que sólo utilizan el sistema métrico, otras todavía operan principalmente con el sistema imperial y muchas utilizan una mezcla de ambos. Además, ciertas empresas usan unidades que son peculiares de una industria particular. Hay algunas razones para continuar con el uso del sistema imperial. Entre las más significativas están el gasto que representa reequipar los talleres con nueva maquinaria e instrumentos, la necesidad de mantener un suministro de reserva que se ajuste a los tamaños imperiales normalizados, y las necesidades de los clientes extranjeros que todavía usan las medidas imperiales. Sin embargo, allí donde las unidades imperiales todavía se usan, sólo una gama limitada se encuentra en cualquier trabajo, por ejemplo las yardas, los pies y las pulgadas, las libras y las onzas. El uso de fracciones de una pulgada y de la milésima de pulgada es también común. Cuando es necesario convertir del sistema métrico al inglés, o viceversa, lo normal es usar una tabla de conversión.

Implicaciones para el aula

83: Es de capital importancia —y, creemos, no tan evidente como alguno podría suponer— percibir el hecho de que todas las matemáticas que se usan en el trabajo están directamente relacionadas con tareas, a menudo limitadas y específicas, que pronto se hacen familiares. Los diferentes aspectos de las matemáticas que se usan están relacionados entre sí por su contexto de modo que su aplicación se hace inmediatamente evidente. Aumentar la experiencia en cálculos o medidas ayuda a un mejor desarrollo de la estimación y aproximación y a una toma de conciencia sobre si el resultado es razonable o no.

84: Por mucho esfuerzo que se haga, la ilustración en clase de aplicaciones prácticas de las matemáticas en el trabajo no puede dar a los alumnos la familiaridad que el propio trabajo proporciona. **No obstante, es importante que la formación matemática dada en clase permita a los alumnos, dentro ya de su**

trabajo y en un período de tiempo razonablemente corto, adquirir la competencia necesaria en las aplicaciones particulares propias de ese trabajo.

85: Los párrafos precedentes dan una idea de la clase de destreza y conocimientos matemáticos que se necesitan. **Creemos que es posible resumir una gran parte de las necesidades matemáticas en el trabajo como «sentido de la medida».** Esto implica mucho más que una simple habilidad para calcular, estimar o utilizar los instrumentos de medida, aunque tal habilidad forma parte de él. Implica un conocimiento de la naturaleza y utilidad de la medida, de los diferentes métodos de medida y de las situaciones en que se usa cada uno; también capacidad para interpretar medidas expresadas de distintas formas.

86: Para que chicos y chicas salgan de la escuela con esta preparación, sería preciso que en clase participaran en una extensa variedad de actividades matemáticas apropiadas y las discutieran ampliamente con sus profesores y compañeros. En la segunda parte de nuestro informe analizamos los medios de conseguirlo.

Las pruebas de selección de los empresarios

87: Algunas firmas, especialmente las de ingeniería y las de algunas ramas de ventas, exigen a los aspirantes a sus puestos de trabajo pasar unas pruebas de selección escritas de matemáticas. Hemos recibido muchos comentarios sobre estas pruebas, tanto por parte de los profesores como de los propios patronos. Estamos muy agradecidos a los muchos empresarios que nos han proporcionado copias de las pruebas de selección que ellos usan y también, en algunos casos, fotocopias de pruebas realizadas por los aspirantes.

88: Los empresarios que utilizan exámenes de selección escritos parecen hacerlo así por una o más de las siguientes razones:

- Porque las contrataciones se realizan antes de que se conozcan los resultados de los exámenes del nivel O y del C.S.E.
- Porque los empresarios quieren asegurarse de que sus empleados sean capaces de realizar determinados cálculos.
- Porque, aun cuando los resultados de los exámenes del nivel O y del C.S.E. ya se conozcan, existe la idea de que la superación de los exámenes, especialmente si el grado obtenido es bajo, no garantiza la competencia que el empresario requiere en las destrezas matemáticas concretas.
- Porque no tienen confianza en los informes que proporciona la escuela, pues, como algunos empresarios nos han explicado, dichos informes con frecuencia están escritos en

términos demasiado generales y a veces incluyen pronósticos de probables resultados en exámenes, que no son exactos.

- Porque es necesario elegir entre un gran número de aspirantes o seleccionarlos de alguna otra forma.

89: Respecto a la última de las razones anteriores, se nos ha apuntado que, en épocas de mucho desempleo, la necesidad de elegir entre un gran número de aspirantes no significa que necesariamente aquéllos que consigan una puntuación alta serán aceptados. Puede no ser rentable ni para el aspirante ni para la firma, contratar a alguien cuyas capacidades son demasiado altas, a causa de la posible frustración al realizar un trabajo que está muy por debajo del nivel del trabajador.

90: Aunque unos pocos empresarios están dispuestos a hacer ofertas de empleo condicionadas a la puntuación que se consiga en unos exámenes oficiales específicos, no parece una práctica muy extendida, y podría crear problemas de contratación en los casos en que el número de vacantes sea pequeño. Sin embargo, algunas empresas utilizan los resultados de tales exámenes, junto con los resultados de sus pruebas de selección, para diferenciar entre los aspirantes a aprendices especialistas y los aspirantes a aprendices técnicos.

91: Las clases de pruebas utilizadas y su nivel varían mucho. Sabemos que las pruebas son con frecuencia aplicadas por gente que no tiene ni la formación ni la experiencia apropiada en la aplicación de exámenes, incluyendo la composición y corrección de las hojas. Nos ha sorprendido comprobar que esto ocurre incluso en las empresas más importantes.

92: Aunque algunas pruebas están relacionadas específicamente con las tareas que el empleado tendrá que realizar tan pronto como empiece a trabajar, muchas otras tienen un nivel superior al que el trabajo exige. En algunos casos se afirma que ello se debe a que se necesita un nivel matemático superior al estrictamente exigido por el puesto de trabajo, para tener éxito, e incluso acceso, en algunos cursos de formación en un college de enseñanza postsecundaria, ya sea inmediatamente o en el futuro. También puede deberse a que aquellos trabajos a los que puede ser promocionado el empleado, exigirán un nivel matemático mayor.

93: También se nos ha dicho que algunos exámenes tienen un nivel superior al requerido en el trabajo, porque se considera que superar con éxito un examen más duro implica la capacidad suficiente para trabajos más elementales o que el empleado posee una «flexibilidad» que le permitirá realizar diversos trabajos. Algunas personas también opinan que la

capacidad en matemáticas es un buen indicador de una capacidad general. Sabemos, también, de algunos casos en que una prueba se aplica a un nivel superior, aunque no refleje las necesidades específicas del puesto de trabajo, como consecuencia simplemente de su comercialización.

94: Incluso en los casos en que las exigencias de un puesto de trabajo han sido cuidadosamente delimitadas y se ha concebido la prueba idónea para ellas, dicha prueba puede no servir para su propósito. Puede haber muchas razones para ello. Una de las más comunes es que las preguntas están muy a menudo redactada de forma poco clara, o expuestas en la hoja de modo confuso. Esto último se aplica especialmente a preguntas escritas que han sido mecanografiadas o sacadas a multicopista. Los quebrados, por ejemplo, son difíciles de escribir a máquina y el hecho de que se use el mismo «tipo» para indicar el punto decimal y el punto y seguido puede originar confusiones. Algunas pruebas que hemos visto usan un lenguaje matemáticamente incorrecto; otras usan una jerga, la del puesto de trabajo —«suma estos números en horizontal y en vertical»—, que los aspirantes pueden no entender.

95: También nos preocupa el modo rígido en que con frecuencia se corrigen tales pruebas, y el gran número de errores en las correcciones que hemos comprobado en las fotocopias que nos han enviado. Los esquemas de corrección son normalmente muy sencillos, a menudo con una señal para cada respuesta, y con frecuencia no se valora si, como resultado de un simple error en una parte de la cuestión, varias respuestas subsiguientes están mal, incluso aunque las operaciones matemáticas realizadas sean correctas. Del mismo modo, hemos encontrado casos en los que los candidatos han captado correctamente una interpretación posible de una pregunta redactada de forma ambigua, pero no se les ha puntuado. En nuestra opinión, el tiempo disponible para completar algunas pruebas es demasiado corto, de modo que los candidatos no tienen ocasión de demostrar de modo apropiado lo que saben hacer. Además, la tensión aumenta cuando se trabaja contra reloj; si se demuestra que se conocen las matemáticas, la velocidad en el trabajo ya se logrará con la práctica.

96: **Deseamos llamar la atención sobre un aspecto más de los exámenes aplicados por los empresarios. Parece existir un rechazo muy generalizado a proporcionar a los muchachos un modelo del examen que se les pondrá.** Hemos de hacer constar con desagrado que unos pocos empresarios incluso se han negado a hacer llegar a la Comisión una copia del examen que usan, a pesar de asegurarles que era estrictamente confidencial. Nos resulta difícil entender la razón de este rechazo. A los candidatos en los exámenes oficiales de todos los tipos, ya sean alumnos de la escuela, estudiantes de enseñanza

postsecundaria o superior, o aspirantes a formar parte de los cuerpos profesionales, se les proporciona un programa de los contenidos sujetos a examen, y también las pruebas de los años anteriores. Si, como creemos que debería ser, una de las finalidades del examen puesto por los empresarios es descubrir si el aspirante es capaz de realizar ciertas tareas matemáticas satisfactoriamente, debería decirse con claridad cuáles son estas tareas. Lo mismo podría decirse de ciertas operaciones de oficina y contabilidad, que, aunque sólo necesiten unas matemáticas relativamente elementales, estudiadas en la escuela, requieren que éstas se apliquen de un modo no habitual en el aula. Si, por disponer de un modelo de examen, los candidatos desean practicar estas tareas y mejorar su capacidad con ellas, ello es necesariamente beneficioso para todos. Además, no invalida de ningún modo la confidencialidad del examen actualmente en uso, ni impide su uso durante unos cuantos años si se cree deseable. Creemos que debe ser igual con los exámenes comercializados y que usan algunos empresarios; en nuestra opinión, también se debería tener acceso a los modelos de examen.

97: En algunas áreas, grupos locales de profesores y empresarios han discutido las pruebas de selección utilizadas por estos últimos, a menudo como parte del trabajo de los grupos de conexión a los que nos referimos en el apartado 103. Como resultado de tales discusiones, se han modificado de modo que se adecúen mejor a sus objetivos. En unos pocos casos, varios empresarios de la misma localidad se han puesto de acuerdo en usar el mismo examen. Esto evita la necesidad, a los chicos y chicas que solicitan trabajo en diferentes empresas, de hacer una sucesión de exámenes. Por otra parte, un sistema de este tipo puede ser perjudicial para el aspirante, a menos que se le de la oportunidad, en un segundo intento, de corregir un pobre, y quizás anormal, resultado en su primer intento.

98: Tenemos noticias de un creciente número de exámenes para informar del rendimiento de los alumnos cuya capacidad no llega al nivel exigido en el examen del C.S.E. Algunos de estos exámenes han sido desarrollados por una sola escuela o grupo de escuelas, y algunos por las autoridades locales de educación. Existe también el test nacional de SLAPONS (Perfil de Conocimientos Numéricos de los Alumnos que salen de la Escuela), que elaboró la Comisión de Industria y Escuelas de la Sociedad Matemática y que inicialmente fue dirigido por el Centro Shell de Educación Matemática, y ahora lo es por la Real Sociedad de Letras (Royal Society of ARTS). Aunque estas pruebas no son, en un sentido estricto, pruebas de empresarios, la intención de todas ellas es proporcionar información a los empresarios sobre los conocimientos matemáticos de los jóvenes que salen de la escuela, y de este modo

hacer innecesarias otras pruebas de contratación. Tales pruebas se analizan en el capítulo 10.

Coordinación

99: Muchos de los testimonios remitidos hacían hincapié en la necesidad de una mejor coordinación entre empresarios y escuelas. Existe un acuerdo generalizado de que la coordinación es fundamental y que es necesario hacer mayores esfuerzos para mejorarla, desarrollarla y ampliarla. Hemos recibido pruebas estimulantes del modo en que se desarrolla este tipo de coordinación en muchas áreas.

100: **Un objetivo fundamental de la coordinación debe ser hacer posible que las escuelas y los empresarios consigan un mejor conocimiento, cada uno, de las necesidades, problemas y modo de funcionamiento del otro.** Un mejor conocimiento ayudará a los alumnos a realizar una mejor elección del empleo, al estar mejor informados, y facilitará también la transición a la vida laboral, ya se produzca nada más dejar la escuela o después de pasar por la enseñanza postsecundaria y superior. Los directores y el resto de profesores en las escuelas, el personal de los colleges de enseñanza postsecundaria y superior y los empresarios locales, tienen que cooperar en la tarea. Muchas organizaciones participan en actividades de orientación profesional en escuelas individuales, y en convenciones organizadas por los servicios de Orientación Profesional de la LEA (Autoridad Educativa Local). Muchas compañías imparten charlas sobre carreras y profesiones en sus propios edificios para alumnos y padres. En algunos casos, los alumnos visitan las empresas para ver por sí mismos el tipo de trabajo que se hace y conocer algunas de las oportunidades que dicha profesión podría proporcionarles. En otros casos, algunos alumnos pueden conseguir experiencia laboral pasando un cierto tiempo en una empresa. Participar en actividades como éstas puede proporcionar valiosas, y creemos que necesarias, oportunidades para que los empresarios estén al tanto del desarrollo educativo actual, y para que las escuelas conozcan los cambios que se producen en la estructura de los empleos y el tipo de oferta disponible.

101: En los párrafos siguientes consideramos sólo la coordinación en relación con las matemáticas, aunque puede suceder que dicha coordinación contribuya también a un conocimiento más general de los puntos de contacto escuela/empleo, tanto para alumnos como para profesores, incluyendo el desarrollo de un mejor conocimiento del papel que juega la industria en la economía.

102: Los movimientos encaminados a desarrollar la relación escuelas/empleo, relativos al currículo matemático, son nuevos. La Comisión de Industria y Escuelas de la Sociedad Matemática tiene unos veinte años de existencia y está formada por representantes de la industria, el comercio y la

enseñanza de las matemáticas. A través de sus reuniones y otras actividades relativas al tema, ha ofrecido la oportunidad de discutir cuestiones de importancia. Las discusiones han puesto de relieve algunos de los problemas que tenemos que superar si queremos que la coordinación sea efectiva. Entre éstos está la dificultad de que tanto profesores como empresarios estén informados del trabajo en curso, y la de convencer a los profesores con escaso conocimiento directo de la industria, de que deberían buscar oportunidades para presentar ejemplos de los usos comerciales e industriales de las matemáticas en sus clases.

103: Existían unos pocos grupos locales antes de que se constituyese la Comisión de Industria y Escuelas. Pero una vez que comenzó a trabajar, han aparecido otros grupos con sus proyectos; unos pocos a nivel nacional, especialmente desde mediados de los 70, la mayoría a nivel local. Los últimos normalmente han sido de profesores, empresarios y funcionarios expertos en orientación profesional. El asesor de matemáticas de la LEA y personal del college de enseñanza postsecundaria más próximo, a menudo han estado implicados también. En 1978 el profesor D.E. Bailey de la Universidad de Bath publicó una lista de unos 70 grupos locales* y en un trabajo posterior la han ampliado con otros 20 más. En general, cada grupo se ha ocupado de una o más de estas tres áreas generales:

* *A survey of mathematics projects involving education and employment* Universidad de Bath; el suplemento también, mayo 1980.

- La identificación de las necesidades matemáticas en varios tipos de empleo.
- La preparación de materiales de clase, que proporcionen ejemplos de los modos en que se usan las matemáticas en la industria.
- La discusión de las pruebas de selección utilizadas por los empresarios.

Ya nos hemos referido al último de estos puntos en una sección anterior; por tanto, trataremos con más detalle los otros dos en los apartados siguientes.

Identificación de las necesidades matemáticas

104: Muchos grupos locales y algunos proyectos de investigación se han dedicado a identificar las necesidades matemáticas de varios tipos de empleo. El ámbito de estas investigaciones ha variado considerablemente y, como consecuencia de que la mayoría de los grupos han trabajado sin relación entre sí, ha sido inevitable que algunas investigaciones se hayan repetido muchas veces. Al llamar la atención sobre este hecho, de ningún modo deseamos infravalorar el trabajo, ni el tiempo y esfuerzo que ha exigido, ni la experiencia obtenida por quienes han realizado el trabajo y el mejor conocimiento entre empresarios y escuelas que ha producido. Sin embargo, esperamos que los resultados del trabajo que se ha realizado a

requerimiento nuestro en Bath y Nottingham, junto con los resultados del Proyecto del Consejo Escolar «*Las matemáticas y los jóvenes que solicitan empleo*»*, proporcionen una base firme sobre la que se puedan realizar estudios más detallados sin necesidad de volver al terreno ya estudiado.

* D. Bird y M. Hiscox. *Mathematics in schools and employment: a study of liaison activities*. Documento de trabajo n.º 68 del Consejo Escolar. Methuen Educational 1981.

* Véase nota del apartado 68

105: Consecuencia frecuente de estos estudios han sido algunas modificaciones de los cursos de matemáticas en escuelas locales. En algunos casos, incluso, los programas del examen CSE 3.^a variante* se han adaptado para que reflejen estos cursos revisados. Otra consecuencia ha sido que los resultados obtenidos por los alumnos en algunas áreas de las matemáticas han sido certificados de forma separada por la escuela, y a veces por las autoridades educativas locales, en los casos en que estaban implicadas varias escuelas. También sabemos de algunos programas locales en los que se experimenta con informes de perfiles, que dan una información más detallada de los puntos fuertes y débiles en matemáticas de un alumno. Suponemos, sin embargo, que esta clase de información detallada tiene valor real para pocos empresarios.

106: Cuando se ha modificado algún curso por iniciativa local, el cambio se ha dirigido principalmente a los alumnos de rendimiento medio y bajo. Una excepción, sin embargo, ha sido el Proyecto de Matemáticas en la Enseñanza y en la Industria (MEI), que se creó en 1963 para desarrollar nuevos programas, inicialmente en el nivel A, más de acuerdo con las matemáticas que los alumnos se iban a encontrar en la industria y en la enseñanza universitaria. Estos programas se basaron en la experiencia de profesores que habían pasado un tiempo en algunas grandes empresas. A causa de los muchos temas nuevos que se sugirieron para su inclusión, se presentó la dificultad de decidir qué temas deberían omitirse. El trabajo del MEI ha influido mucho, no sólo en otros programas de nivel A, sino mediante su propio examen (a pesar del reducido tamaño de su matrícula). Sin embargo, su influencia sobre el currículo de 11 a 16 años ha sido escasa. Nos han hablado de que los intentos, por parte de grupos locales del MEI, de trabajar con empresarios locales en ideas apropiadas para alumnos de 11 a 16 años, no han tenido mucho éxito, aunque hay indicios recientes de mejora.

Materiales de
de clase

107: Algunos grupos locales se han dedicado a producir material para uso en clase, basado en las matemáticas que se utilizan en diversos empleos. Tales materiales se han producido normalmente como resultado de que uno o varios profesores han visitado las empresas locales para observar los diferentes tipos de trabajo que se estaban llevando a cabo. Como continuación de la visita se han realizado hojas de trabajo que recogen ejemplos de los usos observados de las matemáticas y que explican las situaciones en que se producen. La preparación de este material parece haber sido más efectiva cuando

se ha realizado en colaboración con un miembro de la empresa en cuestión, que a veces ha visitado la escuela para hablar con los alumnos o presentar las herramientas. Sin embargo, las pruebas de que disponemos nos hacen suponer que, aunque los beneficios de tales materiales pueden ser grandes, tanto para los profesores que los han preparado como para los alumnos, **no se debe afirmar que estas ventajas son necesaria y fácilmente transferibles a otros profesores, ya estén en la misma escuela o en otras, que no hayan tenido la misma relación directa con la empresa. Es, por tanto, necesario dar una apropiada formación en ejercicio a estos últimos profesores para que puedan usar los materiales de modo eficaz.**

108: La preparación de materiales para el aula se ha realizado también a nivel nacional. El Proyecto sobre Matemáticas Escolares (SMP), que desde el comienzo ha defendido el uso de las matemáticas aplicadas, sostuvo un «Becario en la Industria» durante los años 1964 a 1966. Su trabajo consistió en recoger ejemplos de cómo se usan las matemáticas en diversos tipos de trabajo, de modo que éstos se pudiesen incorporar a los textos del SMP. El hecho de que esta iniciativa lograra sólo un éxito limitado puso de manifiesto, de nuevo, que la preparación de los materiales para el aula relativos al mundo del trabajo, es mucho más difícil de lo que se podría suponer.

109: Una iniciativa más reciente a escala nacional ha sido la formación en 1975 del Grupo de Matemáticas del Trabajo, que se desarrolló a partir del Proyecto de Matemáticas Continuas, y está patrocinado, no financieramente, por el Consejo de Tecnología Educativa. Este grupo se constituye como una colaboración entre industriales y profesores y produce materiales de enseñanza con formato modular, diseñados para mostrar las matemáticas en acción dentro del mundo laboral. Los miembros del grupo trabajan por pares, uno de la industria y el otro de la educación, y gastan su tiempo voluntariamente en la preparación de materiales. El Grupo publicó sus primeras diez unidades de aprendizaje en el otoño de 1980; así que todavía es demasiado pronto para evaluar la contribución que estos materiales podrán aportar al aula. En los testimonios que nos envió, el grupo llamaba la atención sobre el mucho tiempo que se requiere para producir materiales para el aula, un hecho que una vez más refleja los problemas presentes en este tipo de trabajos.

Visitas

110: Aunque las visitas de grupos de alumnos a las empresas pueden ser de un valor considerable, tenemos que aceptar que el número de visitas que se pueden hacer en cualquier escuela en particular, y por cualquier grupo de alumnos dentro de la escuela, inevitablemente será pequeño. Cuando es posible organizar visitas de este tipo, **es muy importante que exista tanto una preparación adecuada de los alumnos antes de**

la visita como una continuación, una vez que la visita se ha realizado, de otra forma mucho de su valor se perdería probablemente. Tampoco debería restringirse la oportunidad de las visitas, como a veces sucede, a los menos capacitados académicamente; los alumnos más capacitados también pueden beneficiarse de estas visitas y deberían tener la oportunidad de participar en ellas.

Comisiones para
los profesores

111: Algunos documentos recibidos piden con insistencia más oportunidades, para profesores de matemáticas, de emprender un período de comisión en la industria. **Creemos que tales comisiones pueden ser muy valiosas para los interesados y recomendamos programas tales como los ofrecidos por el proyecto «Conocer la Industria Británica»**, a pesar del hecho lamentable de que un resultado imprevisto de tres de estas comisiones, fue la pérdida para la enseñanza de tres buenos profesores de matemáticas. Según nos han informado, al menos una LEA (Autoridad Educativa Local) ha contratado suplentes de matemáticas con dedicación completa para reemplazar a los profesores comisionados en la industria. Cualquiera que sea el método adoptado, hay que realizar las sustituciones necesarias para hacer posibles las comisiones mencionadas. Hemos de aceptar, sin embargo, que el número de éstas será pequeño en comparación con el número de profesores de matemáticas. Es, por tanto, de suma importancia esforzarse en utilizar al máximo la experiencia que los profesores ganan durante esta comisión; y que los esfuerzos vayan encaminados a compartir con otros miembros del centro la experiencia que se ha obtenido y preparar materiales de enseñanza para su uso en clase, a pesar de las dificultades a que nos hemos referido en el párrafo 107.

112: **Es esencial que, en cualquier programa de coordinación entre escuelas y empresarios, la reciprocidad de la relación sea aceptada por ambas partes.** No sólo es necesario que los profesores tengan un mejor conocimiento de las necesidades de la industria, sino también que quienes están en la industria tengan un conocimiento al día de las prácticas actuales en las escuelas. Creemos que representantes de la industria y el comercio deberían visitar las aulas para observar la enseñanza sobre la marcha, y ser animados a que den una charla o una serie de ellas a los alumnos.

Coordinación
con la enseñanza
postsecundaria

113: Terminamos esta sección llamando la atención sobre la necesidad de coordinar los centros locales de enseñanza postsecundaria (FE) y las escuelas. La coordinación entre enseñanza postsecundaria e industria, tradicionalmente, ha sido relativamente fuerte. Una importante razón son los cursos a tiempo parcial, y los cursillos con permiso de la empresa, que los centros de FE imparten a jóvenes trabajadores, y que ofrecen la oportunidad de establecer lazos entre el personal de formación de la empresa y el del centro de enseñanza; ade-

más, muchos profesores de los colleges de FE, especialmente en el campo artesanal, han salido tradicionalmente de la industria. El personal de formación y los directores son también, con frecuencia, miembros de los consejos de dirección de los colleges y de las comisiones consultivas; y el Consejo de Enseñanza Empresarial (BEC) y el Consejo de Enseñanza Técnica (TEC), en sus trámites de control y aprobación de cursos, exigen pruebas de que han tenido lugar discusiones entre colleges y empresas para identificar las necesidades de los jóvenes implicados en dichos cursos.

114: Los contactos regulares y directos entre escuelas y centros de enseñanza postsecundaria parecen frecuentemente menos efectivos. «Los cursos enlace», en los que están implicados el personal de la escuela y el del college, pueden proporcionar una buena oportunidad para la cooperación y también una motivación considerable para los alumnos. Sin embargo, estos cursos son casi invariablemente más caros que los que se imparten únicamente en escuelas. En una época de recursos escasos y limitaciones financieras, podemos entender que las LEA recorten la provisión de recursos de este tipo. **Creemos, no obstante, que tal limitación es producto de la miopía y desearíamos ver un amplio desarrollo de los cursos enlace, dondequiera que fueran posibles.** En cualquier caso, se organicen o no cursos de enlace, es necesario desarrollar la conexión entre escuelas y college de FE.

115: Los lazos de unión entre las escuelas y los sectores de enseñanza postsecundaria, a nivel nacional y regional, son muy tenues también. Por ejemplo, la enseñanza postsecundaria generalmente está poco representada en los equipos por materias del GCE y CSE. De igual forma, la escuela tiene una pobre representación en «Ciudad y Gremios del Instituto de Londres» (CGLI), en las comisiones del BEC y TEC y en organismos similares. **Creemos que debería haber mucha mayor cooperación entre las escuelas, la enseñanza postsecundaria (FE) y la industria, en muy diversas formas.**

116: Está claro que en los últimos años se han dedicado muchos esfuerzos a distintas actividades de coordinación. Sin embargo, para mantener las mejoras logradas por el trabajo de los grupos locales y por otras iniciativas igualmente locales, es necesario continuar la discusión; los recursos deben mantenerse y mejorarse donde sea posible. No debe terminar la discusión con la publicación de un informe, programa o test. Todas las partes deben seguir aprendiendo unas de otras. Mantener una discusión continua exige, quizás, algo más que el esfuerzo inicial requerido para lograr algún tipo de documento. También implica un consumo continuo del tiempo de los profesores, empresarios y cualesquiera otros implicados. **Las autoridades educativas locales, los consejeros de orientación profesional, los profesores y los empresarios tendrán que**

aceptar su parte de responsabilidad e iniciativa en los distintos aspectos de la coordinación.

El futuro

117: En una época de rápidos cambios tecnológicos y sociales como es la actual, resulta particularmente difícil juzgar en qué medida van a cambiar las necesidades matemáticas de quienes ingresan en el mundo del trabajo. La dramática reducción en el costo y tamaño del material de automatización y cálculo, hecha posible con las láminas de silicio, ya está teniendo importantes consecuencias en nuestras vidas social y laboral, y parece evidente que su efecto aumentará en los próximos años. La automatización se ha introducido ya en muchas industrias que se dedican a la producción en serie. Las primeras han sido las industrias electrónicas y de procesos. Más recientemente, se han producido sustanciales avances en la industria de automoción y algunas otras. Sin embargo, la introducción de la automatización no se ha limitado sólo a la producción; las técnicas ayudadas por ordenador se están usando cada vez más en el diseño y en diversos aspectos de la administración del procesamiento de la información. En la industria de manufactura se puede citar un gran número de ejemplos de integración en un mismo sistema, de diferentes pero interrelacionadas facetas de un mismo negocio —por ejemplo, diseño, confección, ventas y control de dirección—. En los campos más amplios del comercio y de las industrias de distribución y ventas al pormenor, se produce un movimiento similar hacia la automatización e integración, y parece probable que pocas, si es que hay alguna, de las áreas de empleo, permanecerán inalteradas para cuando los niños que ahora empiezan la escolaridad estén en disposición de buscar trabajo.

118: En esta situación, y con la posibilidad de que aparezcan factores hasta ahora desconocidos, no es posible anticipar las necesidades futuras con detalle. Sin embargo, creemos que sí es posible emitir algunas conclusiones generales. El efecto principal de la automatización será reducir la cantidad de esfuerzo humano necesario para realizar un producto o proporcionar un servicio. Por eso, para la gran mayoría de los que tienen empleo, parece que podría haber una reducción en el uso de las matemáticas, al menos en el nivel de cálculo aritmético. Esto se puede considerar como una ampliación del efecto de la introducción de la calculadora electrónica que, como ya hemos apuntado, se está usando cada vez más en el trabajo. Sin embargo, para un limitado número de personas suponemos que habrá una necesidad mayor de utilizar las matemáticas; serán aquéllas que se dediquen al mantenimiento del equipo automatizado y al desarrollo de sistemas de ingeniería ayudados por ordenador. A niveles todavía más sofisticados, también suponemos que existirá un mayor uso de las matemáticas conjuntamente con los ordenadores, para la creación de modelos. A todos los niveles de empleo, cree-

mos que un conocimiento adecuado de los conceptos matemáticos más sencillos permitirá, a quienes ya trabajan, un mayor aprovechamiento conforme su trabajo cambia como consecuencia de la automatización. El conocimiento necesario no se reducirá sólo a las operaciones con las que el trabajador se enfrenta directamente en su trabajo; también será importante que comprenda la situación financiera de su compañía y participe de forma inteligente en aquellos aspectos de la administración en los que esté en condiciones de influir. **La asimilación en la escuela de los fundamentos matemáticos adecuados seguirá teniendo capital importancia con el fin de proporcionar la base para cualquier formación profesional posterior exigida por el posible desarrollo de una profesión o el cambio de trabajo.**

119: Teniendo presente el ritmo del desarrollo tecnológico y las direcciones inesperadas que según la historia tal desarrollo puede tomar, no vemos ninguna razón para suponer que los niveles de las necesidades matemáticas de las personas que empezarán a trabajar dentro de diez o veinte años, serán menores de lo que son hoy. Aunque las necesidades específicas puedan ser diferentes, un dominio seguro de las ideas matemáticas sencillas y la capacidad de aplicarlas seguirá siendo importante. Un número limitado de personas necesitará más matemáticas que sus colegas actuales; también se necesitarán algunas personas altamente calificadas matemáticamente para llevar a cabo el trabajo que exigirán los rápidos cambios tecnológicos. En cualquier caso, será de suma importancia mantener y desarrollar la relación entre escuela e industria.

Las necesidades matemáticas de algunas áreas de empleo

120: En lo que resta de este capítulo, planteamos en términos muy generales los tipos y niveles de matemáticas que probablemente se encontrará una gran cantidad de trabajadores. Aunque las categorías no cubren todos los tipos de empleo posibles para quienes dejan la escuela a los 16 años, creemos que incluyen un amplio número. En algunos casos indicamos los procesos de selección más comunes y las calificaciones exigidas. Deseamos destacar que incluso las descripciones generales que damos no se deben aplicar a todos aquéllos que pertenezcan a la categoría estudiada. Seguramente, sólo parte de las matemáticas que mencionamos será necesaria para cualquier persona en particular. Es probable que varíen también los requisitos con el tamaño de la empresa. Quienes trabajan en pequeñas empresas pueden encargarse de una mayor gama de trabajos y, por tanto, usar en mayor proporción las matemáticas, que los que trabajan en secciones especializadas de una empresa mayor.

Industria de manufactura

121: En la industria de manufactura suelen considerarse tres niveles —obreros, especialistas y técnicos—, aunque los límites de cada categoría no están claramente definidos y la categoría que se asigna a un trabajador varía de una industria a

otra, y también de una firma a otra dentro de la misma industria.

OBREROS

122: Entre los identificados como obreros hay muchos cuyo trabajo no parece exigir ninguna aplicación formal de las matemáticas. Sus funciones consisten en suministrar y sacar artículos de las máquinas, ensamblar pequeños componentes, ordenar el material que sobra y manejar maquinaria de ajuste de la producción. Es extremadamente raro que en la selección del personal para estos puestos se tengan en cuenta las calificaciones escolares; las cualidades personales y el modo en que los aspirantes se desenvuelven en la entrevista se consideran normalmente de mayor importancia. Las pruebas de selección se usan para habilidades específicas, tales como la destreza manual o ausencia de daltonismo; la formación normalmente se lleva a cabo en el puesto de trabajo. No obstante, en los casos en que los obreros de este grupo se promocionan, por ejemplo, a responsables o a encargados, sí puede ser necesario trabajar con la aritmética, y así ascenderán a una segunda categoría, muy amplia también, compuesta por obreros que usan un limitado número de operaciones matemáticas.

123: Los obreros de esta segunda categoría pueden necesitar contar artículos que están siendo apilados y registrar el resultado; reconocer, copiar e interpretar los números, por ejemplo los números de código; sumar, restar, multiplicar y a veces dividir números enteros, puede que con la ayuda de una calculadora; realizar cálculos mentales sencillos; leer cuadrantes e indicadores, aunque esto no implique otra cosa que asegurarse de que una aguja u otro indicador está dentro de los límites especificados; pesar y medir tanto con unidades métricas como imperiales, incluyendo medidas de fracciones de una pulgada, estar familiarizados con la idea de peso bruto y neto. Los procesos de contratación son generalmente iguales que los del grupo anterior.

124: Una tercera categoría es la de los obreros que usan una mayor gama de destrezas elementales o cierto número de matemáticas más avanzadas; algunas de las tareas que estos obreros realizan son las mismas que las de los designados como especialistas. Estas tareas incluyen comprobar dimensiones usando un micrómetro, nonio u otro tipo de calibrador; calcular o estimar superficies; comprender tolerancias expresadas como \pm o de otras formas; leer dibujos de ingeniería, a menudo en forma de croquis a mano alzada con algunas dimensiones marcadas, pero a veces también algo más complicado. Las dimensiones se pueden dar en milímetros o pulgadas; en este caso se han de conocer las fracciones de una

pulgada en la sucesión $1/2$, $1/4$, ..., $1/64$ y múltiplos de éstos, y también los decimales que frecuentemente se expresan en milésimas de pulgada. Trabajos de este tipo requieren que el obrero posea el conocimiento geométrico necesario para interpretar un plano de dos dimensiones en términos tridimensionales. Relacionado con la lectura de calibradores e indicadores puede ser necesario comprender muchos tipos de relaciones, por ejemplo velocidad de giro, caudal de fluido o presión. A algunos trabajadores se les pedirá que usen un teclado tipo calculadora, leer gráficos y usar varias clases de tablas de referencia. Otros han de saber mezclar sustancias en una proporción dada, puede que expresada en términos de porcentaje. Puede que ocasionalmente sea necesario sustituir números en una fórmula sencilla, que normalmente estará expresada en palabras. Sin embargo, es importante recordar que cualquier obrero particular sólo tendrá que hacer algunas de estas tareas.

ESPECIALISTAS

125: Muchas industrias requieren trabajos de tipo especializado y, por tanto, las necesidades matemáticas varían ampliamente. En muchos casos las necesidades serán similares a las que hemos enunciado en el apartado anterior, aunque en una industria determinada el especialista generalmente hará uso de mayor número de destrezas matemáticas que el obrero de dicha industria. Puede que también necesite conocer mayor número de conceptos geométricos para, por ejemplo, estimar o calcular superficies y volúmenes de formas no rectilíneas en dos y tres dimensiones, medir ángulos y realizar construcciones geométricas sencillas.

126: Los aprendices de especialista de ingeniería necesitan con frecuencia una base matemática más amplia. Muchos han de operar con soltura fracciones como $1/2$, $1/4$... $1/64$ y sus múltiplos, y familiarizarse con los equivalentes decimales de éstos; seleccionar el equivalente fraccionario más próximo de esta sucesión a un decimal dado; hacer conversiones de milímetros a pulgadas, probablemente con la ayuda de una tabla de referencia. Necesitan saber moverse dentro de unas tolerancias dadas y comprender el nivel de significación de las cifras en contadores de lectura digital. La lectura de contadores puede también exigir el conocimiento de prefijos tales como mico-, mili-, kilo-, mega- y sus símbolos asociados. Saber usar una amplia gama de dibujos, por ejemplo en planta, alzado y sección transversal, exige estar familiarizado con los convencionalismos del dibujo técnico y un buen dominio de los conceptos geométricos; también se precisa a veces saber usar los instrumentos geométricos. Otras exigencias geométricas podrían incluir el conocimiento de los triángulos semejantes y el teorema de Pitágoras, y el uso del seno y

la tangente de un ángulo en triángulos rectángulos. Los aprendices no necesitan álgebra formal, o a lo sumo muy poca, pero se les puede pedir que sustituyan números en una fórmula sencilla, con frecuencia dada en palabras, resolver ecuaciones de primer grado y dibujar gráficos de resultados experimentales con la elección apropiada de la escala y los ejes. Normalmente, se evita trasponer ecuaciones algebraicas y fórmulas.

127: Aunque probablemente pocos jóvenes trabajadores vayan a necesitar los conocimientos de matemáticas reflejados en la lista completa de los apartados anteriores, muchos encontrarán la mayoría de los temas indicados en su primer año de formación. En algunos casos, una razón para que ello sea así, es que la instrucción adicional del primer año es con frecuencia la misma, tanto para el aprendiz de especialista como para el de técnico (véase apartado 129). Las empresas adoptan estrategias muy diversas para la contratación de especialistas. Una primera exigencia es que el aspirante debe mostrar la motivación y el interés suficientes como para triunfar en ese trabajo. En ese caso, muchos de los así contratados proceden del nivel 4 del examen de CSE (el grado certificado a los candidatos de rendimiento medio) en las asignaturas apropiadas. Sin embargo, los jóvenes que dejan la escuela con las calificaciones a este nivel, raramente dominarán toda la gama de destrezas matemáticas y conceptos que hemos esbozado. Creemos que es por este grupo de jóvenes aspirantes a un empleo por el que más preocupación ha manifestado la industria de manufactura.

TECNICOS

128: Casi todos los contratados como aprendices de técnico de ingeniería, también realizan un curso complementario de enseñanza postsecundaria, normalmente un curso TEC en el nivel de certificado o diploma. Estos cursos están diseñados para aquéllos que tienen al menos el grado 3 del CSE en las asignaturas apropiadas, que incluyen las matemáticas. Por esta razón a los aprendices de técnico de ingeniería se les exige, generalmente, tener al menos este nivel de calificación; muchos tienen el nivel 0, grado C o superior. A muchos también se les habrá exigido hacer un examen de selección de matemáticas.

129: La relación entre los aprendices técnicos y especialistas es muy imprecisa y ya hemos indicado el hecho de que ambos pueden seguir la misma formación fuera del puesto de trabajo en el primer año. Más tarde, los aprendices de técnico se encontrarán con una mayor variedad de tareas. Sin embargo, algunas empresas hacen muy poca o ninguna distinción en los primeros dos o tres años por lo que a trabajo se refiere.

130: Las exigencias matemáticas de los técnicos serán las que hemos enumerado ya para los anteriores. Aunque de ningún modo se necesitarán todas estas matemáticas en el trabajo durante el primer año, es probable que se cubra todo en el curso complementario del TEC. Los niveles de exigencia de los cursos de enseñanza postsecundaria suelen ser mayores que los del propio trabajo, un punto sobre el que volveremos cuando discutamos estos cursos en el próximo capítulo. Podemos advertir en este punto que, ya que la formación inicial de los aprendices técnicos y especialistas es frecuentemente la misma, algunos aprendices especialistas en particular tienen que enfrentarse con un programa innecesariamente gravoso, ya sea en el centro de formación o en el college, o en ambos.

131: Muchos centros de formación para aprendices técnicos y especialistas de ingeniería, incluyen un período de perfeccionamiento de las «destrezas matemáticas básicas» durante las primeras semanas. Esta instrucción puede realizarse en unas pocas horas o en dos o tres semanas. Tenemos conocimiento de la mejora que se logra durante este período de concentración intensiva en las destrezas numéricas y en los temas matemáticos sencillos. Sin embargo, creemos que los dos factores principales que actúan aquí son que la revisión refresca temas que no se han usado durante varios meses, y que los aprendices tienen una fuerte motivación para triunfar, puesto que en esta etapa pueden empezar a ver los usos que harán de las matemáticas en su propio trabajo. Existen pocas pruebas tanto de los centros de formación industrial, como relativas al aprovechamiento de los técnicos en los programas del TEC, para suponer que la poca preparación en matemáticas sea una fuente general de problemas durante el primer año de formación.

132: Las exigencias matemáticas específicas de otros grupos de aprendices técnicos varían según la naturaleza del empleo. En general, las necesidades son menos extensas que las de ingeniería, aunque sea pueda exigir un conocimiento más profundo de algunos temas. Por ejemplo, un técnico de un laboratorio de Ciencias puede tener que hacer e interpretar diversos tipos de gráficas que se obtienen a partir de los resultados de los experimentos, de la graduación de instrumentos o de los resultados producidos por las máquinas de comprobación computerizadas; puede que necesite determinar puntos de inflexión, reconocer relaciones lineales y no lineales y usar gráficas con escala logarítmica. Algunos técnicos necesitan un conocimiento sólido de los procesos numéricos y grados de magnitud, por ejemplo, pesar y medir cantidades muy pequeñas en diversas unidades, en máquinas de lectura digital. Puede que también tengan que hacer uso de proporciones directas e inversas para dibujar a escala los resultados obtenidos en tests realizados sobre sustancias diluidas para utili-

zar en pruebas. Tales trabajos también exigen un buen conocimiento del grado de precisión requerido en una situación práctica determinada. El uso de calculadoras está muy extendido en estos trabajos.

El trabajo
de oficina

133: Este trabajo cubre una extensa gama de funciones tales como contabilidad, ventas, sueldos y registros; el trabajo de muchas mecanógrafas, recepcionistas y secretarías también tiene características típicas de este grupo. Las matemáticas que necesita este amplio grupo tienen que ver más con la aritmética, aunque algunas tareas pueden implicar la sustitución de números en una fórmula, normalmente expresada en palabras, y dibujar gráficos de venta o producción. La enumeración total de posibles destrezas matemáticas necesarias es amplia, aunque cualquier puesto de trabajo es probable que sólo exija el uso de un limitado número de ellas. Las destrezas incluyen contar, registrar números y ponerlos en orden o en tablas; sumar, restar y multiplicar y dividir números enteros, decimales y dinero; un uso limitado de los quebrados, normalmente en situaciones que implican dividir por un número entero; porcentajes aplicados de diversas formas; razón y proporción; relaciones, por ejemplo, en la forma de salario por hora o coste por tonelada. Puede que sea necesario también usar tablas de referencia y redondear, por ejemplo, hasta el penique más próximo. Ahora el uso de calculadoras está muy extendido en casi todos estos trabajos. Los procesos apropiados de comprobación, aunque quizás diferentes de los que se usaron en otro tiempo, continúan siendo de crucial importancia.

La venta
al por menor

134: Los jóvenes empleados en este ramo, normalmente como ayudantes de ventas o directores en formación, generalmente sólo necesitan una pequeña gama de destrezas aritméticas para su trabajo. Muchas de las tareas son similares a las enumeradas para los trabajadores de oficina en el párrafo anterior. El trabajo puede exigir usar una caja registradora, una tabla de cálculos preparados, o una tabla de artículos y precios. Puede que sea necesario contar los artículos por docenas o individualmente y registrar el resultado en una hoja de almacén; preparar facturas, quizás conceder descuentos o aplicar el impuesto del valor añadido, trabajar con promedios y porcentajes. Las tablas de datos numéricos pueden exigir que se sume por filas o columnas. Aunque se pueden usar las calculadoras para las tareas más complicadas, a los ayudantes de venta se les exigirá con frecuencia que realicen sencillos cálculos mentalmente.

La agricultura

135: Las necesidades matemáticas de quienes trabajan en la agricultura se pueden considerar modestas. Las destrezas principales son contar y medir. Sin embargo, el alto costo actual de las materias primas y los avances tecnológicos exigen que, en cosas como la alimentación de los animales,

fertilizantes y herbicidas, las cantidades se calculan con bastante precisión. Una siembra adecuada exige del trabajador de una granja realizar graduaciones precisas y suministrar cantidades precisas de semillas. La alimentación de las vacas lecheras es ahora cuidadosamente equilibrada en cuestiones como necesidades de fécula y proteínas, y éstas tienen que ser calculadas de acuerdo con las características de una variedad de materias alimenticias. La producción de leche tiene que registrarse.

136: La maquinaria agrícola es compleja también. Es necesario que el trabajador agrícola sea capaz de leer una serie de diales e indicadores y, por ejemplo, introducir los discos apropiados para la velocidad de rociada de un pulverizador de cosechas, o hacer los ajustes necesarios para los diferentes tipos de semilla. Aunque las unidades métricas se están usando cada vez más, el conocimiento de las unidades imperiales es necesario todavía, pues gran parte de la maquinaria que se usa actualmente se ha construido con normas no métricas.

137: Además de familiarizarse con los aspectos que ya hemos enumerado, el que dirige una granja tiene que llevar a cabo la contabilidad de la misma y poseer destrezas de planificación, de modo que pueda usar con eficiencia tanto la mano de obra como la maquinaria. Es también deseable tener capacidad para estimar, especialmente superficies de formas irregulares.

La construcción

138: Como en los otros sectores de la industria, es difícil identificar con precisión las necesidades matemáticas de todos los trabajadores. El tamaño de las empresas dentro de este sector varía muchísimo. Se estima que hay más de 40.000 empresas que emplean menos de 10 personas; pero 50 grandes empresas absorben casi el 10 por ciento de la construcción que se realiza cada año. Dentro de una gran organización, el trabajo de un individuo puede llegar a ser siempre lo mismo. Por otra parte, el autónomo es el que probablemente tendrá que enfrentarse con una mayor variedad de tareas diferentes. Para él, y para las pequeñas empresas en general, la estimación de materiales es crucial. Una sobreestimación puede dar lugar a que sobren materiales que no se puedan usar en ninguna otra parte; una infravaloración puede acarrear retraso, con la consiguiente pérdida de tiempo y dinero.

139: Muchos trabajadores de la construcción necesitarán interpretar planos y dibujos y ser capaces de medir con precisión. Los albañiles, enlucidores, pintores y decoradores deben ser expertos en estimar la cantidad del material que van a necesitar para distintas tareas. Los empresarios de la industria de la construcción se quejan a menudo de que los jóvenes que empiezan tienen dificultades al principio en este aspecto,

y una intuición escasa para los grados de magnitud, especialmente en lo que se refiere a longitud, superficie y volumen.

140: Algunos profesionales requieren técnicas matemáticas específicas. Por ejemplo, el electricista puede que necesite usar la fórmula apropiada para combinar resistencias o calcular la intensidad de corriente en un circuito. El fontanero debe saber apreciar con seguridad las cantidades y formas en juego, cuando trabaja en tres dimensiones, por ejemplo para cortar las chapas en torno a las chimeneas o instalar una tubería. El carpintero puede tener que realizar cálculos bastante detallados al construir escaleras o hacer un tejado con vigas. El capataz responsable de acondicionar un edificio necesitará buenas destrezas de medida y planificación.

Hostelería

141: La principal exigencia en los trabajos de la industria hotelera y de alimentación es saber realizar cálculos matemáticos con precisión. Muchos trabajadores realizan funciones que tienen relación con cálculos de dinero, peso, medida y existencias en depósito.

142: Quienes trabajan en recepción y contabilidad tienen que guardar registro y libros de cuentas y calcular los recargos por servicio y el impuesto del valor añadido. Se les puede requerir también para que ayuden a los clientes respecto a los horarios de autobuses y trenes. Los cocineros están afectados por lo que hace referencia a peso y medida, y al cálculo del tiempo necesario de preparación de los platos. Necesitan un dominio de la proporción con el fin de poder adaptar recetas a cantidades mayores o más pequeñas, y quizá también necesitan calcular el coste por ración. Algunos empleados en la alimentación en instituciones deberán saber calcular también necesidades nutritivas específicas y tomar en consideración factores tales como los requisitos de una dieta equilibrada; es probablemente esencial calcular el coste con precisión.

143: Los camareros y personal de barra tienen que sumar las consumiciones, manejar dinero y memorizar los precios. El personal de barra a menudo tiene que retener un gran número de peticiones, cada una con su precio, y por costumbre se espera que sume los costos mentalmente.

El trabajo con ordenadores

144: Seguramente pocos de los jóvenes que salen de la escuela trabajarán directamente con un ordenador. Su trabajo será normalmente más bien de oficina, o como operador, tratando con la entrada y salida de datos; aunque algunos jóvenes con calificaciones de nivel A obtienen puestos de programador ayudante. La preparación de los datos de entrada al ordenador conlleva presentarlos exactamente en el formato requerido; el manejo de los resultados del ordenador, a menudo, implica extraer datos de tablas que contienen más información o más cifras que las necesarias en ese momento. Estas

tareas exigen poca competencia matemática aparte de la necesidad de estar familiarizado con el manejo de información numérica. En algunos casos, también es necesario realizar cálculos aritméticos sencillos que pueden acarrear el uso de decimales y porcentajes.

Puericultura
y enfermería


145: Excepto en unos pocos casos muy especializados, no es posible empezar los estudios de enfermería hasta los 18 años, pero muchas personas que empiezan su formación a esta edad, habrán dejado la escuela a los 16. Las calificaciones mínimas exigidas para iniciar los estudios del Certificado Estatal de Enfermería (SRN) se establecen en la obtención del nivel 0, o el grado 1 del CSE, no siendo las matemáticas una asignatura obligatoria. Otra vía alternativa de entrada es aprobar el examen del Consejo de Enfermería General; este examen contiene una sección de matemáticas. Para ser Auxiliar de Clínica (SEN) el mínimo exigido es una buena cultura general. La selección se hace a base de entrevistas, y a veces también mediante un examen. Sin embargo, los hospitales, de forma individual, son libres para establecer las calificaciones necesarias para comenzar la formación como SRN. Estas calificaciones son de mayor nivel que los anteriores mínimos, y en algunos casos se pide específicamente una cualificación matemática. El hecho de que pueda haber una laguna de dos años entre la salida de la escuela y el comienzo de la formación en enfermería puede dar lugar a que, en algunos casos, las destrezas de cálculo se hayan deteriorado por falta de uso.

146: Casi todas las matemáticas que se requieren para el trabajo de enfermería tienen que ver con medir y registrar, a menudo de forma gráfica. Esto puede incluir la medida y el registro de la temperatura, pulsaciones, respiración, entrada y salida de aire, ganancia o pérdida de peso. Las medidas que se han registrado han de saberse interpretar. Las medidas se toman ahora casi por completo en unidades métricas (SI) y los(as) enfermeros(as) necesitan estar familiarizados con prefijos como mega-, kilo-, mili- y micro-, y comprender que en el Sistema Métrico Decimal la graduación de unidades se hace en múltiplos de mil. Saber operar con razones, proporciones y porcentajes es esencial.

147: Existen varias fórmulas que se han de usar con seguridad y exactitud. Incluyen, por ejemplo, la fórmula que se utiliza para saber la cantidad de alimento que se tiene que dar si el medicamento recetado no lleva especificada la proporción. Ya que este trabajo se realiza a menudo bajo cierta tensión, es esencial la capacidad de realizar este tipo de cálculos con celeridad, precisión y seguridad.

148: Sin embargo, aunque la precisión es importante, también lo es la capacidad para estimar y aproximar, que ayuda a asegurar la exactitud, especialmente si se usa calculadora.

Errores del orden de un múltiplo de 10 pueden ocurrir fácilmente cuando se trabaja constantemente con el sistema métrico, y es vital detectarlos antes de que los resultados sean nocivos. Destrezas de estimación visual, como percibir que una botella de goteo se está vaciando demasiado deprisa, o que se requiere una jeringa de tamaño inusual, también son necesarias.



4. Las necesidades matemáticas en la enseñanza superior y postsecundaria ¹

Enseñanza postsecundaria

149: Los alumnos que salen de la escuela entre los 16 y los 18 años tienen a su disposición una amplia gama de cursos de enseñanza postsecundaria en horario completo o parcial. Muchos de los cursos de formación profesional que presentan un componente matemático se desarrollan bajo la normativa del *Business Education Council* (BEC, Consejo de Enseñanza Empresarial), el *Technical Education Council* (TEC, Consejo de Enseñanza Técnica), el *City and Guilds of London Institute* (CGLI) y la *Royal Society of Arts* (RSA, Real Sociedad de Letras). Mientras que el CGLI y la RSA existen desde hace bastantes años, el BEC y el TEC fueron creados, respectivamente, en 1974 y 1973, con la misión de planificar, administrar y supervisar el establecimiento de un sistema nacional de cursos no universitarios. La competencia del BEC se extiende a las ocupaciones correspondientes al amplio campo de la empresa y la administración pública, mientras que la del TEC se refiere a las ocupaciones a nivel de técnico, tanto en la industria como en otros ámbitos. Los cursos que se imparten bajo la dependencia de estas dos entidades subsumen los antiguos cursos para la obtención de los Diplomas y Certificados Nacionales (OND, ONC, HNC y HND).

Tipos de cursos

Cursos del TEC

150: Los programas del TEC comprenden cursos a todos los niveles para técnicos, tanto en la industria como en otros ámbitos. Se estructura en tres sectores concretos: ingeniería, construcción y ocupaciones de base científica. Están destinados a alumnos de 16 años y permiten obtener el correspondiente Certificado o Diploma del TEC. Este último constituye una prolongación del primero y, en términos generales, abarca más materias, que se estudian al mismo nivel de profundidad que aquél. Los cursos pueden seguirse en régimen

¹ Véase apéndice de la edición española.

de horario completo o parcial, y constan de varias unidades de estudio que se ofrecen a distintos niveles. En lo que se refiere a las matemáticas, la unidad del nivel I es común a los programas de los tres sectores y está concebida para quienes poseen, como mínimo, el grado 3 del CSE (*Certificate of Secondary Education*, Certificado de Enseñanza Secundaria), o el grado E del certificado de nivel 0 (*Ordinary level*, Nivel ordinario). Las unidades del nivel II parten del nivel I, pero en algunos casos, entre ellos el de las matemáticas, puede accederse a ellas directamente si se posee un CSE de grado 1 o un certificado de nivel 0 de grado C o superior.

151: El contenido matemático de la unidad del nivel I y de las unidades tecnológicas conexas suele superar las necesidades matemáticas que los aprendices de técnico han de afrontar durante su primer año de trabajo. Algunas empresas, no obstante, insisten en que los aprendices de técnico que estén calificados para acceder al nivel II en matemáticas sigan, en todo caso, el curso de nivel I, para consolidar sus conocimientos en relación con los temas más relacionados con su trabajo. En algunos casos, esta insistencia se deriva de las quejas expresadas por los departamentos de formación de las propias empresas en relación con la falta de base que se advierte, en determinados campos de las matemáticas, en alumnos que han obtenido el certificado de nivel 0. Como explicamos en el apartado 127, algunas empresas no hacen distinción entre los aprendices de técnico y los de especialista durante el primer año de formación, y es la posesión del CSE o del certificado de nivel 0 lo que viene a determinar si el aprendiz ha de seguir un curso TEC o CGLI. No debe deducirse de ello, sin embargo, que todos los que comienzan un programa TEC vayan a ser después clasificados como técnicos; de la misma forma, algunos de los alumnos que acceden a cursos CGLI acaban por convertirse en técnicos.

152: El TEC ha publicado un «Banco de objetivos» matemático que puede emplearse para preparar las unidades de esta asignatura, y asimismo una serie de «unidades estándar» basadas en los materiales de dicho Banco. Estas unidades se ponen a disposición de los colleges, que pueden hacer uso de ellas o bien modificarlas para elaborar otras que se ajusten a sus necesidades concretas y que habrán de ser posteriormente aprobadas. Si así lo hacen, podrán utilizar, en colaboración con las empresas locales, el Banco de objetivos. En la práctica, numerosos colleges incluyen las unidades estándar en los cursos que imparten.

153: Las unidades y el Banco de objetivos del TEC se revisan periódicamente para ajustarlos a los programas escolares y satisfacer las necesidades de la industria. En 1980, por ejemplo, se hizo una revisión completa tras un exhaustivo debate con los colleges y el empresariado, a la vista de los comenta-

rios hechos por los grupos de matemáticas de la Junta del CSE y del GCE (*General Certificate of Education*, Certificado General de Educación) y por el comité de matemáticas del *Schools Council* (Consejo de Escuelas). Entre los cambios más recientes introducidos en las unidades de los niveles I y II se encuentran la supresión de la regla de cálculo y de las tablas de logaritmos para fines de cálculo, y la mayor insistencia en el uso correcto de las calculadoras.

Cursos del BEC

154: Los cursos del BEC imparten una formación profesional básica en distintas carreras, relacionadas con alguna de las cuatro Juntas siguientes: de Estudios Empresariales, de Estudios del Sector Financiero, de Estudios de la Distribución, y de Estudios de la Administración Pública y el Sector Público.

155: En una comunicación escrita que nos dirigió, el BEC afirmaba:

El Consejo se siente preocupado por la recepción de continuos informes acerca de la incapacidad de los alumnos, al terminar la enseñanza secundaria, para abordar tareas aritméticas básicas que exigen destrezas manipulativas, para demostrar una cierta «sensibilidad sobre el orden de magnitud de una cantidad» o incluso para aplicar conceptos y técnicas cuantitativos básicos a la resolución de problemas de la vida empresarial. Consecuentemente, el Consejo ha decidido incluir estudios comparativos obligatorios en todos los cursos que permiten acceder a los títulos que otorga.

Todos los cursos del BEC abordan cuatro «temas centrales», uno de los cuales es el «enfoque lógico y numérico de los problemas de la vida empresarial». Los cursos son de carácter modular y en ellos se incluyen «tareas intermodulares».

156: Para seguir los cursos del BEC se requiere haber cumplido los 16 años. Se distinguen dos niveles, el general y el nacional. El nivel general, que responde al criterio básico de «comenzar desde cero», se imparte a quien lo desee, sin exigirse ningún examen calificadorio. Muchos de los alumnos que lo inician poseen, no obstante, algún título, aunque éste suele ser inferior al grado C del certificado de nivel O, o equivalente, que es el mínimo que se exige para pasar al nivel nacional.

157: En el curso de nivel general es obligatorio el módulo denominado *Cálculo empresarial*, que es objeto de examen independiente. Este módulo atiende a la realización precisa y eficiente de cálculos rutinarios en la vida de la empresa, a la

capacidad para interpretar información y datos numéricos, y a la capacidad para aplicar destrezas numéricas en la resolución de problemas de la vida empresarial. El programa intenta reflejar los requisitos que se exigen a los empleados de oficina y comprende las operaciones de suma, resta, multiplicación y división aplicadas a los números enteros, decimales y fraccionarios; el empleo de las unidades de los sistemas métrico e imperial en la empresa; la finalidad y empleo de las aproximaciones; la naturaleza y función de los porcentajes; el empleo de los promedios en la empresa, y la utilización de formas adecuadas de representación gráfica de los datos. Los objetivos de aprendizaje comprenden también «el uso adecuado y eficaz de las calculadoras».

158: Para acceder al curso de nivel nacional del BEC se exigen cuatro niveles 0, o su equivalente, pero sin especificar materias, y por eso el rendimiento en matemáticas de quienes pasan a él desde la escuela difiere mucho de unos casos a otros. En todo caso, los alumnos que accedan a este curso tras haber aprobado el de nivel general ya habrán pasado el módulo de *Cálculo empresarial*. Tiene carácter obligatorio el módulo de *Competencia numérica y contabilidad*. La primera parte del mismo, «Competencia numérica», comprende algunas de las operaciones ya incluidas en el módulo de *Cálculo empresarial*; no se incluyen, en cambio, las unidades de los sistemas métrico e imperial, y la finalidad y empleo de las aproximaciones. Su contenido se completa con las operaciones algebraicas simples, la construcción e interpretación de gráficos, la representación de datos en forma de tablas y diagramas, el cálculo e interpretación de promedios, el cálculo de promedios ponderados, y los métodos empleados en la elaboración de determinados números índice, tales como el índice de precios al consumo.

Cursos del CGLI y de la RSA

159: El CGLI ofrece cursos a nivel de especialista para quienes desempeñan puestos de trabajo de carácter técnico. En estos cursos, las matemáticas no se consideran una asignatura independiente; ni siquiera son objeto de examen separado. Por el contrario, se contemplan como un instrumento útil en los estudios profesionales y, por tanto, se enseñan como parte de éstos y sólo cuando es necesario.

160: Para satisfacer las necesidades de los alumnos de bajo nivel académico, el CGLI ha implantado recientemente diversos «cursos de fundamentos» concebidos para extensas áreas de formación profesional. El objetivo principal de los mismos es «mejorar las destrezas educativas básicas, tales como la lectura y redacción, y la competencia numérica; facilitar la transición de la educación en régimen de dedicación com-

pleta al mundo del trabajo, y facilitar a los estudiantes una base que les permita elegir carrera con más conocimiento de causa». Se trata de cursos de horario completo que pueden seguirse en una escuela, un college de enseñanza postsecundaria o bien en ambos centros (los que se denominan «cursos-enlace»). Todos ellos prestan atención a la competencia numérica, que se desarrolla en un contexto que guarda relación con el objetivo profesional respectivo. Ultimamente, el CGLI ha creado un curso denominado *Competencia numérica*, que puede seguirse en una escuela o un college.

161: En 1980, la RSA estableció un curso de Preparación Profesional (para Oficinas) dirigido a quienes buscan empleo, por primera vez, como auxiliares o a niveles equivalentes. Una vez completado el curso, se obtiene un certificado que acredita la posesión, dentro del área denominada *Comunicación*, de la competencia precisa en diversos aspectos de la aritmética. Entre los exámenes de carácter monográfico que ofrece la RSA se cuenta el de aritmética, el de matemáticas y el de empleo de calculadoras, y pueden realizarse en una escuela o un college.

Ajuste entre
la escuela,
el trabajo
y la enseñanza
postsecundaria

162: En teoría, el alumno que sale de la escuela debiera seguir aprendiendo matemáticas, sin discontinuidades, al pasar a la enseñanza postsecundaria y al mundo del trabajo. Sin embargo, el proceso no resulta fácil. Los cursos de enseñanza postsecundaria están concebidos para amplias categorías de empleados y permiten el acceso a jóvenes que presentan rendimientos educativos muy variados. Más aún, la propia variedad existente en el contenido de los programas del nivel 0 y del CSE, y el hecho de que la obtención de un determinado grado no signifique que se sea competente en todas las partes del programa correspondiente, dificultan la tarea de determinar con certeza las materias que conocen los alumnos que acceden a los distintos cursos. Esta es probablemente la causa de que muchos cursos, sobre todo los que no exigen el certificado de nivel 0, o su equivalente, en matemáticas, suelen comenzar en un nivel elemental y avancen después a gran velocidad, con lo que los estudiantes con menos base hallan grandes dificultades para mantenerse al ritmo de sus compañeros.

163: En el apartado 130 hemos indicado que las exigencias matemáticas de los cursos de enseñanza postsecundaria suelen ser mayores que las que posteriormente han de afrontarse en el trabajo. Una posible razón es que, en muchos casos, hay que ir más allá de las necesidades inmediatas, para que se desarrolle la confianza y el alumno se familiarice con los temas básicos. Ocurre también que muchos cursos no se limitan a aportar las destrezas específicas necesarias en los primeros años de trabajo, sino también una base sólida para cuarenta años o más de vida laboral. En todo caso, las destre-

zas matemáticas que no se aplican con regularidad pueden atrofiarse muy fácilmente, sobre todo si han sido difíciles de comprender, por lo que a veces no cabe recurrir a ellas cuando se las necesita. Es frecuente, por otra parte, que a medida que se asciende en categoría profesional, disminuya el uso de las matemáticas, en lugar de aumentar, debido a la mayor cantidad de tiempo que se invierte en trabajos de supervisión y tareas afines.

164: Ya hemos comentado en el apartado 130 que a los aprendices de técnico y a los de especialista se les exige a veces seguir el mismo curso de formación inicial. En algunos colleges de enseñanza postsecundaria se obliga a los aprendices que tienen la intención de convertirse en especialistas a seguir cursos de técnicos, que resultan mucho más exigentes y para los que con frecuencia no están preparados. Consideramos que es este grupo de personas el que más padece la falta de adecuación entre el contenido en matemáticas de los cursos de enseñanza postsecundaria y las futuras exigencias laborales. Puede producirse un problema similar en el caso de los alumnos que acceden al curso de nivel nacional del BEC y que entre sus niveles 0 no cuentan el de matemáticas, pero careceremos de base para afirmar que tenga una entidad similar. La diversidad de programas escolares produce a veces una serie de problemas de desajuste entre los cursos seguidos en el college y los seguidos en la escuela.

165: Aun cuando entre los alumnos de los cursos de especialistas haya una gama de capacidades matemáticas extraordinariamente amplia, el hecho de que en los cursos del CGLI no se realicen normalmente exámenes independientes de matemáticas les permite soslayar las preguntas de componente matemático más marcado y obtener buenas calificaciones. Ello parece subrayar el hecho de que muchos especialistas necesitan emplear una gama muy limitada de destrezas matemáticas.

166: Los estudios de Bath y Nottingham pusieron de manifiesto que los alumnos de los colleges de enseñanza postsecundaria mostraban una actitud ante las matemáticas más positiva que cuando se encontraban en la escuela. En determinados casos, parecía deberse a que las aplicaciones prácticas les resultaban más directamente evidentes. Aun cuando no fuese así, muchos de ellos perseveraban, en la creencia de que las matemáticas que se veían obligados a aprender les serían útiles en algún momento, o de lo contrario no habrían sido incluidas en el curso.

167: En el sector no universitario de la enseñanza superior existen en Inglaterra y Gales 30 *polytechnics* (centros politécnicos) y más de 60 *Colleges of Higher Education* (Colleges de Enseñanza Superior), que ofrecen una variada gama de cur-

Las exigencias matemáticas de la enseñanza superior
Sector no universitario

tos de licenciatura. Muchos de ellos son después convalidados por el *Council for National Academic Awards* (Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales), e incluso algunas universidades convalidan el título de *Bachelor of Education* y algún otro que conceden los *colleges* de la localidad. Por otra parte, los *polytechnics* y *colleges* ofrecen también un buen número de cursos de horario completo y cursos sandwich (en estos últimos se alternan períodos de estudio y práctica laboral) de nivel inferior al de licenciatura. La mayoría de éstos presentan una orientación específicamente profesional, que en ciertos casos se refuerza cuando se incluyen prácticas de trabajo en alguna empresa. Determinados cursos están concebidos especialmente para permitir el acceso a determinadas asociaciones profesionales (véanse también los apartados 184 a 187).

168: Para el acceso, tanto a los cursos de licenciatura como a los de nivel inferior, suele exigirse la posesión del certificado de nivel O ó A en determinadas materias, entre ellas acaso las matemáticas, o bien la de títulos tales como el Diploma o Certificado Nacional del BEC o el correspondiente Diploma o Certificado del TEC.

169: En la actualidad no hay ningún organismo que centralice la administración o el acceso a la totalidad de los cursos que se imparten en el sector no universitario de la enseñanza superior. Hemos recabado información de los estudiantes de dicho sector, pero los datos que hemos obtenido no se han clasificado y analizado de forma que permitan determinar los títulos de matemáticas habituales en los cursos tanto de licenciatura como de nivel inferior.

Sector universitario

170: En cambio, para el sector universitario de la enseñanza superior se dispone de información sobre los estudiantes que acceden a él habiendo logrado el certificado de nivel A. Esta información, recopilada en el *Universities Statistical Record* (USR, Registro Estadístico de Universidades) permite, en concreto, conocer el total de estudiantes con certificado de nivel A en matemáticas que han entrado en las universidades de Inglaterra y Gales en los últimos años, así como las distintas carreras que han elegido. En los apartados siguientes nos referiremos a los aspectos generales de dichas cifras, antes de analizar algunas carreras concretas para las que suelen exigirse unos conocimientos matemáticos mínimos. Las cifras que citamos hacen referencia a los estudiantes con estatuto de nativo de las universidades de Inglaterra y Gales, excluyéndose los extranjeros. Estimamos que las estadísticas que presentamos para 1979 abarcan las tres cuartas partes de los estudiantes citados que entraron en los diversos centros de Inglaterra y Gales.

171: En 1979, casi el 92 por ciento de los estudiantes con estatuto de nativo que se matricularon en primer curso de

licenciatura en las universidades de Inglaterra y Gales tenían el certificado de nivel A; el 2,5 por ciento, de los cuales más de la mitad cursaba ingeniería y tecnología, tenía un Certificado o Diploma Nacional; la diferencia hasta el 100 por cien correspondía a otras titulaciones, algunas obtenidas en universidades extranjeras. En los estudios de matemáticas y de materias científicas, el 95 por ciento de los matriculados tenía el certificado de nivel A; en los estudios de ingeniería y tecnología esa cifra bajaba al 85 por ciento, debido al mayor número de alumnos que llegaban a estos cursos poseyendo un Certificado o Diploma Nacional.

172: Estos porcentajes han permanecido más o menos inalterados desde 1973, primer año del que poseemos cifras. Entre 1973 y 1979, el total de estudiantes universitarios aumentó en más del 28 por ciento, aunque se advierten considerables fluctuaciones entre las diversas materias. En los estudios de matemáticas, el aumento fue del 19 por ciento; en los de ciencias físicas, del 17 por ciento (si bien la carrera de física consiguió un crecimiento del 28 por ciento), y en los estudios de tecnología e ingeniería, de casi un 34 por ciento.

Estudiantes con certificado de nivel A en matemáticas

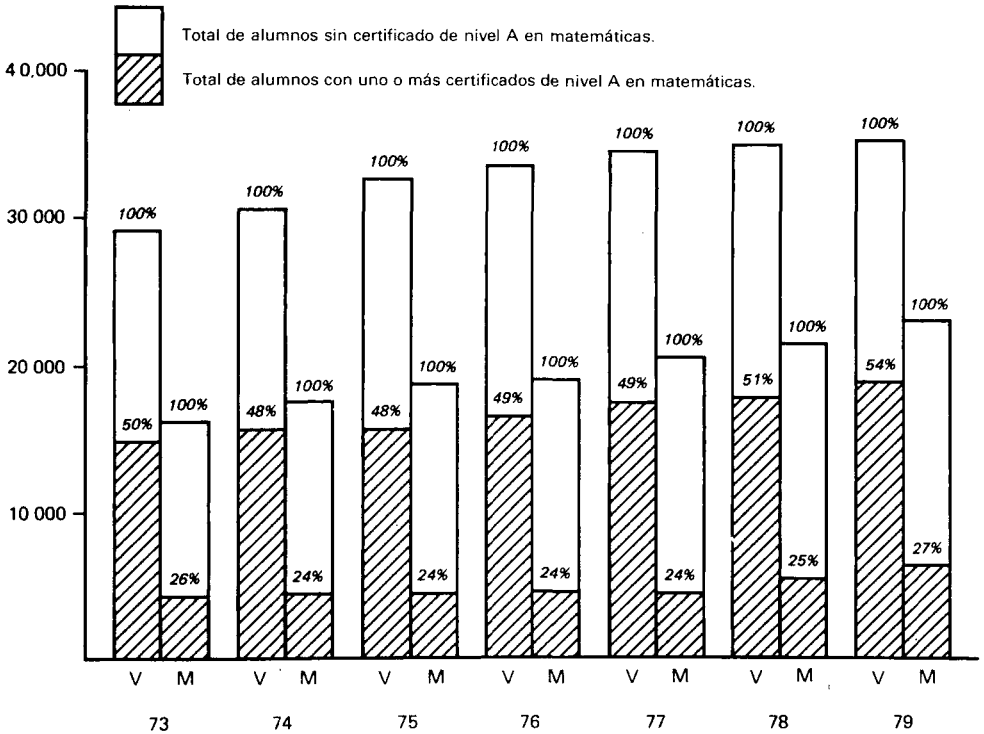
173: Aparte de la música, las matemáticas constituyen la única materia que, en los cursos y exámenes para el nivel A, se estructuran como una sola o como dos asignaturas, a elección. Por brevedad, se habla en estos casos de «*asignatura simple*» o «*asignatura doble*», y en adelante seguiremos esta terminología. Por el momento, basta con señalar que, en los exámenes para el certificado de nivel A, se ofrecen ambas posibilidades; en el capítulo 11 nos ocuparemos de las diferencias estructurales existentes entre los exámenes y programas en ambos casos. El programa que siguen los alumnos que se presentan al examen como «*asignatura doble*» es más extenso que el de la «*asignatura simple*», de lo que no debe deducirse automáticamente que su capacidad matemática sea superior; con todo, el hecho de que pasen más tiempo estudiando matemáticas no sólo les permite cubrir un ámbito mayor, sino también desarrollar una mayor seguridad y competencia. Durante muchos años, casi todos los alumnos que se presentaban al examen de «*asignatura doble*» lo combinaban con el nivel A de física; algunos incluso se presentaban al nivel A de química para contar con cuatro asignaturas en total. En la actualidad, aún se aprecia esta pauta, pero es cada vez más común la combinación de las matemáticas, tanto en «*asignatura simple*» como en «*asignatura doble*», con otras diversas materias.

174: En la figura 2 (véase también el Apéndice 1, tabla 27) se indican los totales aproximados de varones y mujeres matri-

culados entre 1973 y 1979 en los centros universitarios de Inglaterra y Gales que estaban en posesión del nivel A en matemáticas*. Se advertirá que el porcentaje de varones fue casi dos veces superior al de mujeres.

* La estadística y la informática a nivel A no se consideran como calificaciones matemáticas a los efectos de las cifras y tablas del presente capítulo.

Figura 2: Cifras de varones y mujeres matriculados en 1.º curso en las universidades de Inglaterra y Gales entre 1973 y 1979, que tenían el certificado de nivel A en matemáticas.



Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

175: Seguidamente, examinaremos las materias cursadas por esos estudiantes. En la tabla A siguiente (véase también el Apéndice 1, tablas 28 y 29) aparece la información correspondiente a los años 1973 y 1979.

176: Estos mismos datos se presentan en la figura 3 desde una perspectiva distinta, esto es, atendiendo a la proporción de estudiantes dentro de cada grupo, que tenían un certificado de nivel A en matemáticas. Los cambios más significativos entre 1973 y 1979 se advierten en los estudios médicos y

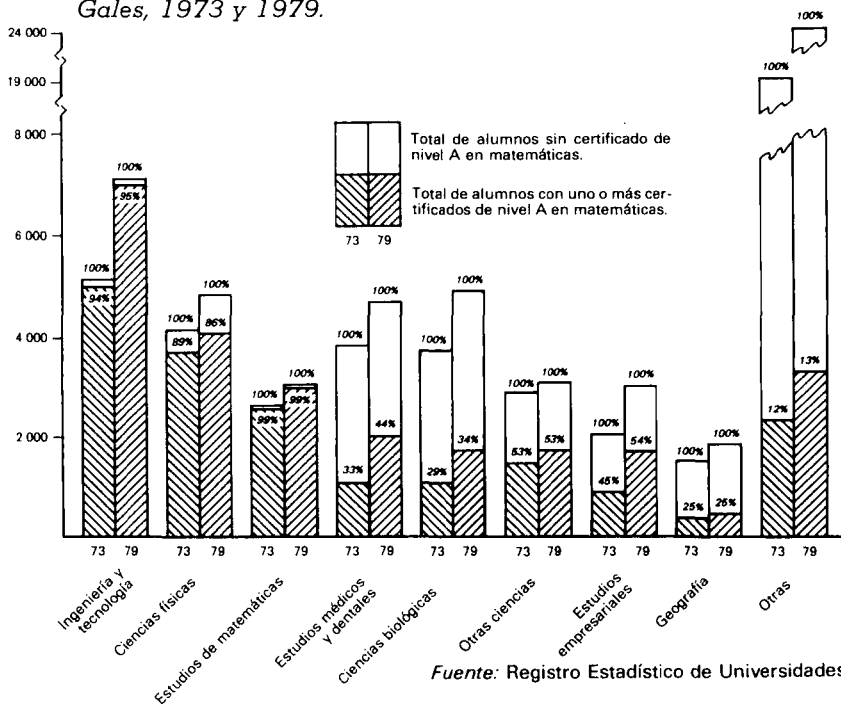
Tabla A. Distribución por grupos de materias de los estudiantes matriculados en 1.º curso de licenciatura en las universidades de Inglaterra y Gales, que tenían uno o más certificados de nivel A en matemáticas.

Grupos de materias ¹	Número de alumnos con certificado de nivel A en matemáticas		% del total de alumnos con certificado de nivel A en matemáticas	
	1973	1979	1973	1979
Ingeniería y tecnología	5.122	7.045	27,1	28,0
Ciencias físicas	3.717	4.185	19,6	16,6
Estudios de matemáticas	2.643	3.107	14,0	12,4
E. médicos y dentales	1.285	2.095	6,8	8,3
Ciencias biológicas	1.097	1.656	5,8	6,6
Otras ciencias	1.506	1.646	8,0	6,5
Estudios empresariales	863	1.621	4,6	6,5
Geografía	372	454	2,0	1,8
Otras materias	2.315	3.338	12,2	13,3
Total	18.920	25.147	100	100

Fuente: Registro Estadístico de Universidades

¹ Los cursos de licenciatura incluidos en cada grupo de materias se detallan en el Apéndice 1, apartado A21.

Figura 3: Proporción de estudiantes matriculados en 1.º curso en los distintos grupos de materias, que tenían uno o más certificados de nivel A en matemáticas: universidades de Inglaterra y Gales, 1973 y 1979.



Fuente: Registro Estadístico de Universidades

dentales, en los que la proporción pasó del 33 por ciento en 1973 al 44 por ciento en 1979, y en los estudios empresariales, en los que pasó de un 42 por ciento a un 54 por ciento.

Estudiantes universitarios con titulación en matemáticas como «asignatura doble»

177: La proporción de estudiantes matriculados en las universidades de Inglaterra y Gales con titulación en matemáticas como «asignatura doble»* ha experimentado un profundo cambio. En 1973, casi el 32 por ciento de los que poseían el certificado de nivel A en matemáticas, poseían dicha doble titulación; en 1979, la proporción había caído hasta poco más del 21 por ciento. En términos absolutos, mientras que el número de matriculados que tenían el certificado de nivel A había aumentado en unos 6.000 en comparación con las cifras de 1973, el de los que tenían una titulación en matemáticas como «asignatura doble» había disminuido en unos 650. Los cambios en los totales y porcentajes de dicho periodo aparecen en la tabla B (véase también Apéndice 1, tabla 28).

* Esta categoría se limita a los estudiantes cuyo certificado de nivel A incluye «matemáticas aplicadas» o «ampliación de matemáticas».

Tabla B. Niveles de cualificación en matemáticas de los estudiantes matriculados en 1.º curso de licenciatura en las universidades de Inglaterra y Gales.

	Número de alumnos con uno o más certificados de nivel A en matemáticas	Número de alumnos con certificado de nivel A en matemáticas como asignatura doble	Número de los anteriores expresado en % del total de estudiantes con certificado de nivel A de cualquier tipo en matemáticas
1973	18.920	6.006	31,7
1974	18.783	5.263	28,0
1975	20.089	5.446	27,1
1976	20.920	5.501	26,3
1977	22.060	4.892	22,2
1978	23.222	5.056	21,8
1979	25.147	5.341	21,2

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

178: Se han producido, asimismo, cambios sensibles en la distribución entre los distintos grupos de quienes cursaron «asignatura doble», según se desprende de la tabla C (véase también Apéndice 1, tablas 28 y 29).

179: Alrededor del 80 por ciento de los matriculados que cuentan con esta titulación cursan ingeniería y tecnología,

ciencias físicas o matemáticas. La figura 4 muestra la distribución de los mismos, en 1973 y 1979, entre las tres áreas de estudio citadas (véase también Apéndice 1, tabla 30).

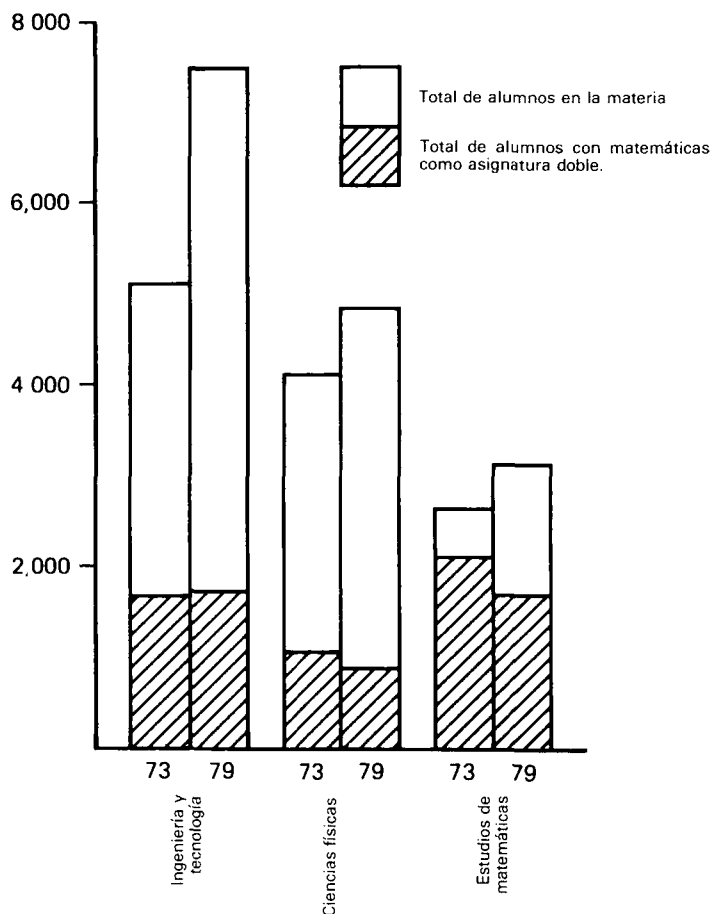
Tabla C. *Distribución por grupos de materias de los estudiantes matriculados en 1.º curso de licenciatura en las universidades de Inglaterra y Gales, que tenían el certificado de nivel A en matemáticas como asignatura doble.*

Grupos de materias: ¹	Número de estud. con certificado de nivel A en matemáticas como asignatura doble		% del total de estud. con certificado de nivel A en matemáticas como asignat. doble	
	1973	1979	1973	1979
Ingeniería y tecnología	1 617	1 714	26,9	32,1
Ciencias físicas	1 048	968	17,5	18,1
Estudios de matemáticas	2 103	1 728	35,0	32,4
E. médicos y dentales	139	161	2,3	3,0
Ciencias biológicas	61	47	1,0	0,9
Otras ciencias	422	281	7,0	5,3
Estudios empresariales	185	177	3,1	3,3
Geografía	34	19	0,6	0,4
Otras materias	397	246	6,6	4,6
Total	6 006	5 341	100	100

Fuente: Registro Estadístico de Universidades

¹ Los cursos de licenciatura incluidos en cada grupo de materias se detallan en el Apéndice 1, apartado A21.

Figura 4: Cifras de alumnos matriculados en 1.^{er} curso en las universidades de Inglaterra y Gales en posesión de certificados de nivel A. Elecciones de materias y cifras de alumnos con dicho certificado en matemáticas como asignatura doble: 1973 y 1979.



Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

Cursos de licenciatura¹ en los estudios de matemáticas

180: Deseamos llamar la atención sobre la profunda caída que ha experimentado el porcentaje de estudiantes que, contando con una titulación en matemáticas como «asignatura

¹ Véase glosario de términos en el apéndice de la edición española.

* Los estudios de matemáticas comprenden diversas licenciaturas en matemáticas, estadística, informática o alguna combinación de las mismas, así como otras que combinan las matemáticas con materias distintas. El análisis de la información suministrada por la URSS sobre las licenciaturas terminadas en 1979 en el campo de los estudios de matemáticas, revela que casi el 65 por ciento eran sólo de matemáticas, alrededor del 25 por ciento de informática, exclusivamente o en parte, y el 8 por ciento de estadística.

doble» en el nivel A, cursan estudios de matemáticas* en las universidades de Inglaterra y Gales, y sobre las consecuencias que entraña. En 1973 la proporción era casi del 80 por ciento; en 1979 había disminuido hasta el 55 por ciento. Aun cuando hay universidades en las que una alta proporción de los estudiantes de matemáticas poseen certificado de nivel A como «*asignatura doble*», nuestras propias indagaciones confirman que, en otras, la cifra es inferior al 50 por ciento. Tal vez este dato suponga una sorpresa para las propias universidades y para las escuelas. No es competencia nuestra exponer sus consecuencias para los responsables de la enseñanza de las matemáticas a nivel universitario; para los responsables de la docencia de esta asignatura a nivel escolar, las repercusiones son ciertamente considerables.

181: Suele considerarse que es casi imprescindible poseer un certificado de nivel A en matemáticas como «*asignatura doble*», para culminar con éxito los estudios universitarios en esta materia. Sin embargo, es muy importante que los responsables de la enseñanza de las matemáticas en el sexto curso (*sixth form*), y quienes hayan de aconsejar a los alumnos sobre los estudios adecuados para ellos, sepan que en la actualidad hay universidades en las que más de la mitad de los estudiantes de matemáticas poseen un certificado de nivel A como «*asignatura simple*». De ello se deduce que no deben en modo alguno disuadir a estos alumnos de solicitar la matrícula en una carrera matemática. No creemos que la demanda de licenciados en matemáticas vaya a disminuir —por el contrario, pensamos que continuará creciendo— y, por tanto, quienes tengan interés o capacidad en este campo habrán de ser de todo punto estimulados a seguir dicha carrera. Como señalamos en el apartado 173, los alumnos que tienen el certificado de nivel A en matemáticas como «*asignatura simple*» no poseen necesariamente un menor dominio de la materia que los demás y, por lo tanto, no siempre están menos capacitados para este tipo de estudios. Parece indudable que en la mayor parte de las universidades se encontrarán rodeados de compañeros con una base similar a la suya.

Cursos de licenciatura en las carreras de ingeniería y tecnología

182: En las carreras de ingeniería, y en la mayoría de las relativas a la tecnología, son esenciales los conocimientos de matemáticas. En el apartado 172 hemos indicado ya que el número de estudiantes que se matricularon en primer curso de ingeniería y tecnología aumentó entre 1973 y 1979 en un 34 por ciento, mientras que el incremento general de matriculaciones universitarias en primer curso fue sólo del 28 por ciento. La cifra contrasta, además, con el incremento produ-

cido en las demás carreras de ciencias y matemáticas, en que fue del 20 por ciento. Es más, pese al descenso generalizado del total de alumnos que poseían una titulación en matemáticas como «*asignatura doble*», se ha producido un incremento en la proporción de los mismos que eligieron seguir carreras de ingeniería y tecnología, y asimismo, aunque con un alcance menor, en la cifra absoluta de los mismos. Las tablas A y C muestran que los cursos de licenciatura en ingeniería y tecnología atraen a un número cada vez mayor de los alumnos que poseen el certificado de nivel A en matemáticas, sobre todo cuando éstas se han cursado como «*asignatura doble*», aun cuando en este último caso se advierte una disminución proporcional análoga a la que se da en la generalidad de las carreras (véase la tabla B).

Las necesidades matemáticas de las asociaciones profesionales

183: Aunque no era directamente competencia nuestra, hemos prestado cierta atención a los requisitos que, en relación con las matemáticas, exigen algunas asociaciones profesionales. Muchas personas que desempeñan actividades profesionales se incorporan a su correspondiente asociación o colegio profesional. En algunos casos, esta incorporación se exige para progresar profesionalmente; en otros, si no resulta imprescindible desde el punto de vista de la profesión, permite mantenerse al tanto de los avances en la materia gracias a la lectura de publicaciones, asistencia a reuniones y participación en el trabajo de comités. La mayoría de las asociaciones convocan sus propios exámenes, normalmente divididos en dos o tres partes, para la admisión de nuevos miembros, y ésta es posible habitualmente en diversos grados. La posesión de la titulación académica correspondiente exime a menudo de alguno de estos exámenes o de la totalidad de los mismos, pero el acceso a los grados superiores suele estar condicionado al desarrollo de una importante actividad profesional en el ámbito correspondiente.

184: Varios colegios y asociaciones profesionales que se han dirigido a nosotros, nos han informado sobre los requisitos en materia de matemáticas que se exigen para acceder a los distintos grados, y nos han facilitado detalles sobre los tipos de exámenes. Cuando se requiere titulación para acceder a una asociación, suele suponerse que el nivel matemático preciso se habrá alcanzado en la escuela o en la carrera, por lo que no se exigen otros conocimientos. El Instituto de Actuarios constituye, sin embargo, una excepción, pues su examen final supone una considerable profundización en los conocimientos de matemáticas y estadística y en su aplicación práctica. Cuando no se requiere titulación, las exigencias matemáticas se suelen cifrar en la posesión del certificado del nivel O o del nivel A; los restantes conocimientos exigidos se incluyen posteriormente en los estudios profesionales.

185: Casi todas las asociaciones profesionales que se pusie-

ron en contacto con nosotros subrayaron la importancia que para ellas tenía la aplicación segura de las destrezas de cálculo. Ejemplos de lo señalado son la rapidez y precisión del cálculo mental y la capacidad para verificar la plausibilidad de las respuestas; en algunos casos, eran necesarios cálculos extensos y complejos. Entre los cálculos concretos que apuntaron las asociaciones profesionales relacionadas con las actividades comerciales se encuentran el interés, el descuento y el impuesto sobre el valor añadido, el flujo de caja (cash-flow), el cálculo de costes y de precios, y el control presupuestario; con frecuencia es imprescindible el manejo de los sistemas métrico e imperial. Hay también numerosas referencias a la necesidad de interpretar datos con seguridad.

186: Casi todos los colegios profesionales dan por supuesta en sus miembros una base matemática. En tales casos, las matemáticas que se incluyen en los exámenes profesionales suelen limitarse, o bien a materias de carácter especializado que probablemente no se habrán estudiado antes de la entrada en la profesión, o bien a la aplicación de las matemáticas a contextos poco familiares. Tal es el caso de las asociaciones profesionales que operan en el campo de la empresa y el comercio. Sus exámenes suelen incluir diversas aplicaciones de la estadística y, en menor medida, las técnicas de investigación operativa que se empleen en la profesión de que se trate. La recogida, clasificación, presentación y análisis de datos, el empleo de las distribuciones de probabilidad, los tests de hipótesis, los análisis de correlación y regresión, los métodos de encuesta y las técnicas de muestreo, son puntos que suelen aparecer en los programas de los exámenes profesionales. La insistencia en la estadística se debe, sin duda, al escaso número de alumnos que en la actualidad ha estudiado la materia, siquiera someramente, al terminar la escolaridad.



Parte 2 5. Las matemáticas en la escuela

187: En esta segunda parte del informe nos ocupamos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela, así como de los métodos que se emplean para evaluar el rendimiento. Antes de pasar a aspectos más concretos, como el de las matemáticas en los cursos de primaria y secundaria, hemos de considerar algunas materias que son fundamentales para la enseñanza de la asignatura a los alumnos de cualquier edad, así como varias cuestiones derivadas de lo expuesto en los capítulos precedentes, de las comunicaciones que hemos recibido y de nuestra propia experiencia. Para bosquejar un punto de partida, dirigiremos la atención sobre los niveles de conocimientos de matemáticas que cabe esperar de los alumnos que salen de la escuela, a fin de que los lectores puedan tener en cuenta las proporciones de la población escolar a las que se refieren las diversas partes de nuestra exposición. Consideramos también las actitudes de los alumnos ante las matemáticas durante el período escolar y el rendimiento de las chicas en la materia.

* Puede obtenerse un breve resumen de este Análisis en el Shell Centre for Mathematical Education de la Universidad de Nottingham; véase también apartado 756.

188: En esta parte nos ha sido de gran utilidad *el Análisis de la investigación existente sobre la enseñanza de las matemáticas*, que resume los resultados del estudio desarrollado para nuestra comisión bajo la dirección del Dr. A. Bell, de la Universidad de Nottingham, y del Dr. A. Bishop, de la Universidad de Cambridge. En aras de la brevedad, en adelante aludiremos al mismo como *Análisis de la investigación* *.

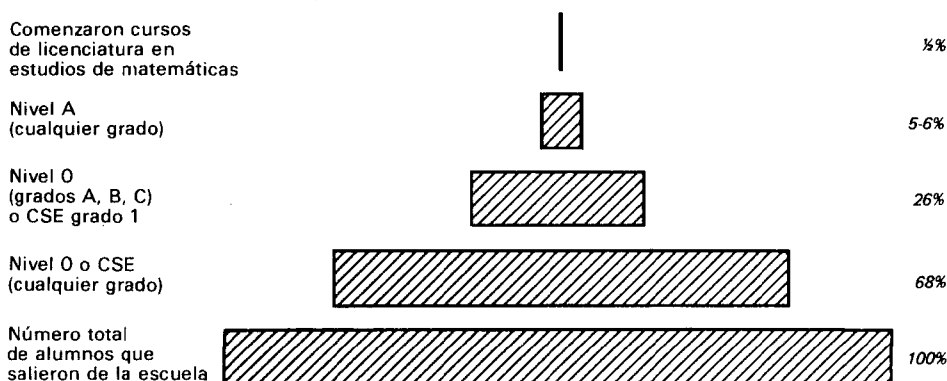
Los conocimientos de matemáticas

189: Sostenemos que existe un equívoco entre la opinión pública en general acerca del nivel de conocimientos de matemáticas que cabe esperar en los alumnos que salen de la escuela. En la actualidad, casi una cuarta parte de los alumnos de cada grupo anual obtiene un certificado de nivel 0 de grado A, B ó C, o bien el CSE de grado 1; aproximadamente las dos quintas partes alcanzan el CSE de grado 2, 3, 4 ó 5; el resto, en total casi un tercio, dejan la escuela sin ninguna titulación de los tipos indicados. Estas cifras no resultan en modo alguno sorprendentes, sino que reflejan las proporciones de población escolar para las que se han concebido y creado los exámenes

para el certificado de nivel 0 y para el CSE. A nivel superior, entre el 5 y el 6 por ciento de los alumnos consiguen un certificado de nivel A en matemáticas, y 1 de cada 200 alumnos cursa estudios universitarios en alguna de las carreras de matemáticas.

190: En la figura 5 se representa en forma de diagrama el «perfil de conocimientos matemáticos» de los alumnos que salieron de la escuela en Inglaterra y Gales en 1979, y asimismo el de los que, hallándose en edad escolar, completaron cursos para la obtención del certificado de nivel A en colleges de enseñanza postsecundaria o terciarios en ese mismo año. Para el primer grupo, el diagrama se basa en las cifras de la

Figura 5. «Perfil de rendimiento matemático» de los alumnos que terminaron la escolaridad en 1979.



encuesta anual del 10 por ciento de los alumnos que salen de la escuela (véase el Apéndice 1, párrafo A3); para el segundo grupo, en una estimación del número de los que completaron los citados cursos, ya que la información que poseemos sobre los resultados de estos exámenes no distingue entre los alumnos en edad escolar y los que habían superado ésta.

191: El número de alumnos que cursan matemáticas en las escuelas y en los colleges de sexto curso (*sixth form*) con vistas a la obtención del certificado de nivel A en esta asignatura ha aumentado de forma continua en Inglaterra en los últimos años, tanto en términos absolutos como relativos (porcentaje sobre el total de alumnos, y sobre el total de los que han seguido cursos de nivel A). En el curso escolar 1973-74 se hallaban en esa situación alrededor del 43 por ciento de los varones y del 17 por ciento de las mujeres que estudiaban el primer año del sexto curso. En el curso escolar 1979-80 las cifras eran ya de casi el 51 por ciento para los varones (aproximadamente 41.000) y del 23 por ciento para las mujeres (alrededor de 17.000).

Comparación de los resultados de los exámenes en inglés y en matemáticas

192: No hay posibilidad de conseguir estadísticas similares referidas a los alumnos que, estando en la edad correspondiente al sexto curso, siguen cursos para la obtención del certificado de nivel A en los colleges de enseñanza postsecundaria y terciarios, pero no tenemos razones para creer que la situación sea significativamente diferente.

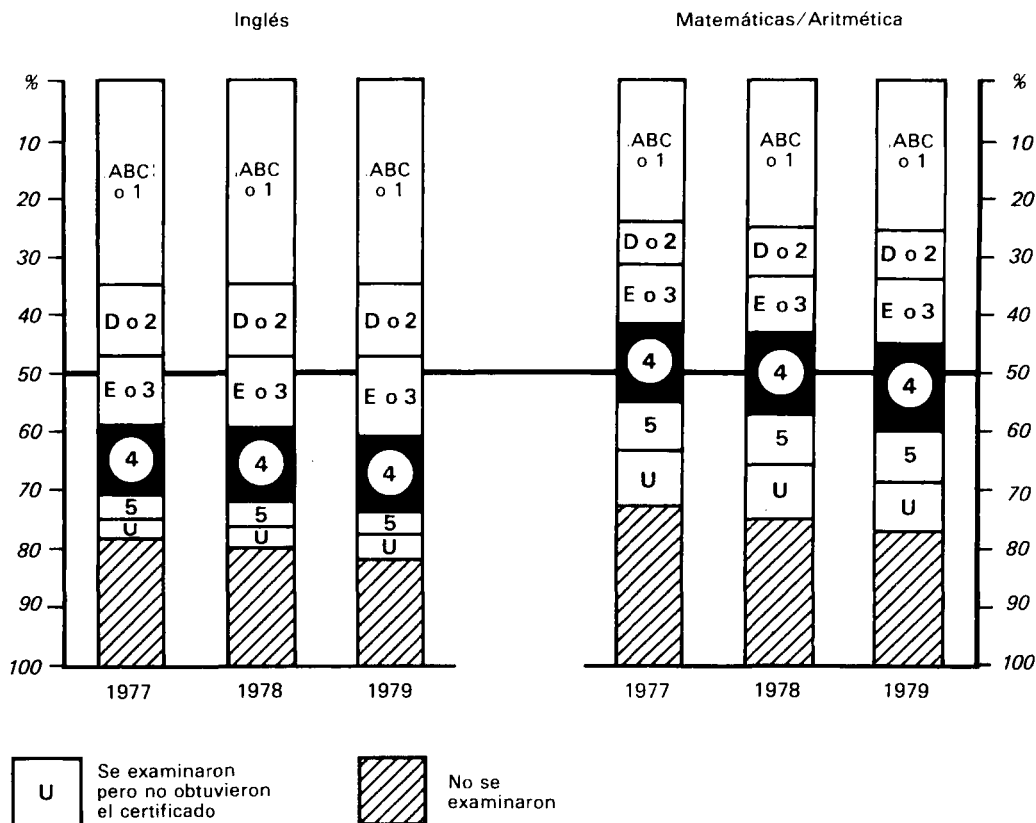
193: Para facilitar información más detallada sobre los resultados en la asignatura de matemáticas, en los exámenes para el CSE y para los certificados de nivel O y de nivel A, el Departamento de Educación y Ciencia analizó los datos que le habían sido facilitados a este respecto en los años 1977, 1978 y 1979 por las escuelas de Inglaterra y Gales, en el marco de la encuesta anual del 10 por ciento de los alumnos que salen de la escuela, tanto en la enseñanza pública como en la privada. Gracias a ello disponemos de información más completa que la existente hasta ahora. Dado que la encuesta hace referencia a los alumnos que dejan la escuela en un año concreto y que tienen 16, 17, 18 y, ocasionalmente, 19 años, la información no se refiere a un grupo anual completo. Con todo, dado que las pautas de los tres años considerados son muy similares, creemos que el cuadro resultante no diferiría mucho del que se obtendría si fuera posible conseguir información relativa a un grupo anual en su integridad.

194: Algunos comunicantes han llamado nuestra atención sobre las cifras publicadas anualmente en el *Statistics of education*, vol. 2, del Departamento de Educación y Ciencia, de las que se deduce que la proporción de alumnos que consiguen un certificado de nivel O de grado A, B ó C, o un CSE de grado 1 en inglés, es muy superior a la de quienes consiguen estos mismos títulos en matemáticas. En algunas comunicaciones se llega a la conclusión de que el nivel exigido en matemáticas es demasiado alto. En consecuencia, hemos recabado información sobre los resultados de los exámenes para el CSE y para el certificado de nivel O, en inglés, en los tres años mencionados.

195: En la figura 6 se recogen los resultados obtenidos en inglés y en matemáticas (o aritmética) en los exámenes para el CSE y para el certificado de nivel O. Las cifras en las que se basa se exponen con detalle en el Apéndice 1, tablas 11 y 12; en los apartados A7 y A9 del mismo Apéndice se describe el procedimiento seguido para evitar las redundancias. Las letras incluidas en las columnas de la figura 6 se refieren a los grados (A a E) del certificado de nivel O, y los números, a los grados (1 a 5) del CSE. Parece razonable suponer que estas cifras permiten una comparación válida entre el inglés y las matemáticas para la población escolar en su conjunto, ya que, como señala la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* en relación con la enseñanza oficial, la práctica totalidad de los alumnos estudian inglés y matemáticas hasta

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

Figura 6. Proporción de alumnos con nivel 0, grados A-E o con CSE, grados 1-5, en inglés y en matemáticas/aritmética.



los 16 años y se presentan a los citados exámenes de ambas asignaturas si tienen capacidad para ello. Entre los alumnos que dejan la escuela en la semana de Pascua de cada año habrá probablemente un pequeño número que acaso consiguieran los títulos considerados si lo intentasen, pero creemos que el cuadro general no se modificaría significativamente en conjunto.

196: Estas cifras muestran que entre 1977 y 1979 aumentó ligeramente la proporción de alumnos que salieron de la escuela con algún título en matemáticas. Las normas del CSE establecen que, en cualquier asignatura, «podrá conseguir sin dificultad el grado 4 el alumno de 16 años de capacidad media que haya seguido con dedicación los cursos considerados por sus profesores como apropiados para su edad, capacidad y aptitud». La proporción de alumnos que consiguen el certificado de nivel 0 y el CSE grado 1 ha rondado

siempre una cuarta parte del total, lo que también refleja la proporción de la población escolar de la que cabe esperar dichos resultados. En tal sentido, no puede sostenerse que el nivel de exigencia en estos exámenes de matemáticas sea excesivamente alto.

197: No obstante, los límites entre los distintos grados en inglés, según muestra la figura 6, son muy diferentes de los que rigen en matemáticas, por lo que cabe esperar que muchos alumnos consigan calificaciones significativamente mejores en inglés que en matemáticas.

Actitudes ante las matemáticas

198: Como señalamos en el capítulo 2, la investigación sobre las necesidades matemáticas de la vida adulta ha puesto de manifiesto hasta qué punto estas necesidades pueden provocar sentimientos de ansiedad y de desamparo en algunas personas. Revela, asimismo, que muchas personas no guardan precisamente buenos recuerdos del estudio de las matemáticas en la escuela.

* Véase apartado 59

199: Durante su trabajo, los participantes en los estudios de Bath y Nottingham* recogieron una serie de opiniones procedentes de un gran número de empleados jóvenes, y de algunos de más edad, sobre la enseñanza de las matemáticas que les fue impartida durante sus años escolares. Es probable que sus respuestas estuvieran influidas por la experiencia en el mundo del trabajo, sobre todo en relación con la supuesta utilidad de las materias aprendidas, pero lo cierto es que reflejan sus actitudes ante las matemáticas, así como su experiencia escolar.

200: El informe de Bath indica: «Tuvimos ocasión de conocer a muchos jóvenes que declararon que en la escuela les gustaban las matemáticas. Casi todos ellos, aunque no la totalidad, parecían encontrarse entre el grupo de los más capacitados en esta asignatura, a juzgar por los resultados escolares. Hubo algunos que, habiendo obtenido en el CSE un grado bajo o incluso ninguno, afirmaban gustarles igualmente la asignatura, e incluso uno o dos que se consideraban diestros en ella y la calificaban de estimulante. Muchos parecían mantenerse un poco al margen. "Vaya, bien", era una respuesta frecuente. "Las matemáticas estaban ahí y había que aprobarlas, eso era todo". Con todo, otros muchos jóvenes, sobre todo los menos capacitados, manifestaron que nunca les habían gustado las matemáticas y que no veían su utilidad. Sus críticas se encaminaban en dos direcciones: por un lado, se dirigían al contenido de los cursos; por otro, se centraban en los métodos de enseñanza.

201: De las materias incluidas en las matemáticas, el álgebra formal parecía ser la que suscitaba más comentarios. Los participantes en el estudio de Bath tuvieron «la fuerte impresión

de que el álgebra parece ser fuente de una gran confusión y de las actitudes negativas de muchos alumnos». En algunos casos, la explicación se hallaba en las dificultades de comprensión; en otros, en la inutilidad supuesta de las operaciones algebraicas y de temas tales como los conjuntos y las matrices. Con todo, es interesante señalar que en algunos casos el álgebra resultó difícil en la escuela y menos difícil en el college: «Por fin encuentro un sentido a las fórmulas». Muchas otras materias, como las fracciones, los porcentajes, los gráficos, la trigonometría, o el teorema de Pitágoras («se recordaba el nombre, pero poco más»), recibieron asimismo comentarios desfavorables, pero más bien hacían referencia a su falta de utilidad para el trabajo concreto que realizaba el encuestado. Por ejemplo, algunos empleados administrativos que no habían comprendido la trigonometría y no hacían uso de ella en su trabajo comentaban que tal vez debieran haberse esforzado más con los porcentajes.

202: Los comentarios adversos a la enseñanza de las matemáticas solían centrarse en la supuesta incapacidad de algunos profesores para explicar con claridad, en la tendencia a ignorar a algunos miembros de la clase, en la poca disposición a resolver las dudas y en la excesiva velocidad de las explicaciones. Se criticaba también a los profesores que no habían exigido lo bastante y a los que eran incapaces de poner de manifiesto la razón del trabajo que se llevaba a cabo («hazlo para aprobar los exámenes»). Muchos de los entrevistados afirmaban que no habían tenido ninguna oportunidad de practicar el cálculo mental en los años de escuela secundaria, sobre todo a partir de segundo curso. El informe del estudio de Bath apunta que, «en determinadas ocasiones, nos pareció advertir que el tipo de profesor que elogiaban es aquél que puede controlar la clase, confía en que sus alumnos trabajen con denuedo, explica las cosas con brevedad y claridad, dedica bastante tiempo a practicar y está dispuesto a ayudar de forma individualizada». Aunque esta explicación, como señalaremos en el apartado 243, no incluye todos los elementos de una buena enseñanza de las matemáticas, consideramos que las cualidades que pone de relieve son esenciales en cualquier profesor de matemáticas para conseguir una buena actitud de los alumnos. Pensamos también que el criterio que señaló un joven empleado —«cualquier profesor que consiga que las matemáticas resulten interesantes es bueno»— constituye un buen motivo de reflexión.

203: Los comentarios de los encuestados muestran que, a menudo, aunque no siempre, la incapacidad para las matemáticas y el rechazo que suscitan corren parejos. Del mismo modo, los resultados brillantes suelen provocar la adopción de una actitud favorable. «Disfrutas con ellas cuando sabes desenvolverte». Con todo, tanto los que disfrutaban con la

asignatura como los que experimentaban rechazo hacia ella, solían coincidir en su utilidad.

La mayoría de los entrevistados, jóvenes o menos jóvenes, contemplaban las matemáticas desde la perspectiva de su posible utilidad profesional: muy pocos veían en ellas otro objetivo, como pudieran ser unos fines más amplios de carácter cultural o educativo general.

204: Pocos de los entrevistados tenían el certificado de nivel A en matemáticas, y tampoco había muchos que lo tuvieran en alguna otra asignatura. Es posible que las actitudes de un grupo así constituido sean diferentes, pero lo cierto es que sólo una pequeña minoría de la población escolar se presenta a los exámenes para el certificado de nivel A.

205: Es de suponer que la gran mayoría de los profesores concede una gran importancia al desarrollo de unas actitudes favorables en sus alumnos, por lo que resultará interesante comparar los comentarios recibidos de dichos empleados jóvenes con los hallazgos de los exámenes de la investigación realizados. *El Análisis de la investigación* expone el alto número de estudios sobre las actitudes de los alumnos que se han llevado a cabo en los últimos años, entre ellos el realizado en Inglaterra y Gales como parte del trabajo de la *Assessment of Performance Unit* (APU, Unidad de Evaluación del Rendimiento). En él se señala que «no resulta fácil seleccionar unos puntos que resuman el trabajo efectuado sobre las actitudes que despiertan las matemáticas». Cabe destacar unas actitudes fuertemente polarizadas, incluso entre los alumnos de la escuela primaria, que empiezan a desarrollarse sobre todo a partir de los 11 años; se derivan de las actitudes que manifiestan los profesores (aunque esto afecta más a los alumnos más inteligentes que a los menos capacitados) y, en cierto modo, también los padres (aun cuando la correlación es muy baja). La actitud ante las matemáticas se correlaciona con la actitud ante la escuela en conjunto (que suele manifestarse de modo bastante constante en las distintas materias) y con la del grupo de compañeros (tienden a establecer actitudes de grupo). Estos factores no guardan relación con el tipo o tamaño de la escuela ni con el contenido de la asignatura. A lo largo del periodo escolar parecen suavizarse las actitudes ante las matemáticas, pero lo mismo ocurre con las demás asignaturas y tal vez se trate, simplemente, de un aspecto de la óptica más crítica con que se va encarando la vida».

206: *El Análisis de la investigación* señala que, según los estudios efectuados, en los alumnos de todas las edades se aprecia una fuerte tendencia a creer que las matemáticas son útiles pero no necesariamente interesantes o divertidas. «Parece existir una correlación clara (aunque de pequeña magnitud) entre la actitud y el rendimiento; en cambio, no está

claro en qué modo afecta aquélla a éste y viceversa. Esta afirmación no contradice la opinión de los profesores de que el trabajo interesante y divertido favorece unos mejores resultados. En primer lugar, la investigación realizada no tiene por objeto evaluar los cambios en el rendimiento que cabe obtener, en individuos o clases concretos, a partir de unas mejoras encaminadas a influir sobre la actitud; más bien indica simplemente que, en términos generales, el grupo de personas a quienes les gustan las matemáticas se superpone ligeramente con el de las personas que consiguen buenos resultados en ellas. Con todo, parece indicar que es preciso conducirse con precaución y no dejarse llevar por el entusiasmo al buscar una relación directa entre la actitud y el rendimiento». **Ya hemos señalado el interés que parece mostrar la Assessment of Performance Unit (APU) por las actitudes ante las matemáticas. La necesidad de continuar investigando en este terreno es evidente.**

Los padres
y la escuela

207: Aun de modo inconsciente, los padres pueden ejercer una considerable influencia sobre la actitud de sus hijos ante las matemáticas. Si les estimulan a hacer uso de éstas en las actividades familiares habituales (por ejemplo, pesar y medir, servirse del dinero en las compras, practicar juegos que impliquen el empleo de dados o marcadores y tanteos) les ayudarán a familiarizarse con los números y a adquirir seguridad en su manejo. Sin embargo, en algunos casos no les exigen lo suficiente («No te preocupes hijo, yo tampoco entendía las matemáticas cuando estaba en la escuela»), mientras que en otros esperan demasiado de ellos y, como señalamos en el apartado 24, ejercen una presión que puede conducir directamente al fracaso y al consiguiente rechazo a la asignatura. En ocasiones, no consiguen entender el fin de las matemáticas que estudian sus hijos y emiten comentarios críticos que suscitan, asimismo, el desarrollo de actitudes negativas. **Consideramos, pues, de capital importancia que las escuelas se esfuercen por conseguir la colaboración de los padres explicando los enfoques que van a adoptarse y la finalidad de actividades matemáticas que tal vez aquéllos no desarrollaron en sus años de escolaridad.** Deberían animar a los padres a examinar con los profesores los progresos de sus hijos, de manera que unos y otros puedan trabajar juntos en el desarrollo matemático de éstos.

El rendimiento
de las chicas
en matemáticas

208: Recientemente se viene prestando una atención cada vez mayor al hecho de que, a juzgar por los resultados de los exámenes oficiales, el nivel general de conocimientos de matemáticas de las chicas es significativamente inferior al de los chicos. En esta sección nos ocuparemos de la cuestión en términos generales; se remite al lector, para un tratamiento más detallado, al Apéndice 2, en el que se incluyen las estadísticas pertinentes y se comentan estudios realizados en los últimos años tanto en el Reino Unido como en otros países.

209: La preocupación que suscita la diferencia de resultados entre los niños y las niñas no es patrimonio exclusivo del Reino Unido; quedó claramente puesta de manifiesto en el Cuarto Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas en Berkeley en agosto de 1980. Allí presentaron ponencias sobre el tema representantes de numerosos países. En la presente sección recogemos algunas ideas expuestas en dichas ponencias y en los debates ulteriores.

210: No es fácil determinar porqué las chicas obtienen peores resultados en matemáticas que los chicos. Se han apuntado muchas razones, relativas, por ejemplo, a factores biológicos, a factores sociales y de crianza, a factores intraescolares y a las expectativas profesionales. Se ha indicado que podrían influir determinadas prácticas educativas familiares, como la costumbre de regalar a los niños juguetes de tipo más científico y constructivo, que estimulan el desarrollo de conceptos espaciales y las actividades de resolución de problemas, mientras que a las niñas se les regalan muñecas y otros juguetes «domésticos». Se ha señalado, asimismo, que a los niños se les estimula para que sean más independientes que las niñas, lo que a su vez fomenta la experimentación y la capacidad de resolución de problemas; se dice también que los adultos parecen contemplar a los niños como si fueran más interesantes y necesitaran más atención que las niñas. Entre los factores sociales se citan la consideración de las matemáticas como una asignatura más «masculina» (aun cuando estudios más recientes señalan que la tipificación sexual de las matemáticas se encuentra en regresión) y las presiones de grupo de los compañeros, que provocan en las niñas el temor de que unos buenos resultados en esta asignatura inhiban la evolución de sus relaciones con los niños. El *Committee for Girls and Mathematics* (Comisión de estudio sobre «Las Chicas y las Matemáticas») nos ha indicado que «ni las escuelas ni las empresas parecen mostrar el menor deseo por animar o atraer a las chicas que tienen capacidad demostrada para las matemáticas, hacia los campos en que se advierte una escasa demanda de empleo...; mientras que a los varones se les aconseja que trabajen para conseguir una buena titulación en matemáticas, como requisito indispensable para una buena vida profesional, a las mujeres no siempre se les dice lo mismo».

211: Hay una serie de factores de carácter escolar que vienen a reforzar, asimismo, la impresión de que las matemáticas constituyen patrimonio exclusivo de los varones. En la primaria, las clases de los grados más bajos suelen estar a cargo de profesoras; en la secundaria, hay muchos más profesores que profesoras de matemáticas. Las aplicaciones de las matemáticas que figuran en los libros de texto y en las preguntas de exámenes reflejan, por lo común, actividades asociadas con el trabajo masculino y rara vez con el femenino. En la primaria, a veces se encomienda a los niños trabajos de manualidades

que obligan a manejar objetos tridimensionales, mientras las niñas hacen punto (aun cuando este tipo de diferenciación es hoy menos frecuente que hace unos años). Por otra parte, incluso de modo inconsciente, los profesores parecen esperar que las niñas tengan peores resultados que los niños en matemáticas. Diversos estudios, a los que nos referimos en el apéndice 2, ponen de manifiesto que en las clases de matemáticas de secundaria, los profesores tienden a interactuar más con los varones que con las mujeres, a considerar más seriamente las ideas de los primeros y a brindarles a ellos más oportunidades de responder a preguntas de nivel cognitivo superior. Se ha comprobado, asimismo, que las niñas de alto rendimiento reciben mucha menor atención que los niños de su mismo nivel. En tales circunstancias, es probable que perciban el mensaje de que no se espera que rindan tanto como sus compañeros, y que actúen en consecuencia.

212: Consideramos de capital importancia la cuestión de la interacción en clase y de las expectativas. En el Congreso Internacional mencionado se apuntó que tal vez las niñas tengan más necesidad de comentarios orales para comprender los temas, que muchas de ellas consideran que los profesores no escuchan sus respuestas con suficiente atención. Más adelante indicaremos que las discusiones de tipo oral son un componente esencial de la enseñanza de las matemáticas: en las clases en que este tipo de actividad no se lleva a cabo, las niñas parecen encontrarse en desventaja. Incluso en los casos en que se practica con generosidad esta técnica, el profesor habrá de adoptar medidas para que los niños no acaparen el debate y las niñas tengan la oportunidad de intervenir. En este punto, podríamos señalar que, mientras que en matemáticas las niñas suelen rendir menos, en inglés consiguen mejores resultados que sus compañeros. Entendemos que esta observación refuerza la idea de que las niñas tienen más necesidad del debate y los comentarios para aclarar sus ideas y su comprensión, y que precisan una intensa interacción verbal para desarrollar un aprendizaje satisfactorio de las matemáticas.

213: Diversas investigaciones indican que, así como los niños suelen atribuir el éxito en las matemáticas a su capacidad y el fracaso a la falta de esfuerzo o a la mala suerte, las niñas atribuyen el éxito a la buena suerte o al esfuerzo, y el fracaso a la falta de capacidad. Si esto es así, no viene sino a subrayar la necesidad de hacer cuanto sea posible para que las niñas adquieran confianza en su capacidad matemática. Se ha afirmado que se desenvuelven mejor en esta asignatura cuando se les enseña en grupos del mismo sexo, pero no conocemos la existencia de estudios que abonen esta suposición.

Podrían mencionarse escuelas femeninas en las que el nivel de rendimiento en matemáticas es bastante alto, pero a menudo hay otros factores, como el carácter selectivo del cen-

tro, que explican tal fenómeno. Sabemos de algunas escuelas secundarias que imparten las clases de matemáticas por separado para los chicos y las chicas, pero las agrupaciones de este tipo se han hecho, por el momento, a una escala demasiado pequeña para que sea posible extraer conclusiones.

* HMI Series: Mat-
ters for discussion
13. *Girls and scien-
ce*. HMSO 1980.

214: El folleto de la Inspección Escolar *Girls and science** (Las niñas y las ciencias) hace referencia a las actitudes de las alumnas ante la ciencia, y a otras diversas cuestiones, relativas al enfoque de la enseñanza, que pueden ayudarlas a interesarse por la ciencia. **Consideramos que buena parte de las afirmaciones que se incluyen en él es aplicable a la enseñanza de las matemáticas a las niñas y, por tanto, recomendamos la lectura del mismo, incluido el apéndice sobre «Las niñas y la ingeniería», a todos aquellos que imparten clases de matemáticas.**

215: En el Apéndice 2 indicamos diversas estrategias que, en nuestra opinión, pueden contribuir a la mejora de los resultados de las niñas en matemáticas. **La primera de ellas consiste en la necesidad de ofrecerles una orientación profesional adecuada, ya en la etapa inicial, que dirija su atención hacia el hecho de que la falta de una cualificación apropiada en matemáticas puede cerrarles el paso a muchos puestos de trabajo. La segunda se centra en la necesidad de que los profesores sean conscientes de las diferencias de rendimiento que hay actualmente en esta asignatura entre los niños y las niñas.** Si toman nota de ellas y se esfuerzan por emplear métodos de enseñanza que no coloquen a las niñas en situaciones de desventaja, creemos que podría conseguirse una mejora en el rendimiento general de las mismas.

216: En Estados Unidos han empezado a aplicarse determinados programas elaborados para mejorar la motivación y las actitudes de las niñas ante las matemáticas. Uno de ellos, *Math/Science Network* (Red de Matemáticas y Ciencias), se aplica sobre todo en California y su principal misión es la de estimular la participación de las niñas en «áreas de trabajo y estudio basadas en las matemáticas», mediante la organización de conferencias para profesores, el suministro de información sobre las diversas carreras y el desarrollo de actividades adecuadas en las escuelas. Un segundo programa, *Women and mathematics* (Las mujeres y las matemáticas), está patrocinado por la *Mathematical Association of America* (Asociación Matemática de Estados Unidos) y se aplica a un nivel más general. Trata de modificar las actitudes haciendo que distintas mujeres que utilizan las matemáticas en profesiones interesantes pronuncien conferencias en las high-schools, y organiza, asimismo, conferencias para responsables de la orientación profesional. Se nos ha informado que este tipo de iniciativas está consiguiendo cierto éxito; tal vez fuera útil desarrollar una experiencia análoga en el Reino Unido.

La enseñanza de las matemáticas en galés

217: En los últimos años ha aumentado considerablemente el número de alumnos a los que se imparten clases de matemáticas en galés. Algunos de ellos proceden de familias en las que se habla habitualmente esta lengua, otros son alumnos que llegan a escuelas primarias galesas procedentes de hogares en los que se habla inglés. En las reuniones que hemos mantenido con profesores de escuelas galesas se nos ha señalado que los problemas de la enseñanza de las matemáticas en galés a niños de lengua materna galesa no son en esencia distintos de los que plantea la enseñanza de esta misma asignatura en inglés a alumnos de habla inglesa.

218: Hay, sin embargo, una diferencia adicional importante: la grave escasez de libros de texto de matemáticas escritos en esta lengua. Más aún, en la actualidad no hay ninguna programación completa de matemáticas de primaria en galés. Sólo en preescolar existen algunos materiales didácticos de este tipo; los restantes son fragmentarios y sólo hacen referencia a determinados aspectos del currículo de matemáticas. La consecuencia es que los profesores han de preparar por su cuenta el material, lo cual no sólo lleva mucho tiempo, sino que determina que la presentación de aquél no alcance la calidad propia de un libro de texto. Por esta razón, hay clases en las que, aun cuando la enseñanza y los comentarios se desarrollen en galés, los niños trabajan a partir de textos escritos en inglés.

219: En la actualidad se trabaja en la producción de una colección completa de textos de matemáticas para secundaria redactados en galés. Ya se han publicado los libros correspondientes a los tres primeros cursos, y en breve aparecerá el del cuarto curso. Con todo, será el único material disponible y deberá ajustarse a las necesidades de todos los alumnos, sea cual fuere su nivel de conocimientos, lo que dista mucho de constituir una situación satisfactoria.

220: **Si forma parte de la política del gobierno apoyar a las escuelas del medio galés, tendrá que poner a su disposición un conjunto adecuado de materiales didácticos.** Se nos ha apuntado que, dada la urgencia del caso, el primer paso debiera consistir en la traducción al galés de dos cursos de matemáticas, por lo menos, ya publicados en inglés, propuesta que apoyamos plenamente. **Consideramos que será necesario destinar fondos especiales a esta tarea, debido a las reducidas dimensiones del mercado de materiales didácticos en galés, así como subvencionar su producción para que los textos se pongan a la venta a un precio no excesivamente elevado.**

La enseñanza de las matemáticas a los alumnos

221: En los últimos años ha aumentado mucho el número de niños escolarizados cuya primera lengua no es el inglés. Aun cuando hayan nacido en Inglaterra, suelen proceder del continente europeo, África o Asia, y comienzan su vida escolar

cuya primera lengua no es el inglés

hablando sólo en parte inglés; a veces, ni siquiera saben una palabra de esta lengua. En la fase inicial es imprescindible, por tanto, garantizar que los comentarios verbales y el propio material escrito (por ejemplo, las fichas de trabajo) tengan en cuenta el vocabulario y las estructuras lingüísticas que manejan estos alumnos. En todo caso, es importante que participen en el trabajo oral, pues esto les ayudará a desarrollar sus destrezas lingüísticas generales y les capacitará para familiarizarse con el lenguaje empleado en las matemáticas.

222: Estos alumnos requieren una atención especial en las etapas iniciales del aprendizaje de la tarea de nombrar números y contar. Casi todas las lenguas europeas presentan alguna irregularidad en cuanto a los nombres de todos o algunos de los números comprendidos entre el 10 y el 20. Por ejemplo, en inglés los números 13 a 19 se expresan «al revés» que los que siguen al 20; así, se dice «*twenty-four*» pero «*fourteen*». Las palabras «*eleven*» o «*twelve*» son, si cabe, aún más irregulares. En las principales lenguas asiáticas, cada uno de los números 1 a 40 posee un nombre propio. Los profesores que tengan a su cargo alumnos cuya primera lengua no sea el inglés habrán de averiguar por tanto el sistema numérico que se emplee en su país de origen, para estar al tanto de las posibles dificultades.

223: Con los alumnos de más edad será preciso comprobar que las dificultades que tienen para hablar o entender inglés no han llevado a situarlos en grupos de un nivel inferior al que les corresponde. La notación empleada en matemáticas y la forma gráfica de los numerales y demás símbolos son iguales en muchos países, incluso en algunos que tienen un tipo de letra diferente. Por ello, es posible que estos alumnos se encuentren en condiciones de rendir en matemáticas a un nivel más alto que en otras asignaturas en las que la falta de fluidez en inglés les crea graves dificultades.

224: Existe siempre la posibilidad de hacer un uso positivo de ideas matemáticas extraídas de otras culturas, especialmente al tratar de la forma y del espacio. Por ejemplo, muchas de las formas Rangoli que emplean las familias hindúes y sijs para adornar sus hogares en las grandes solemnidades descansan sobre una base geométrica en la que la simetría desempeña un papel preponderante. La práctica en el dibujo de estas formas podría ayudar al desarrollo de los conceptos geométricos. También los intrincados dibujos que adornan tantos edificios islámicos son el resultado de la combinación de diversas formas geométricas. Podrían examinarse y discutirse en clase estas formas, e invitarse a los alumnos a que hagan sus propios diseños. Cuando sean algo mayores, podrá examinarse con ellos cómo se formaron los numerales que hoy empleamos a partir de los que originariamente se utili-

zaban en los países orientales, así como la aportación a las matemáticas por parte de otros países y otras culturas.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

225: En los capítulos precedentes hemos señalado que, en términos generales, es posible englobar muchas de las necesidades matemáticas de la vida adulta en una especie de «sensibilidad para los números» y muchas de las necesidades de la vida laboral en algo así como una «sensibilidad para la medida». Subyacente en ambas, y como elemento esencial de desarrollo, encontramos la necesidad de conseguir confianza en el empleo de las matemáticas durante la vida escolar.

226: Sin embargo, no creemos que la actividad matemática en las escuelas pueda considerarse aceptable tan sólo en la medida en que presente una clara utilidad práctica. El atractivo generalizado que ejercen los rompecabezas matemáticos y los problemas a que antes hemos aludido, evidencia que muchas personas tienen una capacidad innata para apreciar el valor intrínseco de las matemáticas. De ello se deduce que es preciso presentar éstas como una asignatura de la que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella.

227: El estudio de la forma y el espacio, de los métodos de representación gráfica de los datos y de las propiedades de los números pares, impares, primos y cuadrados, permite desarrollar las facultades de «abstracción» y «generalización» y su expresión algebraica, de la que dependen las matemáticas de más alto nivel. Aun cuando muchos alumnos no conseguirán alcanzar este nivel, a todos debe dárseles la oportunidad de atisbar, siquiera levemente, el carácter general de las matemáticas y los procesos lógicos en que se basan. Hay que alentar a los alumnos de todas las edades a buscar «pautas» en los resultados que obtengan y a explicarlas verbalmente aunque no estén en condiciones de expresar en términos algebraicos lo que hayan observado. Sea cual fuere su nivel de conocimientos, el empleo cuidadosamente planificado de rompecabezas y «juegos» matemáticos puede contribuir a clarificar las ideas del programa y a desarrollar el pensamiento lógico: «si muevo esta pieza a esta posición podré...», «dado que estos dos números son pares, éste no puede ser impar». El intento de programar el ordenador para que realice una tarea puede a su vez constituir una fuerza que estimule a pensar de modo lógico y matemático. Todos estos tipos de actividades obligan a pensar en los números y en los procesos matemáticos de un modo bastante distinto del que suele encontrarse en las aplicaciones habituales en esta asignatura, y contribuyen así al incremento de la confianza y de la comprensión.

228: **Las matemáticas son una asignatura difícil de enseñar y de aprender.** Una de las causas consiste en que se trata de una asignatura jerarquizada, lo cual no significa que deba

seguirse un orden rígido en el estudio de los temas, sino que la posibilidad de pasar de uno a otro depende con frecuencia de una buena comprensión de las cuestiones anteriores. Sea o no cierto, como a veces se asegura, que cada persona posee un «techo matemático» (y por lo que a nosotros respecta, no sabemos si se ha realizado algún estudio sobre el tema), de lo que no hay duda es de que los niños, y los adultos, aprenden matemáticas a velocidades muy diferentes. Un concepto que algunos comprenden en una lección les lleva a otros varios días o incluso semanas de trabajo, y resulta del todo inaccesible, al menos momentáneamente, para los que no han comprendido los conceptos anteriores que constituyen su base. Esto significa que existen grandes diferencias de rendimiento entre los niños de la misma edad. Una pequeña porción de ellos alcanza el nivel que se requiere para seguir los cursos de licenciatura, pero otros muchos sólo consiguen avanzar un corto trecho en el camino de las matemáticas durante todos sus años de escuela; debido al carácter jerarquizado de la asignatura, no llegan a un estadio que les permita abordar los temas más abstractos con esperanza de éxito, aunque algunos de ellos continúan avanzando después de dejar la escuela.

229: Las matemáticas son, además, una asignatura que obliga a trabajar y a practicar mucho, con independencia del nivel de conocimientos que se tenga. Comprender la solución de un problema que alguien ha resuelto con anterioridad puede ser muy sencillo; bastante más complicado suele resultar descubrirla por nosotros mismos. En todo caso, el planteamiento es, sin duda, el aspecto más difícil de la resolución de un problema de matemáticas, y con frecuencia se subestima la determinación e imaginación que se precisan para ello.

230: Otra razón que explica la dificultad de la enseñanza de las matemáticas es la gran diferencia que existe en el rendimiento y el ritmo de aprendizaje entre unos alumnos y otros. Si el ritmo de la enseñanza es demasiado rápido, resulta imposible la comprensión; si es demasiado lento, tal vez los alumnos se aburran y desanimen. También la materia que puede abarcarse en un determinado periodo de trabajo depende del rendimiento de los alumnos. Los de mayor rendimiento pueden a menudo avanzar considerablemente de una sola vez, mientras que los de menor nivel de rendimiento deberán hacerlo por pequeñas etapas y volver sobre sus pasos con más frecuencia. La consecución de un correcto equilibrio en esta asignatura exige una gran destreza profesional y plantea al profesor una serie de problemas que no deben subestimarse. **Sea cual fuere el nivel de rendimiento de los alumnos, no debe permitirse que experimenten repetidos fracasos.** Si ocurre esto, es signo de que la progresión ha ido demasiado lejos y se precisa un cambio de tema.

Comprensión

231: En los últimos años se ha intensificado el debate sobre la

* Véase R.R. Skemp. *The psychology of learning mathematics*. Penguin 1971.

naturaleza de la comprensión matemática. Hay acuerdo en un punto: la comprensión en esta materia supone la capacidad de reconocer y hacer uso de un concepto matemático en una gran diversidad de contextos, algunos de los cuales no son en absoluto los habituales. Se ha distinguido* entre «comprensión relacional» (en pocas palabras, saber qué ha de hacerse en los casos concretos y estar en condiciones de relacionar estos procedimientos con conocimientos matemáticos más generales) y «comprensión instrumental» (memorización maquinal de reglas para cada caso concreto sin comprender su funcionamiento). A este respecto, hay que decir que la comprensión matemática no es del tipo de «todo o nada». Evoluciona al ritmo de los conocimientos sobre la materia, y en cada momento debe alcanzar el nivel que resulte preciso para el trabajo que se esté llevando a cabo. Desde este punto de vista, la comprensión que se requiere para estudiar matemáticas en la enseñanza superior es muy distinta de la que se precisa en la escuela. Por lo demás, es corriente que los estudiantes del primer curso de licenciatura descubran, con el lógico desconcierto, que su comprensión de ciertos temas que habían abordado con éxito en la escuela deja mucho que desear o resulta del todo insuficiente. De aquí que la distinción entre comprensión relacional y comprensión instrumental no pueda establecerse nunca con rigidez, en tanto en cuanto simplifica excesivamente una realidad más compleja; con todo, constituye un punto de partida útil para abordar el tema de la naturaleza de la comprensión.

232: Dado que la comprensión es un estado mental al que cada alumno ha de acceder de modo individual, no es algo que el profesor pueda observar directamente. El hecho de que un alumno resuelva correctamente un problema concreto no siempre significa que haya comprendido los conceptos correspondientes. Para valorar la profundidad de su comprensión es más seguro acudir a actividades de debate, mediante la realización de trabajos prácticos o de actividades más generales de resolución de problemas. A medida que evoluciona la comprensión, el profesor necesita ponerla a prueba periódicamente más en profundidad para que el alumno adquiera conciencia de la necesidad de reflexionar de modo más profundo y crítico.

233: Dado que, además, la comprensión se desarrolla gradualmente en el tiempo, como resultado de la experiencia, especialmente en lo que se refiere a la resolución de problemas, es importante que los profesores se den cuenta de que a veces resulta contraproducente trabajar sobre un mismo tema durante demasiado tiempo. Con frecuencia, al pasar a otro tema se consigue enfocar el anterior desde una nueva perspectiva, lo que puede resultar muy útil en el proceso de consolidación de la comprensión y de maduración de las ideas.

234: El *Análisis de la investigación* ya mencionado trata en profundidad el tema de la memoria y distingue entre la memoria «a corto plazo» o «funcional» y la memoria «a largo plazo». Lo que se retiene en la primera de ellas se desvanece en cuestión de segundos si no se conserva deliberadamente en la conciencia; además, la cantidad de información que puede retenerse por este procedimiento es limitada. Cuando un dato pasa a la memoria a largo plazo tiende a ser olvidado muy despacio o no olvidarse en absoluto, aunque no siempre sea fácil recuperarlo.

235: La memoria a corto plazo desempeña un importante papel en las tareas en las que han de considerarse simultáneamente diversos atributos o unidades de información, como ocurre en los cálculos mentales, la resolución de problemas, la comprensión de conceptos complejos o el seguimiento de una explicación o debate; en otras palabras, en la mayor parte de las tareas de aprendizaje. Ahora bien, para llevar a cabo estas labores es preciso recurrir a información almacenada en la memoria a largo plazo. De las investigaciones efectuadas se deduce que los datos se almacenan mejor en esta última si se asimilan de tal forma que pasen a formar parte de una red de unidades asociadas y relacionadas que se apoyan mutuamente. Un buen ejemplo de esto lo constituye el hecho de que muchos niños cuya capacidad para recordar datos numéricos parece escasa, sean capaces, debido a su interés o conocimientos sobre temas deportivos, de recordar sin dificultad resultados de partidos de fútbol o de cricket jugados semanas o incluso meses antes.

236: De ello se sigue que la memoria a largo plazo de los niños tiende a mejorar a medida que crecen y desarrollan una red de datos con un mayor número de interconexiones en las que tiene cabida la nueva información que van recibiendo. La información que se recuerda de esta forma es también más fácil de recuperar, porque la asociación existente entre la finalidad que se pretende y los datos almacenados, suministra una clave que desencadena el proceso de recordar. Aun cuando cabe la posibilidad de almacenar en la memoria a largo plazo un material que no se haya integrado de esta forma, probablemente será peor retenido y, lo que es más importante, su recuperación será más difícil debido a la escasez de asociaciones que actúen como clave de recuperación. Más aún, si no se han establecido relaciones con otros datos, resultará todavía más difícil hacer uso de la capacidad de razonamiento para completar una información que se recuerda sólo parcialmente.

237: Para que la memoria a largo plazo sea eficaz se precisa una especie de «ensayo», esto es, recordar el conjunto de datos y reforzar su relación con los otros ya conocidos. Cuanto mayor sea la capacidad de incrementar los nexos con la red

existente, tanto mayor será su eficacia. Así, la capacidad de retención de datos numéricos puede mejorarse si se ejercita la memoria en combinación con algún tipo de explicación o procedimiento de verificación; por ejemplo, que la suma de dos números impares debe ser siempre par o que todos los números de la «tabla del 5» terminan en 0 o en 5.

Aprendizaje maquinal

238: Hemos recibido diversas comunicaciones en las que se nos insta a tratar más *in extenso* el tema del aprendizaje maquinal (*rote learning*). El Oxford English Dictionary define el término inglés *by rote* como «de forma maquinal o rutinaria; especialmente mediante el mero ejercicio de la memoria sin comprender adecuadamente o reflexionar sobre el tema en cuestión; también, con precisión o de memoria». **Hay, sin duda, algunos aspectos de las matemáticas que han de aprenderse de memoria, pero no creemos que sea nunca necesario, en la enseñanza de la asignatura, conminar al aprendizaje memorístico de algo, sin desarrollar al mismo tiempo una comprensión adecuada de los conceptos a que ello hace relación.** Como se pone de manifiesto en nuestra exposición sobre la memoria, ello equivaldría probablemente a hipotecar el éxito a largo plazo.

239: Con todo, la necesidad de enseñar de una forma que favorezca el desarrollo de la memoria a largo plazo y la comprensión no está reñida con el desarrollo de destrezas de cálculo y de manipulación algebraica. Es importante que los niños practiquen las manipulaciones rutinarias hasta que puedan llevarlas a cabo con el necesario grado de fluidez; y esto vale tanto para las operaciones como suma y resta, como para las requeridas para obtener el certificado de nivel A e incluso posteriores. El dominio de estas rutinas es imprescindible para dejar la atención consciente en libertad para centrarse en aquellos aspectos de la tarea que resulten más novedosos o problemáticos. En este sentido, de nuevo nos vemos obligados a distinguir entre la actuación «fluida» y la actuación «mecánica». La primera se basa en la comprensión de la rutina que se está desarrollando, mientras que la segunda es puramente maquinal y carece del necesario grado de comprensión. Aun cuando esta actuación mecánica puede rendir buenos resultados a corto plazo, las rutinas así desarrolladas probablemente no podrán aplicarse a otras situaciones ni retenerse en la memoria a largo plazo.

Métodos de enseñanza

240: El *Análisis de la investigación* señala que en la enseñanza de las matemáticas cabe distinguir tres elementos: hechos y destrezas por un lado, estructuras conceptuales por otro, y estrategias generales y apreciación, finalmente.

Los *hechos* son unidades de información esencialmente inconexas o arbitrarias. Comprenden las convenciones en materia de notación —por ejemplo, que 34 significa tres veces 10 más 4 y no 4 veces 10 más 3—, los factores de conversión, como

que «2,54 centímetros equivalen a una pulgada», y los nombres asignados a conceptos determinados, tales como las razones trigonométricas. Los denominados «hechos numéricos», tales como $4 + 6 = 10$, no encajan en esta categoría, ya que no son inconexos ni arbitrarios, sino que se deducen lógicamente de la comprensión del sistema numérico. Las *destrezas* no sólo comprenden el empleo de los hechos numéricos y los procedimientos estándar de cálculo aritmético o algebraico, sino también todo tipo de procedimientos establecidos que quepa desarrollar mediante una rutina. Por supuesto, han de ser comprendidas y acomodadas en la estructura conceptual, pero además se requiere que, mediante la práctica habitual, se recuerden inmediatamente y se ejecuten con soltura.

Las *estructuras conceptuales* son conjuntos de conocimientos ampliamente interconectados, en los que se incluyen las rutinas necesarias para el ejercicio de las destrezas. Constituyen la parte sustancial de los conocimientos matemáticos almacenados en la memoria a largo plazo. Sostienen el ejercicio de las destrezas, y su presencia se delata por la capacidad para superar un fallo memorístico o para adaptar un procedimiento a una nueva situación.

Las *estrategias generales* son procedimientos que guían la elección de la destreza que debe emplearse o de los conocimientos a que se debe recurrir en cada etapa de la resolución de un problema o del desarrollo de una investigación. Permiten enfocar los problemas con confianza y con esperanzas de hallar una solución. Estrechamente relacionada con ellas se encuentra la *apreciación*, que implica una percepción de la naturaleza de las matemáticas, y la adopción de ciertas actitudes ante ella.

241: Las diversas investigaciones efectuadas muestran que estos tres elementos —hechos y destrezas, estructuras conceptuales, y estrategias generales y apreciación— aluden a distintos aspectos de la enseñanza y exigen atención independiente. De ello se deduce que una enseñanza eficaz de la asignatura ha de tenerlos en cuenta a los tres.

La práctica
en el aula

242: Examinaremos a continuación las consecuencias que lo establecido en las secciones precedentes tiene para el trabajo en el aula. **Somos conscientes de la existencia de profesores que desearían que les señalásemos el método más idóneo para enseñar matemáticas, pero no consideramos que esto sea ni posible ni deseable.** La enseñanza de un aspecto concreto de la asignatura debe ponerse en relación con el tema mismo y con la capacidad y experiencia del profesor y de los alumnos. Debido a la diferencia de personalidad y circunstancias, métodos que pueden resultar extremadamente eficientes con un profesor y un grupo de alumnos, acaso no lo sean tanto en otros casos. Con todo, consideramos que hay ciertos elemen-

tos que deben estar presentes en una enseñanza acertada de las matemáticas a alumnos de todas las edades.

243: La enseñanza de las matemáticas en todos los niveles debe incluir:

- exposición por parte del profesor;
- discusión entre el profesor y los alumnos, y entre estos últimos;
- trabajo práctico apropiado;
- consolidación y práctica de las destrezas y rutinas básicas;
- resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidiana;
- realización de trabajos de investigación.

Al establecer esta lista, somos conscientes de que no estamos diciendo nada que no se haya afirmado muchas veces con anterioridad. De hecho, han aparecido ya, por lo menos implícitamente, en diversos informes oficiales, publicaciones del Departamento de Educación y Ciencia, ponencias de la Inspección Escolar, y revistas y publicaciones de asociaciones matemáticas profesionales. Con todo, somos también conscientes de que, aun cuando hay aulas en las que la enseñanza incluye todos los elementos aludidos, quedan muchas otras en las que no es así.

244: Consideramos que una de las razones de lo expuesto es que una breve afirmación como «la enseñanza de las matemáticas debe incluir la realización de trabajos de investigación» no sirve para explicar suficientemente lo que se pretende. Examinaremos, pues, con detalle, cada uno de los elementos enumerados.

Exposición

245: La exposición del profesor ha sido considerada siempre como un ingrediente fundamental del trabajo en el aula, y creemos que la situación no ha cambiado en este aspecto. Aun así, deseamos subrayar uno de sus aspectos, que con frecuencia parece subestimarse. Preguntas y respuestas han de constituir un diálogo. Hay que tener muy en cuenta las respuestas de los alumnos a las preguntas formuladas por el profesor en el curso de la exposición, y contestar a ellas. Aun cuando sean incorrectas o no se ajusten a las expectativas del profesor, nunca deben ser ignoradas; el análisis de una respuesta incorrecta o inesperada de los alumnos puede conducir a un fructífero debate y a una mejor comprensión, por parte de profesor y alumnos, de malentendidos e interpretaciones erróneas específicas.

Discusión

246: Con el término «discusión» queremos significar mucho más que las preguntas y respuestas que se intercambian durante la exposición del profesor. En el informe de la «Encuesta nacional sobre la enseñanza primaria»* leemos que, «en algunos casos, sobre todo en los alumnos mayores, podría haberse prestado más atención al empleo más preciso y unívoco de un lenguaje común para describir las propiedades de los números, tamaños, formas y posiciones». El informe de la «Encuesta nacional sobre la enseñanza secundaria»** señalaba que «se han infrautilizado las posibilidades que brindan las matemáticas para el desarrollo de la precisión y sensibilidad en el uso del lenguaje». La capacidad de expresar con claridad lo que se piensa debe ser uno de los resultados de una buena enseñanza de las matemáticas, y sólo se desarrolla cuando se ha contado con la posibilidad de hablar sobre la materia, de explicar y debatir los resultados obtenidos y de verificar las hipótesis. Es más, los distintos temas que se abordan en la asignatura, tanto en primaria como en secundaria, deben presentarse y tratarse de un modo que ponga de manifiesto sus interrelaciones. Los alumnos necesitan ayuda para establecer estas relaciones, y dicha ayuda sólo puede prestárseles a través de discusiones extensas. Ni siquiera los que tienen un nivel de conocimientos alto pueden desenvolverse con facilidad en este terreno por su cuenta.

Trabajo práctico

247: El trabajo práctico es fundamental para el desarrollo de las matemáticas en su estadio primario; trataremos esta materia con más profundidad en el capítulo próximo. Con bastante frecuencia se considera que en la secundaria no son necesarias ya las actividades prácticas, pero no parece ser cierto, como tampoco lo es que dichas actividades deban ser llevadas a cabo únicamente por los alumnos de rendimiento bajo; por el contrario, los alumnos de todos los niveles pueden beneficiarse con el desarrollo de experiencias prácticas apropiadas. El tipo de actividad, el tiempo que deba dedicarse y la necesidad de repetir las tareas variarán, como es lógico, en función de las necesidades y conocimientos de los alumnos. Los resultados de las pruebas prácticas llevadas a cabo por la *Assessment of Performance Unit (APU, Unidad de Evaluación del Rendimiento)*, y que se describen en los informes sobre las pruebas de primaria y secundaria*, ilustran claramente la necesidad de conceder a los alumnos de todas las edades la oportunidad de llevar a cabo experiencias de carácter práctico.

Práctica

248: Todos los alumnos deberán practicar las destrezas y

* *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1978.

** *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

* *Assessment of Performance Unit. Mathematical Development: Primary survey report N.º 1 y N.º 2*. HMSO 1980 y 1981; y *Secondary survey report N.º 1*. HMSO 1980.

rutinas que hayan adquirido recientemente y consolidar las que poseyeran con anterioridad, para poder aplicarlas en la resolución de problemas y en las tareas de investigación. Por supuesto, tendrán que practicar más o menos en función de su rendimiento respectivo y del nivel de soltura que se considere idóneo para cada etapa. Sin embargo, como ya hemos señalado anteriormente, la práctica de las destrezas básicas no es en sí misma suficiente para desarrollar la capacidad de resolver problemas ni de investigar. Estas capacidades requieren atención independiente.

Resolución de problemas

249: La resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas sólo son «útiles» en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina «resolución de problemas». En todo caso, antes de resolver estos problemas, es preciso traducirlos a los términos matemáticos apropiados. Este paso, primero y esencial, plantea serias dificultades a numerosos alumnos, hecho que con frecuencia se pasa por alto. El profesor ha de ayudar a los alumnos a entender, en cada etapa del curso, cómo deben aplicar los conceptos y destrezas que estén aprendiendo y cómo han de hacer uso de los mismos en la resolución de problemas. Estos problemas, por su parte, han de guardar relación con la aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas de la experiencia de los alumnos y a otras situaciones menos familiares. Muchos alumnos necesitarán mucho tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas más sencillos.

Trabajo de investigación

250: El concepto de investigación es fundamental para el estudio de las propias matemáticas y para la comprensión de las diversas formas en que éstas pueden emplearse para ampliar los conocimientos y solucionar los problemas de muy diversos campos. Sospechamos que, para muchos profesores, las «investigaciones matemáticas» se asemejan a los «proyectos», que en los últimos años se han convertido en uno de los métodos de trabajo más frecuentes en muchas áreas del currículo; en otras palabras, consideran que una investigación matemática constituye una labor muy extensa, que requiere mucho tiempo y debe llevarse a cabo de modo individual o en el seno de un pequeño grupo de trabajo. Sin embargo, aun cuando ésta es una de las formas que puede adoptar una investigación matemática, no es en modo alguno la única, ni siquiera es la más común. Las investigaciones no tienen por qué ser largas ni difíciles. En su nivel más fundamental, sur-

gen a menudo como respuesta a las preguntas hechas por los alumnos durante la exposición del profesor, o con ocasión del desarrollo de un trabajo. Lo fundamental para este tipo de trabajo es que el profesor se muestre dispuesto a «seguir la corriente» cuando el alumno le pregunte «¿podríamos haber hecho lo mismo con tres números diferentes?», o «¿qué pasaría si...?». Con frecuencia, la cuestión puede resolverse mediante una breve discusión con el alumno o grupo de alumnos; a veces puede resultar útil sugerirles que intenten hallar la respuesta por sí mismos; otras veces será preciso buscar tiempo en otro momento para abordar la cuestión. En todo caso, es imprescindible estimular a los alumnos a que piensen de esta forma, y no debe dejarse pasar ninguna oportunidad de hacerlo así. El profesor ha de mostrarse dispuesto a seguir pistas falsas y a no revelar ya desde el principio que alguna de ellas, por ejemplo, no lleva a ningún sitio; tampoco deberá cortar un debate interesante por «falta de tiempo» o porque «no figura en el programa».

251: Muchas investigaciones conducen a un resultado común para todos los alumnos, pero hay otras que producen resultados distintos, y esto es algo que aquéllos han de advertir. Por ejemplo, la respuesta a la pregunta: «¿De cuántas formas diferentes puede realizarse esta operación con la calculadora?, ¿cuál de ellas requiere el menor número de pasos?», depende del modelo de aparato, por lo que los distintos alumnos encontrarán diversidad de respuestas, todas las cuales pueden ser perfectamente válidas. Los rompecabezas matemáticos ofrecen también amplias oportunidades para el desarrollo de trabajos de investigación; incluso la práctica de destrezas rutinarias puede llevarse a cabo, con grandes beneficios, en forma de investigación: por ejemplo, «idear tres restas que den por resultado 473». Tareas de este tipo pueden resultar muy útiles para que el alumno comprenda que la «prueba» de la resta puede hacerse mediante la suma.

252: Es necesario advertir que el valor de las investigaciones puede perderse, por lo menos en parte, si después no se debaten los resultados. El debate no debe limitarse al método empleado y a los resultados obtenidos, sino que ha de extenderse a las pistas falsas que se hayan seguido y a los errores cometidos en el curso de la investigación.

Algunos aspectos concretos

253: Nos ocuparemos ahora de determinados aspectos más concretos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que consideramos relevantes para el trabajo en las escuelas de primaria y secundaria, y que justifican, por su entidad, un examen más detallado.

Cálculo mental

254: Ya nos hemos referido en varios pasajes a la necesidad de

llevar a cabo mentalmente cálculos sencillos. La «aritmética mental» formó parte durante algún tiempo de las matemáticas que se impartían en las escuelas de enseñanza primaria y secundaria, e incluso figuraba a menudo como apartado independiente en los boletines de calificaciones. Es evidente que en la actualidad ha perdido importancia en la enseñanza; diversos informes llegados hasta nosotros confirman los comentarios hechos por varios empleados jóvenes, tal como indicamos en el apartado 202, en el sentido de que en muchas clases no se practica en absoluto. Creemos que una de las razones reside en la utilización cada vez más frecuente de programas de aprendizaje individual, en los cuales los alumnos trabajan la mayor parte de su tiempo por su cuenta y utilizando material preparado de antemano que con frecuencia adopta la forma de fichas y hojas de trabajo. Este método reduce las oportunidades de hacer debates o de llevar a cabo un trabajo de tipo oral. Por otra parte, en la mayoría de las clases de primaria y en muchas de las de secundaria, especialmente en los primeros cursos, figuran alumnos con capacidades muy diferentes. No es fácil encontrar preguntas de cálculo mental que resulten adecuadas para todos ellos y, además, la conciencia cada vez más viva de los efectos que puede provocar el fracaso, induce a los profesores a evitar los métodos de trabajo que puedan llevar a situaciones de este tipo. Muchos de nuestros lectores recordarán, sin duda, las «diez preguntas rápidas» con que se abrían las lecciones de matemáticas. Para los que eran muy diestros en la materia tal vez constituyeran una fuente de diversión y un reto estimulante, pero en los demás generaban pérdida de confianza, un rechazo cada vez más agudo de la asignatura y, a veces, un sentimiento de humillación que tardaba mucho en olvidarse.

255: Creemos que la decadencia del trabajo oral y mental en las clases de matemáticas es consecuencia de la falta de reconocimiento de la importancia que el cálculo mental tiene en esta asignatura. Incluso los métodos de cálculo sobre papel utilizados tradicionalmente se basan en la realización mental de determinadas operaciones. El cálculo por escrito de $27 + 65$, llevado a cabo mediante el método tradicional, requiere indudablemente operaciones mentales ($7 + 5 = 12$ y $1 + 2 + 6 = 9$), y cualquier división, aun la más sencilla, obliga a experimentar mentalmente con diversos múltiplos del divisor hasta que se halla el correcto.

256: Sin embargo, hay otra razón, de más peso, que aboga por la inclusión de la práctica del cálculo mental en las clases: las personas que hacen un uso eficaz de las matemáticas en la vida cotidiana rara vez aplican «mentalmente» los métodos escritos estándar que se enseñan en las aulas, sino que, o bien los adaptan a sus características personales, o bien recurren a otros métodos personales. Por ejemplo, es bastante común empezar por los centenares y las decenas, y pasar después a

las unidades; así, en el ejemplo citado en el apartado anterior, se seguiría la secuencia « $20 + 60 = 80$, $5 + 7 = 12$. $80 + 12 = 92$ »; y hay que subrayar que éste es sólo uno de los varios métodos utilizables. También al sumar mentalmente cantidades de dinero es muy frecuente operar primero con las libras y después con los peniques, en lugar de al revés, como ocurre cuando se realiza por escrito. Aun cuando muchos alumnos descubren por su cuenta que los métodos del cálculo por escrito a menudo no son apropiados para el cálculo mental, consideramos que para muchos otros resultará de gran utilidad que el profesor señale explícitamente y comente en clase los diversos métodos utilizables. Con todo, no deberá forzarse la adopción de un único «método idóneo» para los cálculos mentales; por el contrario, hay que invitar a los alumnos a que empleen el que más les convenga. El profesor deberá invitarles, asimismo, a reflexionar sobre los métodos que hayan desarrollado para su uso personal, a fin de consolidar y extender esta capacidad.

Estimación

257: Las directrices de las *Local Education Authorities* (LEA, Autoridades Educativas Locales) y las programaciones de las escuelas primarias y secundarias, casi siempre incluyen una referencia a la necesidad de que los alumnos sean capaces de efectuar estimaciones; a veces se señala concretamente que debe invitarlos a dar respuestas aproximadas antes de empezar los cálculos. En los capítulos iniciales del presente informe señalamos que la capacidad de realizar estimaciones es muy importante, no sólo para diversas clases de empleo, sino también en las actividades ordinarias de la vida adulta.

258: Sin embargo, de nuestra propia observación y de las comunicaciones recibidas deducimos que, aun cuando se preconiza en directrices y programas, esta actividad no suele practicarse en el aula, y no por falta de disposición del profesor, sino porque no parece comprenderse el alcance de la expresión «capacidad de realizar estimaciones» ni se tiene en cuenta el tiempo preciso para desarrollarla.

259: La estimación puede considerarse desde distintas perspectivas. Un primer tipo de estimación es el que permite obtener, antes de efectuar un cálculo, una «respuesta aproximada»: en otras palabras, una respuesta en números redondos que permita verificar si el resultado de la operación es del «orden de magnitud» correcto. Este tipo de estimación suele aplicarse más bien a la multiplicación y a la división; su objetivo es comprobar que el resultado del cálculo no es, por ejemplo, diez o cien veces mayor o menor del que debiera. Por lo general, se lleva a cabo manejando «cifras significativas» como ocurre cuando, en la operación 26×52 , se sustituyen estas cifras por 30×50 para obtener una respuesta aproximada.

Sin embargo, para muchos niños este procedimiento resulta conceptualmente más abstruso de lo que cabría esperar, por lo que la capacidad para trabajar de esta forma tarda mucho tiempo en desarrollarse. Una aplicación mucho más elemental consiste en que la suma de dos números inferiores a 50 ha de producir un resultado inferior a 100. Tal vez cabría decir que en este caso no hay realmente estimación, pero, en cualquier supuesto, se trataría de una capacidad imprescindible para el desarrollo de la estimación. En nuestra opinión, una y otra requieren gran cantidad de discusión y de «pensar en voz alta» por parte del profesor y de los alumnos, junto con las pertinentes actividades prácticas de medida.

260: Un segundo aspecto de la estimación es el que podríamos definir como capacidad de determinar «si la respuesta es o no razonable». Muchos alumnos tienen serias dificultades para desarrollarla. Con frecuencia, como ocurría con el aspecto anterior, se ciñe al cálculo, aunque más bien al cálculo ya realizado, como sucede cuando se hace uso de una calculadora. La mayoría de los profesores de matemáticas podrían citar casos de alumnos que han dado, por ejemplo, como área del tablero de una mesa, una medida que corresponde más bien a una tarjeta postal o a un campo de fútbol, sin advertir, además, la incongruencia de su respuesta. Este tipo de errores refleja una falta de apreciación del tamaño de las unidades y de su relación con los objetos de la vida cotidiana. Los alumnos deben establecer las equivalencias más comunes —por ejemplo, saber que las puertas normales tienen unos dos metros de altura— y el profesor suscitar comentarios sobre el tema y formular preguntas del tipo: «¿Cabría por la puerta? ¿Lo podrías levantar?». Cabe esperar que, en último término, este tipo de estimación pase a integrarse en el llamado «sentido común», pero consideramos que, pese a ello, ha de prestarse atención a su desarrollo.

261: Hay un aspecto conexo, la posibilidad de estimar medidas de diversos tipos, en el que sin duda la experiencia práctica y el uso continuado reportan los mejores resultados. Existen destrezas específicas de estimación, como las del decorador que puede calibrar a ojo la cantidad de pintura o papel que necesitará para llevar a cabo una labor concreta, que sólo se desarrollan con la práctica. No obstante, debe estimularse a los niños a ejercitar la estimación de longitudes, áreas, capacidades y pesos durante sus años de escolaridad.

262: Como pusimos de manifiesto al comienzo de esta sección, la clase de trabajo que hemos descrito aquí no figura en la actualidad en la mayoría de los cursos de matemáticas escolares. Hay, por tanto, muy poca experiencia de la que extraer enseñanzas y tampoco conocemos intentos en este sentido que se hayan visto coronados por el éxito. **Consideramos que esta área requiere nuevos estudios e investigaciones.**

Métodos de cálculo

263: Ya hemos señalado que en la vida adulta los cálculos escritos suelen hacerse de forma muy distinta a la tradicionalmente enseñada en las escuelas. Aun cuando hay veces en que esta última resulta muy rápida y cómoda, los métodos «personales» suelen resultar muy útiles. En relación con este punto se plantean, pues, algunas cuestiones importantes referentes al método de cálculo que ha de adoptarse en clase y al modo en que las operaciones han de registrarse sobre el papel.

264: En la primaria, el cálculo suele introducirse mediante el uso de aparatos para contar, y el método de anotación se desarrolla en primera instancia a partir de dichos aparatos, aspectos que examinaremos más en profundidad en el siguiente capítulo. A los 11 años, muchos alumnos están en condiciones de efectuar con seguridad sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros y de anotar las operaciones en la forma tradicional. Sin embargo, hay muchos otros que no han alcanzado ese estadio a los 11 años, sobre todo en lo que se refiere a la multiplicación y la división.

265: En la secundaria es bastante común que se insista en el empleo de los métodos tradicionales de escritura de las operaciones, que con frecuencia se enseñan como si se tratara de rutinas estándar obligatorias. No obstante, incluso los alumnos para los que esto no presenta dificultad alguna, necesitan un estímulo que les impulse a desarrollar métodos alternativos, que con frecuencia serán similares a los empleados para realizar cálculos mentales (véase el apartado 256), o hagan uso de «atajos» de diversa índole. Las discusiones sobre el empleo de estos métodos alternativos con un grupo de alumnos o con la clase entera, brindarán una excelente oportunidad para el desarrollo de la confianza e «intuición» en el cálculo numérico.

266: De la misma forma, será preciso estimular a los alumnos a que, en otros tipos de cálculos, como aquéllos en los que intervienen los porcentajes, se enfrenten a ellos teniendo en cuenta sus peculiaridades características, y dejando claro que se espera que no hagan uso siempre de la misma rutina. Así, para calcular el impuesto sobre el valor añadido (IVA), que grava con un tipo del 15 por ciento una determinada cantidad de dinero, muchas personas probablemente encontrarán más sencillo hallar el 10 por ciento de dicha cantidad, dividirlo por dos y sumar los resultados, en lugar de multiplicarla por 15/100. Este método se basa en la particular relación existente entre 15 y 10, y evidencia además una comprensión completa de la operación que se está realizando; si el tipo del IVA fuera del 8 por ciento, casi todo el mundo encontraría

más fácil realizar la operación en un solo paso, multiplicando por $8/100$.

267: Algunos alumnos de bajo rendimiento experimentan grandes dificultades para desarrollar y escribir los cálculos haciendo uso de los procedimientos rutinarios. Sin embargo, si se mantiene con ellos una discusión adecuada y tienen oportunidad de practicar con los materiales idóneos, no tardan en realizar con acierto los cálculos haciendo uso de sus propios métodos. Deberá animárseles a que continúen por este camino y no disuadirles de él, siempre y cuando manejen con seguridad su método personal. Podría resultar contraproducente tratar de «sujetarles» a los procedimientos estándar ya desde el ingreso en la secundaria.

268: La posibilidad de emplear la calculadora es otro factor que debemos considerar en este contexto, sobre todo en lo que se refiere a los alumnos que tienen dificultades para utilizar las rutinas estándar. Nos ocuparemos de este tema en el capítulo 7.

Medida

269: La medida constituye una faceta esencial de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ya que supone una vía de acceso natural al desarrollo de conceptos numéricos y a la aplicación de la materia en una gran diversidad de campos. La práctica en ordenar longitudes, capacidades y pesos permitirá a los niños comprender mejor conceptos tales como «mayor que», «menor que», «más largo que», «más corto que», etc. Luego aprenderán a emplear unidades de medida peculiares, como puedan ser cucharadas, puñados, y finalmente pasarán a las unidades estándar para medir cantidades continuas como la longitud y la capacidad.

270: Todas estas formas de medida son inexactas y únicamente sabemos que existen dentro de unos límites especificables. Dichos límites se eligen de acuerdo con el uso que vaya a hacerse de la medida o vienen impuestos por las limitaciones del instrumento empleado. En *Mathematics: 5-11** leemos:

Debe intentarse que los niños comprendan el concepto de «estar entre». Si el niño responde a la pregunta «¿qué hora es?» con «entre las dos y cinco y las dos y diez», habrá dado una respuesta completamente correcta.

Deseamos subrayar que, en nuestra opinión, es éste un concepto fundamental y que, por tanto, debe estimularse a los niños a que desde el principio consignen las medidas de esta forma. «Este vaso contiene más de cinco cucharadas pero menos de seis»; «este lápiz tiene más de 12 cm de longitud

* HMI Series: Matters for discussion 9. *Mathematics 5-11*. A handbook of suggestions. HMSO 1979.

pero menos de 13». Al enfocar así las actividades de medición, se deduce pronto la necesidad de contar con subunidades, y, una vez comprendido esto, puede pasarse a los grados de precisión y a la idea de medida dentro de un determinado margen de error.

271: La medida de superficies, capacidades y ángulos implica el manejo de una serie de conceptos geométricos de forma y espacio; el registro de los resultados permite introducir una gran diversidad de métodos gráficos. En una etapa posterior podrá emplearse el estudio de la medida para introducir conceptos nuevos tales como escala, tasa y razón, y el uso de unidades compuestas como las que se utilizan para medir la velocidad, la densidad y la presión.

272: En todas las etapas, la enseñanza de la medida debe basarse en el trabajo práctico, tal como el dirigido a familiarizar al alumno con el empleo de los instrumentos de medida, los compases y otros instrumentos de dibujo, así como con la construcción de formas y modelos geométricos. En todos los niveles se requieren experiencias de este tipo; algunos alumnos adquirirán sin dificultad cierta destreza en la medición con instrumentos de dibujo, pero otros necesitarán más tiempo y mucha práctica. Este período de tiempo debe extenderse a lo largo de varios años.

La adopción del sistema métrico decimal

273: El paso de las unidades de medida imperiales a las métricas no se ha desarrollado con tanta celeridad como en un momento cupo esperar, y aun cuando se han hecho considerables progresos, parece claro que los dos sistemas seguirán empleándose en Inglaterra y Gales durante algunos años. En el apartado 82 nos hemos ocupado de algunos de los hechos que lo explican.

274: La existencia de dos sistemas de unidades ha producido cierta confusión en algunas escuelas. Las directrices emitidas en 1974 por el Departamento de Educación y Ciencia y la Oficina de Gales* subrayan «la creciente familiaridad que existe en las escuelas, sobre todo las de primaria, con el uso de cantidades expresadas en el sistema métrico». Se reconocía que «el principal problema de las escuelas no es el sistema métrico en sí, sino el hecho de que, para determinados fines, se prevé que el sistema imperial permanecerá en vigor durante los próximos años». Se sugería la conveniencia de que las escuelas enseñaran a los niños a realizar cálculos en las unidades métricas, permitiéndoles al mismo tiempo conservar cierta familiaridad con las imperiales. Se aconsejaba, asimismo, la implantación de «una política tendente a pensar en términos del sistema métrico decimal» (*think metric*).

* Department of Education and Science
Administrative Memorandum 9/74.
Welsh Office *Administrative Memorandum 4/74.*

275: Consideramos que este consejo conserva su validez. Tanto en la enseñanza primaria como en la secundaria deben emplearse, por tanto, las unidades métricas de longitud, peso y capacidad, y los alumnos han de aprender a efectuar estimaciones en ellas, pero, al finalizar la escolaridad, han de tener también ciertos conocimientos de las unidades imperiales. En la secundaria, por consiguiente, han de familiarizarse con las unidades imperiales más comunes, como el pie, la pulgada, la libra, la onza, la pinta y el galón, y estar en condiciones de utilizarlas para realizar mediciones directas. En la práctica, habrán de medir las distancias en pies, pulgadas y fracciones de pulgada ($1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$), el peso en libras y onzas, y la capacidad en galones y pintas. Han de conocer asimismo las equivalencias aproximadas entre estas unidades y las del sistema métrico, pero por lo general no se les pedirá que calculen en el sistema imperial.

«Los fundamentos»

276: El término «fundamental» o «básico» aparece en muchas de las comunicaciones recibidas. Se emplea en una gran variedad de expresiones: «destrezas básicas», «destrezas básicas de cálculo», «matemáticas fundamentales», «competencia numérica básica», «los fundamentos», etc. El contexto en que se hace uso de tales expresiones parece indicar que, aun cuando no se trate exactamente de sinónimos, representan diferentes formas de describir una realidad muy similar en todos los casos. Cuando se aventura una definición, casi siempre se hace en términos de destrezas puramente aritméticas, poniendo el acento en las operaciones de la suma, la resta, la multiplicación y la división, contempladas con independencia de su aplicación a las situaciones reales. En muchos informes se da por sentado que el significado de la expresión empleada se explica por sí mismo y que, por tanto, no hay necesidad de descender a los detalles.

277: Los conocimientos y destrezas «básicos» son los que parecen necesitarse como *base* de las matemáticas del mundo laboral o la vida adulta, o bien para cursar ulteriores estudios. Ya hemos examinado estos requisitos en capítulos anteriores. Aun cuando muchos de ellos pueden catalogarse como «elementales» en función de su posición en la jerarquía del aprendizaje de las matemáticas, y de la etapa de la escolaridad en que se introducen, no por ello hay que deducir que la gran mayoría de los alumnos encuentre fácil o sencillo su aprendizaje y, lo que es más importante, su aplicación.

278: Existen pruebas de que el proceso que en estos últimos años ha llevado a la opinión pública a centrar su atención en los niveles de rendimiento escolar, ha empujado a determinados sectores a un cierta «vuelta a los fundamentos». Empujados por esta presión, algunos profesores de primaria o que tienen a su cargo alumnos de bajo rendimiento de secundaria, limitan su actividad docente a las destrezas de cálculo. Algu-

nas de las comunicaciones recibidas abogan por una «vuelta a los fundamentos» del tipo comentado. Sin embargo, confiamos en que nuestra exposición en este capítulo disipe las dudas sobre el hecho de que la capacidad de realizar una determinada operación numérica y la capacidad de saber cuándo ha de emplearse dicha operación no son en absoluto una misma cosa, aun cuando ambas sean necesarias. Las matemáticas del mundo laboral y de la vida cotidiana son siempre matemáticas en un contexto, y se basan en mediciones de diversa índole realizadas en situaciones muy diferentes. Las destrezas aritméticas constituyen, por tanto, una herramienta que hay que utilizar en situaciones que exigen comprender también otras áreas de las matemáticas, como la geometría o las representaciones gráficas de cualquier clase. **Una concentración excesiva en las destrezas puramente mecánicas de la aritmética, por sí misma no será de utilidad alguna para llegar a una comprensión de otras áreas. De ello se deduce que los resultados del planteamiento «vuelta a los fundamentos» (según entendemos estos términos) probablemente distarán mucho de lo que esperan sus defensores; por nuestra parte, no podemos en modo alguno apoyar o recomendar la adopción de tal planteamiento.**

Matemáticas modernas

279: En Gran Bretaña, el nacimiento de las «matemáticas modernas» suele asociarse a las tres conferencias celebradas en Oxford (1957), Liverpool (1959) y Southampton (1961), tres más de las muchas que tuvieron lugar en Europa y Estados Unidos a finales de la década de los cincuenta para abordar la enseñanza de las matemáticas en la escuela, y que llevaron a la adopción de diversos proyectos de desarrollo del currículo de la asignatura. Es interesante resaltar que las celebradas en Gran Bretaña fueron financiadas por la industria y prestaron una gran atención a las aplicaciones industriales modernas de las matemáticas. Una consecuencia directa de la conferencia de Southampton fue la creación del *School Mathematics Project* (SMP, Proyecto sobre Matemáticas Escolares) cuyos programas y materiales son realizados por diversos grupos de profesores en activo y que, en sus primeros años, era costeadado por la industria.

280: El director del SMP afirmaba en su informe de 1962-1963 que «uno de los principales objetivos del programa es hacer más interesantes las matemáticas escolares, y también impartir conocimientos sobre la naturaleza de esta ciencia y sobre sus aplicaciones en el mundo moderno. De esta forma, esperamos estimular a los alumnos a que profundicen en el estudio de las matemáticas, tender un puente sobre el vacío que hoy separa las matemáticas universitarias de las escolares —tanto en su contenido como en su enfoque— y asimismo reflejar el cambio que se ha producido en el mundo merced a la creciente automatización e introducción de ordenadores». Sin embargo, esta declaración hacía referencia a un curso de

nivel 0 concebido para alumnos cuyo rendimiento en matemáticas les situaba en el 25 por ciento superior de su grupo de edad, y se hacía además en un momento en que no se había planificado la oferta de cursos «modernos» para alumnos de bajo rendimiento.

281: La intención de quienes desarrollaron el SMP y demás cursos modernos era introducir cambios, tanto en el contenido de los programas de matemáticas de los alumnos de alto rendimiento, como en los métodos y enfoques de enseñanza en vigor. Así, el enfoque que se daba a la enseñanza intentaba estimular la investigación, subrayar las aplicaciones de las matemáticas y llamar la atención sobre su naturaleza unitaria frente a la tradicional división entre aritmética, álgebra y geometría; por otra parte, los materiales de clase con que se contaba daban por hecho que los profesores poseían suficientes conocimientos y experiencia en la materia como para trabajar con ellos en la forma requerida. Al principio, la mayor parte de los profesores que deseaban introducir un programa moderno pudieron asistir a cursos de perfeccionamiento profesional, en los que se explicaban los objetivos de estos cursos y se discutían los planteamientos más adecuados. Sin embargo, la inesperadamente rápida expansión de estos cursos, hizo que poco después se exigiera impartir tales enseñanzas a profesores que no habían tenido la posibilidad de asistir a cursos introductorios. Un nuevo episodio tuvo lugar con la rápida extensión de dichos cursos a alumnos cuyos conocimientos eran de nivel inferior, y la introducción de programas modernos en los exámenes de matemáticas del CSE. No todos los profesores poseían una preparación adecuada para detectar las intenciones implícitas de los nuevos cursos que estaban impartiendo. En consecuencia, el material incluido en ellos no siempre fue presentado como parte de una estructura unitaria, sino como un conjunto de temas inconexos cuya relación con el curso de matemáticas en su totalidad no parecía evidente a los ojos de los alumnos.

282: Con todo, en nuestra opinión, la introducción de ciertos temas que hasta entonces no aparecían en la mayor parte de los cursos, ha tenido un efecto positivo. Podemos citar a modo de ejemplo la creciente importancia concedida al trabajo con gráficos, la introducción de tareas basadas en los conceptos geométricos de simetría, reflexión y rotación, el empleo de coordenadas y el estudio de la estadística a nivel elemental. El trabajo sobre estos temas ha provocado la adopción de enfoques más prácticos en la enseñanza de las matemáticas y, además, ha demostrado estar al alcance de gran cantidad de alumnos. En cambio, no ha ocurrido lo mismo con ciertos temas algebraicos, que se han revelado demasiado difíciles para muchos alumnos, y cuya utilidad no parece en modo alguno evidente. Estos temas, sobre todo el álgebra de conjuntos y matrices, han atraído la atención del público y suscitado

numerosas críticas; por si fuesa poco, a los ojos de muchas personas han venido a constituir el mejor ejemplo de lo que son las matemáticas modernas, aun cuando sólo forman una parte relativamente pequeña de los cursos citados.

283: En los últimos años se han modificado diversos programas «modernos» del certificado de nivel 0 y del CSE, para excluir algunos de los temas algebraicos más abstractos. Al mismo tiempo, se ha dado entrada en muchos cursos «tradicionales» a temas como la estadística elemental, y se ha insistido en el trabajo con gráficos. Como resultado, las diferencias entre matemáticas «modernas» y «tradicionales» han perdido gran parte de su nitidez. **En nuestro propio trabajo nunca hemos pensado en términos de matemáticas modernas o tradicionales; de los informes recibidos, además, no se colige que tenga ya sentido hacerlo.** La exposición sobre la enseñanza de las matemáticas en los años de primaria y secundaria que sigue a continuación no hace distinción alguna en el sentido apuntado, ya que, en nuestra opinión, no resulta pertinente. Creemos, además, que en la actualidad muchas personas comparten nuestra opinión.



6. Las matemáticas en la enseñanza primaria

284: En este capítulo nos ocupamos de las tareas matemáticas de los niños de 5 a 11 años de edad, ya asistan a *escuelas infantiles* (para niños de 5 a 7 años de edad), a *escuelas junior* (7 a 11 años de edad), o bien a escuelas de entrada (*first*) e intermedias (*middle*), para edades de 5 a 8-9 años y de 8-9 a 12-13 años, respectivamente. No nos referiremos, en cambio, a la evolución matemática de los niños en edad preescolar.

285: Se nos han hecho llegar abundantes comunicaciones relativas al trabajo en la enseñanza primaria, y consideramos que la gran mayoría de profesores es consciente de la responsabilidad que les atañe en el sentido de proporcionar a los alumnos a su cargo una sólida formación de base en matemáticas. Algunos nos han comunicado que agradecerían cualquier tipo de orientación en esta tarea, por lo que esperamos que las materias que abordamos en este capítulo lleguen a constituir un punto de partida para los debates que puedan celebrarse en las salas de profesores o en cualquier otro lugar. Hemos recibido, asimismo, comentarios muy críticos sobre la enseñanza de las matemáticas en primaria. Algunos aluden a cuestiones que comentamos en este capítulo; otros ponen de manifiesto la incapacidad de sus autores para advertir la necesidad de adoptar un enfoque minucioso y prudente en la enseñanza de las matemáticas, sobre todo en los primeros años, para que los niños adquieran confianza y alcancen una buena comprensión de la materia.

El currículo de matemáticas de primaria

* Board of Education. *Handbook of suggestions for teachers*. HMSO 1937.

286: Aunque se considere a veces que los métodos prácticos se han introducido en las clases de primaria recientemente, no es del todo cierto; este tipo de trabajo ha sido defendido desde hace tiempo. Así, en el *Handbook of suggestions for teachers** (Manual de sugerencias para profesores) de 1937, elaborado por el *Board of Education* (Departamento de Educación), podemos leer:

En primer lugar, y a modo de introducción, debe afrontarse un trabajo práctico y oral concebido para conferir significado a los nuevos conceptos matemáticos y suscitar el interés por los

mismos, haciéndolos derivar de la propia experiencia de los alumnos, así como para darles confianza consolidando en su mente las nociones correctas de las relaciones numéricas y cuantitativas implicadas.

* *Mathematics in primary schools.* Schools Council Curriculum Bulletin N.º 1. HMSO 1965.

En la década de los sesenta, el trabajo del Proyecto de Matemáticas de Nuffield y la publicación del primer número del *Schools Council Curriculum Bulletin, Mathematics in primary schools** (las matemáticas en las escuelas primarias), impulsaron la adopción de unos planteamientos basados en la experiencia práctica. Como resultado de ello, en los últimos veinte años se ha producido una ampliación general del currículo de matemáticas en la mayor parte de las escuelas de primaria, para dar cabida a una mejor comprensión de los números, al trabajo con medidas, con la forma y el espacio, y con los gráficos, y al desarrollo de ideas lógicas sencillas. **Consideramos que esta ampliación ha tenido un efecto positivo, al mejorar las actitudes de los niños ante la asignatura y sentar las bases de una mejor comprensión de la misma.** Antes de examinar con más detenimiento estas áreas de trabajo, deseamos subrayar, como haremos también en adelante, que este tipo de trabajo debe ser estructurado cuidadosamente por el profesor, que además deberá hacer del mismo un minucioso seguimiento. Gran parte de su valor se perderá a menos que el trabajo hecho y los resultados obtenidos sean objeto de discusiones con los alumnos, en las que se establezcan los conceptos necesarios y las conexiones precisas con otras tareas que se hayan desarrollado con anterioridad.

287: El currículo de matemáticas de primaria ha de enriquecer la experiencia estética y lingüística de los alumnos, ofrecerles medios para explorar el entorno y desarrollar su capacidad de reflexión lógica, así como dotarles de las destrezas numéricas que de tanta utilidad les serán para ulteriores trabajos y estudios. Las experiencias prácticas e intuitivas que se derivarán de este tipo de cursos, proporcionarán una base de inestimable valor para el trabajo en los años de enseñanza secundaria. Con todo, no creemos que las matemáticas de primaria deban constituir exclusivamente una puesta a punto para la siguiente etapa educativa. Los años de primaria han de poseer un valor intrínseco, el de un período en que se abren las puertas a una amplia gama de experiencias.

288: Creemos que las críticas vertidas en estos últimos años, y a las que aludimos en el apartado anterior, han inducido a algunos profesores de primaria a preguntarse si han hecho bien en adoptar el enfoque más amplio que hemos citado. Confiamos en que nuestra exposición del capítulo 5 sobre los fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas les haya convencido de que la insistencia en las destrezas aritméticas no conduce por sí misma a una mayor capacidad para hacer uso de ellas en las situaciones concretas. Sólo

en un currículo de base muy amplia puede desarrollarse esta capacidad de aplicación de las matemáticas.

Trabajo práctico

289: El trabajo práctico en los años de primaria es esencial si el currículo de matemáticas ha de desarrollarse de la forma que hemos propuesto en el apartado 287. Con todo, es necesario comprender desde el principio que este tipo de trabajo exige mucho tiempo, aun cuando, si se estructura adecuadamente en una gran diversidad de experiencias y estadios nítidos de progresión, y el profesor efectúa un seguimiento del mismo mediante preguntas y diálogos, ese tiempo podrá darse por bien empleado. El trabajo práctico brinda a la gran mayoría de los alumnos un método muy eficaz para desarrollar una comprensión adecuada de las matemáticas; les permite descifrar las ideas matemáticas contenidas en las diversas actividades que se llevan a cabo y, al mismo tiempo, avanzar en cada tema desde la manipulación de objetos reales a una fase en la que se haga uso de dibujos o diagramas para representar dichos objetos, y finalmente a otra en la que se empleen símbolos manipulables de forma abstracta. (Véase el ejemplo que presentamos en el apartado 305).

290: Los alumnos presentan amplias diferencias individuales en cuanto al tiempo que necesitan para cubrir estas etapas. Tan perjudicial resulta insistir en que uno de ellos continúe empleando material práctico para un proceso que comprende y puede desarrollar mediante símbolos, como esforzarse por que otro pase a la representación por medio de diagramas o símbolos cuando aún no está en condiciones de llevar a cabo la tarea con material práctico. Constituye, por tanto, un error suponer que existe una edad concreta a la que los niños (salvo los de rendimiento inferior) dejan de necesitar materiales de este tipo. No es «infantil» trabajar con materiales prácticos, en tanto exista la necesidad de hacerlo, y creemos que sería positivo para muchos niños que se hiciera un mayor uso de ellos en los últimos años de primaria.

Medida

291: En el apartado 269 subrayamos la importancia que tiene practicar con la medida y describimos la forma que considerábamos idónea para ello. Las medidas de longitud, capacidad, peso, superficie y tiempo deben formar parte del bagaje de experiencias de todos los niños, algunos de los cuales lograrán pasar a las medidas de ángulos y velocidad, volumen y densidad. Este tipo de práctica debe ir asociada a la realización de estimaciones, para que los alumnos adquieran cierta capacidad de apreciación del tamaño de las unidades y de su relación con los objetos de la vida diaria. La medición ha de ir ligada al trabajo con los números, y poner de manifiesto, por ejemplo, que la estructura matemática de los

metros, decímetros y centímetros es idéntica a la de las centenas, decenas y unidades. Pueden emplearse a tal fin reglas o cintas métricas, que resultarán de gran utilidad, a modo de «líneas numéricas», cuando sea preciso restar o sumar números.

Forma y espacio

292: Todos los niños deberían tener cierta experiencia en el trabajo con gran variedad de formas planas y de sólidos. En este punto vuelve a ser esencial avanzar por etapas; después de los primeros estadios, en los que se dibujan, recortan, forman y colorean las formas, los niños deberán realizar adornos y dibujos con ellas y después descubrir cuáles pueden manejarse como «teselas» (es decir, combinarse sin dejar espacio alguno entre sí) y cuáles no. Pueden también explorar las ideas de simetría, rotación y reflexión. En definitiva, gracias a este tipo de indagaciones aumentarán los conocimientos de geometría y, de la misma forma, a medida que vayan elaborándose los distintos diseños se irán revelando las propiedades de las formas geométricas. De cuando en cuando, el profesor deberá recurrir a los conocimientos y experiencia adquiridos por los alumnos para discutir explícitamente estas propiedades. Para muchos de ellos, la idea de prueba comienza a desarrollarse cuando tratan de descubrir, por ejemplo, porqué los triángulos y cuadriláteros se combinan a la perfección como «teselas», pero otras muchas formas no. La construcción de formas planas y cuerpos sólidos ayuda a desarrollar cierta destreza y exactitud en el empleo de los instrumentos de medida y de dibujo, así como la capacidad de visualizar figuras tridimensionales. A casi todos los niños les encanta el trabajo con formas, que puede estimular a su vez el desarrollo de actitudes más positivas ante las matemáticas en aquéllos que tienen dificultades para trabajar con números. La variada gama de trabajos prácticos que pueden llevarse a cabo en los años de primaria, sienta las bases de la geometría formal que ha de estudiarse después, en la secundaria.

Trabajo gráfico

293: A lo largo de los años de primaria ha de prestarse atención a los diversos métodos de representación gráfica de los datos matemáticos y de interpretación de la información así presentada. Con frecuencia, el trabajo gráfico resulta monótono y no se estructura en etapas; así, los niños mayores se dedican aún a dibujar gráficos que apenas difieren de los que se hacen en las clases de los más pequeños. Los niños necesitan adquirir experiencia en una gran diversidad de trabajos gráficos; no se ha de insistir, pues, demasiado en el simple dibujo de gráficos. Lo esencial es comentar e interpretar la

información contenida, tanto en los gráficos dibujados por los alumnos, como en otros ajenos a ellos. Debe pedirseles que recojan ejemplos de gráficos y diagramas en periódicos, revistas y libros, que comenten en detalle lo que en ellos se presenta y que saquen deducciones a partir de ahí. Este tipo de tareas les permite, por lo general, enlazar su trabajo de matemáticas con el de otras áreas del currículo.

294: Además de dibujar gráficos que contengan información en forma de datos, algunos alumnos estarán en condiciones de elaborar otros que muestren relaciones matemáticas tales como las de la tabla de multiplicar o el crecimiento de cuadriláteros y cubos. Los juegos del tipo de la «batalla naval» pueden ser útiles para introducir la idea de las coordenadas como medio de identificación de espacios y, más adelante, de puntos; sólo entonces será posible representar gráficamente relaciones tales como «pares de números que sumen 10». Muchas de estas actividades proporcionan una base sobre la que desarrollar después otras ideas algebraicas. Cuando se examinan los gráficos elaborados, han de subrayarse las relaciones reflejadas en ellos: por ejemplo, «cada vez que añadimos otros 20 gramos, la longitud del muelle aumenta en 3 centímetros».

Lógica

295: «Hablar de lógica en relación con niños de corta edad tal vez resulte sorprendente para muchos, pero al hacerlo no se alude a nociones de gran complejidad teórica. Se trata más bien de describir las cosas con precisión, advirtiendo sus semejanzas y diferencias y determinando sus relaciones mutuas. En los juegos, los movimientos deben realizarse en función de reglas, y el hecho de efectuar los movimientos idóneos implica un pensamiento lógico»*. En sus formas más sencillas, la actividad de clasificar objetos y registrar los resultados en un diagrama suele practicarse en las aulas de los alumnos de 5 a 7 años de edad, y constituye la base sobre la que después se erige el concepto mismo de número. A medida que los niños crecen, puede pasarse a actividades más complejas, tales como clasificar formas de diferentes colores, tamaños y espesores con arreglo a sus atributos (por ejemplo, «grande y azul», «delgado y cuadrado»). Cabe, pues, desarrollar gran variedad de trabajos de esta índole para fomentar la precisión en el lenguaje y el desarrollo del pensamiento lógico. Los juegos del tipo del tres en raya, el dominó y las damas estimulan asimismo el pensamiento lógico: «Si muevo ahí... él moverá... luego deberé...»

* HMI Series: Matters for discussion 9. *Mathematics 5-11*. A handbook of suggestions. HMSO 1979.

Actividades generales

296: Además de las actividades prácticas relativas a áreas

concretas del currículo de matemáticas, que hemos examinado en los apartados anteriores, todos los alumnos necesitan experiencias de trabajo práctico que hagan referencia directa a las actividades de la vida cotidiana, tales como ir de compras, viajar, construir maquetas o planificar actividades escolares. No puede esperarse que los niños hagan uso de las matemáticas en sus actividades cotidianas si no han tenido antes la oportunidad de experimentarlas por sí mismos. La gran mayoría de los niños necesita llevar a cabo numerosas tareas de exploración y experiencia práctica para poder asimilar mentalmente las ideas matemáticas subyacentes. Hemos de insistir nuevamente en la necesidad de las discusiones con el profesor y con los compañeros. Hay alumnos que recorren rápidamente las distintas etapas del desarrollo matemático, y que necesitan enfrentarse con trabajos más exigentes y abstractos ya en la escuela primaria, pero lo normal es que la transición del uso de materiales concretos al pensamiento abstracto se produzca a ritmo lento y por etapas. Incluso los niños que no parecen tener problemas para el pensamiento abstracto, necesitan a menudo realizar una exploración práctica al comenzar cada tema nuevo.

297: Hay otro aspecto del trabajo práctico que aún no hemos tratado: el concerniente al empleo de aparatos numéricos para facilitar la comprensión del sistema numérico y de los métodos de cálculo. De él nos ocuparemos en los apartados siguientes.

Los números y el cálculo

298: Las destrezas de cálculo escrito y mental se basan en unos conceptos fundamentales que precisan ser desarrollados mediante actividades tales como la medición, las compras, el empleo de aparatos y otras muchas. Entre esos conceptos se cuentan las operaciones de la suma, resta, multiplicación y división y, sobre todo, la idea, ciertamente crucial, del llamado valor de posición (por ejemplo, que el 2 significa 2 unidades en el número 52, 2 decenas en el número 127 y 2 centenas en el número 263). La comprensión del valor de posición permite emplear los hechos numéricos almacenados en la memoria a largo plazo, para la realización de cálculos en los que intervienen números mayores; así, el conocimiento de que $14 - 8 = 6$ puede emplearse para calcular $140 - 80$, o bien $54 - 8$. En esencial, por tanto, ayudar a los alumnos a desarrollar un mecanismo que les permita recordar con rapidez y seguridad los resultados de la suma hasta $10 + 10$, y los análogos de la resta, multiplicación y división. Estos conocimientos, junto con la comprensión del valor de posición, les servirán de base para la realización de cálculos con números grandes y pequeños. El aprendizaje de los hechos numéricos mencionados debe basarse en la comprensión, pero ésta no basta siempre para recordar tales hechos. Llega, pues, un momento en que la mayoría de los alumnos ha de hacer un esfuerzo consciente por aprenderlos de memoria.

Con todo, no hay que olvidar que algunos niños no han conseguido desarrollar a los 11 años un mecanismo adecuado para recordar esos hechos con rapidez y seguridad.

299: La comprensión del valor posicional ha de desarrollarse no sólo mediante aparatos estructurales y ábacos, sino también con el empleo ilustrativo de las estructuras de las centenas, decenas y unidades que subyacen en las unidades de medida (metros, decímetros y centímetros) y monetarias (libras, diez peniques y peniques). No todos los alumnos que comprenden la estructura de las centenas, decenas y unidades pueden pasar siempre con facilidad a los millares y las potencias superiores de 10. Muchos necesitan una experiencia práctica complementaria con los aparatos estructurales para descubrir por sí mismos el significado de los grandes números y poder operar con ellos. La comprensión del valor posicional implica asimismo, como nuevas etapas, la comprensión de las décimas y centésimas y de la multiplicación y división de números enteros y decimales por y entre 10 y 100. Una vez logrado esto, se puede pasar a destrezas de cálculo más complejas, como la multiplicación larga, y a desarrollar asimismo la capacidad de realizar aproximaciones y estimaciones del resultado que cabe esperar de un cálculo concreto.

300: Las destrezas de cálculo con fracciones se basan en la comprensión del concepto de fracciones equivalentes: por ejemplo, que el valor de $5/10$ es el mismo que el de $1/2$. En muchos casos, la comprensión de este concepto y de la notación de las fracciones se encuentra aún en su estado inicial de desarrollo durante los años de primaria. Es más, son pocas las situaciones de la vida cotidiana en las que se precisa sumar o multiplicar fracciones, por lo que no resulta fácil justificar la enseñanza de las rutinas de la suma, resta, multiplicación y división de fracciones a la mayoría de los alumnos de primaria. No obstante, han de familiarizarse hasta cierto punto con las situaciones prácticas que exijan una comprensión de los términos «un medio de» o «un cuarto de», por lo que resulta pertinente, por ejemplo, efectuar cálculos del tipo de «cuántos niños forman la mitad de la clase». Por lo demás, algunos alumnos de rendimiento alto son perfectamente capaces de comprender el concepto de fracciones equivalentes y de aplicarlo a la resolución de problemas.

301: Hay un aspecto del cálculo que requiere una atención específica en los últimos cursos de primaria: el cálculo del tiempo. A diferencia de otros sistemas de medida, de base 10 ó 100, con los que los niños han de familiarizarse, la relación entre horas y minutos es de base 60. De esta suerte, para calcular, por ejemplo, el tiempo transcurrido en un viaje que comienza a las 10.45 de la mañana y termina a las 1.30 de la tarde han de modificar las rutinas habituales que emplean para sumar y restar. Además, han de comprender los tiempos

expresados en términos de las 24 horas del día (13.42, 00.20). Para todos estos cálculos no basta con la práctica en abstracto; hay que plantear situaciones prácticas que impliquen la planificación de viajes y el uso de tablas de horarios.

* *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1978.

302: Algunas de las comunicaciones recibidas sugieren que numerosas escuelas de primaria no prestan la suficiente atención al desarrollo de las destrezas de cálculo en sus alumnos. No creemos que sea cierto, y en esto nos apoya el informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Primaria»*, que afirma que «en todas las aulas y a todas las edades se practican operaciones de cálculo adecuadas que implican la aplicación de las cuatro reglas a números enteros». Y prosigue: «En un tercio de las aulas, a todas las edades, los alumnos dedican quizá demasiado tiempo a la práctica repetitiva de procesos ya dominados... Los esfuerzos que se hacen para enseñarles a calcular no se ven recompensados por unas altas puntuaciones en... los ejemplos encaminados a comprobar cómo se desenvuelven en las situaciones cotidianas. El aprendizaje de las operaciones con números puede requerir un enlace más estrecho que el ahora habitual, con el aprendizaje del modo de emplearlos en una amplia variedad de situaciones. »

303: Las tareas de cálculo deben planificarse, además, teniendo en cuenta la creciente disponibilidad de calculadoras en muchos hogares. Nos ocuparemos de este punto en el capítulo siguiente.

Los comienzos del cálculo

304: No cabe esperar que los alumnos pequeños progresen con rapidez en el registro por escrito de las matemáticas. El trazado de los números es una destreza que debe ser aprendida y, hasta su completo dominio, todo intento de realizar cálculos escritos puede inhibir el desarrollo de los conocimientos y comprensión de las matemáticas. En los primeros cursos, por tanto, el trabajo mental y oral ha de desempeñar un papel preponderante en el aprendizaje de la asignatura. **Se nos ha señalado que, aun guiados por las mejores intenciones, algunos padres ejercen una presión perjudicial sobre los profesores para que introduzcan las matemáticas escritas, especialmente las «sumas», en una etapa demasiado precoz, porque consideran que tal habilidad constituye un signo inequívoco de los progresos del niño.**

305: Creemos que muchas personas no son conscientes de las diversas etapas que ha de recorrer un niño para poder realizar una «suma» tan aparentemente sencilla como «3 + 2», comprendiendo su significado. En primer lugar, ha de reconocer y formar grupos de tres objetos y dos objetos, y combi-

narlos para formar otro de cinco. Al mismo tiempo, debe hablar de lo que está haciendo: «Hay tres coches de juguete, cojo dos más y ahora tengo cinco». Al llevar a cabo acciones similares en contextos distintos, ha de comprender que, en esencia, las mismas matemáticas intervienen en «Había tres niños en clase, entraron dos más y ahora hay cinco» que en «Yo tenía tres tizas, Mary me dio dos, luego ahora tengo cinco». El siguiente paso consiste en representar esto en forma gráfica. El ejemplo de las tizas podría dibujarse así:



Sólo cuando se han asimilado estas experiencias y se ha comprendido que todas ellas llevan a la simbolización matemática, es cuando la suma:

$$3 + 2 = 5 \quad \text{ó} \quad \begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

y todas las similares, puede entenderse en abstracto. Sólo entonces resulta pertinente realizar la operación sin objetos materiales. Ha de pedirse, pues, a los alumnos, que inventen relatos sobre las sumas que se les propongan. Unos serán capaces de recorrer todas estas etapas más deprisa que otros, pero en todo caso hay que tener en cuenta que un comienzo prematuro en el campo de la aritmética escrita formalmente, puede retrasar el progreso en lugar de acelerarlo.

El lenguaje

306: El lenguaje desempeña un papel fundamental en la formulación y expresión de las ideas matemáticas. En el párrafo 246 indicamos la necesidad de extender y depurar el empleo del lenguaje matemático en las aulas. Ello sólo podrá conseguirse practicando; desde los primeros días de escuela ha de alentarse a los niños para que comenten y expliquen las matemáticas que estudian. Como afirmaba el informe del director de una infant school: «Hay que dedicar más tiempo a hablar... Las ideas y hallazgos se transmiten mediante el lenguaje y se asimilan gracias a la discusión, pues es ésta, si se mantiene después de desarrollada la actividad, la que termina por centrar las ideas.»

307: A los 5 años, los niños presentan amplias diferencias en cuanto al nivel de destrezas lingüísticas. Palabras y expresiones tales como «pesado», «ligero», «mayor que», «el más corto», y los conceptos a que hacen referencia, son ya familiares para algunos, pero no para muchos otros. Todos necesitan, en la

primera etapa de su aprendizaje de las matemáticas, desarrollar una comprensión de los términos y expresiones de ese tipo, a través de las actividades y las discusiones en el aula, y luego seguir progresando en el desarrollo del lenguaje matemático a lo largo de toda la enseñanza primaria.

308: Es muy importante advertir la gran variedad de formas lingüísticas que se aplican para indicar a los niños las operaciones matemáticas que han de realizar. Por ejemplo, las instrucciones «suma 3 y 5», «calcula 3 más 5», «haz la suma de 3 más 5» o «halla el número que es 3 unidades mayor que 5», requieren todas ellas la realización de una misma operación matemática. Se trata sólo de cuatro de las muchas formas en que puede estructurarse la instrucción; la estructura verbal que se emplea con mayor frecuencia es la que surge de forma natural en el contexto del momento. Los niños han de interpretar estas instrucciones, sólo en apariencia discrepantes, emplearlas en su propio lenguaje y pensamiento y, en un momento posterior, asignar a todas ellas la forma simbólica $5 + 3$. A no ser que se familiaricen con las muchas formas en que puede expresarse una misma idea matemática y sepan reconocerla pese a sus diversas formulaciones, no sólo experimentarán dificultades al enfrentarse a ejemplos del tipo citado, sino también al solucionar problemas expresados en palabras.

309: Los alumnos cuyo dominio del lenguaje es vacilante, suelen soslayar sus problemas fijándose en el empleo de palabras como «más» o «menos», y considerarlas como «indicios verbales» que, en su opinión, reflejan la operación que se les pide. Sin embargo, con eso no resuelven el problema.

Véanse los dos ejemplos siguientes:

Janet tiene 5 peniques y John tiene 3 peniques *más*. ¿Cuánto dinero tiene John?

y

Janet tiene 5 peniques y John 3. Averigua cuánto dinero tiene Janet *más* que John.

Ambos problemas contienen la palabra *más*, pero para resolver el primero hay que sumar, y para el segundo restar. En estos casos, el lenguaje sirve de puente entre la situación real (comparar monedas) y las operaciones aritméticas que han de realizarse para hallar la respuesta. No obstante, el lenguaje más bien estilizado que suele emplearse en los «problemas expresados en palabras» puede dificultar la evocación de las imágenes mentales precisas y la elección de la operación aritmética correcta, a los niños cuyas destrezas de lenguaje y lectura no sean muy sólidas. Por ello se ven obligados a recurrir a los «indicios verbales», y los profesores han de ser conscientes de ello.

310: Los alumnos tienen que aprender, asimismo, que determinadas palabras se emplean en matemáticas con un sentido diferente al que tienen en el lenguaje usual. Se nos ha informado que una persona que visitó un aula de alumnos entre 7 y 11 años, tras preguntar «¿Cuál es la diferencia entre 10 y 7?» recibió como respuesta «10 es par y 7 impar», en lugar de «3», como esperaba. «Diferencia» es una de las muchas palabras a cuyo significado matemático han de acostumbrarse los alumnos.

311: Las destrezas de lectura en matemáticas deben desarrollarse al mismo tiempo que las restantes, de forma que los alumnos puedan comprender las explicaciones e instrucciones que contienen los libros de texto utilizados. Si no se forman dichas destrezas, aquéllos irán modelando una serie de estrategias que les permitan soslayar la lectura. En este sentido, recuérdese lo dicho a propósito de los «indicios verbales»; otra estrategia consiste en no leer los pasajes explicativos que hay al principio de las fichas de trabajo o de los ejercicios, y centrarse en el problema con la esperanza de poder realizarlo sin necesidad de estudiar antes las explicaciones o instrucciones que lo preceden. En ocasiones se recurre, asimismo, a la ayuda de un amigo o del profesor. No aconsejamos minimizar, y menos suprimir, el empleo del lenguaje en las fichas de trabajo para soslayar las dificultades de lectura. Por el contrario, se impone desarrollar las destrezas pertinentes mediante la discusión y la explicación, y animando a los alumnos a que hablen y escriban sobre los trabajos emprendidos; ha de invitárseles, asimismo, a que propongan problemas por su cuenta y los expresen por escrito.

El empleo de los libros

312: Es posible que un niño capaz de leer sin problemas el texto escrito de un libro de matemáticas o de una ficha de trabajo, tropiece con grandes dificultades para aprender un tema desconocido a partir precisamente de un texto escrito, por mucho cuidado que se haya puesto en la elección del lenguaje. La capacidad de aprendizaje de las matemáticas a partir de un texto impreso se desarrolla muy despacio, hasta el punto de que, incluso a los 16 años, muy pocos alumnos la poseen en forma satisfactoria. En la etapa inicial, los temas y conceptos nuevos deben introducirse siempre mediante el trabajo oral y práctico apropiado, y ha de hacerse uso de las discusiones para enlazarlos con lo anteriormente explicado.

313: No obstante, los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula; le ofrecen una estructura en cuyo seno cabe desarrollar el trabajo de la asignatura, y brindan ideas para enfoques alternativos. Contienen, además, ejercicios de dificultad graduada y otros de repaso a intervalos adecuados. Los «libros del profesor» que suelen acompañarlos contienen, además, sugerencias sobre otras tareas que pueden realizarse al mismo tiempo

que los ejercicios, y orientan sobre el modo de desarrollar los temas en función de las necesidades de alumnos concretos. En todo caso, los libros de texto han de emplearse siempre con cuidado, y en función de las necesidades de los alumnos. A veces resulta conveniente alterar el orden de algunas partes, o incluso omitir determinadas secciones. Ningún libro de texto, por bueno que sea, será un instrumento de validez universal; siempre habrá que emprender actividades adicionales de índole muy diversa.

314: Hacia los 9 ó 10 años, algunos niños son ya diestros lectores y se han habituado a obtener información de los libros. Aun cuando la letra impresa rara vez constituye un medio adecuado para introducir nuevos conceptos matemáticos, esta limitación no se da en relación con los libros de problemas, de rompecabezas o de temas especiales, que han de estar a disposición de todos en el aula o biblioteca de la escuela. Su uso permitirá a los alumnos percatarse de que las matemáticas son una materia viva, llena de interés y muy útil fuera de clase, y quizá contribuya a su evolución global en el campo matemático. **Aunque existen ya libros de este tipo, se necesitan muchos más;** podrían referirse a temas tales como las matemáticas de la vida cotidiana, la exploración de la forma, la comunicación por medio de gráficos y diagramas, la historia y el desarrollo del cálculo y la medida, y las relaciones entre las matemáticas y la ciencia o el arte. También se necesitan más libros de rompecabezas, problemas y sugerencias de investigación.

Matemáticas mentales

315: En esta sección nos ocupamos de las matemáticas «mentales», expresión que preferimos a la de «cálculo mental», ya que deseamos incluir en nuestra reflexión tanto este último como el trabajo oral, que tan importante papel debe desempeñar en la enseñanza de esta asignatura en primaria. Por los motivos señalados en el apartado 254, en los últimos años se ha reducido la utilización de las matemáticas mentales en todo tipo de escuelas; en nuestra opinión, esta tendencia debería invertirse.

316: Ya hemos indicado que los alumnos pequeños no deben pasar demasiado rápidamente al trabajo escrito en matemáticas. En los primeros cursos, el trabajo mental y oral ha de formar el núcleo de la enseñanza de la asignatura. A medida que el niño crece, necesita ir desarrollando los métodos de cálculo mental que empleará a lo largo de su vida y que, como señalamos en el apartado 256, tal vez difieran de los que utilice en el trabajo escrito. En los años de primaria debe practicarse con la manipulación de dinero, la devolución de cambio tal como se hace en las tiendas, el cálculo de tiempos de desplazamiento, y distintas operaciones de cálculo mental relacionadas con mediciones de distintas clases. Aunque sea posible la práctica de métodos de cálculo escrito en forma de

rutinas, con una comprensión muy baja del método subyacente, hemos de indicar que los métodos de cálculo mental adecuados se basan en la comprensión del valor de posición, acompañada del recuerdo de los resultados básicos de la suma y la multiplicación; de aquí que la práctica de estos métodos mentales sea de tanta utilidad en la comprensión y desarrollo de los equivalentes escritos. Las matemáticas mentales pueden ser útiles en los años de primaria para desarrollar la velocidad y confianza necesarias en cuanto al recuerdo de los hechos numéricos básicos, y para profundizar en los conocimientos matemáticos intuitivos sin la complicación adicional del registro formal.

317: Si uno de los aspectos que caracteriza a las matemáticas mentales es el trabajo «mental», otro de ellos es el empleo de las discusiones matemáticas en el aula. Hay que favorecer los intercambios entre profesor y alumnos, y entre estos últimos. Incluso en una clase en la que se aplique fundamentalmente un plan de enseñanza individualizada, habrá destrezas y problemas apropiados para todos los alumnos, independientemente de su estadio de aprendizaje; deberán destinarse, pues, sesiones cortas clases a este tipo de actividades. Si se recogen por escrito las respuestas, luego será posible examinar individualmente los puntos débiles y las dificultades de cada uno, de modo que la clase entera no tenga que centrar su atención en la escasez de éxitos de algunos alumnos, como suele ocurrir cuando las respuestas son orales. Por supuesto, esto no excluye los comentarios generales sobre determinados problemas, tarea que debe llevarse a cabo en ciertos casos. Profesores y alumnos podrán aprender de las estrategias y métodos que otros miembros de la clase hayan desarrollado y expliquen al responder a las preguntas. Precisamente esta explicación del método empleado constituye una experiencia muy valiosa para los alumnos, aun cuando éstos no la encuentren fácil en un principio; más aún, un planteamiento o una respuesta erróneos pueden resultar, si el profesor adopta las debidas precauciones, muy esclarecedores cuando se comentan en clase. La diversidad de puntos de vista brinda excelentes oportunidades de explorar y profundizar la comprensión de todos los miembros de la clase. En ocasiones, puede solicitarse, asimismo, a los alumnos que propongan sus propios problemas.

318: Las matemáticas mentales pueden emplearse también para introducir de modo informal ideas matemáticas que luego se desarrollarán más en profundidad, y quizá de forma diferente, por los distintos alumnos. Preguntas del tipo de «si $2 \times \square + \triangle = 17$, ¿qué números han de escribirse en el cuadrado y el triángulo?» pueden ser útiles para introducir ideas algebraicas. La capacidad de visualizar formas bidimensionales y tridimensionales se desarrolla también en ocasiones mediante el pertinente trabajo mental.

319: Aunque se esté aplicando un sistema de aprendizaje individual, el profesor reunirá pequeños grupos al abordar temas nuevos para orientar en común el trabajo. Estas ocasiones son idóneas para una introducción sencilla y natural de las matemáticas mentales, bien en forma de cálculo mental, bien en forma de preguntas que suscitan nuevas ideas o armonizan el trabajo individual. Dado que estos grupos suelen constar de alumnos de similar rendimiento, hay menos posibilidades de que se produzcan fracasos desalentadores y, además, el profesor puede ocuparse mejor de los alumnos con dificultades y ejercer la presión indicada, en función de la capacidad de sus miembros, para que aumenten su velocidad de respuesta y cálculo. Han de evitarse los fracasos continuados; sin embargo, los niños responden a las preguntas exigentes, por lo que una adecuada técnica de formulación de preguntas, al grupo en su totalidad o a sus distintos componentes, permitirá ayudarles a adquirir confianza.

320: Sean cuales fueren los textos y fichas empleados, nunca puede ajustarse con precisión su nivel de dificultad a las necesidades de cada alumno. La formulación de preguntas y las matemáticas mentales tienen un papel que desempeñar en la mejora de dicho ajuste, ya que ayudan a los más atrasados a superar las dificultades y elevan el listón de las exigencias para los de rendimiento alto. Las matemáticas mentales son útiles, además, para desarrollar las destrezas de estimación comentadas en los apartados 257 a 261.

Empleo de las matemáticas para la resolución de problemas

321: Todos los alumnos han de adquirir cierta experiencia en la aplicación de las matemáticas aprendidas a las situaciones cotidianas y a la resolución de problemas que no constituyan exactamente repeticiones de los ejercicios ya practicados. Al principio de la escolaridad, las matemáticas las aprenden «haciendo cosas». Exploran las situaciones matemáticas con que se encuentran (por ejemplo, clasifican objetos en diversas categorías o hacen encajar formas) y llegan a sus propias conclusiones. En esta etapa, su pensamiento matemático puede alcanzar un alto grado de independencia, que ha de desarrollarse a medida que crecen. En ningún caso debe permitirse un método de aprendizaje que se base exclusivamente en la asimilación de conocimientos recibidos y cuyo criterio de verdad sea «así me dijeron que debía hacerse».

322: Las investigaciones y exploraciones matemáticas resultan valiosas aun cuando no se dirijan específicamente al aprendizaje de conceptos nuevos. Por tanto, deberá animarse a los alumnos a que, por ejemplo, determinen cuál es la mejor disposición de los asientos para el concierto que vaya a celebrarse en la escuela, o a que comparen los costes de los diversos paquetes o marcas de la comida de la mascota de la clase. Y estarán en mejores o peores condiciones de trabajar de esta forma según el grado en que el profesor tome conciencia de

las diversas formas de empleo de las matemáticas en el aula y fuera de ella.

323: El desarrollo de estrategias generales dirigidas a la resolución de problemas y a la investigación puede iniciarse ya en los años de primaria. Por consiguiente, hay que dar a los alumnos la oportunidad de familiarizarse con los procesos que cabe emplear en este tipo de trabajo. Uno de ellos consiste en hacer una *representación gráfica o diagramática* de la situación que se investiga; por ejemplo, si se tiran dos dados, puede registrarse gráficamente la puntuación obtenida. Tal vez se detecte una *pauta en los resultados* obtenidos, que conduzca a la *formulación de una conjetura* para predecir resultados posteriores; así, dos puntos en un círculo pueden unirse mediante una línea, tres puntos pueden agruparse por pares mediante tres líneas, cuatro puntos mediante seis líneas, y así sucesivamente. Entonces, se procurará *descubrir si la conjetura es o no correcta y explicar porqué*. A veces resulta conveniente *realizar un experimento*, como determinar la longitud de un péndulo de segundos, o utilizar la estrategia de *contemplar un problema análogo más sencillo*: como el número de cuadrados de un tablero grande de ajedrez resulta demasiado elevado para contarlos, puede recurrirse a un tablero 2×2 y otro 3×3 , más manejables, y que hacen surgir una pauta. Es imprescindible desarrollar la capacidad de *persistir en la exploración de un problema* (por ejemplo, cuántas formas diferentes pueden conseguirse a partir de determinado número de cuadrados del mismo tamaño) y, asimismo, *la de registrar las posibilidades* tanteadas. Por último, es importante desarrollar *la capacidad para el trabajo en equipo* en la discusión de los planteamientos, y la de *transmitir los progresos* efectuados por medio de palabras, diagramas y símbolos.

324: No se conoce bien el modo como se desarrollan estos procesos, y tampoco existen materiales adecuados a disposición de los profesores. Es evidente la necesidad de estudiar más a fondo las actividades espontáneas de resolución de problemas por parte de los niños y la posibilidad de enseñar estrategias y procesos conducentes a dicho fin. Parece comprobado que, si no se les permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos, de modo que un esfuerzo concentrado se vea coronado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollan de forma satisfactoria.

Vínculos con otras áreas curriculares

325: Las experiencias de los alumnos pequeños no pueden compartimentarse y etiquetarse; a medida que los niños van explorando el mundo que los rodea, van encontrando las experiencias matemáticas al tiempo que otras de distinta índole. Al profesor le corresponde, por tanto, tratar de extraer experiencias matemáticas junto con otras de distinta índole. Al profesor le corresponde, por tanto, tratar de extraer expe-

riencias matemáticas de la variada gama de actividades de los alumnos. Muchas áreas curriculares conducen a las matemáticas; así, en los trabajos manuales surgen con frecuencia cuestiones de medida y de simetría; muchas formas son de carácter geométrico y, a veces, los dibujos han de reducirse o aumentarse. La enseñanza del medio ambiente hace uso, asimismo, de variados tipos de medidas, y el estudio de los mapas introduce los conceptos de dirección, escala y proporción. Las pautas de los días de la semana, del calendario y de las fiestas anuales tienen todas una base matemática; para entender la historia, los niños de más edad necesitan comprender la idea de paso del tiempo, que puede ilustrarse sobre una «recta cronológica» análoga a la «recta numérica» que ya conocen. En las clases más elementales de cocina surgirá, sin duda, la necesidad de realizar mediciones, sin olvidar el cálculo de costes; tal vez esto no resulte tan simple, sobre todo si sólo se han empleado partes de los paquetes de ingredientes. Hay muchas actividades de gimnasia que exigen una medida de la distancia y del tiempo. En los primeros años de escuela se recitan poemas y se narran relatos que basan su atractivo en el placer de contar.

326: Resultaría sencillo enumerar muchas más áreas del currículo de primaria que permiten hacer uso de las destrezas matemáticas; la presión del trabajo en clase, por lo demás, dificulta el aprovechamiento de las oportunidades que se presentan. Al planificar las actividades del aula, sobre todo en lo que se refiere a los temas extensos o a los proyectos de trabajo, hay que considerar desde el principio las posibilidades matemáticas que ofrecen. No todas se aprovecharán, por supuesto, pero este tipo de planificación permite extraer el máximo rendimiento a las oportunidades que se presenten, y llamar la atención sobre otras, mediante discusiones apropiadas.

327: Aún no hemos hecho alusión a un área curricular especial y directamente vinculada con la de matemáticas; nos referimos a las ciencias. La práctica totalidad de las investigaciones que se emprendan requerirán el empleo de una o varias destrezas matemáticas, como clasificar, contar, medir, calcular, estimar, representar en forma de tablas o gráficos, formular hipótesis o generalizar, y además permitirán hacer uso de las matemáticas en situaciones prácticas. Es más, en primaria son frecuentes los casos en que las matemáticas prácticas y las ciencias se solapan en todo o en parte, y muchas actividades, como las consistentes en observar el crecimiento de una planta o un animal, medir la temperatura o el agua caída en un día de lluvia, o investigar el funcionamiento de las cadenas de una bicicleta, pueden emprenderse indistintamente en una como en otra área. El informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Primaria» * señala que muy pocas escuelas entre las visitadas tenían establecidos programas eficaces de

* *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar HMSO. 1978.

* Departamento de Educación y Ciencia y Oficina de Gales. *The school curriculum*. HMSO 1981.

enseñanza de las ciencias. El informe del Gobierno *The school curriculum** (el currículo escolar), declara la voluntad de tomar medidas complementarias en relación con la enseñanza de las ciencias en las escuelas. El desarrollo de la enseñanza de esta asignatura en la primaria brindará excelentes oportunidades para el empleo de las matemáticas de forma práctica; esperamos que sean aprovechadas.

328: Hay un tema que requiere nuestra atención. Si la enseñanza de las ciencias se aborda con arreglo a criterios de especialización, debido a la falta de formación de los restantes profesores en la materia, resultará esencial que los profesores de matemáticas y los de ciencias trabajen coordinadamente para obtener el mayor provecho de las superposiciones y vinculaciones que se dan entre las dos asignaturas.

329: **El objetivo general ha de ser el de desarrollar en los alumnos una actitud ante las matemáticas y una conciencia de su poder de comunicación y explicación, que lleven al empleo de las mismas en todos los casos en que puedan esclarecer o hacer más preciso un razonamiento, o permitan presentar los resultados de una investigación de forma que resulten más claros y comprensibles.**

El rendimiento en matemáticas
Alumnos de
rendimiento alto

330: En la presente sección nos ocupamos de los alumnos cuyo rendimiento en matemáticas corresponde al 10 por ciento superior en la escala de su grupo de edad. Es frecuente que presenten un rendimiento asimismo alto en otras áreas del currículo, pero es importante advertir que, en ocasiones, sus resultados en otras asignaturas no pasan de normales o medios. Las posibilidades de alcanzar un alto rendimiento en matemáticas se ponen a veces de manifiesto a una edad muy temprana; signos de ello son la fascinación por los números y una capacidad espontánea para manipular grandes números. Sin embargo, hay casos en que no se advierten esas señales hasta mucho después. Durante la enseñanza primaria, no es infrecuente que el profesor note que ciertos alumnos aprenden y se quedan con las nuevas ideas muy deprisa, muestran energía y perseverancia al estudiar, comprenden los conceptos abstractos con facilidad y son capaces de emplearlos en una gran diversidad de situaciones. Todos estos rasgos pueden ser signos de un alto rendimiento en matemáticas, pero es posible que no se reconozca tal capacidad, bien porque quede oculta por unas deficientes destrezas de lectura y lenguaje, bien, en el caso particular de los alumnos superdotados (aquellos cuyo rendimiento corresponde al 2 o al 3 por ciento superior), por problemas de comportamiento derivados del aburrimiento y frustración que surgen de un trabajo que resulta muy poco exigente. Por último, no faltan casos en que los alumnos superdotados procuran ocultar sus conocimientos para no destacar entre sus compañeros.

* V.A. Krutetskii. *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren: survey of recent East European mathematical literature*. Trad. al inglés de J. Teller; eds. J. Kilpatrick e I. Wirzsup. University of Chicago Press 1976.

331: El psicólogo ruso Krutetskii ha enumerado algunas características que suelen darse en los años de primaria en los alumnos más dotados para las matemáticas*: la capacidad de percibir y emplear información matemática y de captar la estructura interna de los problemas; la capacidad de pensar con claridad y economía al resolver un problema; la capacidad de emplear símbolos con facilidad y flexibilidad, y de invertir procesos matemáticos fácilmente; y la capacidad de recordar información matemática general, métodos de resolución de problemas y principios de planteamiento. Aunque pocos alumnos mostrarán un talento de tal magnitud, la lista indica la dirección en que suele desarrollarse el alto rendimiento en la materia.

* E. Ogilvie. *Gifted children in primary schools*. Informe de la encuesta del Consejo de Escuelas sobre la enseñanza de los niños superdotados en primaria 1970/71. Macmillan Education, edición para el Consejo de Escuelas 1973.

332: No siempre se reconocen adecuadamente los problemas que los alumnos con alto rendimiento plantean al profesor de primaria. No es suficiente dejarles que trabajen a su ritmo en relación con el libro de texto o con las fichas, ni conveniente forzarles a la práctica repetitiva de procesos que han demostrado dominar. «La afirmación de que los niños más aptos pueden cuidarse de sí mismos es engañosa; tal vez sea verdad que, en el ámbito de las matemáticas, estén en mejores condiciones que los demás para cuidar de sí mismos, pero esto no significa que deba dejárseles realizar su propia programación: necesitan una guía, necesitan el estímulo y una serie de oportunidades y desafíos que les permitan cumplir lo que prometen»*. En relación con ellos, hay que combinar un avance más rápido a través del programa de matemáticas, con una serie de tareas más exigentes y relativas a los temas ya tratados. En concreto, debe permitírseles emprender actividades e investigaciones que estimulen el desarrollo de las capacidades de generalización y abstracción; en los últimos años de primaria, por ejemplo, tal vez estén en condiciones de expresar mediante símbolos algebraicos las relaciones que surgen del trabajo con gráficos o las investigaciones sobre las pautas numéricas; también pueden ser iniciados a la geometría: «Los alumnos mayores más dotados... están capacitados para estudiar bastante geometría. Su intuición les permite abordar la mayor parte de la materia que se exige en el programa del certificado de nivel O. Con todo, precisan de un material idóneo que comprenda libros de temas y de consulta, pero no textos de enseñanza secundaria»**.

** HMI Series. Matters for discussion 9. *Mathematics 5-11*. A handbook of suggestions. HMSO 1979.

333: **Con los alumnos de primaria cuyo rendimiento matemático es alto hay que adoptar, sin duda, medidas especiales.** Ahora bien, no siempre hay materiales idóneos al alcance de los profesores no especializados en matemáticas. En algunas zonas

del país se ha previsto que profesores especializados en esta asignatura impartan sus enseñanzas a alumnos de diferentes escuelas a intervalos regulares. En otras áreas, las LEA, los colleges y otras entidades han organizado clubs sabatinos con un éxito notable. En ellos se permite a los alumnos compartir su entusiasmo por las matemáticas con otros niños de sus mismas características. Si en sus actividades participan los profesores, tal vez puedan hacer uso de ciertas ideas allí surgidas para enriquecer el currículo de los restantes alumnos. Cabe también la posibilidad, en una escuela particular, de reagrupar a los niños para las clases de matemáticas, a fin de facilitar la enseñanza a los de mayor rendimiento: se trata de una posibilidad que debe considerarse con la mayor atención. Volveremos sobre este punto en el apartado 350.

Alumnos de
rendimiento bajo

334: Puede darse un bajo rendimiento en matemáticas en alumnos cuya capacidad general no sea baja. Como razones pueden aducirse, entre otras, una enseñanza inadecuada, falta de confianza, falta de continuidad, especialmente a causa de un cambio de escuela, y una enfermedad prolongada; también unas destrezas pobres de lectura perjudican el progreso en matemáticas. En tales casos, es imprescindible diagnosticar los motivos de este «bloqueo matemático» y solucionar la falta de comprensión existente. Como estos problemas suelen ser de orden individual, el proceso de diagnóstico debe ser fundamentalmente oral y práctico, de manera que el profesor, mediante el diálogo y la observación, pueda determinar qué conceptos se han comprendido y cuáles no. En este sentido, el empleo de las pruebas diagnósticas pertinentes puede resultar de cierta utilidad. **El fracaso se multiplica si se hace el esfuerzo de construir sobre unas bases que no existen;** se producirá una confusión e inseguridad aún mayores debido a la falta continuada de éxito y, en último término, una aversión por las matemáticas y un rosario de fracasos aún mayor.

335: Cuando el bajo rendimiento en matemáticas está asociado con un bajo rendimiento generalizado, el estudio de las matemáticas debe estructurarse con la finalidad específica de construir una red de ideas sencillas relacionadas, con sus correspondientes aplicaciones, de forma que el alumno adquiera confianza en su capacidad para hacer uso de las matemáticas en la vida cotidiana. Habrá que avanzar por pequeñas etapas, volviendo atrás y repasando con bastante frecuencia; se realizarán, asimismo, todo tipo de trabajos orales y prácticos concernientes a las situaciones cotidianas, tales como efectuar medidas, ir de compras y hacer uso de dinero, etc. De esta forma, se conseguirá desarrollar la red de asociaciones necesaria para la memoria a largo plazo.

336: Los alumnos de bajo rendimiento necesitan experimentar continuamente el recuento de objetos de variados tipos y su agrupación en decenas para tomar conciencia del tamaño

relativo de los números. Estas actividades han de ir acompañadas del uso de aparatos numéricos, con los que desarrollar la idea de valor posicional, y de la comprensión de las diferentes operaciones posibles. Se adquiere también cierta familiaridad con los números en los juegos con dados y otros semejantes; se precisa, asimismo, practicar el recuento de monedas y su empleo en las tiendas. Sin embargo, no ha de hacerse hincapié en el desarrollo de destrezas numéricas en detrimento de otras actividades. Estos alumnos han de experimentar con los demás el placer que representan los trabajos más sencillos con formas y el descubrimiento de pautas; deberán llevar a cabo, asimismo, actividades de naturaleza gráfica y aprender a hacer uso de la regla y de otros instrumentos geométricos sencillos.

337: Los alumnos de rendimiento muy bajo tienen que ser apartados a veces de su clase normal durante la totalidad o parte del período lectivo, y confiados a profesores de recuperación. Estos últimos suelen concentrarse sobre todo en actividades lingüísticas, y no siempre poseen la formación idónea para enseñar matemáticas o diagnosticar las dificultades de aprendizaje existentes; hay que procurar, por tanto, que comprendan el lenguaje matemático y lo empleen junto a las demás destrezas lingüísticas. Es de capital importancia, por lo demás, que el trabajo de los alumnos en estas clases de recuperación no se reduzca a la práctica aislada de destrezas aritméticas, sino que vaya acompañado de discusiones sobre los conceptos en que se basan estas destrezas y sobre sus formas posibles de empleo en las situaciones de la vida cotidiana. Habrá de dedicarse más tiempo al trabajo oral y práctico que al escrito.

338: La creciente difusión de las calculadoras obliga a conceder la mayor importancia, en la enseñanza de los alumnos de bajo rendimiento, al desarrollo de los conceptos y de sus aplicaciones. Sólo después podrá pasarse al empleo de la calculadora para soslayar las dificultades de cálculo, pero la calculadora no servirá de ayuda hasta que los alumnos sepan qué operación aritmética hay que realizar en cada caso.

El rendimiento
a los 11 años

339: Los estudios de matemáticas que suelen seguir la totalidad de los alumnos son los delineados en el programa de la asignatura de la escuela correspondiente, que con frecuencia sigue las directrices establecidas por la LEA. En algunos casos, tanto el programa como las citadas directrices se limitan a indicar la progresión de los temas, mientras que en otros se trata de orientar sobre los niveles de rendimiento que se consideran idóneos para los alumnos de determinadas edades. También varía mucho la cantidad de orientaciones al profesor en cuanto al enfoque de los diferentes temas. No obstante, aun en los casos en que se indiquen instrucciones detalladas, un profesor concreto puede no seguir las directrices. El informe

* *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1978.

de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Primaria»* señala que «los distintos profesores y escuelas deciden muchas veces por su cuenta lo que ha de enseñarse en función de sus propios gustos e intuiciones». Hay que conocer, por tanto, las diferencias que pueda haber entre las matemáticas que el programa establece, las que son enseñadas realmente por los profesores concretos, y la parte de éstas que los alumnos han comprendido y aprendido. Es más, las pruebas que se realizan sólo pueden medir los conocimientos de los alumnos sobre la parte de la asignatura a que hacen referencia las preguntas, e, incluso entonces, es frecuente que éstos, en las circunstancias del examen, no sean capaces de demostrar lo que saben.

* *Assessment of Performance Unit. Mathematical development. Primary survey reports N.º 1 y N.º 2*. HMSO 1980 y 1981.

340: En los últimos años se ha generalizado en muchos países la celebración de pruebas a gran escala de los conocimientos matemáticos de los alumnos. Además de los informes de la *Assessment of Performance Unit* (Unidad de Evaluación del Rendimiento)*, que contienen datos sobre los alumnos de Inglaterra y Gales, y de los resultados de diversas pruebas realizadas en Inglaterra, hemos examinado los resultados de pruebas a gran escala efectuadas en Escocia y Estados Unidos, así como los de una encuesta sobre competencia numérica básica llevada a cabo en Australia. Resulta claro que las diferencias de rendimiento entre los alumnos de una misma edad y un mismo país, son muy superiores a las pequeñas variaciones que se aprecian en el rendimiento del alumno «medio» entre unos y otros países; parece claro, asimismo, que la pauta general de desarrollo de los conocimientos numéricos es muy similar en todos ellos. **Por tanto, no creemos que exista base para afirmar que los resultados globales de los alumnos de Inglaterra y Gales sean marcadamente distintos a los de los alumnos de estos otros países.**

341: Debido a la práctica de diferentes países de someter a los alumnos a pruebas a gran escala a distintas edades, ha sido posible elaborar un cuadro completo, basado en los resultados de las pruebas escritas, que indica los conocimientos sobre algunos temas tienen los alumnos angloparlantes cuyo rendimiento corresponde al quincuagésimo percentil y, asimismo, aquellos otros cuyo rendimiento se encuentra a un nivel muy inferior (hacia el decimoquinto percentil empezando por abajo). Los primeros alcanzan una comprensión del concepto del valor posicional a lo largo de una progresión que cabe delinear de la forma siguiente: a los 9 años pueden determinar el número mayor y menor de una serie que abarque desde las unidades a los millares y escribir el número total de sellos que hay en un dibujo en el que éstos aparezcan en bloques de 100, hileras de 10 y unidades aisladas. A los 11 comienzan a comprender el concepto de valor de posición en la gama de los millares a las decenas: comprenden que, en las cifras 12, 205 y 40.2, el 2 representa unidades, centenas y

décimas, respectivamente, pero aún no pueden disponer los números 0,07, 0,02 y 0,1 en orden creciente de magnitud; están en condiciones, empero, de escribir qué número es una unidad menor que 2.010 y, probablemente, cuál es una unidad mayor que 6.399. Sin embargo, de los resultados de las pruebas parece desprenderse que, hasta los 15 años, al menos la mitad del total de los alumnos no está en condiciones de leer hasta dos decimales en una escala graduada, o de saber que el 1 de la cifra 2,31 representa un centésima. Aun cuando la mitad de los alumnos de nuestras escuelas sepa más que este alumno «medio» sobre el valor de posición, la otra mitad sabrá menos y, además, recorrerá las etapas mencionadas mucho más despacio. Así, el estudio sobre «los conceptos en las matemáticas y en las ciencias de secundaria»* observó que los alumnos cuyo rendimiento correspondía al decimoquinto percentil inferior, habían pasado al tercer curso de secundaria sin estar en condiciones de averiguar qué número es una unidad mayor que 6.399. Por otro lado, siempre hay unos pocos alumnos de 7 u 8 años de edad capaces de responder a esta pregunta, y algunos de 9 que pueden emplear dos decimales y comprender lo que hacen.

* K.M. Hart (ed.)
Children's understanding of mathematics: 11-16. John Murray 1981.

342: Parece, por tanto, que hay una «diferencia de 7 años» en cuanto al momento en que se logra la comprensión del valor de posición necesaria para saber qué número es una unidad mayor que 6.399. Con ello queremos decir que, mientras que un alumno «medio» está capacitado para ello a los 11 años pero no a los 10, hay algunos alumnos de 14 años que no pueden hacerlo y otros de 7 que sí pueden. Cabe realizar comparaciones semejantes respecto de otros temas. Por ejemplo, un 15 por ciento de los alumnos de 10 años de Inglaterra están capacitados para responder a la pregunta: «Hay 40 alumnos en una clase y los tres quintos son chicas. ¿Cuántos chicos hay en la clase?» Por el contrario, un 15 por ciento de los alumnos de 14-15 años de Escocia encuentran grandes dificultades para determinar los tres cuartos de 24 libras; el 15 por ciento de los alumnos de 14 años de Australia tienen problemas para hallar la respuesta a una pregunta similar: «El hormigón armado cuesta 24 dólares por metro cúbico. ¿Cuánto costarían tres cuartos de metro cúbico?». Poseemos pocos datos sobre el rendimiento de los alumnos de 11 años más diestros, ya que los exámenes a gran escala no suelen incluir muchos temas que ofrezcan datos en este sentido. Con todo, en cierto estudio realizado en Estados Unidos, se halló que en Baltimore había alumnos de 12 y 13 años cuyos conocimientos en relación con una prueba de matemáticas concebida para poner de manifiesto las posibilidades de pasar a la enseñanza de grado superior, eran del mismo nivel que los del grupo de 17 años comprendidos en el 10 por ciento superior de la escala.

343: Consideramos que de los apartados anteriores se des-

prende claramente la imposibilidad de efectuar ninguna afirmación global sobre los conocimientos matemáticos que cabe esperar en los alumnos que terminan la primaria. Antes bien, los estudios citados, y otros que hemos examinado, revelan que, incluso en la primaria, el currículo debe tomar en consideración las grandes diferencias de comprensión y destrezas que pueden separar a los alumnos de una misma edad.

344: Los resultados de las pruebas sólo aportan datos sobre el rendimiento de los alumnos bajo condiciones de examen y en función del currículo y de los métodos de enseñanza adoptados. No indican, por el contrario, qué resultados podrían obtenerse en caso de emplear currículos o métodos de enseñanza diferentes. Con todo, el hecho de que el cuadro general presente notables semejanzas en distintos países de habla inglesa da a entender que cualquier mejora introducida en la enseñanza produciría una transformación muy lenta y no resultados rápidos. Aunque pudiera elevarse el nivel medio de rendimiento, las diferencias permanecerían probablemente inalteradas o incluso aumentarían, ya que cualquier medida que permitiera a los alumnos mejorar el aprendizaje de las matemáticas beneficiaría tal vez más a los de mayor rendimiento.

Actitudes

345: Durante cada clase de matemáticas, el alumno no se limita a aprender, o no aprender, la asignatura como resultado de las actividades que realiza, sino que también adopta una actitud ante ella. El profesor, aun de modo inconsciente, está transmitiendo un mensaje que influye sin duda sobre las actitudes de los alumnos. Una vez formadas éstas, son muy persistentes y difíciles de cambiar. Las actitudes positivas ayudan en el aprendizaje de las matemáticas; las negativas no sólo inhiben el aprendizaje, sino que, como señalamos en el capítulo 2, suelen persistir durante la vida adulta y afectar a la elección de empleo.

346: En los cursos finales de primaria se van fijando las actitudes de los alumnos ante las matemáticas, que determinarán su modo de enfocar la asignatura en la secundaria. Tal vez les guste o, por el contrario, cuenten los días de clase que les faltan. Tal vez hayan aprendido que esta ciencia pone en sus manos un medio de comprender, explicar y controlar su entorno, o bien ignoren su utilidad fuera del aula. Tal vez se les haya informado sobre la necesidad de explorar y perseverar al abordar un problema y hayan experimentado el placer que supone encontrar su solución, o bien consideren la asignatura como una serie de rutinas arbitrarias que han de desarrollarse por orden del profesor y sin posibilidad de ninguna iniciativa o independencia. Pueden encontrarse en el camino de un dominio pleno de algunas de las destrezas del matemático, o considerar esta ciencia como un área de trabajo que no comprenden y en la que experimentan fracaso tras fracaso.

347: En el apartado anterior hemos enumerado una serie de actitudes opuestas con el fin de subrayar la necesidad de esforzarse por fomentar una actitud positiva ante las matemáticas desde los primeros días de escuela. A los 5 años, los alumnos suelen mostrar un entusiasmo y curiosidad libres de toda inhibición; disfrutaban en la escuela y aprenden rápidamente y con mucho interés a medida que van enfrentándose a una gran variedad de nuevas experiencias. Al profesor se le presenta el desafío que supone exponer las matemáticas de forma que resulten interesantes y divertidas, permitiendo así que el conocimiento vaya desarrollándose. Con ocasión de nuestras visitas a diversos centros de primaria, hemos conocido a gran número de profesores que habían conseguido presentar las matemáticas de tan atractiva forma y cuyos alumnos disfrutaban claramente con su trabajo. Las notas tomadas después de las reuniones que celebrábamos están salpicadas de comentarios del tipo de «el nivel de trabajo y presentación son realmente impresionantes... Los alumnos abordaban su trabajo de una manera tranquila y estudiantina»; «una visita muy instructiva... profesores contentos y conscientes, que trabajan en aras de un objetivo común». Por supuesto, no en todas las escuelas se trabajaba al mismo nivel, y en muchas parecía no haberse comprendido la importancia de fomentar una actitud positiva del alumnado ante la asignatura. Incluso en escuelas caracterizadas por una atmósfera general estimulante, muchas veces no se animaba a los alumnos a trabajar de forma práctica en las matemáticas, y en algunas aulas la actitud ante la asignatura contrastaba con la que se mostraba ante otras materias. Se obligaba a los alumnos a realizar cálculos abstractos con números que estaban fuera de su ámbito de experiencias; se había ignorado su necesidad de medir, pesar y verter agua, contar objetos reales y aprender las centenas, decenas y unidades con aparatos y con dinero auténtico.

La organización de grupos para la enseñanza de las matemáticas

348: En la gran mayoría de escuelas de primaria, los alumnos de cada curso se agrupan en una única clase que se caracteriza por la disparidad de capacidades de sus componentes. El profesor tiene a su cargo la casi totalidad de las actividades que se desarrollan en ella, incluidas las de matemáticas. Este esquema tiene la ventaja de que permite una cierta flexibilidad en la organización del trabajo, tanto en lo que respecta a las matemáticas como a las demás áreas del currículo. Por ejemplo, no es necesario que los alumnos tengan clase de matemáticas a una hora fija o durante un periodo de tiempo concreto, ni que todos ellos aprendan la asignatura juntos. Por consiguiente, el profesor puede trabajar con una parte de la clase mientras la otra se dedica a actividades que no requieren una atención tan inmediata. Dado que aquél está con la clase durante casi toda la semana, las posibilidades de relacionar el trabajo matemático con el de otras áreas curriculares son muy amplias (véase el apartado 325). Sin embargo,

la calidad de la enseñanza depende inevitablemente del vigor e interés personales del profesor: si carece de entusiasmo por la asignatura y de seguridad en lo que enseña, sus alumnos estarán en situación de desventaja. Por otra parte, aun cuando la composición de la clase apenas cambie de un año a otro, el profesor sí suele cambiar. Los alumnos tienen, pues, distintos profesores en los diferentes años de primaria, con los consiguientes problemas de continuidad. Y aun consiguiendo que el profesor permanezca al frente de la clase varios años, con lo cual se soslayará el problema de la continuidad, no por eso mejorará la enseñanza si aquél carece de la experiencia necesaria.

349: En los primeros años de primaria se suele adoptar un «agrupamiento vertical», reuniendo en la misma clase a alumnos de dos o más grupos de edad; en muchas escuelas no hay, además, otra alternativa. Aunque así se atenúan los problemas de continuidad, no cabe duda de que las amplias diferencias existentes en los niveles de rendimiento crean la dificultad adicional de adecuar las tareas a todos ellos*. Por tanto, no consideramos que este tipo de agrupamiento ofrezca ninguna ventaja real para los profesores de matemáticas.

* «De la encuesta se desprende claramente que, en las clases formadas por los alumnos de distintas edades, el rendimiento puede ser inferior». *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1978.

350: En la generalidad de los casos, los profesores de primaria agrupan a los alumnos de su clase, en función del rendimiento demostrado en matemáticas, por lo menos para algunas tareas relacionadas con esta asignatura. Hay escuelas de los niveles superiores de primaria (*junior e intermedias*) en las que esta práctica se lleva más allá, reuniéndose en un mismo grupo, para impartirles matemáticas, a alumnos de distintas clases que presenten el mismo nivel de rendimiento. Al reducir así las desigualdades dentro de cada grupo, se facilita al profesor la tarea de adecuar los niveles de trabajo de la forma precisa. Sin embargo, es preciso advertir que aun en estos casos existirán grandes diferencias en el seno de los grupos. La situación se refleja con mucha precisión en la comunicación que nos hizo llegar un profesor de una escuela intermedia: «Dadas las disparidades en cuanto a la comprensión, podríamos haber dividido el grupo en otros tres». Es más, aunque se emplee este tipo de agrupación, la enseñanza ha de ser compartida por los profesores de las clases de procedencia de los alumnos, con lo cual puede haber grupos que reciban clase de matemáticas de profesores carentes de interés por la asignatura o inseguros en la enseñanza de la misma. Por lo demás, este tipo de medidas facilita la enseñanza de los alumnos de alto rendimiento.

351: Algunos miembros de nuestra Comisión, en una visita a Dinamarca, tuvieron la oportunidad de observar la enseñanza de las matemáticas en una *folkeskole*, escuela integrada para alumnos de 7 a 16 años. A partir de los 7 años, se les agrupaba en clases cuya enseñanza era compartida por tres profe-

sores, equipo docente que trabajaba con ellos durante varios años. De este modo, no sólo se aseguraba la continuidad de la enseñanza de la asignatura, sino que se permitía a los profesores poner en juego sus aspectos más sólidos. No pretende- mos afirmar que esta forma de organización sea la más indicada para nuestro país, pero creemos que subraya la necesidad de examinar las ventajas que podría reportar la enseñanza en equipo, estructurada tal vez en forma de dos o tres clases que trabajasen en común, con miras a mantener durante dos o tres años la continuidad en la enseñanza de la asignatura. Si se incluye en el equipo a un profesor con entusiasmo por las matemáticas y con conocimientos especializados, estará en condiciones de dirigir el trabajo de un grupo de alumnos mucho mayor y además podrá prestar su asistencia a los restantes miembros del equipo. Algunas escuelas funcionan ya de esta forma, con equipos docentes de dos a cuatro profesores, cada uno de los cuales se hace cargo de un área curricular y sigue las directrices de los demás en lo concerniente a las áreas restantes. Esta organización permite a los alumnos disfrutar de una mayor continuidad de enseñanza, sin que por ello resulten unos desconocidos para sus respectivos profesores, y brinda a éstos la oportunidad de observar su desarrollo matemático a lo largo de un periodo de tiempo superior a un curso.

* *Primary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1978.

352: El informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Primaria»* señala la necesidad de que las escuelas examinen los procedimientos más idóneos para llevar a cabo la distribución de su personal, con vistas al mejor aprovechamiento de los aspectos más sólidos de los distintos profesores. Creemos que todas las escuelas deberían preguntarse si su forma de organización les permite aprovechar al máximo las cualidades de su profesorado y garantizar la continuidad en la enseñanza de las matemáticas para sus alumnos.

Tiempo semanal dedicado a las matemáticas

353: Los alumnos del nivel superior de primaria (de 7 a 11 años) dedican por término medio unas cinco horas semanales a las matemáticas, pero esta cifra no pone de manifiesto las amplias variaciones existentes, que van desde menos de tres horas hasta más de seis. Si las matemáticas, como estimamos nosotros, desempeñan una función importante en variadas áreas del currículo, es probable que los alumnos trabajen bastante en matemáticas, aparte del tiempo específicamente asignado a ellas. En tal sentido, no creemos que el tiempo deba exceder de las cinco horas semanales, como tampoco ser muy inferior a cuatro. En la medida de lo posible, habrá de ser flexible, para que, al concluir la clase, pueda proseguirse una discusión interesante o completarse alguna actividad práctica; las matemáticas mentales deben ejercitarse durante cortos periodos de tiempo. Ni siquiera los alumnos mayores han de dedicar a la asignatura más de una hora seguida.

El coordinador de matemáticas

354: La eficacia de la enseñanza de las matemáticas en una escuela primaria puede aumentar notablemente si se encomienda a un profesor la responsabilidad de planificar, coordinar y supervisar las actividades de este tipo de toda la escuela. En adelante, aludiremos a esta figura como el «coordinador de matemáticas».

355: En nuestra opinión, las funciones del coordinador de matemáticas son las siguientes:

- preparar una programación para la escuela, previa consulta con el director del centro y con los profesores y, en la medida de lo posible, con las escuelas de procedencia y destino de los alumnos (trataremos de este punto con más profundidad en el apartado 363);
- ofrecer orientación y apoyo al resto de los profesores en lo referente a la aplicación del citado plan; esta función puede llevarla a cabo mediante reuniones o trabajando en estrecha cooperación con ellos;
- organizar y cuidarse de ofrecer, hasta el límite de los fondos disponibles, los recursos necesarios para la enseñanza de las matemáticas, mantener un inventario actualizado de los mismos y asegurarse de que los demás profesores saben emplearlos;
- supervisar el trabajo de matemáticas en toda la escuela, incluidos los métodos de evaluación y de registro;
- ayudar en el diagnóstico de las dificultades de aprendizaje de los alumnos y colaborar en su resolución;
- ocuparse del perfeccionamiento profesional, a escala del centro, del profesorado correspondiente;
- mantener relaciones con las escuelas de origen y destino de los alumnos, y también con los asesores de la LEA correspondiente.

356: No hubiera resultado difícil ampliar esta lista descendiendo a los detalles y haciendo expresa mención de otras tareas que pueden incluirse por asociación. Por ejemplo, el coordinador de matemáticas habrá de mantenerse al tanto de los avances producidos en la enseñanza de la asignatura; debe prestar, asimismo, una atención especial a las necesidades de los profesores a prueba, recién incorporados o suplentes temporales, así como de los que tengan menos seguridad en la enseñanza de la asignatura. Su cometido principal ha de centrarse en apoyar a cuantos enseñan matemáticas y mejorar la calidad y continuidad de la enseñanza de la asignatura en toda la escuela.

357: El apoyo decidido del director del centro resulta esencial para que el coordinador de matemáticas pueda trabajar con eficacia; será necesario, además, introducir ciertas modificaciones en el horario de este último para permitirle desenvolverse en estrecha relación con los demás. Será precisa la organización de cursos apropiados de formación para los coordinadores de matemáticas; nos ocuparemos de este tema con más detalle en el apartado 723.

358: Hay en la actualidad una gran escasez de profesores que posean las calificaciones precisas para ejercer funciones de coordinación, pero consideramos que debe hacerse lo posible por formarlos y designarlos en cuantos centros sea posible. **Consideramos que en todas las escuelas, salvo las más pequeñas, esta responsabilidad debe llevar aparejado el ascenso a un puesto de la Escala 2 ó 3, o en otro caso la concesión de incrementos salariales adicionales;** nos ocuparemos de este tema con más detenimiento en el apartado 662.

Directrices para las matemáticas

359: Casi la mitad de las LEA existentes en Inglaterra y Gales han publicado directrices referentes a las matemáticas. Se trata de documentos que orientan a los profesores sobre el contenido del currículo y, en ocasiones, sobre los métodos de enseñanza. La gran mayoría de estas directrices hacen referencia a las matemáticas que han de enseñarse a los alumnos hasta los 11 ó 13 años de edad, aunque otras se centran en los niveles iniciales de primaria. Muchas LEA nos han enviado copias de las mismas. Hemos podido constatar que las más recientes reflejan una creciente preocupación por el tema de la evaluación. Algunas LEA han elaborado hojas de registro y materiales de evaluación, relacionados con sus directrices, que han puesto al alcance de los profesores.

360: La mayor parte de las directrices han sido elaboradas por grupos de profesores bajo la coordinación de un asesor de la LEA. En muchos casos, el asesor y algunos de los autores han presentado el documento a distintos grupos de profesores en el transcurso de reuniones de ámbito local. Creemos que éste es el procedimiento que debe seguirse siempre, ya que así es posible exponer y discutir la filosofía que anima las directrices. Si se publican éstas, sin más, y no se entabla el debate correspondiente, perderán gran parte de su eficacia. A la introducción inicial debe seguir un debate en cada uno de los centros a que van destinadas.

361: **Es imprescindible que las directrices se examinen y revisen con regularidad.** Por ejemplo, de todas las que hemos examinado, muy pocas orientan sobre el empleo de calculadoras en las matemáticas de primaria. Creemos que muchas de ellas habrán de corregirse a la luz de la información contenida en los informes de la *Assessment of Performance Unit* (Unidad de Evaluación del Rendimiento)*, para que se tome

* *Assessment of Performance Unit. Mathematical development. Primary survey report N.º 1 y N.º 2.* HMSO 1980 y 1981.

buena nota de las diferencias de rendimiento que se dan en los grupos de alumnos de la misma edad.

362: Uno de los objetivos de la elaboración de estas directrices es facilitar el pase a las escuelas de secundaria u otras de primaria dependientes de la misma LEA. Por tanto, siempre que existan, habrán de tenerse en cuenta al preparar la programación de la escuela. En el apartado siguiente encontrará el lector un tratamiento más detallado de este tema.

Las programaciones

363: Es esencial una programación como base de la enseñanza de las matemáticas en la escuela. La responsabilidad de su preparación recae en el director del centro, aunque es lógico delegarla en el coordinador de matemáticas. Una programación cuidadosamente elaborada puede resultar de gran utilidad para mantener la continuidad en cuanto al contenido del programa y al enfoque de la enseñanza de una clase a otra. Además de determinar la progresión que debe seguirse, la programación debe orientar sobre los recursos disponibles, concepto en el que se incluyen el equipo de prácticas y los libros y fichas de trabajo; ha de contener, asimismo, sugerencias sobre el modo de emplear dichos recursos en los diferentes temas del programa. Por último, debe esbozar los enfoques utilizables en la enseñanza de los diversos temas, y fijar directrices sobre cuestiones tales como la evaluación y los métodos de registro.

364: La preparación de una programación exige mucho tiempo y, mientras sea posible, todos los miembros del personal docente han de colaborar en ella. De este modo, no sólo se les brinda una excelente oportunidad de adquirir una formación profesional adicional, sino que se les facilita la aplicación de ésta en sus clases, dado que conocen la filosofía que la anima y los debates desarrollados durante su elaboración. Como ya hemos señalado, ésta ha de tener en cuenta las directrices de la LEA, cuando las haya; es también conveniente que se recabe la opinión del asesor de matemáticas o del profesor consultor, y de las escuelas de origen y destino de los alumnos. Es imprescindible que las programaciones se evalúen y revisen con regularidad, a la luz de la experiencia de los profesores que las han empleado en sus clases.

Las escuelas pequeñas

365: La enseñanza de las matemáticas en las escuelas pequeñas puede plantear diversos problemas. Dado el menor número de profesores, es más difícil que entre ellos haya alguno con amplia experiencia en matemáticas, por lo que tal vez el director se vea obligado a ejercer las funciones de coordinador de la asignatura. La preparación de la programación es una tarea de igual magnitud en las escuelas grandes que en las pequeñas, si bien en éstas hay menos profesores que puedan colaborar en ella. Como seguramente el director tendrá alguna clase a su cargo, resultará difícil supervisar la

aplicación del plan concebido. La gama de edades de los alumnos en cada aula será probablemente muy amplia, y debido a que estos centros suelen encontrarse en situaciones de cierto aislamiento, su personal docente carece con frecuencia del apoyo que se obtiene del contacto profesional con otros profesores.

366: Por todo ello, algunas de las sugerencias antes expuestas tal vez sean de más difícil aplicación en los centros de pequeño tamaño que en los más grandes, por lo que se necesitará un apoyo exterior más intenso. Se nos ha informado que en algunas zonas se ha asignado un profesor adicional a un grupo de pequeñas escuelas; este profesor trabaja a tiempo parcial en cada una de ellas y actúa como coordinador de matemáticas en todas ellas. Elogiamos calurosamente este tipo de iniciativas. También los profesores consultores pueden colaborar en este sentido, con la finalidad de que el personal docente de las escuelas pequeñas tome conciencia, por ejemplo, de los recursos disponibles para la enseñanza de las matemáticas y de las formas en que pueden emplearse.

Metas y objetivos

367: Es bastante frecuente que las programaciones comiencen por una declaración de metas a conseguir. No debe considerarse este principio como una mera formalidad, sino como algo que ha sido discutido, concebido y aceptado por la totalidad del personal docente de matemáticas de la escuela. Las metas de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de primaria han de guardar estrecha relación con las metas generales establecidas para la enseñanza primaria. En esta última, los alumnos no sólo adquieren las destrezas numéricas y de lenguaje, sino que experimentan con los diversos métodos de aprendizaje: aprenden a pensar, a sentir, a realizar, a explorar y a descubrir.

368: Las metas hacen referencia a niveles diferentes y, necesariamente, se expresan siempre en términos generales; se materializan a través de los métodos de enseñanza empleados y de los temas que se enseñan. Entre las metas de carácter más general se encuentran las de desarrollar una actitud positiva ante las matemáticas y «abrir la puerta» a una gran diversidad de experiencias en la materia; otras, de índole más específica, se refieren al desarrollo de la conciencia espacial, la capacidad de pensar y razonar con lógica, la capacidad de hacer uso de un lenguaje matemático y la adquisición de determinadas destrezas. Consideramos que pocas personas mostrarían su desaprobación ante estas metas; en cambio, la importancia relativa concedida a cada una de ellas varía mucho. En *Mathematics 5-11** puede encontrarse una excelente declaración de metas a alcanzar. Se parte de la declaración siguiente: «Enseñamos matemáticas para ayudar a la gente a comprender mejor las cosas: quizá el trabajo que les aguarda en el futuro, o las grandes conquistas de la mente

* HMI Series. Matters for discussion 9. *Mathematics 5-11*. A handbook of suggestions. HMSO 1979.

humana o el comportamiento de las fuerzas naturales». A modo de conclusión se afirma: «Por último, existe una gran necesidad de mantener y aumentar la confianza en las matemáticas...».

369: Para su materialización en las aulas, algunas metas se convierten en objetivos más precisos y explícitos, pero otras, como las relativas al desarrollo de actitudes positivas y la apreciación de los aspectos creativos de las matemáticas, son menos tangibles y, por tanto, no resulta fácil expresarlas en forma de objetivos. Por esta razón, a menudo no reciben la atención debida. La forma en que debe enseñarse un tema concreto o conseguirse un objetivo explícito ha de considerarse en relación con las metas del curso en conjunto, sobre todo con aquéllas a cuyo logro pueda contribuir en particular. Por ejemplo, unos temas ofrecen excelentes oportunidades para desarrollar la apreciación del espacio, otros para el desarrollo del pensamiento lógico y otros para adquirir la capacidad de perseverar en los trabajos de duración prolongada. Por tanto, cuando se trabaja en el aula sobre un tema concreto, es imprescindible tener presente su relación con otras tareas que se hayan desarrollado, y considerar el modo en que puede contribuir a cumplir metas más amplias. Si no se hace así, muchos temas se convertirán en fines en sí mismos, en lugar de medios para el desarrollo de una mejor comprensión de las matemáticas.

370: Es necesario, además, que los enfoques adoptados en el aula no entren en conflicto con las metas establecidas para la enseñanza de las matemáticas en la escuela. Así, una de las metas que se enuncian en *Mathematics 5-11* («desarrollar la comprensión de las matemáticas mediante un proceso de indagación y experimentación») no podrá conseguirse nunca si los métodos de enseñanza que se emplean no permiten estimular a los alumnos a que trabajen en ese sentido. Dado que es fácil que las finalidades a largo plazo se ignoren en las aulas, los profesores habrán de repasar con regularidad las metas de su actividad docente, con objeto de comprobar si se están cumpliendo en su aula, o si se están perfilando otras metas más limitadas o no deseadas.

371: Es tarea de todas las escuelas elaborar sus propias metas y objetivos para la enseñanza de las matemáticas, a la vista del enfoque adoptado sobre el currículo en conjunto; y es tarea de todos los profesores el tratar de conseguir dichas metas y objetivos, proponiendo actividades apropiadas para sus distintos alumnos. Es imprescindible apoyar a los profesores en esta tarea, y en ello corresponde una función importantísima al director del centro y al coordinador de matemáticas.



7. Calculadoras y ordenadores

372: Dedicamos un capítulo aparte a las calculadoras y los ordenadores porque, a nuestro entender, la creciente posibilidad de adquirirlos a bajo precio es de la mayor importancia para la enseñanza de las matemáticas. A mediados de los años setenta, empezó a bajar con gran rapidez el precio de las calculadoras electrónicas, y hoy las poseen muchos adultos. También las poseen no pocos escolares, y muchos de los que carecen de ellas pueden utilizar la de algún familiar.

373: En la actualidad se aprecia una disminución parecida del precio de los ordenadores pequeños, a los que ahora se llama comúnmente microordenadores, y el Gobierno ha anunciado un programa con el que se pretende que, para fines de 1982, todas las escuelas secundarias dispongan de ellos. La mayoría de los microordenadores presentan sus datos de entrada y salida en una pantalla del tipo de las de televisión, y algunos disponen también de una impresora que permite obtener un registro permanente en los casos precisos. El número de hogares que poseen microordenadores es todavía reducido, pero, con toda probabilidad, aumentará mucho en los próximos años. En definitiva, serán cada vez más los niños que se críen en hogares que dispongan de calculadora y microordenador, podrá accederse a diversos servicios de información presentados en los aparatos de televisión domésticos, y será algo común y corriente jugar a juegos «interactivos», ya sea con los microordenadores, ya mediante conexiones especiales con el televisor.

374: **Esta evolución entraña importantes implicaciones para la enseñanza de muchas asignaturas en la escuela. En lo que se refiere a las matemáticas, estimamos que hay que tomar en consideración dos puntos fundamentales.** El primero hace referencia a los posibles modos de empleo de las calculadoras para la enseñanza de las matemáticas. El segundo concierne a los efectos que el empleo de estas máquinas producirá sobre el contenido de lo que se enseña o sobre la importancia relativa que se dé a los distintos temas de los programas. No hemos abordado por separado la cuestión de las relaciones entre el uso de las calculadoras y el desarrollo de la fluidez en el cálculo mental y escrito porque, a nuestro juicio, se plantea como

un aspecto de esos puntos fundamentales y ha de considerarse en ese contexto.

Calculadoras

375: Muchas de las comunicaciones recibidas hacen referencia al empleo de calculadoras en la escuela o en el trabajo, y las opiniones expresadas son, desde luego, muy variadas. He aquí algunas:

El ejercicio de las destrezas básicas no debiera depender de las calculadoras: éstas deberían limitarse a la enseñanza superior.

Las matemáticas deben ser una asignatura obligatoria y enseñarse a un nivel razonable, utilizando la cabeza y no una calculadora.

Los miembros convinieron en que, en la actualidad, las calculadoras y las máquinas electrónicas desempeñan un importante papel en el mundo del trabajo. En consecuencia, convendría que en la enseñanza de las matemáticas se iniciase a los alumnos en su conocimiento y se les familiarizara con sus posibilidades y utilización.

Las calculadoras han revolucionado el cálculo, y los estudiantes con escasa competencia numérica pueden superar sus deficiencias con ellas.

376: Obviamente, muchas de las personas que nos han escrito suponen que el empleo de las calculadoras en las escuelas está mucho más generalizado de lo que en realidad está. Aunque son cada vez más numerosos los alumnos de secundaria y primaria que tienen su propia calculadora, creemos que sólo en una minoría de las escuelas secundarias se dispone de aparatos de este tipo suficientes para que todos ellos puedan utilizarlos, en un momento dado, individualmente. De este asunto volvemos a ocuparnos en el apartado 393. Se ha comprobado, asimismo, que son todavía muchos los profesores de matemáticas de secundaria que desaconsejan a sus alumnos el uso de calculadoras o que incluso se lo prohíben. En muchísimas aulas de primaria no se utilizan en absoluto.

377: Es, asimismo, evidente que existe una preocupación generalizada por el uso que hacen de la calculadora niños que aún no dominan los métodos de cálculo tradicionales con lápiz y papel. Se teme que, si se les permite hacer uso de ellas en edad demasiado temprana, no adquieran fluidez en el cálculo ni recuerden con seguridad los hechos numéricos elementales. Tales temores son comprensibles y no deben ignorarse. Sin embargo, las pruebas hoy disponibles —resultado de la investigación— indican la existencia de ventajas que compensan sobradamente los posibles inconvenientes. En varias investigaciones efectuadas en los Estados Unidos se ha

comparado el rendimiento en cálculo entre grupos de alumnos que habían utilizado la calculadora y otros que no la habían utilizado. En algunas de ellas se ha llegado a la conclusión de que los alumnos que habían hecho uso de la calculadora mejoraron en su actitud ante las matemáticas, en las destrezas de cálculo personales, en la comprensión de conceptos y en la resolución de problemas; en otros, no se han apreciado diferencias estadísticamente significativas en el rendimiento de unos y otros. **En cualquier caso, el conjunto de las investigaciones prueba de manera fehaciente que el uso de las calculadoras no ha producido ningún efecto adverso sobre la capacidad de cálculo básica.** Creemos que este dato es importante y que deben conocerlo mejor los profesores y el público en general. Con todo, no deja de ser un deber para quienes se dedican a la enseñanza de las matemáticas procurar que no se descuide el desarrollo de las destrezas apropiadas de cálculo mental y escrito; ni debe la escuela olvidar la necesidad de dar a conocer a los padres su criterio acerca del empleo de la calculadora por los alumnos.

378: Deseamos resaltar que la posesión de una calculadora de ningún modo reduce la necesidad de su usuario de comprender las matemáticas. Hemos explicado ya que, por ejemplo, el saber *cómo* se multiplica y el saber *cuándo* se ha de multiplicar, implican distintos aspectos de la enseñanza y del aprendizaje. La calculadora es un elemento inútil si antes no se ha tomado una decisión acerca de la operación matemática pertinente, y la experiencia demuestra que los niños (y los adultos) con pocos conocimientos de la materia se resisten a menudo a utilizar la calculadora. A nuestro entender, éste es un punto crucial al que no siempre se presta la debida consideración.

379: Pocas dudas caben sobre el efecto estimulante que las calculadoras producen en muchísimos niños, incluso en edad muy temprana. Queda esto ilustrado por el siguiente extracto de una de las comunicaciones que hemos recibido de los padres:

Siguiendo el consejo profesional de unos colegas matemáticos, manteníamos las calculadoras apartadas de nuestros hijos hasta que hubieran cumplido los 18 ó 19 años; pero el más pequeño, a los seis años, consiguió una para salir del paso con sus «tablas», y lo encontró tan divertido que desde entonces se ha mostrado mucho más inclinado hacia las matemáticas. Por eso, tal vez sería conveniente iniciar a los niños desde pequeños en el manejo de las calculadoras sencillas.

380: Con frecuencia, los alumnos aprenden a manejar la calculadora sirviéndose de ella primeramente para verificar los cálculos que han hecho mentalmente o en el papel. Por supuesto, no es éste un uso fundamental de la calculadora en

el aula, pero su empleo en la forma indicada ofrece dos ventajas importantes. En primer lugar, el alumno conoce de inmediato el resultado, por lo que puede comprobar su trabajo y pedir ayuda cuando obtiene una sucesión de respuestas erróneas, o actuar por sí mismo para detectar los ocasionales errores. En segundo lugar, la calculadora es «neutral» y no expresa desaprobación ni críticas por las respuestas equivocadas, aspecto éste que puede servir de gran ayuda para algunos alumnos. Además, así empleada, puede estimular y, en ciertos casos, llevar a la determinación de hacer bien un problema precisamente para «vencerla» a ella.

381: Por supuesto, es fácil cometer errores al utilizar la calculadora, bien por funcionamiento defectuoso, bien (y esto es mucho más probable) por manejo incorrecto. Es importante, pues, que los alumnos adquieran hábitos de empleo correctos, con el fin de precaverse contra los errores. Deben aprender a repetir los cálculos, si es posible, alterando el orden de los números, y a comprobar la resta mediante la suma, o la división mediante la multiplicación. Hay que insistir, asimismo, en la importancia de comprobar las respuestas por medio de una estimación y una aproximación adecuadas. La discusión de todo ello en el aula ofrece a los alumnos la oportunidad de profundizar en el conocimiento de los conceptos y rutinas de las matemáticas, en beneficio de su progreso.

382: Los alumnos deben comprender, además, que no todas las calculadoras funcionan igual, y que, cuando una de ellas llega a su poder por vez primera han de «explorarla» si quieren conocer sus características particulares. El hecho de que los alumnos de una clase posean calculadoras de modelos diferentes no será excusa, pues, para impedir que las utilicen. Incluso podría resultar muy instructiva la comparación de las rutinas necesarias para realizar el mismo ejercicio con máquinas de modelos diferentes.

383: Antes de tratar más específicamente de algunas de las aplicaciones posibles de las calculadoras en los cursos de primaria y de secundaria, queremos llamar la atención sobre otro aspecto que estimamos importante: su empleo con miras a estimular la investigación matemática. Puede iniciarse en el nivel de primaria, como indicamos en el apartado siguiente. En el de secundaria se debe alentar a los alumnos a que «exploren» las posibilidades que ofrecen; por ejemplo, los números mayores y menores que pueden escribirse en ellas, lo que sucede cuando el resultado de un cálculo es demasiado grande o demasiado pequeño para la máquina, o el uso que puede hacerse de las memorias y del «factor constante», y los métodos más abreviados para la realización de diversos cálculos. Las investigaciones del tipo mencionado son apropiadas para los alumnos de todos los niveles de rendimiento, y contribuyen a acrecentar el conocimiento de las posibilida-

des que ofrece una calculadora. Tenemos razones para pensar que muchos adultos que poseen una máquina de este tipo y la utilizan regularmente, no están plenamente al tanto de lo que pueden hacer con ella. Por ejemplo, tal vez ignoran lo que ocurriría si, en determinadas circunstancias, pulsaran la tecla «igual» dos veces seguidas. Por otra parte, las calculadoras pueden utilizarse para investigaciones más generales de variadas clases, aplicación ésta que resulta muy valiosa para ampliar la intuición matemática de los alumnos de alto rendimiento.

El uso
de calculadoras
en la enseñanza
primaria

384: Ante la falta de orientaciones concretas, muchos profesores de primaria se sienten algo indecisos sobre la posibilidad de admitir el empleo de calculadoras en el aula. Sin embargo, la realidad es que muchos niños pueden hacer uso de ellas, desde edad muy temprana, en el hogar y que hacia los 6 años habrán empezado a experimentar para ver de qué son capaces. Consideramos conveniente, por tanto, que los propios profesores de primaria sepan utilizar estas máquinas y dispongan de algunas para su empleo en el aula. Podrán servir de ayuda en tareas exploratorias y de investigación, tales como efectuar la serie de sumas $4 + 6$, $14 + 6$, $24 + 6$, ..., $4 + 16$, $14 + 16$, $24 + 16$, ..., con objeto de que el niño observe el resultado de sumar números terminados en 4 y 6. Con carácter complementario podrán llevarse a cabo trabajos mentales y explorarse pautas numéricas similares.

385: Como ayuda para la enseñanza, la calculadora puede utilizarse además de otras formas. Por ejemplo, si se introduce en ella el número 572 y se pide al alumno que lo sustituya en la pantalla por 502, 5.720 ó 57,2, en cada caso mediante una sola operación aritmética, se conseguirá reforzar su comprensión del valor de posición. Si aquél no logra realizar las operaciones necesarias, el profesor podrá localizar, al menos, el campo en el que hay una carencia de conocimientos, y suministrar la experiencia adicional apropiada. Asimismo, muchos niños tienen dificultades para escribir, por ejemplo, el número que es una unidad mayor que 6.399 o menor que 6.500. La calculadora sirve de ayuda en tales casos, ya que brinda una presentación visual que puede combinarse con un enfoque de la misma cuestión mediante el uso de un aparato estructural.

386: Es probable que el empleo de calculadoras permita a los niños conocer los números decimales y negativos antes de lo que ahora es usual. El profesor dispone así de nuevas oportunidades para abordar estos temas y el contexto en que se plantean; el hecho de que algunas calculadoras registren los números enteros como, por ejemplo, 5. ó, menos comúnmente, 5.000000, llevará a los niños a formular preguntas que brindarán la ocasión de abordar el tema. En todo caso, puesto que los distintos modelos de calculadora presentan grandes dife-

rencias en la capacidad y en el formato de presentación de los resultados, habrá que saber cuál es el más idóneo para la primaria. Por lo demás, todos ellos permiten a los niños manejar números más grandes de lo que de otro modo sería posible, lo cual significa que es posible ampliar las investigaciones sobre temas tales como las pautas numéricas. Gracias a la calculadora, pueden abordarse, además, «situaciones de la vida real» tales como hallar la altura o el peso medios de toda una clase, y no de un pequeño número de niños.

387: No disponemos de muchos datos que indiquen hasta qué punto debe sustituir la calculadora al lápiz y papel en la realización de las operaciones de cálculo en primaria, ni tampoco cuál es el punto de equilibrio recomendable, en esta misma etapa de la enseñanza, entre los cálculos efectuados mentalmente, sobre el papel, o con la calculadora. En cualquier caso, la creciente disponibilidad de calculadora influirá sobre los aspectos aritméticos del programa. En nuestra opinión, los profesores de primaria pueden permitir a los niños el uso de la calculadora para fines apropiados, sin olvidar que, por las razones expuestas en el capítulo 6, es esencial que aquéllos adquieran un sólido dominio de los «hechos numéricos» hasta $10 + 10$ y 10×10 , y desarrollar la capacidad de realizar, tanto mentalmente como sobre el papel, cálculos directos en los que hayan de servirse de dichos hechos.

388: Es probable que el empleo de las calculadoras dé lugar a algún cambio en el orden de presentación de las distintas partes del programa de matemáticas de la enseñanza primaria. Ya hemos aludido a la introducción más temprana de los conceptos de número decimal y número negativo. Los decimales ganarán importancia, a expensas de las fracciones. En todo caso, hay varias investigaciones en curso sobre el empleo de las calculadoras en los cursos de primaria. **A nuestro juicio, hay que investigar más a fondo la utilización de las mismas como ayuda para la enseñanza y el aprendizaje, en el contexto general del currículo de matemáticas de primaria, así como el grado en que habrá que modificar los aspectos aritméticos de dicho currículo. Creemos que debe darse prioridad a esta labor y al perfeccionamiento profesional del profesorado que lleva consigo.**

El uso de calculadoras en la enseñanza secundaria

389: **Creemos que existe una razón fundamental que aconseja enseñar el manejo de las calculadoras, y permitir su uso, a todos los alumnos de secundaria, dentro de los cursos de matemáticas:** el creciente uso que se hace de ellas tanto en el mundo del trabajo como en la vida adulta. Es más, consideramos que probablemente se intensificará su empleo en otras áreas del currículo. Ya hemos indicado la necesidad de adquirir buenos hábitos, cuando se utilicen, con el fin de evitar errores. En este punto, la responsabilidad esencial incumbe al departamento de matemáticas. Si éste no imparte las instrucciones

necesarias, es muy probable que no lo haga ningún otro. Por lo demás, no es posible fijar en unas pocas clases breves las destrezas necesarias: éstas, como todas las demás, tienen que practicarse y requieren tiempo para afianzarse. Como hemos apuntado en el apartado 381, su desarrollo ofrece nuevas oportunidades de fomentar el desarrollo global del conocimiento matemático.

390: Aunque la capacitación en el uso de las calculadoras no debe interferir en la adquisición de las adecuadas destrezas de cálculo mental y escrito, consideramos que la simple disponibilidad de las mismas ha de tenerse en cuenta cuando se trata de hacer cálculos complejos o largos con lápiz y papel. En nuestra opinión, es lógico esperar de la mayoría de los alumnos de secundaria que sepan multiplicar por números enteros hasta el 100 sin ayuda de la calculadora, aun cuando la utilicen habitualmente para cálculos de este tipo. Algunos serán capaces, sin dificultad, de multiplicar por números mayores, y no hay por qué disuadirles de adquirir esta destreza. Asimismo, debe pedirse a los alumnos que sepan dividir hasta por 10. En cambio, la «división larga» (divisor mayor de 10) ha presentado siempre mayores dificultades que la «multiplicación larga», y sospechamos que muchos adultos a quienes se enseñó este proceso en la escuela, serían incapaces de explicar cómo funciona el método. Consideramos que no es provechoso para los alumnos dedicar tiempo a practicar el método tradicional de la división larga en el papel, sino que resulta preferible el empleo de una calculadora. Por lo demás, tampoco aquí se debe disuadir a quienes estén interesados en adquirir la capacidad de efectuar este cálculo «a mano». Entendemos que los alumnos de secundaria de bajo rendimiento deben usar la calculadora para todo, excepto para los cálculos más sencillos; en relación con ellos, debe darse prioridad al correcto manejo de la máquina y al empleo de procedimientos de comprobación adecuados.

391: La generalización del empleo de las calculadoras obliga a considerar, asimismo, en qué medida seguirán utilizándose en el futuro las tablas matemáticas. Las tablas de logaritmos, por ejemplo, tienen el propósito de evitar la realización de penosos cálculos con lápiz y papel, sustituyéndola por un método más sencillo y rápido; en algunos casos, ayudan también a realizar los cálculos en los que intervienen exponentes fraccionarios, que son muy difíciles de realizar con lápiz y papel. **La calculadora permite operar en todos estos casos de modo aún más directo y, en nuestra opinión, es indudable que puede y debe sustituir a las tablas de logaritmos como ayuda diaria para el cálculo.** Las calculadoras «científicas» permiten obtener los valores de funciones trigonométricas como el seno, el coseno y la tangente sin recurrir a las tablas. Muchos alumnos disponen ya de ellas y, a medida que se generalice

su empleo, se reducirá el uso de las tablas trigonométricas, que terminarán en desuso. Así lo aconsejamos.

392: Las calculadoras pueden ser un elemento auxiliar útil para la enseñanza de temas tan variados como los relativos a operaciones, funciones, exponentes, polinomios, raíces cuadradas y resolución de problemas. Sin embargo, son pocos los textos publicados que ilustren sobre el modo de emplearlas para favorecer la comprensión de las matemáticas; la mayor parte del material sobre este tema corresponde a publicaciones de las asociaciones profesionales de matemáticas. Tenemos la impresión de que muy pocos profesores emplean actualmente la calculadora como elemento auxiliar para la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria y que la mayoría de los que animan a sus alumnos a utilizarla tan sólo la considera como un medio de evitar los cálculos tediosos. Por supuesto, esta utilidad es evidente cuando se trata de enseñar una materia como la trigonometría, que en sus primeras etapas obliga a hacer un gran número de cálculos. La reducción del tiempo dedicado a éstos amplía las oportunidades de desarrollar los conceptos subyacentes; los problemas de aplicación del teorema de Pitágoras para el cálculo de longitudes son mucho más fáciles de resolver si se dispone de una calculadora. Sin embargo, éstos no son los ejemplos de uso de las calculadoras a que nos referíamos al comienzo de este apartado. **Es urgente y necesario intensificar la tarea que se está realizando para elaborar materiales de uso en las aulas, destinados a promover la comprensión de los principios fundamentales.**

La disponibilidad de calculadoras

393: En los apartados precedentes, hemos dado por supuesto que se dispondrá de calculadoras para que se sirvan de ellas los alumnos. Concluimos nuestro análisis del tema examinando dos aspectos que están relacionados y que probablemente influirán en los criterios que las diferentes escuelas adopten al respecto. El primero hace referencia a la mayor o menor disponibilidad de calculadoras en las escuelas secundarias para uso de los alumnos; el segundo, a su utilización en los exámenes públicos. En la actualidad, no existe ningún criterio común en los tribunales de examen acerca de este último punto. Mientras que algunos prohíben taxativamente su uso, otros las autorizan sólo en ciertos exámenes o en ciertos ejercicios, y unos cuantos permiten su libre empleo.

394: La prohibición del empleo de calculadoras en los exámenes públicos suele basarse, entre otras, en la afirmación de que los candidatos que no disponen de ellas estarían en posición desventajosa. Tal argumento parte del supuesto de que las escuelas no podrían facilitar una calculadora a cada uno de los alumnos que se presentan a un examen de matemáticas y que no poseen ninguna. No aceptamos esta opinión. El coste de unas 200 calculadoras idóneas para alumnos de 11 a 16

años no excedería, en el peor de los casos, de 2.000 libras esterlinas. Esas 200 calculadoras serían suficientes para una escuela con matriculación en seis cursos (11 a 16 años de edad), y que tuviera aproximadamente 180 alumnos en cada curso, aunque ningún alumno poseyera calculadora, y aún quedarían algunas de reserva. Bastaría también, probablemente, para todos los alumnos que realizaran un examen público en un día determinado. Nos ha sido comunicado por una autoridad educativa local (LEA) que el coste inicial del equipo asciende a 17.000 libras en el área de ciencias, a 14.000 en las actividades de trabajo de la madera, a 25.000 en las de trabajo de los metales, a 16.000 en los de cocina y economía doméstica, y a 7.500 en las de labores. Esto significa que la dotación de material en las áreas de ciencias, trabajos manuales, y economía doméstica, en una escuela de seis cursos no será inferior, probablemente, a 150.000 libras. Asimismo, se nos ha informado que el coste necesario para equipar seis aulas del tipo que suele dedicarse a la enseñanza de las matemáticas es de unas 10.000 libras. No creemos que sea irrazonable gastar en calculadoras una setentaava parte de la diferencia entre estas sumas, y **recomendamos que, al equipar las nuevas escuelas secundarias, se adquieran calculadoras en número suficiente para que cada alumno pueda utilizar una de ellas durante las clases de matemáticas.** Reconocemos, sin embargo, que en unos momentos de creciente presión financiera algunas de las escuelas que aún no disponen de calculadoras suficientes pueden tener dificultades para dedicar los recursos precisos a esta tarea. En consecuencia, recomendamos que se adopten medidas, recurriendo tal vez a un plan similar al aplicado para dotar de microordenadores a las escuelas secundarias, con el fin de que éstas dispongan lo antes posible de las calculadoras necesarias y, en cualquier caso, no después de 1985.

395: Así pues, **consideramos que los tribunales de examen deben diseñar sus programas y exámenes partiendo del supuesto de que todos los examinandos tendrán la posibilidad de utilizar una calculadora en 1985.** Por otra parte, como ha de exigirse a éstos que sean capaces de efectuar por sí solos ciertos cálculos directos, quizá sea conveniente que no se permita el empleo de calculadoras en determinados ejercicios, sin perjuicio de que demuestren su capacidad para servirse eficazmente de ellas.

Informática

396: La informática se introdujo en el currículo de algunas escuelas secundarias en los años sesenta. La impulsaron ampliamente los profesores de matemáticas, y en muchas escuelas ni siquiera formaría parte del currículo si ellos no hubieran aprendido su enseñanza. Por esta razón, muchas personas, tanto pertenecientes como ajenas al sistema educativo, han considerado que debe estar bajo la responsabilidad de los departamentos de matemáticas.

397: Al comenzar nuestra labor, recabamos asesoramiento de diversos expertos en el estudio de la informática en la escuela con el fin de determinar si dicho estudio (distinto del empleo de un ordenador como elemento auxiliar para la enseñanza de las matemáticas) debe formar parte integrante de las «matemáticas en la escuela». **Su opinión fue unánime, en el sentido de que la informática no debe encuadrarse en las matemáticas, sino, en el caso ideal, en un departamento independiente.** En otro caso, se correría el riesgo de ofrecer una visión errónea del tema, al dar excesiva prioridad a la programación y a las operaciones numéricas, y no conceder la atención precisa a las esferas mucho más vastas del proceso de datos y de las implicaciones sociales; además, la capacitación como profesor de matemáticas no es suficiente por sí sola para la enseñanza adecuada de la informática.

398: No obstante, el número de profesores especializados en informática escolar es muy reducido y, aunque van ocupándose del tema profesores de asignaturas distintas de las matemáticas, el proceso es bastante lento. **Por lo tanto, parece inevitable que, por ahora, y probablemente durante algún tiempo, una parte apreciable de la enseñanza de la informática corra a cargo de los profesores de matemáticas, quienes, en consecuencia, dispondrán de menos tiempo para enseñar esta última disciplina.** Es probable, asimismo, que los que ya tomaron la iniciativa de impulsar los cursos de informática, figuren entre los más emprendedores y eficientes, por lo que la merma de la enseñanza de las matemáticas será correspondientemente mayor.

399: No es fácil cuantificar el tiempo que los profesores de matemáticas consagran a la enseñanza de la informática. Actualmente, unos 36.000 alumnos se presentan todos los años a exámenes públicos de informática, pero son más los que estudian la asignatura. Es probable que el tiempo que los profesores de matemáticas dedican a la enseñanza de la informática equivalga, como mínimo, al tiempo total de enseñanza de 600 de ellos en régimen de dedicación plena, si no más. Creemos que esta cifra justifica la consideración de hasta qué punto debe enseñarse la informática como asignatura aparte, si ello se hace a expensas de una correcta enseñanza de las matemáticas.

400: Existe un aspecto adicional que debe tenerse en cuenta al tratar del tiempo que los profesores de matemáticas dedican a la informática, pues es probable que se agrave a medida que aumente la disponibilidad de microordenadores en las escuelas. Nos referimos a las peticiones de otros profesores para que les redacten programas de ordenador destinados a la enseñanza de sus respectivas asignaturas. Se necesitan muchas horas de trabajo para redactar un programa, por breve que sea, y comprobar que funciona satisfactoriamente.

Aunque la finalidad de los programas esté claramente definida, es probable que su preparación requiera mucho trabajo, en detrimento, tal vez, de la enseñanza de las matemáticas.

401: La informática también ocupa bastante tiempo a los asesores de matemáticas. Aunque algunas autoridades educativas locales (LEA) cuentan con asesores o profesores consultores que se encargan de tales actividades, lo normal es que se confíen a los asesores de matemáticas. Algunos de éstos nos han comunicado que estas tareas absorben ya una parte desproporcionada de su tiempo. **Existe un claro peligro de que, si las LEA no contratan el personal adicional adecuado, quede aún más mermado no sólo el tiempo que los asesores de matemáticas dedican a la enseñanza de esta asignatura a medida que aumenta el número de microordenadores en las escuelas, sino también la ayuda necesaria para desarrollar un uso eficaz de los propios microordenadores.**

Los ordenadores como elemento auxiliar para la enseñanza de las matemáticas

402: No cabe duda de que la creciente disponibilidad de microordenadores en las escuelas ofrece a los profesores de matemáticas excelentes oportunidades para practicar con ellos y para trabajar de formas que hasta ahora no habían sido posibles. En particular, la pantalla de representación visual brinda muchas posibilidades para la presentación gráfica imaginativa de ejercicios matemáticos de muy diversas clases.

403: Sin embargo, nos parece oportuno señalar desde el principio que, si bien existen estas posibilidades y actualmente las explotan muy pocos profesores, nos encontramos aún en los comienzos del desarrollo de su aplicación como elemento auxiliar para la enseñanza de las matemáticas. Queda mucho por hacer para que los microordenadores produzcan un efecto apreciable sobre la enseñanza de las matemáticas, y en los apartados que siguen no podemos hacer otra cosa que formular sugerencias basadas en la limitada información de que disponemos.

404: El hecho de que una escuela posea uno o varios microordenadores no mejorará por sí mismo la enseñanza de las matemáticas ni de ninguna otra asignatura. Lo único que hace es ofrecer un elemento auxiliar para la enseñanza, cuya explotación adecuada requiere la participación de profesores dotados de los conocimientos y las destrezas necesarias, y que dispongan de programas docentes adecuados o de tiempo para prepararlos. Por lo demás, es cierto que aporta también un recurso valioso para los alumnos, algunos de los cuales obtendrán probablemente amplios beneficios de él. De ello trataremos en el apartado 412.

405: Ya hemos señalado que, hasta ahora, apenas se han aprovechado las posibilidades que ofrecen las calculadoras como elemento auxiliar para la enseñanza de las matemáticas.

cas. Análogamente, incluso en las escuelas donde están arraigados los estudios de informática y éstos corren a cargo de los profesores de matemáticas, parece ser muy limitado el uso que se hace en el aula de matemáticas de los ordenadores disponibles. En ocasiones, los programas se han de enviar fuera para su proceso, y no es posible el trabajo interactivo con el ordenador ni se dispone de salidas de ordenador en forma gráfica. Sin embargo, aun en estas circunstancias existen oportunidades, sobre todo en lo que concierne a los niveles superiores, para utilizar el ordenador como elemento auxiliar en la enseñanza de las matemáticas.

406: Decimos esto no porque deseemos censurar o desalentar el empleo del microordenador en las escuelas, sino para subrayar el alcance de los cambios que habrán de introducirse en la práctica de las aulas si se quiere utilizarlo con éxito, y lo poco que han progresado hasta ahora muchos profesores de matemáticas en el uso de otros elementos auxiliares. Por ejemplo, la experiencia demuestra que no siempre aprovechan las muchas posibilidades gráficas y pictóricas que ofrecen los retroproyectores. Acogemos con satisfacción el Programa de Enseñanza de Microelectrónica que ha establecido el Gobierno. Si se utilizan correctamente los materiales que se elaboren, hará falta un amplio programa de perfeccionamiento profesional y de apoyo ulterior, dirigido tanto a los profesores de las escuelas como a los propios centros de formación de los mismos.

407: En la actualidad, es relativamente escaso el *software* (es decir, los programas preparados) disponible para su uso en la enseñanza de las matemáticas. Es más, se nos ha indicado que gran parte de él es de mala calidad, que sus programas están mal redactados y documentados, y que son a veces inexactos, y otras veces meros «artilugios». No tiene sentido preparar *software* para enseñar un tema que puede enseñarse más eficazmente de otra manera. El criterio fundamental debe ser la oportunidad que ofrezca el *software* de realizar y mejorar el trabajo en el aula. Aun cuando siga bajando el precio de los microordenadores, no se reducirá el coste de la producción de *software*. Por lo tanto, quienes adquieran *software* para utilizarlo en el aula, habrán de asegurarse de que es de buena calidad.

Uso en
la enseñanza
primaria

408: Varios miembros de nuestra Comisión visitaron dos escuelas primarias que se sabía contaban con microordenadores. El *software* que utilizaban lo habían preparado varios profesores de éstas y estaba concebido con miras a atender las necesidades de niños de diferentes edades. En una clase de ingreso de alumnos de 4 y 5 años, se empleaba un programa en forma de juego, destinado a fomentar el reconocimiento de las cifras y las letras. Con los niños de 9 años se utilizaba un programa interactivo, en el que se pedía a un grupo de ellos

que localizase una estrella «escondida», con el fin de enseñar el uso de las coordenadas. Esta actividad daba pie para valiosas discusiones a medida que el grupo indagaba la mejor estrategia, y ofrecía la oportunidad de desarrollar el pensamiento lógico. Un tercer programa exigía la práctica de las destrezas aritméticas para niños de 7 y 8 años. En todos los casos, al utilizar éstos y otros programas, los niños trabajaban con gran concentración, siendo patente la motivación que proporcionaba el empleo del microordenador.

409: A nuestro parecer, es mediante programas de este tipo como los microordenadores pueden contribuir del mejor modo a la enseñanza de las matemáticas en los cursos de primaria. Pueden almacenarse en cassettes y ser utilizados por los niños, individual o colectivamente, y por el profesor. Es evidente la necesidad de preparar programas específicos para los niños de primaria, y **esperamos que se dediquen a esta finalidad parte de los recursos asignados al Programa de Enseñanza de Microelectrónica.** Creemos que debe prestarse especial atención a la elaboración de programas para actividades matemáticas que fomenten la resolución de problemas y el pensamiento lógico en un contexto matemático.

Uso en la enseñanza secundaria

410: Dos de las escuelas secundarias que visitamos empleaban regularmente los ordenadores en sus cursos de matemáticas. En una de ellas se aplicaba un plan de enseñanza asistida por ordenador para alumnos de primero y segundo; en la otra, se utilizaba el ordenador para iniciar en diversos conceptos algebraicos a los alumnos de primero que tenían un rendimiento superior al promedio.


411: En la secundaria, creemos que es particularmente necesario desarrollar las posibilidades de presentación gráfica en alta resolución que ofrecen en la actualidad numerosos microordenadores. Así podrá trabajarse en el trazado de gráficas y, a un nivel superior, conseguir una presentación visual de las ideas básicas del cálculo y del empleo de métodos iterativos para la resolución de ecuaciones. Asimismo, resultará posible demostrar muchas propiedades geométricas de un modo que hasta ahora sólo era posible mediante películas. Además, la propia naturaleza interactiva del trabajo con un microordenador ofrecerá a los alumnos la oportunidad de comprender mejor muchos de los conceptos matemáticos que han de abordar. Pero, una vez más, **deseamos subrayar la necesidad de preparar programas que no sean simplemente «aditamentos», sino que contribuyan a la labor general de matemáticas de la escuela.**

Uso individual por los alumnos

412: Consideramos que en un gran número de escuelas secundarias los resultados más fructíferos del empleo del microordenador provendrán probablemente, en primer término, del uso individual que hagan de él los alumnos. El esti-

mulo que proporciona dicho empleo puede ser incluso mayor que el que depara una calculadora. La experiencia demuestra que los alumnos disfrutan «investigando» los sistemas de ordenador a los que se les da acceso, y es importante que se explote plenamente su presta aceptación de la innovación tecnológica. Son muchos los que, de forma autodidacta, han preparado programas de distintos tipos. Así pues, instamos a todas las escuelas secundarias que posean microordenadores a que, hasta donde les sea posible, los pongan a disposición de los alumnos para su uso individual. Puede hacerse tanto durante las horas de clase —si el ordenador no se utiliza para otros fines— como en el seno de clubes especiales que se reúnan fuera del horario lectivo. Muchas veces, los alumnos aprenden a redactar programas unos de otros, y sabemos de escuelas en las que los mayores dedican parte de su tiempo a enseñar a los más pequeños. Incluso los profesores con experiencia en el uso de los microordenadores comprobarán que pueden aprender no pocas cosas observando las actividades de sus alumnos.

413: Aunque lo normal es que los alumnos de primaria no estén en condiciones de redactar sus propios programas, los profesores han de tener presente que algunos de ellos manifestarán el interés y comprensión suficientes para acometer trabajos de tal tipo. En las escuelas que visitamos, un niño de 10 años había empezado a escribir programas en BASIC tras estudiar los publicados en varias revistas y observar el trabajo que su profesor realizaba en el microordenador. Otro de 8 años, aunque aún no había alcanzado ese nivel, empezaba a hacer preguntas sobre programación. Debe alentarse a los niños que demuestran ese interés.



8. Evaluación y continuidad

Evaluación

414: La evaluación constituye un aspecto esencial de la labor de los profesores; ha de llevarse a cabo de diversas formas y servir para diversos fines. Gran parte de las actividades de evaluación se basan en la corrección de trabajos escritos y en los datos que obtiene el profesor de los comentarios realizados y las preguntas formuladas durante la discusión con los alumnos, individualmente o en grupo. En parte, pueden realizarse también de forma rápida e informal, tal vez mediante una breve conversación que ponga de manifiesto si se ha comprendido un punto o mediante una ojeada a un trabajo en curso para averiguar si se han superado las dificultades. Cuando los alumnos han de efectuar actividades prácticas, es preciso que el profesor observe su trabajo para descubrir si se dominan ciertas destrezas, tales como las de contar, medir o hacer uso de instrumentos de dibujo. Todas estas actividades de evaluación son imprescindibles para permitir al profesor supervisar el desarrollo y progreso de sus alumnos.

Corrección

415: La forma de evaluación que más destaca a ojos de los alumnos es la corrección de los trabajos escritos, ya se trate de las actividades rutinarias de clase o de pruebas de carácter más formal. La corrección ha de tener un valor de diagnóstico y de ayuda. Una cruz no resulta de gran utilidad para un alumno si no va acompañada de una indicación del punto en el que se ha cometido el error, junto con una explicación de la naturaleza de la equivocación o una invitación a que se consulte al profesor. Este estilo de corrección permite al profesor tomar conciencia de los errores que se cometen más a menudo y preparar en consecuencia las clases ulteriores.

416: Durante nuestras visitas a las escuelas de primaria y de secundaria advertimos grandes diferencias en el tiempo y el esfuerzo que se dedicaban a la corrección de los trabajos de los alumnos. En algunos casos, la corrección era del tipo diagnóstico y formativo que hemos señalado. En otros, el resultado se reducía a un puñado de hojas salpicadas de signos y cruces, en las que no se hacía ninguna indicación (o ésta era muy somera) del punto en el que se había cometido el error o de la naturaleza de éste. Había aulas en las que la corrección era tan poco frecuente que los alumnos caían una

y otra vez en los mismos errores por falta de comprensión de un determinado concepto o rutina matemática, se fijaban a los alumnos de secundaria muy pocos deberes para casa porque el profesor no encontraba tiempo para corregirlos.

417: Los trabajos de matemáticas generan una gran cantidad de correcciones y, por lo general, no resulta posible ni deseable corregir todos ellos. Hay que buscar un equilibrio entre el tiempo dedicado a corregir y el dedicado a preparar las clases; en todo caso, el trabajo corregido debe devolverse con prontitud. Por otro lado, la programación de matemáticas de cada escuela debería incluir una serie de directrices sobre los métodos de corrección y sobre el modo de resolver los problemas que planteen. En una clase bien dirigida no será preciso que el profesor corrija con detalle todos los trabajos realizados; los que supongan la práctica de rutinas o consistan en aplicaciones directas, pueden ser corregidos por los propios alumnos, bien cotejándolos con una lista de respuestas, bien, si se trata de ejercicios de cálculo, utilizando su calculadora. Por supuesto, los alumnos podrán solicitar ayuda si se ven incapaces de localizar y corregir los errores: por nuestra parte, consideramos de gran utilidad que aprendan a hacerlo, aun cuando el profesor deba supervisar estas actividades para constatar que se desarrollan de la forma debida. En cambio, los trabajos que impliquen la resolución de problemas o exijan la aplicación de más de una destreza requerirán la apreciación personal del profesor. Como sucede en tantos otros aspectos, se impone hallar el adecuado término medio.

Registro
de los progresos
realizados

418: La evaluación ha de ir acompañada de un método adecuado de registro de los progresos realizados. Todos los profesores guardan en su mente un arsenal de datos sobre sus alumnos que no siempre resulta fácil de llevar al papel. Con todo, consideramos que tanto en las escuelas primarias como secundarias es imprescindible llevar un registro por escrito de los progresos de los alumnos, no sólo como recordatorio para el profesor, sino también para mantener informado al jefe del departamento y para preservar la continuidad si el alumno cambia de profesor o escuela. Nos ocuparemos de este punto más a fondo en el apartado 431.

419: No resulta fácil determinar cuál es la forma de registro de estos datos más adecuada. Muchas LEA facilitan una ficha estándar que ha de cumplimentar la escuela y que acompaña al alumno cuando éste se traslada a otro centro. Sin embargo, en ocasiones hay que completar este documento con otro más extenso. En las escuelas de enseñanza primaria puede resultar útil relacionar este registro con las directrices impartidas por la LEA, aunque es cierto que cualquier lista en la que consten los temas que ha abordado el alumno puede dar lugar a excesos de todo tipo si alumnos y profesor se empeñan en cubrir todos los que allí aparecen. Con todo, estas listas resul-

tan de gran utilidad para el profesor, pues permiten constatar si todos los alumnos han recibido una preparación análoga. En las escuelas secundarias, el registro puede ponerse en relación con la programación del departamento. Sea cual fuere la modalidad utilizada, hay que tratar de incluir aquellas cualidades que sólo pueden ser evaluadas por el juicio profesional del profesor, tales como la perseverancia en la resolución de problemas, la capacidad para hacer uso de los conocimientos y la capacidad para abordar oralmente los temas de matemáticas.

Exámenes

420: Los exámenes, sean orales, escritos o prácticos, nunca deben constituir un fin en sí mismos, sino un medio para disponer de información que sirva de base para una acción ulterior. Los exámenes que se realicen en el aula han de ajustarse al nivel de los alumnos; si éstos presentan niveles de rendimiento muy diferenciados, no será siempre tarea fácil encontrar uno que sea adecuado para todos. Nada hay más fácil que minar su seguridad sometiéndolos a pruebas demasiado difíciles; por otra parte, las que resultan demasiado fáciles apenas tienen utilidad, aun cuando periódicamente pueda realizarse una prueba destinada a alentar a los alumnos a dominar determinada destreza. Es importante que las pruebas en el aula vayan seguidas de un diálogo en que los alumnos tengan la oportunidad de explicar los razonamientos, sean o no correctos, que les llevaron a consignar sus respuestas concretas, y se comenten las dificultades o malentendidos advertidos. El profesor, a su vez, debe ser consciente de la diferencia entre «aprender algo con vistas al examen», y aprenderlo de forma que se asimile y pueda retenerse para su empleo en el futuro. Este último tipo de aprendizaje no siempre se pone de manifiesto en el resultado de una única prueba.

Pruebas estandarizadas

421: Algunas pruebas cumplen fines más amplios que la evaluación cotidiana. Es posible, por ejemplo, que el director del centro, o la LEA, manifieste su deseo de someter a todos los alumnos a determinadas pruebas validadas a escala nacional, para que los resultados le orienten sobre la gama de capacidades y el nivel de rendimiento de los mismos en comparación con los niveles nacionales. Los resultados han de ponerse siempre a disposición del profesor. Somos conscientes de que parte de la opinión pública y algunos consejeros locales presionan cada vez más intensamente en favor de la introducción de pruebas «testigo» de matemáticas para todos los alumnos. Se nos ha informado que, en la actualidad, aproximadamente un tercio de las autoridades locales someten a sus alumnos a algún tipo de prueba de matemáticas, en algunos casos a diversas edades. Sin embargo, uno de los comentarios que se nos ha formulado —«nadie crece por mucho que

se le mida»— subraya el hecho de que las pruebas no conducen por sí solas a un mejor aprendizaje o a una elevación de los niveles.

422: Si las LEA van a llevar a cabo pruebas de este tipo, habrán de seleccionarlas con detenimiento para que proporcionen la mayor cantidad de información posible; en cualquier caso, no deberán centrarse exclusivamente en aspectos concretos del currículo de matemáticas. Sus resultados habrán de emplearse para ayudar a los profesores a diagnosticar y, si es posible, solucionar las deficiencias y fallos. Será preciso, además, que pueda emplearlas la LEA para determinar qué escuelas están bien encaminadas y cuáles precisan un apoyo suplementario.

423: Es importante comprender que las pruebas estandarizadas sólo miden algunos aspectos del rendimiento en matemáticas. Nada dicen de otros aspectos como la perseverancia y la actitud, ni de la capacidad para aplicar las matemáticas a situaciones que no resultan familiares. Recomendamos, pues, que, cuando se empleen los resultados de estas pruebas como parte del procedimiento de promoción de los alumnos de una etapa de la escolaridad a otra, no se haga uso de ellos de forma aislada, sino en combinación con una evaluación de aquellos aspectos más amplios que se deduzcan de su paso por la escuela.

Valoración

424: Los resultados de la evaluación y las pruebas han de emplearse con fines de valoración. El profesor debe hacer uso de los datos que posea sobre los diversos alumnos para valorar los progresos de la clase y compararlos con las metas y objetivos establecidos en la programación de la escuela. Este tipo de valoración le brinda, asimismo, la oportunidad de contrastar los resultados de su actividad docente y, quizás en colaboración con los coordinadores de matemáticas o con el jefe de departamento, de introducir alguna modificación en la programación. Por ejemplo, si se advierte que un tema ha creado considerables dificultades, tal vez se imponga reconsiderar el contexto en el que figura o el planteamiento o enfoque adoptado; podrá acordarse introducirlo, en el futuro, en un momento posterior del programa o, por el contrario, en un momento anterior. Los coordinadores de matemáticas, jefes de departamento y directores de los centros necesitan valorar, asimismo, el trabajo de los distintos grupos de alumnos y de la escuela en conjunto. Consideramos que este tipo de valoración no siempre se lleva a cabo a la escala precisa o con la regularidad debida. En realidad, es la única actividad que permite determinar qué prácticas son acertadas, y en qué áreas, por el contrario, se requiere ayuda.

La Unidad de Evaluación del Rendimiento

425: Las pruebas de matemáticas que aplica la APU (*Assessment of performance Unit*, «Unidad de Evaluación del Rendimiento») a alumnos de 11 y 15 años cumplen, por su parte,

una finalidad distinta. Tratan de desarrollar una serie de métodos de evaluación y supervisión del rendimiento escolar, y de determinar la incidencia del bajo nivel de rendimiento. Con este fin se emplea una técnica de muestreo que no facilita información sobre los resultados de alumnos, clases y escuelas concretos; con todo, dicha información tiene un valor inestimable para quienes han de planificar cursos de matemáticas de cualquier nivel, preparar libros de texto o materiales de clase, o concebir programas de examen, así como para todos los profesores de matemáticas. Confiamos en que se arbitre algún procedimiento que favorezca la mayor utilización posible de estos datos. **Recomendamos que, en un futuro próximo, se lleve a cabo una estimación global de las implicaciones educativas que se deducen de las pruebas de matemáticas realizadas hasta la fecha.**

426: Un aspecto sin duda nuevo de la labor desarrollada por la APU es el constituido por las pruebas prácticas que se están realizando. Los ejemplos con que contamos muestran claramente las posibilidades que ofrece este tipo de trabajo práctico en el aula; creemos que debiera informarse a todos los profesores de este aspecto de la labor de la APU.

Continuidad

427: Ya hemos aludido a la necesidad de que se preparen programaciones que orienten de forma pertinente a los profesores; hemos llamado también la atención sobre la necesidad de llevar un registro de los procesos de los alumnos. Si la programación se usa como es debido y el registro se lleva de la forma adecuada, cabe la posibilidad de asegurar, dentro de una misma escuela, una coherencia en los métodos de enseñanza, y una continuidad en el programa, a medida que el alumno cambie de clase o de profesor. Los cuadernos de ejercicios suponen también un excelente registro de las últimas actividades desarrolladas y, a menos que se hayan producido cambios de personal, el nuevo profesor siempre puede recabar información de quien haya dado clase al alumno.

428: En el momento de pasar a una nueva escuela, la continuidad plantea más problemas, pero no por ello tiene menor importancia su mantenimiento. Normalmente suele pasarse a una escuela de mayor tamaño, y muchos alumnos contemplan con cierta aprensión el nuevo entorno y las perspectivas de trabajar con profesores a los que no están habituados. Creemos que, en los últimos años, todas las escuelas se van percatando de la necesidad de soslayar los problemas que suscitan estas situaciones. Es frecuente que los alumnos realicen una visita preliminar a su nuevo centro y que el personal de éste visite, a su vez, las escuelas de procedencia de aquéllos. Sin embargo, este tipo de actividades de conexión, por mucho que contribuyan a facilitar el paso de una escuela a otra desde el punto de vista social y de la orientación aconsejable para los alumnos, no siempre prestan la atención que consideramos

idónea al mantenimiento de la continuidad del desarrollo matemático. Si se le exige de improviso a un alumno que lleve a cabo una labor que está lejos de sus posibilidades, o se hunde en el hastío desde el principio al verse obligado a repetir unos temas que ya domina, se interrumpirá su desarrollo matemático. Si se le exige de improviso a un alumno que lleve a cabo una labor que está lejos de sus posibilidades, o se mer año de permanencia en la nueva escuela, se envía a veces a la de procedencia un informe sobre los progresos de los alumnos, práctica que nos parece muy recomendable; si los informes contienen referencias a los progresos efectuados en matemáticas, serán muy útiles para garantizar la continuidad de los alumnos que deban pasar por este proceso en el futuro.

429: Los problemas de continuidad que plantea el paso de las etapas iniciales de primaria a las etapas posteriores son por lo general menos graves que los que plantea el paso a la enseñanza secundaria. La explicación se encuentra en que las escuelas de primaria están en general más próximas, emplean métodos de trabajo más parecidos y se caracterizan por una gama de rendimientos en sus alumnos menos amplia que en el caso de alumnos mayores. Con todo, surgen problemas incluso cuando se pasa de una escuela a otra adyacente. Insistimos, sin embargo, los mayores problemas se plantean al pasar a las escuelas de enseñanza secundaria. Estos centros reciben alumnos procedentes de numerosas escuelas; en algunas zonas, además, los alumnos de una misma escuela de primaria pueden pasar a dos o más escuelas secundarias. Como señalamos en el apartado 342, las diferencias de rendimiento en matemáticas de este tipo de alumnos son en ocasiones muy notables, y en tales circunstancias no resulta fácil lograr que todos prosigan su formación matemática al nivel y ritmo idóneos. Para mayor comodidad, en los apartados que siguen nos referimos al paso de la enseñanza primaria a la secundaria.

430: **Es imprescindible un diálogo abierto entre los enseñantes de primaria y los de secundaria de cada zona; ese diálogo debe desarrollarse en una atmósfera de mutuo respeto profesional. Tanto los profesores de primaria como los de secundaria deben dar los pasos necesarios para familiarizarse con los métodos y materiales de sus colegas respectivos.** Creemos que muchos profesores de secundaria desconocen el enfoque adoptado respecto a las matemáticas durante la primaria; del mismo modo, muchos profesores de primaria no se interesan por el tipo de trabajo que aguarda a sus alumnos en el primer trimestre de escuela secundaria. El diálogo que defendemos ha de llevar a acuerdos globales sobre los principales temas que deben abordar en la primaria los alumnos de los diferentes niveles de rendimiento; si existen directrices de las LEA, habrá que adecuar a ellas las conclusiones que se obtengan. Subrayamos que este tipo de acuerdo ha de tener en cuenta

las diferencias de rendimiento que existirán en el momento de pasar de una a otra escuela, por lo que deberá formularse en términos de «progresión» de trabajo, y no de una lista de materias cuyo conocimiento se pretende de todos los alumnos. Por muy razonable que ésta parezca, seguramente no será la idónea para todos ellos. Es más, su mera existencia podría producir presiones indeseadas sobre los profesores de primaria, que acaso se sintieran obligados a tratar todas las materias enumeradas, aunque haya alumnos que no estén en condiciones de abordar parte de las mismas.

431: En el apartado 419 indicamos que muchas LEA facilitan una ficha que acompaña a cada alumno durante su escolaridad, a medida que pasa de un centro a otro; señalamos también que no resulta sencillo elaborar una ficha que sea lo bastante concisa para que pueda completarse con facilidad y, a la vez, lo bastante detallada para que aporte información adecuada. Sin embargo, si las escuelas de primaria y las de secundaria se comprometen a hacer uso de este tipo de fichas, será posible registrar en ellas gran cantidad de datos valiosos sobre el nivel de comprensión y las destrezas de cada alumno, con miras a mantener su continuidad. Podría resultar muy útil adjuntar a la ficha dos o tres muestras de su trabajo reciente, seleccionadas de modo que indiquen su nivel general y estilo de trabajo.

432: En ocasiones, se somete a los alumnos a una prueba de matemáticas en el momento de su paso a la escuela secundaria. La prueba suele ser elaborada por el nuevo centro previa consulta al de origen y, en ocasiones, en función de los criterios establecidos por la LEA. **Si se va a hacer uso de pruebas de este tipo, recomendamos aplicarlas en las escuelas de primaria, donde el alumno se siente cómodo, y no en los primeros días en la escuela secundaria, en un ambiente en el que probablemente no se sentirá a gusto.** Creemos que los alumnos que acceden a la enseñanza secundaria no deben ser sometidos a prueba formal alguna hasta que se hayan adaptado al nuevo ambiente y hayan tenido ocasión de llevar a cabo alguna tarea sobre un tema nuevo. Si se aplica una prueba de este tipo, habrá de estar en relación con las directrices de la LEA correspondiente, o con la «progresión» que se haya acordado entre los profesores de ambos niveles de enseñanza. Ello permitirá hacer uso de aquellas secciones de la prueba que se ajustan a los conocimientos del alumno, sin exigirle que responda a preguntas que versan sobre materias que aún desconoce.

433: Algunos profesores de secundaria nos han informado de que apenas prestan atención a los datos que reciben de las escuelas de origen de los alumnos porque, en lo que se refiere a las matemáticas, prefieren «partir de cero» en su actividad docente con ellos. No podemos aceptar un planteamiento que

ignora la información facilitada por unos centros en los que el alumno ha pasado siete años. Naturalmente, puede ocurrir que un alumno que no ha progresado de modo satisfactorio en la escuela de origen, se desenvuelva mucho mejor al encontrarse con un profesor nuevo o un planteamiento diferente de la materia; lo mismo puede suceder cuando se cambia de profesor dentro de la misma escuela. Es importante comprender que, en todos los estadios de la enseñanza, la escuela ha de disponer lo necesario para que la enseñanza de las matemáticas garantice un apoyo y progreso de este tipo, sea cual fuere la edad del alumno. Desearíamos señalar, asimismo, que, por lo general, la mejora se produce cuando la enseñanza toma en consideración la información disponible sobre las dificultades experimentadas previamente por el alumno, y se configura con vistas a resolverlas.

434: Sean cuales fueren las medidas que se adopten para evitar una «categorización» prematura de los alumnos en función de su rendimiento matemático, y para conseguir que todo cambio de escuela redunde en una mejora de los progresos efectuados en la materia, no creemos que exista justificación alguna para ignorar los informes recibidos de una escuela de origen en los que se señale que algún alumno va muy adelantado en la materia. Si se ignoran estos datos, es muy probable que se le encomienden unas tareas muy por debajo de su capacidad real, con lo que no sólo se cortará su progreso, sino que tal vez se favorezca la aparición de actitudes no deseables ante las matemáticas.

435: Se plantean problemas de continuidad, asimismo, en el acceso al sexto curso (*sixth form*). En las escuelas para alumnos de 11 a 18 años, el cambio presenta menos problemas, siempre que los profesores de ese curso se percaten de que algunos alumnos necesitan ser orientados en relación con el nuevo sistema de estudio que han de adoptar, y especialmente sobre la necesidad de organizar de forma eficaz el tiempo que dedican al estudio. Los problemas de continuidad son más serios cuando alumnos mayores de 16 años pasan al sexto curso de otra escuela o de un college de enseñanza postsecundaria o terciaria. La necesidad de celebrar consultas y de transferir información sobre los conocimientos de matemáticas es de tanta entidad en esta etapa como en el tránsito de la enseñanza primaria a la secundaria, y las escuelas que acojan a alumnos mayores de 16 años han de tener en cuenta la diversidad de su procedencia. Hay que establecer lazos de relación muy estrechos para asegurarse de que se escogen las materias de sexto curso más convenientes: los alumnos no han de embarcarse en aquéllas para las que no estén suficientemente cualificados, como tampoco debe impedirseles el acceso a otras que probablemente puedan completar con buenos resultados.



9. Las matemáticas en la enseñanza secundaria

436: Al filo de nuestro trabajo, se han hecho cada vez más patentes las implicaciones que para la enseñanza de las matemáticas tienen las diferencias de rendimiento que se aprecian en esta asignatura entre los alumnos de una edad determinada, así como el aumento de esas diferencias conforme aumenta la edad. En el apartado 342 llamamos la atención sobre la «diferencia de siete años» existente entre los niños de 11 años. Si la consideramos en función del trabajo escolar en los cursos de secundaria, llegaremos a la conclusión de que la comprensión matemática de algunos alumnos que pasan a la escuela secundaria a los 11 años es ya probablemente superior a la de otros que la dejan a los 16. Por otro lado, es posible que algunos no lleguen a alcanzar durante su escolarización la comprensión que poseen ya algunos compañeros suyos de 11 años. Al considerar la labor escolar en los cursos de secundaria, es necesario recordar, asimismo, que los alumnos aprenden a ritmos muy diferentes y que, en el sentido que hemos explicado en el apartado 228, las matemáticas son una asignatura jerárquica.

437: Hay, pues, tres factores —nivel de rendimiento al comienzo del curso, velocidad de aprendizaje, y necesidad de adquirir una comprensión suficiente de ciertos temas antes de poder pasar a otros— que deben ser tenidos en cuenta con carácter fundamental al abordar el contenido del currículo de matemáticas en la enseñanza secundaria. Si en las previsiones no se tienen en cuenta las grandes diferencias que existen entre los alumnos, los más capacitados no tendrán la oportunidad de progresar según su capacidad, y los que presentan un rendimiento limitado estarán abocados a experimentar un fracaso continuo y desalentador. Este es el punto de partida que adoptamos para examinar la enseñanza de las matemáticas en los cursos de secundaria.

438: Empezamos por explicar los diferentes sentidos en que utilizamos las palabras «programa» y «currículo». Entendemos por «programas» una lista de temas de matemáticas que se han de estudiar, y por «currículo», toda la experiencia mate-

mática del alumno; dicho de otro modo, lo que se enseña y cómo se enseña. Por lo tanto, el currículo incluye el programa; se refiere a la manera en que se presenta éste en el aula, así como a otras cuestiones importantes. Si, por un lado, la resolución de problemas, la deducción lógica, la abstracción, la generalización, la conjetura y la prueba, por ejemplo, deben desempeñar un papel importante en el trabajo de todos los alumnos, el tipo concreto de trabajo que se realice y los métodos que se utilicen variarán necesariamente con arreglo a los diferentes grupos de alumnos; y el grado de complejidad y la profundidad de la comprensión que se alcancen no serán los mismos en todos ellos.

439: Actualmente, los programas de matemáticas que siguen la mayoría de los alumnos en los cursos de secundaria están muy influidos por el contenido de unos programas preparatorios para el certificado de nivel 0 (*Ordinary level*, «nivel ordinario»), destinados sólo al 20-25 por ciento de los alumnos de mayor rendimiento en matemáticas. Nos parece necesario explicar cómo se ha llegado a esta situación. Hace veinte años, existían profundas diferencias en los cursos de matemáticas que seguían los alumnos en los distintos tipos de centros. Había muy pocas escuelas integradas (*comprehensive schools*) y los estudios se cursaban en centros de tipo tradicional (esto es, *grammar schools*, *technical schools* o *modern schools*). Los alumnos de las *grammar schools* y de las escasas *technical schools* existentes, así como un reducido número de los que asistían a las *modern schools* (donde estudiaban la mayoría de los alumnos), seguían un curso de matemáticas de preparación para el certificado de nivel 0, que incluía aritmética, álgebra, geometría y trigonometría; algunos de ellos estudiaban también «matemáticas adicionales» como segunda asignatura de matemáticas para dicho certificado, antes de acceder al sexto curso (*sixth form*). A los restantes se les solía enseñar solamente aritmética, que en ocasiones comprendía elementos de geometría derivados de los cálculos de áreas y volúmenes, construcciones geométricas, razones y dibujo a escala, así como gráficas sencillas de tipo no algebraico; la mayoría de estos alumnos dejaban la escuela a los 15 años y no se presentaban a ningún examen reconocido a nivel nacional; tan sólo algunos acudían a exámenes regionales o locales de variado carácter y naturaleza.

440: A partir de 1965 se estableció el CSE (*Certificate of Secondary Education*, «Certificado de Enseñanza Secundaria»), que venía a sustituir a los citados exámenes regionales y locales, y que, junto con el certificado de nivel 0, ofrecía la posibilidad de un examen público a los alumnos de 16 años cuyo rendimiento en la asignatura en cuestión correspondiera al 60 por ciento superior de la escala. En consecuencia, muchos alumnos de las *modern schools*, a los que hasta entonces sólo se les había enseñado aritmética, empezaron a

* En 1968, la mitad de los alumnos de las escuelas mantenidas seguía escolarizada después de los 15 años; en 1973 la proporción rozaba el 60 por ciento, aunque estas cifras encubren una variación regional considerable.

** *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO, 1979.

estudiar el curso de matemáticas —más amplio— del CSE, aunque no todos ellos siguieron escolarizados el tiempo suficiente para presentarse al examen*. A partir de 1973, en que se elevó la edad de escolarización obligatoria, aumentó notablemente el número de alumnos que se presentaban a los exámenes públicos de matemáticas, en especial a los del CSE. El informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»** revela que, en algunas de las escuelas integradas visitadas, más del 80 por ciento de los alumnos de cuarto y quinto seguían cursos de preparación para los exámenes de matemáticas correspondientes al certificado de nivel 0 o al CSE.

441: Siempre se ha considerado que la obtención del grado 1 del CSE equivalía a un aprobado (ahora grado A, B o C) en el nivel 0, tanto desde el punto de vista de la calificación para el acceso a la enseñanza postsecundaria y superior, como del acceso a diversos tipos de empleo. Y así, desde un principio se ha fomentado indirectamente la equiparación de los programas del CSE y del nivel 0. Cuando se introdujo el CSE, eran relativamente pocos los centros que impartían cursos dirigidos a la obtención de dicho certificado o del certificado de nivel 0, pero a medida que aumentó el número de escuelas integradas también lo hizo el de los centros en que, en algún momento, había que decidir si el alumno debía presentarse al examen de nivel 0 o al del CSE. Aunque en algunos alumnos la elección no presenta dificultad, en otros resulta más problemática y muchas escuelas prefieren posponerla para que sea posible cambiar de curso si la primera opción resulta equivocada. De aquí que se haya producido una presión comprensible para que los programas de matemáticas correspondientes al certificado de nivel 0 y al CSE sean «compatibles», esto es, que contengan sustancialmente los mismos temas de matemáticas, con lo cual se han atenuado aún más las diferencias entre unos y otros. Al examinar una serie de programas de matemáticas del CSE desde la etapa de su implantación, hemos podido comprobar que su contenido, en la mayoría de los casos, ha aumentado gradualmente. En particular, ha crecido el número de temas más difíciles de tipo algebraico, con el consiguiente aumento de la dificultad conceptual de la asignatura.

442: Por lo dicho en los apartados precedentes, nos parece obvio que los cambios introducidos en el sistema de exámenes y en la organización de la escolaridad secundaria en los últimos años han influido en la enseñanza de las matemáticas de forma no deliberada ni tampoco suficientemente comprendida. En la actualidad, hasta un 80 por ciento de los alumnos de secundaria siguen cursos de preparación para exámenes, cuyos programas, por su alcance y su dificultad conceptual, son comparables a los que hace veinte años estaban al alcance de solamente un 25 por ciento de la población esco-

lar. Así, la situación de hace veinte años, caracterizada, a nuestro modo de ver, por una diferencia excesiva entre los programas de matemáticas que se estudiaban para optar al certificado de nivel 0 y los restantes, ha dejado paso a una situación cuya nota más típica podría ser la de la escasa diferencia entre los programas de matemáticas que siguen alumnos de distintos niveles de rendimiento. Por las razones que hemos explicado, es el contenido de los programas de nivel 0 el que ejerce la mayor influencia, con el consiguiente perjuicio para los alumnos de rendimiento medio o bajo.

* En la nota del apartado 68 se describen las diferentes variantes de examen.

443: La diferencia en el nivel de rendimiento matemático entre un alumno que alcanza el CSE de grado 1 y otro que alcanza el de grado 5 es muy considerable, pero en los exámenes para el CSE, variante 1*, uno y otro tienen que realizar los mismos ejercicios. En otras asignaturas es posible formular preguntas que estén al alcance de una gama más amplia de alumnos, ya que el sistema de calificaciones o de grados permite tener en cuenta la calidad de las respectivas respuestas. En cambio, en los exámenes de matemáticas del tipo tradicional no suele ser posible este enfoque, porque el mayor rendimiento no se demuestra aquí únicamente por el conocimiento de temas suplementarios, sino también por la capacidad para abordar preguntas más difíciles relativas a temas ya tratados. Es probable que una pregunta relativa a un tema «elemental», cuya respuesta correcta exija un nivel de comprensión propio de candidatos que aspiran a una calificación elevada, resulte mucho más difícil para un alumno capaz únicamente de alcanzar un grado bajo; y puede que ni siquiera tenga un atisbo de ella. A la inversa: una pregunta cuya respuesta esté al alcance de los alumnos capaces solamente de obtener un grado bajo, no permitirá juzgar la capacidad de los que puedan lograr un grado alto. Por lo tanto, lo más probable es que los ejercicios de examen que se propongan a grupos de alumnos con una amplia gama de rendimientos, contengan preguntas que resulten demasiado difíciles para los que sólo son capaces de obtener grados bajos. La consecuencia es que estos últimos se conceden como resultado de un ejercicio muy deficiente, en un examen en el que no se atiende a los conocimientos y la comprensión del alumno, sino más bien a lo que éste ignora.

444: Como explicamos en el apartado 196, el reglamento del CSE estipula que, en cualquier asignatura, «puede aspirar razonablemente a lograr el grado 4 un alumno de 16 años de capacidad media que haya seguido con dedicación los cursos que los profesores consideran apropiados para su edad, capacidad y aptitud». Sin embargo, no suele advertirse que, para conseguir el grado 4 en matemáticas, basta a menudo con una puntuación del 30 por ciento, y que el grado 5 — correspondiente al «nivel inmediatamente inferior al que cabe exigir a un alumno de capacidad media»— se concederá pro-

bablemente a quien obtenga poco más del 20 por ciento de la puntuación. **De ningún modo nos parece deseable, desde el punto de vista educativo, que para obtener un certificado de fin de estudios, un alumno de capacidad media deba presentarse a un examen en el que sólo podrá obtener un tercio de la puntuación máxima posible.** Tal exigencia, lejos de fomentar confianza, no puede sino provocar sentimientos de insuficiencia y de fracaso. Aunque la mayoría de los alumnos se presenten solamente en una ocasión al examen del CSE, se ha de recordar que durante el curso preparatorio para el mismo practican, sin duda, con ejercicios de exámenes anteriores, y quizás realicen algún «simulacro» de examen. Los alumnos que después van a obtener los grados más bajos, o tal vez ningún grado, se darán cuenta inevitablemente de que tienen escasas probabilidades de contestar las preguntas. En la figura 6 (apartado 195) puede apreciarse el alto porcentaje de alumnos que se hallan en este caso.

445: Deseamos señalar ahora otra dificultad que se plantea tanto a los examinadores como a los profesores y que obedece a la inadecuación de los exámenes del CSE para muchos de los alumnos que se presentan a ellos. Los examinadores están obligados a poner ejercicios que abarquen la mayor parte posible del programa. Conscientes de que se presentarán muchos alumnos con pocos conocimientos, se ven forzados a incluir en los ejercicios una serie de preguntas que, aunque referidas a temas del programa conceptualmente difíciles, sean en sí mismas triviales, a fin de darles la oportunidad de contestar por lo menos algunas. Los profesores, por su parte, se sienten obligados a dar todo o casi todo el programa, aun cuando algunos de los temas resulten demasiado difíciles, desde el punto de vista conceptual, para algunos alumnos. Se produce así un tipo de enseñanza que, en vez de fomentar la comprensión, se concentra en la práctica de rutinas, destinada a responder a las preguntas del examen. Se crea un «círculo vicioso» que resulta difícil de romper.

446: Muchos profesores son conscientes de este problema, pero se sienten incapaces de hacer nada para resolverlo. Su dilema se expresó con elocuencia en una de las reuniones que mantuvimos con un grupo de ellos: «Sé que no debería enseñar de esta manera, y bien preferiría no hacerlo, pero sé también que tengo la responsabilidad de hacer cuanto esté en mi mano para que mis alumnos obtengan un grado del CSE». Con todo, hay pocas dudas de que este tipo de enseñanza crea desilusión por las matemáticas en muchos alumnos, a la vez que justifica los comentarios de los empleados jóvenes, recogidos durante los estudios de Bath y Nottingham*, en el sentido de que una parte de las matemáticas que habían estudiado en la escuela no tenía sentido para ellos.

447: Algunos profesores han tratado de resolver el problema

* Véase el apartado 59.

ideando exámenes, en la variante 3, que sólo abarcan un programa abreviado y no permiten conceder un grado superior a determinado límite (generalmente el 3), con lo cual resultan más fáciles de adaptar a las necesidades de quienes sólo son capaces de alcanzar los grados inferiores. Más recientemente, algunos tribunales del CSE han establecido en matemáticas o aritmética exámenes en la variante 1 que no permiten conceder grados superiores a 3. Apoyamos este tipo de medidas, lamentando que otros tribunales no las hayan adoptado. **Esperamos que, a la vista de lo expuesto en el presente capítulo, revisen su posición y autoricen este tipo de exámenes hasta que se adopte un sistema único de examen a los 16 años.** Por lo demás, hay que tener muy claro que tampoco así se resolverá el problema de ofrecer un currículo adecuado a los alumnos a quienes no está destinado el CSE. Volveremos a tratar de este punto en el apartado 455.

* Hasta primeros de 1975, los resultados del examen del nivel O se expresaban como simples aprobados o suspensos y, en el primer caso, no se indicaba ningún grado. Desde el verano de 1975, los resultados se expresan en cinco grados y en una categoría sin clasificar. Los examinandos que obtienen los grados A, B ó C alcanzan el nivel del antiguo aprobado; el grado D indica un nivel de rendimiento inferior y el grado E es el más bajo que se juzga suficiente para ser consignado. Las calificaciones que dan opción a uno de los grados A, B, C, D ó E se registran en los certificados de nivel O; no así las que no han sido clasificadas.

448: Hasta aquí nos hemos ocupado principalmente de los exámenes del CSE porque, a nuestro parecer, los problemas más graves radican en la enseñanza que se imparte a los alumnos que se presentan a ellos y obtienen grados bajos o no lograr aprobar. Pero hemos de señalar que tampoco los alumnos que alcanzan el grado E del nivel O han seguido, probablemente, un curso adaptado a sus necesidades. Se nos informa que, en ocasiones, los padres presionan a las escuelas para que preparen para el nivel O, y no para el CSE, a alumnos con conocimientos no muy altos, y que esta presión ha aumentado desde que en 1975 se modificó el método de consignación de los resultados del examen en los certificados de nivel O*. En nuestra opinión, tal actitud es equivocada y puede ser perjudicial para el progreso matemático de los alumnos afectados. Reconocemos, sin embargo, que tanto a los profesores como a las escuelas les resultará difícil resistirla, dado el prestigio superior de que goza el certificado de nivel O y la mayor aceptación que a menudo le atribuyen padres y empresas. **Un empresario nos dijo —valga como ejemplo— que prefería admitir a aspirantes que hubieran seguido un curso para la obtención del certificado de nivel O, aunque no hubiesen logrado siquiera el grado E, que a otros que hubieran obtenido un buen grado en el CSE. Es ésta una actitud que creemos errónea y que deploramos.**

449: Hemos tratado con algún detalle de los exámenes de matemáticas y de su efecto sobre el currículo, porque creemos que esta cuestión es esencial para apreciar en qué sentido han influido los programas de examen vigentes sobre el trabajo del aula, especialmente en los cursos de secundaria más avanzados, y cómo puede afectar tal influencia al progreso matemático de los alumnos. **En nuestra opinión, a muchísimos alumnos de secundaria se les exige actualmente que estudien programas de matemáticas demasiado extensos y que no corresponden a su nivel de rendimiento.** La preocupación por lograr

que conozcan la mayor parte posible del programa de examen se traduce en un intento de abarcar la materia con una rapidez excesiva para una buena comprensión. Como consecuencia, muchos de ellos no desarrollan criterios sólidos para abordar debidamente las matemáticas ni llegan a dominar las partes del programa que estarían realmente a su alcance.

450: Esta situación se debe a que los programas que siguen hoy día la mayoría de los alumnos de secundaria se han elaborado a partir de antiguos programas que estaban destinados a alumnos cuyo rendimiento correspondía al 25 por ciento superior de la escala, y que se han retocado suprimiendo simplemente algunos temas y aligerando el tratamiento de otros. En otras palabras, se han construido de «arriba abajo». **Consideramos este enfoque erróneo y estimamos que debe procederse «de abajo arriba», partiendo de la gama de trabajos que sean apropiados para los alumnos de bajo rendimiento, y ampliándola a medida que aumenta el nivel de rendimiento de los mismos.** De este modo, por un lado se evitarían trabajos inadecuados a ciertos alumnos, y —lo que es igualmente importante— por otro se permitiría que avanzaran más quienes estén en condiciones de hacerlo.

Cursos para alumnos de 11 a 16 años

451: No podemos establecer pormenorizadamente el contenido de los cursos destinados a los alumnos de 11 a 16 años; nos limitaremos a indicar las líneas esenciales y a señalar ciertos principios que han de regir las decisiones relativas al currículo. Consideramos que debe haber un contenido central que se incluya en el curso de matemáticas para todos los alumnos. De ello nos ocupamos en los apartados 455 al 458. Por lo demás, tanto los temas que han de incluirse como el método para enseñarlos deben juzgarse a la luz de las necesidades de los distintos grupos de alumnos. **Un principio fundamental, a nuestro parecer, es el de no incluir ningún tema que no pueda desarrollarse hasta el punto de que su aplicación resulte comprensible para los alumnos.** Por ejemplo, no vemos que tenga valor alguno enseñar y examinar, aisladamente y como destreza, la suma y multiplicación de matrices a alumnos cuyos conocimientos de álgebra y de geometría no les permitan apreciar los contextos en que las matrices son aplicables. Por otra parte, acaso deban incluirse en los programas temas destinados a alumnos de rendimiento alto, en previsión de futuras necesidades más allá de los 16 años. Así, por ejemplo, es difícil adquirir la soltura necesaria en la realización de operaciones algebraicas, en las matemáticas del nivel A («avanzado»), si no se ha practicado suficientemente antes de acceder al sexto curso (*sixth form*), por lo que estos aspectos del álgebra han de recibir la atención debida para dichos alumnos.

452: Así pues, consideramos que los cursos de matemáticas que deben seguir los distintos alumnos, con sus diferentes

niveles de rendimiento, deben tener unos puntos comunes y otros discrepantes. Como puntos comunes hay que considerar la existencia de un mismo núcleo para todos y del mismo enfoque de la enseñanza. Los puntos discrepantes radicarán en el contenido adicional, en la profundidad del tratamiento, en los métodos de evaluación y en la importancia dada a los distintos objetivos. Por ejemplo, mientras que algunos alumnos alcanzarán, de modo casi imprevisto, un alto grado de competencia en la aritmética simple, otros seguirán teniendo dificultades a lo largo de toda la enseñanza secundaria, y necesitarán una enseñanza que tenga en cuenta esta circunstancia. En los apartados siguientes abordamos el modo en que, en nuestra opinión, es necesario enfocar la formulación de ese «currículo diferenciado»; en otras palabras, el establecimiento de diferentes cursos para atender las distintas necesidades de los alumnos de secundaria.

453: Desde que iniciamos nuestro trabajo, se han publicado dos interesantes informes: el de la primera «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria», realizado por la *Assessment of Performance Unit* (Unidad de Evaluación del Rendimiento)*, y el del *Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) Project* («Proyecto sobre Conceptos de Matemáticas y Ciencias en la Enseñanza Secundaria»)**. Ambos ofrecen valiosa información sobre los niveles de rendimiento en una amplia gama de temas de matemáticas. El segundo se concentra, en particular, en los resultados de los alumnos de bajo rendimiento. Ambos, en todo caso, muestran con claridad que son muchos los alumnos que tienen dificultades para comprender y aplicar procesos matemáticos que se consideran habitualmente elementales, y que esas dificultades son mucho mayores de lo que suelen creer la opinión pública en general y algunos de los profesionales de la enseñanza. Las bajísimas puntuaciones que obtienen numerosos alumnos en los exámenes del CSE no hacen sino confirmar lo que revelan dichos informes.

454: La falta de comprensión de un tema de matemáticas puede deberse a que los conceptos matemáticos que implique sean demasiado difíciles para el nivel de desarrollo matemático del alumno. Puede obedecer también a que en la enseñanza se preste muy poca atención a la experiencia práctica o se avance con demasiada rapidez, por lo que no se dé tiempo para la consolidación de la comprensión. Si el programa que se enseña es demasiado extenso y exigente, contribuirá al bajo rendimiento. **Creemos, pues, que al proyectar un currículo adecuado para los alumnos de bajo rendimiento, el programa no debe ser demasiado extenso, a fin de que haya tiempo de tratar los temas desde diversos ángulos y en variadas aplicaciones.** Creemos que enfocando así la enseñanza de las matemáticas podrá desarrollarse del mejor modo posible la comprensión y los alumnos alcanzarán un grado razonable de dominio de la

* Assessment of Performance Unit. *Mathematical development. Secondary survey report N.º 1*. HMSO 1980.

** K.M. Hart (Editor). *Children's understanding of Mathematics: 11-16*. John Murray 1981.

materia estudiada, con lo que adquirirán la confianza suficiente para servirse de las matemáticas en la vida adulta. Comprendemos que alguien tema que una reducción del contenido del programa de matemáticas lleve a una limitación indeseable del currículo, pero no compartimos este temor. Si los métodos de enseñanza son tan variados como hemos recomendado en el capítulo 5, la reducción propuesta permitirá impartir un currículo de matemáticas más extenso. Los profesores dispondrán de más tiempo para desarrollar métodos que inspiren la mejor respuesta a sus alumnos. Y éstos, liberados de la presión que sufrían para abarcar una materia demasiado extensa, podrán repasar y consolidar regularmente lo estudiado en la medida necesaria.

Lista básica

455: En consecuencia, hemos resuelto establecer una «lista básica» de temas para el programa de matemáticas de todos los alumnos, que además, en nuestra opinión, debería constituir en lo fundamental el programa previsto para aquéllos a quienes no va destinado el CSE, y que representan aproximadamente el 40 por ciento inferior de la escala de rendimiento en matemáticas. Nos referimos al grupo formado por los alumnos que en la actualidad se presentan al examen del CSE y obtienen un éxito mínimo o nulo. Reconocemos que el contenido de la lista propuesta es considerablemente menos extenso que el de los programas que siguen hoy muchos alumnos de bajo rendimiento, pero creemos que así el profesor podrá desarrollar el currículo de matemáticas del modo indicado anteriormente.

456: Algunas personas nos han insistido para que no pongamos esta lista, aduciendo dos posibles riesgos. El primero, que una parte de la opinión pública dará por supuesto que todos los alumnos pueden dominar el contenido íntegro de la lista. El otro, que algunos profesores estimarán que ésta recoge en su totalidad el programa de matemáticas para los alumnos de bajo rendimiento, y se limitarán a enseñarles lo que se indique en ella. No se nos ocultan estos dos peligros, pero estimamos que, a pesar de todo, hemos de proponerla, incluyendo en ella los temas que consideramos al alcance de la mayoría de los alumnos y que todos éstos deben estudiar. No debería omitirse en su totalidad ninguna de las secciones de la lista, ni siquiera en el caso de los alumnos de muy bajo rendimiento, aunque hay que admitir que estos últimos tal vez no sean capaces de abordar todos los puntos de cada sección.

457: No nos ha sido fácil establecer la lista, ni debe considerarse definitiva en todos sus detalles. Creemos, empero, que constituye una sólida base para trabajar. En cualquier caso, como ocurre con todas las listas análogas, habrá que revisarla regularmente. Al prepararla, hemos partido del supuesto de que las matemáticas deben presentarse y enseñarse en un contexto que permita aplicarlas a la resolución de problemas de diversa naturaleza. Una vez comprobado que una destreza

vale la pena, es conveniente practicarla. Ahora bien, ha de ser aplicada precisamente en la resolución de problemas y no como un fin en sí misma. Por esta razón, al componer la lista hemos añadido unos comentarios que vienen a ampliarla y que, a la vez, indican el modo en que, en nuestra opinión, deben presentarse los diversos temas. Estos comentarios se refieren especialmente a las necesidades de los alumnos para quienes la lista constituirá la mayor parte del programa de matemáticas. **No pretendemos en absoluto que limiten el alcance de los trabajos que se pidan a los alumnos de rendimiento más alto.**

Lista básica de temas de matemáticas

458: *A lo largo de sus cursos de matemáticas, los alumnos deberán:*

- *leer, escribir y hablar sobre cuestiones matemáticas en una amplia variedad de formas;*
- *efectuar cálculos de diversos modos: mentalmente, sobre el papel y con una calculadora;*
- *asociar el cálculo con la medida en unidades apropiadas y familiarizarse con la magnitud relativa de estas últimas.*

En todos los niveles se habrá de alentar a los alumnos a que comenten y justifiquen los métodos que utilizan.

NUMEROS

Contar, ordenar, leer y escribir números enteros positivos y negativos y utilizarlos en un determinado contexto; por ejemplo, ¿cuánto aumenta la temperatura cuando se pasa de -3°C a 10°C ?

Comprender el valor de posición en números de hasta 4 dígitos.

Memorizar con seguridad los resultados de la suma y la multiplicación hasta $10 + 10$ y 10×10 , y los resultados correspondientes de la resta y la división.

Comprender las interrelaciones del tipo $13 \times 8 = (10 \times 8) + (3 \times 8)$.

Poder seleccionar la operación apropiada (suma, resta, etc.) para aplicarla en la solución de variados problemas prácticos.

Los alumnos deberán dominar algún método de cálculo

seguro (aunque no sea tradicional), sin empleo de calculadora cuando los números sean pequeños, y con empleo de la misma cuando intervengan números grandes. Es necesario impulsar y fomentar métodos intuitivos de cálculo escrito y mental.

Comprender y utilizar el sistema decimal en situaciones y problemas prácticos. Sumar y restar números de hasta dos decimales en el contexto de la medida (incluido el dinero).

Los alumnos deberán apreciar las implicaciones del desplazamiento de las cifras con relación a la coma decimal, que se produce al multiplicar o dividir por una potencia de 10.

Utilizar el lenguaje y la notación de fracciones simples en contextos apropiados; por ejemplo, $1/2$ milla, dos tercios de la clase.

Los alumnos deberán ser capaces de realizar cálculos que incluyan la palabra «de», tales como $1/3$ de 4,50 libras.

Sumar y restar fracciones con denominadores 2, 4, 8 ó 16 en el contexto de la medida.

Conocer los decimales equivalentes a $1/4$, $1/2$, $3/4$, $1/10$, $1/100$, y que $1/3$ es aproximadamente 0,33. Convertir fracciones en decimales con la ayuda de una calculadora.

Se hará siempre hincapié en el empleo de destrezas numéricas en situaciones de la vida diaria. Se fomentará la fluidez en el cálculo, con métodos cuya base se comprenda, por medio de sesiones de prácticas breves y frecuentes; los períodos prolongados de prácticas rutinarias pueden ser contraproducentes.

DINERO

Reconocer las monedas y los billetes y saber que, en Gran Bretaña, 100 peniques = 1 libra. Manejar el dinero con seguridad.

Realizar transacciones sencillas, haciendo los cálculos necesarios, ya sea mentalmente, ya sobre el papel.

Sumar y restar pequeñas cantidades de dinero sin calculadora.

Multiplicar o dividir una cantidad de dinero por un número de una cifra sin calculadora.

Realizar cálculos más complejos relativos al dinero mediante

cualquier método apropiado; por ejemplo, con una calculadora o una tabla.

La enseñanza hará hincapié en el uso del dinero en gestiones de la vida diaria tales como las compras, las actividades de empleo del tiempo libre, las de bricolage, y las cuentas presupuestarias y domésticas.

PORCENTAJES

Es evidente que muchísimos alumnos tienen grandes dificultades con el concepto de porcentaje. Recomendamos que la enseñanza de este concepto se base en la idea de que 1 por ciento significa «1 penique por cada libra», o «uno de cada cien», y no en el empleo de fórmulas concretas.

Calcular el porcentaje de una cantidad de dinero. Incrementar o disminuir una cantidad de dinero en un porcentaje dado.

Apreciar el uso que se hace de los porcentajes en la vida cotidiana.

El uso de los porcentajes debe vincularse a actividades como las enumeradas bajo el epígrafe «dinero». Los ejemplos utilizados deben ser realistas y relevantes para los alumnos de que se trate. Se hará hincapié, asimismo, en el modo en que se utilizan los porcentajes para comparar distintas magnitudes en muchas situaciones de la vida diaria y como medida numérica basada en una escala de referencia de 100 puntos.

USO DE LA CALCULADORA

Usar eficientemente una calculadora para sumar, restar, multiplicar y dividir, y para convertir una fracción en decimal.

Apreciar la necesidad de ordenar cuidadosamente las operaciones cuando se utiliza una calculadora.

Saber seleccionar, en la pantalla de la calculadora, el número de cifras apropiado para el contexto del cálculo.

En general, los cálculos sencillos deberán realizarse mentalmente o sobre el papel, y no con la calculadora. Se procurará utilizar procedimientos adecuados para comprobar hasta qué punto es razonable el resultado obtenido. No se pretende que la calculadora se utilice para cálculos tales como $3,52 \times 7,04$, si no guardan relación con un contexto práctico.

Sustituir por números una fórmula sencilla expresada en palabras y evaluar la respuesta; por ejemplo:

salario bruto = salario por hora \times número de horas trabajadas;

coste total = número de unidades utilizadas \times coste por unidad + gastos fijos.

Cuando los números que intervienen son sencillos, los alumnos deberán ser capaces, asimismo, de realizar cálculos de este tipo sin utilizar la calculadora.

TIEMPO

Saber decir la hora y comprender la escala de 12 y la de 24 horas.

Calcular el intervalo entre dos horas dadas, y la hora final, dadas la hora inicial y la duración.

Utilizar un horario de autobuses o de trenes.

Resolver problemas sencillos en que intervengan el tiempo, la distancia y la velocidad.

Se hará hincapié en el cálculo mental cuando proceda, así como en el uso de la «esfera» de reloj digital y de la tradicional.

MEDIDA

Medir longitudes, pesos y capacidades mediante las unidades métricas adecuadas.

Comprender la relación entre milímetros, centímetros, metros, kilómetros; gramos, kilogramos, toneladas; milímetros, centímetros, litros; saber que 1 litro equivale a 1.000 centímetros cúbicos.

«Intuir» el tamaño de esas unidades en relación con objetos corrientes que formen parte de la experiencia del alumno.

Utilizar las siguientes unidades del sistema imperial: pulgada, pie, yarda, milla; onza, libra; pinta, galón; conocer sus equivalentes métricos aproximados; por ejemplo, que 3 pies vienen a ser 1 metro; 5 millas, 8 kilómetros; 2 libras, 1 kilogramo; 1 galón, $4 + 1/2$ litros.

Comprender y emplear relaciones simples; por ejemplo, libras por hora, millas por galón.

Leer contadores y esferas graduadas de distintos tipos.

Se dará preferencia a las actividades prácticas que impliquen tareas de medición y estimación. Se aprovecharán las oportunidades para relacionar la enseñanza con las mediciones que se presentan en otras áreas curriculares, tales como las ciencias, la geografía, la economía doméstica, los trabajos manuales y el deporte.

GRAFICAS Y REPRESENTACION PICTORICA

Organizar sistemáticamente la recogida y tabulación de datos sencillos.

Leer e interpretar gráficas y cuadros sencillos y extraer de ellos información específica; construirlos en casos sencillos.

Extraer información presentada en forma tabular; por ejemplo, el coste de una llamada telefónica.

Se iniciará a los alumnos en una amplia variedad de formas de representación gráfica, utilizándose información publicada. Se les alentará a que comenten desde una perspectiva crítica la información presentada en forma de diagramas, especialmente en anuncios. Siempre que sea posible, el trazado de gráficas se basará en información recogida a partir de actividades prácticas.

Poder interpretar un diagrama de flujo sencillo.

Los ejercicios con diagramas de flujo incluirán discusiones destinadas a fomentar el desarrollo de la lógica aplicada en los argumentos matemáticos; por ejemplo, «si... entonces...»

CONCEPTOS ESPACIALES

Reconocer y nombrar figuras planas sencillas; comprender y emplear términos tales como lado, diagonal, perímetro, área, ángulo.

Comprender y emplear términos relacionados con el círculo: centro, radio, diámetro, circunferencia, cuerda.

Apreciar las propiedades de paralelismo y perpendicularidad; medir ángulos en grados.

Dibujar una figura plana sencilla con arreglo a especificaciones dadas.

Todos los alumnos deberán aprender a utilizar instrumen-

tos de dibujo tales como la regla, el compás, el cartabón y el transportador. Para algunos, esto quizá requiera una práctica intensa. Los alumnos deben disponer de figuras planas y sólidas que puedan manejar y medir, y utilizar para construcciones.

Reconocer y nombrar figuras sólidas comunes: cubo, paralelepípedo, esfera, cilindro, cono, pirámide.

Se prestará atención a la representación bidimensional de figuras tridimensionales. Los alumnos deberán reconocer el dibujo bidimensional correspondiente a un sólido determinado, y reconocer y construir sólidos basándose en dibujos de este tipo. Se utilizarán, por ejemplo, planos de modelos, patrones, dibujos a escala, fotografías y mapas.

Hallar el perímetro y el área de un rectángulo.

Hallar el volumen de un paralelepípedo recto.

Comprender y aplicar el principio de que la longitud de una circunferencia = $\pi \times$ diámetro; saber que π vale un poco más de 3.

Los cálculos relacionados con las figuras planas y sólidas dan oportunidad de practicar el cálculo mental y escrito y de utilizar la calculadora en variadas formas y diferentes niveles. Se hará hincapié en la utilización de unidades correctas para calcular el área y el volumen, y en el empleo de la estimación para cerciorarse de que la respuesta es razonable.

Apreciar el concepto de escala en los dibujos geométricos y los mapas, y el empleo de coordenadas para localizar zonas (por ejemplo, en un callejero) y puntos (por ejemplo, en un mapa de Estado Mayor).

Es probable que haya coincidencias considerables entre este tema y los trabajos de representación gráfica y pictórica, sobre todo en lo que se refiere a la interpretación y construcción de planos y alzados simples.

Comprender el concepto de rumbo y las formas de medirlo.

Poder visualizar y comprender el movimiento mecánico sencillo, incluido el funcionamiento de sistemas articulados simples.

He aquí algunos ejemplos: engranajes de bicicletas, gatos para automóviles, puertas levadizas de garaje.

RAZON Y PROPORCION

Comprender el empleo de la razón aplicado a entidades tales como mezclas (por ejemplo, 2 partes de arena por 1 de cemento) y recetas (por ejemplo, hallar las cantidades necesarias para 6 personas sirviéndose de una receta destinada a 4).

Estos ejercicios dan la oportunidad de discutir ideas como la de la «mejor compra». Las aplicaciones a los trabajos manuales y a la construcción de modelos se relacionan con el trabajo de dibujo a escala.

Comprender intuitivamente las ideas simples de variación directa e inversa.

Por ejemplo, a medida que aumenta la velocidad, aumenta la distancia recorrida en un tiempo dado; a medida que aumenta la velocidad, disminuye el tiempo necesario para recorrer una distancia dada. Para algunos alumnos, no serán apropiados los cálculos detallados.

IDEAS ESTADISTICAS

Uno de los objetivos debe ser fomentar una actitud crítica ante las estadísticas presentadas por los medios de comunicación.

Apreciar las ideas básicas de aleatoriedad y variabilidad; conocer el significado de la probabilidad y las apuestas en casos sencillos.

Se hará hincapié en la importancia de la probabilidad en los hechos de la vida diaria y en los juegos de azar sencillos. En el caso de muchos alumnos, no será adecuado que emprendan ejercicios en que intervenga la probabilidad compuesta.

Comprender la diferencia entre las diversas medidas de centralización y el fin para el que se usa cada una de ellas.

Se prestará atención a los diferentes usos de la palabra «promedio» que se hacen en los periódicos, pero no se pretende que todos los alumnos utilicen necesariamente las palabras media, mediana y moda.

* * *

Medidas que deben adoptarse para los alumnos de bajo rendimiento

459: Una vez establecida la lista básica, expondremos de qué modo debe elaborarse, en nuestra opinión («de abajo arriba»), el currículo de matemáticas de secundaria. Trataremos primero de los cursos destinados a los alumnos que quedan fuera del certificado O y del CSE, es decir, aquéllos

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar HMSO 1979.

cuyo rendimiento en matemáticas corresponde al 40 por ciento inferior de la escala. Del informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* y de numerosas comunicaciones que hemos recibido se desprende con claridad que la elaboración del currículo con arreglo a estas pautas plantea serios problemas en muchas escuelas. Se nos ha insistido en que los cursos de matemáticas destinados a esos alumnos deben ser «relevantes para las exigencias de la vida cotidiana». Pero este objetivo es más fácil de enunciar que de alcanzar. Así, en el informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria» leemos: «Son muchas las programaciones de las escuelas visitadas en las que se alude a la necesidad de relacionar las matemáticas enseñadas con los problemas de la vida cotidiana, pero son raros los casos en que se ha cumplido este objetivo de forma convincente.»

460: Como dijimos en el apartado 455, la lista básica debe constituir la mayor parte, con mucho, del programa para los alumnos de bajo rendimiento. Para completar dicho programa y el currículo destinado a ellos, bastará con añadir unos temas suplementarios y establecer en detalle los métodos de enseñanza que han de aplicarse; nuestros comentarios en letra cursiva pueden considerarse como un primer paso en este último sentido. La elección de los temas puede depender de diversos criterios. Hay, por ejemplo, escuelas en las que los alumnos participan en actividades de navegación y orientación, bien en el marco del programa escolar, bien en su tiempo libre. Aunque en la lista básica no se incluye la trigonometría como tal, en esas escuelas podrían incluirse trabajos relacionados con los rumbos y distancias, y exponerse distintos métodos de determinación de la posición. Los problemas derivados de la navegación podrían llevar así a algunos alumnos a los fundamentos de la trigonometría.

461: Por su parte, la necesidad de cumplir los cometidos señalados al final del capítulo 1 puede conducir también a la inclusión de determinados temas; por ejemplo, los que necesitan los alumnos para estudiar otras asignaturas. Tal vez haya que introducir, asimismo, temas que permitan alcanzar los objetivos curriculares referidos en el apartado 438. Por ejemplo, creemos que hay que tratar de discutir con todos los alumnos algunas ideas algebraicas. Para algunos, bastará con sustituir los números en una simple fórmula expresada en palabras, abordar problemas del tipo «piensa en un número...» o identificar las pautas en diversas secuencias numéricas; otros podrán avanzar más. Habrá quien opine que, al abordar métodos alternativos para la resolución de un mismo problema aritmético, se acometen los rudimentos del álgebra. No obstante, como se viene indicando desde hace años en publicaciones oficiales de todo tipo, el álgebra formal no es apropiada para los alumnos de bajo rendimiento.

462: Deseamos destacar, asimismo, un párrafo de una de las comunicaciones que hemos recibido.

Con harta frecuencia, las clases de matemáticas que se imparten en las escuelas secundarias sirven de bien poco. Se agrupan términos semejantes, o se aprenden las leyes de las potencias, sin percibir porqué necesita nadie tales cosas. Se manifiesta una preocupación excesiva por determinadas destrezas que apenas pueden aplicarse luego a la resolución de problemas. Como consecuencia de este enfoque, las matemáticas escolares ofrecen muy poca información incidental. Es posible que una clase de francés contenga información incidental sobre Francia; en cambio, en matemáticas se da muy raramente la información incidental que cabría esperar (tipo de cambio y tipo de interés vigentes; conocimientos generales sobre el clima, las comunicaciones y la geografía; reglas y sistemas de puntuación de los juegos; estadísticas sociales), porque la mayoría de los profesores en modo alguno lo consideran como parte de su responsabilidad docente.

Creemos que el párrafo anterior pone de relieve de manera muy sucinta la necesidad —que no se limita en absoluto a los cursos destinados a los alumnos de bajo rendimiento— de relacionar el contenido del curso de matemáticas con la experiencia cotidiana.

463: En lo que se refiere a las aplicaciones prácticas de las clases de matemáticas, hay que tener en cuenta la evolución de los alumnos de acuerdo con la edad. Es aquí donde adquiere importancia la palabra «relevante», pues las ilustraciones y aplicaciones de las matemáticas que son idóneas (relevantes) para niños de 12 y 13 años pueden no serlo para los de 15, y a la inversa. Muchos de los temas recogidos en nuestra lista están relacionados directamente con los que suelen incluirse en los cursos del tipo de *Proyecto de vida*, que muy a menudo forman parte de los currículos destinados a los alumnos menos capaces de los últimos cursos de secundaria. Donde se impartan este tipo de cursos, habrá que hacer todo lo posible por relacionar el trabajo en matemáticas con el contenido de los mismos. Tal vez pueda lograrse que una parte de la enseñanza de las matemáticas se imparta en esos cursos.

464: Según aumenta la edad de los alumnos, se suele dedicar mucho más tiempo al trabajo escrito que a las discusiones y trabajo oral. Muchas veces, este cambio se debe únicamente a que los alumnos que se han desengañado de las matemáticas a causa de sus reiteradas fracasos, crean en el aula problemas de control que dificultan el desarrollo del trabajo oral, por breve que sea éste. Mas la omisión de las discusiones conduce casi invariablemente a nuevos fracasos, lo que no hace sino complicar el problema. Cabe esperar que, al adoptarse el

enfoque que recomendamos, los alumnos no aborrezcan cada vez más las matemáticas, sino que puedan obtener resultados positivos y adquirir confianza. Así deberían mitigarse los problemas de control.

465: Para presentar las matemáticas a los alumnos del modo indicado, muchos profesores habrán de modificar sobremodera su actual sistema de trabajo. Posiblemente no resulte fácil, y se conseguirá poco si no se cuenta con la ayuda y el apoyo de la propia escuela y el que pueda brindar el perfeccionamiento profesional del profesorado. Por eso, acogemos con satisfacción la decisión de la Asociación Matemática de crear un Diploma para profesores de alumnos de secundaria de bajo rendimiento. **Creemos que habrá que actuar con urgencia para disponer de materiales suplementarios de trabajo en el aula, relacionados con el contenido de la lista básica, y adoptar el enfoque que propugnamos.**

466: En la actualidad, se insiste para que se facilite a los alumnos de bajo rendimiento, antes de que terminen la escolaridad, algún tipo de acreditación de sus resultados en matemáticas. Como los exámenes públicos actuales no son adecuados para atender las necesidades de esos alumnos, son cada vez más las escuelas que elaboran planes por su cuenta. A juzgar por los casos que nos han sido comunicados, parece haberse generalizado esta práctica durante el tiempo que llevamos trabajando. En el capítulo siguiente nos ocupamos de este asunto con más detenimiento.

Medidas a adoptar para los alumnos de rendimiento muy bajo

467: Antes de terminar la exposición relativa a los alumnos de bajo rendimiento, deseamos ocuparnos del grupo específico constituido por aquéllos cuyo rendimiento es muy bajo. Es muy frecuente que se les aparte de las clases normales durante gran parte de la semana y se les atienda en un departamento de «recuperación» independiente. Estos departamentos dedican mucho tiempo a desarrollar las destrezas de lectura y escritura, y suelen contar con profesores que tienen amplia experiencia en esta materia, pero que se sienten menos seguros en matemáticas, aun cuando enseñen también esta asignatura; por otra parte, el programa que imparten no siempre se planea en consulta con el departamento de matemáticas, por lo que a veces resulta demasiado reducido. Es esencial que el jefe del departamento de recuperación y el de matemáticas se consulten acerca de las clases de esta asignatura y del método de enseñanza que se aplica. Una vez más, insistimos en que hay que dedicar gran parte del tiempo al trabajo oral; en las matemáticas no debe darse por supuesto que los alumnos pueden salir adelante por su cuenta mientras el profesor oye leer a otros compañeros suyos. Reiteramos

también nuestra observación del apartado 456, en el sentido de que el curso de matemáticas debe tener una amplia base y referirse a todas las secciones de la lista básica.

468: Consideramos muy conveniente que los responsables de la enseñanza de las matemáticas en las clases normales participen de vez en cuando en los trabajos del departamento de recuperación, bien sea fuera del horario lectivo, bien sea en períodos preestablecidos, tanto para prestar su ayuda como para tomar nota de los problemas con que tropiezan los alumnos de rendimiento muy bajo. De este modo, y por vía indirecta, podrán darse cuenta de la atención que requieren, en matemáticas, ciertos alumnos que no tienen problemas en esta asignatura, pero sí en lenguaje. A veces se pasan por alto las necesidades de estos alumnos, algunos de los cuales no son de lengua materna inglesa.

469: Es bastante infrecuente que los alumnos de muy bajo rendimiento permanezcan en el departamento de recuperación hasta terminar su escolaridad. Si se les mantiene apartados de la enseñanza normal de las matemáticas durante tres años, por ejemplo, al llegar a los cursos cuarto o quinto se encontrarán incluidos en los grupos más atrasados. Si no ha habido una coordinación efectiva entre el departamento de matemáticas y el de recuperación, puede producirse una grave discontinuidad. Debido a los problemas que plantea la enseñanza de estos alumnos, tales grupos suelen ser pequeños; normalmente constan de unos doce o catorce miembros. Se nos ha indicado que, en lugar de formar dos grupos reducidos, a veces es preferible reunirlos en un solo grupo del que se hagan cargo dos profesores. Creemos que esta solución puede ofrecer ventajas considerables, en especial si se consigue que uno de los profesores sea un especialista de matemáticas y el otro posea experiencia en el trato con estudiantes de aprendizaje lento. Algunas escuelas harían bien en estudiar las posibilidades de proceder de este modo.

Medidas que deben adoptarse para los alumnos a quienes están destinados el CSE y el certificado de nivel 0

470: Nos ocuparemos ahora de los cursos para los alumnos a quienes están destinados los exámenes del CSE y del certificado de nivel 0. Ya hemos dicho que la lista básica propuesta debe aplicarse tanto a los programas dirigidos a ellos como a los alumnos de rendimiento más bajo. No obstante, es probable que muchos consigan dominar, más o menos completamente, el contenido de la lista bastante antes de los 16 años, por lo cual los programas correspondientes habrán de ampliarse en consonancia. Tal ampliación supondrá la adición de nuevos temas y la profundización en el tratamiento de muchos otros de los que figuran en la lista.

471: Los programas de los exámenes a los que finalmente se presentarán los alumnos no deben influir demasiado en el currículo de los primeros cursos de secundaria. Creemos que

en estos cursos iniciales no procede una rápida diferenciación del contenido, sino que las diferentes necesidades de los alumnos han de ser atendidas mediante diferencias en el método y en la profundidad del tratamiento. De este modo se conseguirá ofrecer las máximas oportunidades a todos los alumnos para quienes el cambio de escuela o el cambio de enfoque de las matemáticas pueden suponer una marcada mejora en el rendimiento. Por otra parte, el contenido del programa de enseñanza y el del programa de examen no tienen porqué coincidir: aquél ha de ser más amplio. Los temas que se agreguen habrán de elegirse con arreglo a las consideraciones que ya hemos expuesto en los apartados 460 al 462, y de manera que el resultado sea coherente con el programa de examen. «Insertando» este último en el contexto más vasto descrito, es como se conseguirá que los alumnos lleguen a dominar el programa a medida que aumenta su red de interconexiones y, con ello, su nivel de comprensión.

472: No nos proponemos exponer de modo pormenorizado el contenido de los programas de examen a los 16 años, sino indicar para ellos, simplemente, dos «niveles de referencia». Como nivel mínimo, estimamos que el contenido del programa de examen destinado a los alumnos que actualmente alcanzan el CSE de grado 4 no debe ser mucho más extenso que el de la lista básica, esto es, debe ser notablemente inferior al de muchos de los programas del CSE vigentes. Por supuesto, habrá que ampliar el contenido de la lista básica en lo que se refiere a la geometría, para incluir, por ejemplo, ciertas ideas subyacentes a la trigonometría, como el dibujo a escala y la comparación de triángulos rectángulos, y la aplicación del teorema de Pitágoras. Es posible que la experiencia demuestre la conveniencia de agregar ciertos elementos de trigonometría, debido a la disponibilidad de calculadoras. Conviene incluir, asimismo, algunos ejercicios algebraicos sencillos con fórmulas y ecuaciones en los que intervenga la simbolización. Como nivel máximo, consideramos que, para los alumnos cuyo rendimiento en matemáticas corresponde al 20 por ciento superior de la escala, puede ser idóneo un programa de examen equiparable a los actualmente establecidos para el certificado de nivel 0. **Estimamos, por otra parte, que hay que prever, además, un programa de examen cuyo contenido se sitúe entre los dos niveles de referencia indicados.** De ello nos ocuparemos en el capítulo siguiente.

473: En este punto, hemos de señalar que, al recomendar un currículo diferenciado, con la correspondiente diferenciación en los programas de examen, de ningún modo propugnamos una disminución del nivel. No pocas personas nos han escrito para decirnos que no comprendieron gran cosa de las matemáticas que se les enseñaban en la escuela. Así lo confirman las investigaciones realizadas sobre las necesidades matemáticas en la vida adulta y en el empleo. En estos estudios se

repite una y otra vez a los investigadores que en matemáticas se abarcan demasiados temas, que el ritmo de enseñanza es demasiado rápido y que se dedica muy poco tiempo a aspectos importantes de la asignatura. **Consideramos que, si los alumnos siguen un curso cuyo contenido corresponde mejor a su nivel de rendimiento y a su ritmo de aprendizaje, no sólo adquirirán más confianza en el estudio de las matemáticas, sino que lograrán también un mayor dominio de las mismas. Y esto contribuirá a la mejora de los resultados, de las actitudes y de la confianza; en suma, a la elevación del nivel general.**

Medidas que deben adoptarse para los alumnos de alto rendimiento

474: **En todas las etapas de secundaria, los alumnos de alto rendimiento deben tener la oportunidad de realizar trabajos que les permitan ampliar y profundizar sus conocimientos y comprensión de las matemáticas.** No es suficiente con esperar de ellos que completen el programa antes que muchos de sus compañeros. Hay que tomar medidas para que desarrollen facultades de generalización y abstracción, de lógica y demostración, de resolución de problemas y de investigación, así como capacidad para abordar trabajos de mayor duración. Hay que alentarles, asimismo, a que aumenten su soltura en el manejo de rutinas y a que trabajen más deprisa. No debe darse por supuesto que estén desarrollando siempre todas sus capacidades; ni siquiera que sepan todo lo que son capaces de lograr. Muchos de ellos necesitan ayuda, y a veces una prudente presión, para descubrir la especial capacidad que poseen sin ser plenamente conscientes.

475: Es particularmente importante prestar atención a las necesidades de los alumnos de alto rendimiento en los primeros niveles de secundaria. Como probablemente realizarán con acierto el trabajo que se les pida, existe el peligro de no advertir que pueden rendir más, y de que no se les exija el máximo de sus posibilidades. En tales circunstancias, pueden perder el entusiasmo, que, una vez perdido, tal vez sea difícil de recobrar.

476: Con ellos, como por otra parte con todos los alumnos, es esencial adoptar enfoques variados. Aunque estos alumnos de alto rendimiento sean capaces de estudiar sostenidamente con provecho por su cuenta, también necesitan del estímulo de las discusiones regulares entre ellos mismos y con el profesor. Debe alentárseles, asimismo, a que lean libros de matemáticas y a que conozcan a los grandes matemáticos de la historia. Aunque normalmente sean capaces de captar las nuevas ideas con gran rapidez, tendrán que practicar las destrezas a ellas asociadas para poder asimilarlas plenamente. Y esta práctica ha de ser variada, y no consistir solamente en ejemplos repetitivos del mismo tipo. Por ejemplo, suele ser muy instructivo pedirles que aporten nuevos ejemplos relacionados con el tema objeto de estudio. Si se les exige, además, que tales ejemplos conduzcan a determinados tipos de

respuesta, se les inducirá indirectamente a considerar más en profundidad la estructura subyacente del trabajo. Por lo demás, los alumnos de alto rendimiento aprovechan con agrado las oportunidades de trabajar con ordenadores, labor que debe estimularse en la medida de lo posible.

477: Para ofrecerles un trabajo adecuado hay que hacer una planificación muy cuidadosa durante todo el curso. Estimamos que del 5 al 10 por ciento de los alumnos de 16 años —considerados en bloque, no escuela por escuela— están capacitados para progresar por encima de los límites que marcan los programas de matemáticas del certificado de nivel 0. Es esencial que se permita a este grupo continuar progresando y no simplemente «seguir el ritmo» de los demás. Por tanto, habrá que arbitrar para ellos medidas adicionales de algún tipo. El problema consiste en que, en la mayoría de los centros escolares, hay que superar antes una dificultad fundamental: salvo en las escuelas integradas mayores o en las *grammar schools* grandes, es probable que el número de alumnos afectados no justifique la formación de un grupo de enseñanza independiente. Dadas la actual escasez de profesores de matemáticas y las restricciones de personal docente, no podrá impartirseles enseñanza como un grupo aparte, sino integrados en un grupo más numeroso. Pueden surgir así problemas importantes, tanto para el profesor como para ellos mismos, especialmente a medida que se amplía el abanico de rendimientos del grupo.

478: Algunas escuelas de grandes dimensiones satisfacen las necesidades de estos alumnos de alto rendimiento impartiendo los programas de matemáticas adicionales previstos para el certificado de nivel 0, o pidiéndoles que preparen uno de los ejercicios optativos que ofrece al menos uno de los tribunales de examen. Tal solución no plantea problemas cuando hay alumnos suficientes para formar un grupo de enseñanza independiente; cuando no es así, el intento de proceder en iguales términos para todo un grupo de alumnos de alto rendimiento puede dar lugar a que el curso resulte demasiado difícil para algunos. La situación a que se llegaría en este caso no sería satisfactoria y podría conducir a una enseñanza restringida de tipo «instrumental», con la consiguiente pérdida de confianza en algunos alumnos y el riesgo de que abandonarían la idea de seguir estudiando matemáticas en el sexto curso (*sixth form*). Aún empeorarían las cosas si, en la preparación para el curso de matemáticas adicionales, se les impulsara a presentarse al examen de matemáticas para el certificado de nivel 0 al final del cuarto año, antes de que estuvieran preparados para ello. Por otra parte, si nada se hace por ofrecer trabajo suplementario a ninguno de los integrantes del grupo, resultarán perjudicados los de rendimiento realmente alto.

479: Hay profesores que consiguen atender las necesidades de los alumnos de rendimiento más alto —no necesariamente con fines de examen—, sin perjuicio de que los demás prosigan al ritmo normal del curso. No obstante, consideramos que en muchas escuelas no se presta la suficiente atención a los alumnos de alto rendimiento. Hemos reflexionado, por tanto, sobre los posibles modos de resolver esta laguna al mismo tiempo que se presta la oportuna ayuda a sus profesores, con objeto de que los alumnos capaces de obtener un grado elevado en el certificado de nivel O puedan ampliar y profundizar de forma adecuada sus conocimientos de matemáticas.

Ejercicio extraordinario de matemáticas

480: Creemos que debe ofrecerse a algunos alumnos la posibilidad de hacer un ejercicio extraordinario de matemáticas al mismo tiempo que se presentan a los exámenes actualmente previstos para el certificado de nivel O (o al examen único a los 16 años, cuando se establezca éste). El objeto de dicho ejercicio sería:

- fomentar una comprensión más profunda de los temas incluidos en el programa de matemáticas y profundizar algo más en algunos de ellos, como los correspondientes a geometría, trigonometría y álgebra manipulativa;
- introducir un reducido número de temas adicionales;
- y, lo que tal vez es más importante, adoptar un enfoque un tanto más estructurado de las matemáticas, para promover en los alumnos «una apreciación de éstas como sistema lógico autónomo»*.

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979, página 112.

481: El contenido adicional de este ejercicio extraordinario de matemáticas sería mucho más reducido que el de los programas de «matemáticas adicionales» en vigor, y su nivel habría de ser apropiado para el 5 al 10 por ciento de los alumnos de cada grupo de edad. No se trata de un curso que hubiera que seguir una vez terminado el programa de matemáticas correspondiente al certificado de nivel O, sino de un medio de ampliar el trabajo de algunos alumnos, en particular en los cursos cuarto y quinto. El examen se prepararía paralelamente y como una prolongación de las matemáticas que se estudian para obtener el certificado de nivel O, aunque sin ninguna asignación de tiempo suplementario; en ningún momento habría que hacer una selección de alumnos para impartirles un curso separado. El resultado obtenido en este ejercicio podría consignarse en el certificado de nivel O indicando que se ha alcanzado uno de los dos niveles posibles, análogamente a lo que se hace en el ejercicio «S» del nivel A; de no alcanzar esos niveles, no se indicaría nada. Conside-

ramos que un examen de esta clase brindaría un objetivo adecuadamente estimulante a los alumnos de alto rendimiento, y, al mismo tiempo, merced a su programa y al tipo de las preguntas formuladas, serviría de orientación para los profesores en cuanto al modo de ampliar el trabajo de dichos alumnos.

Medidas a adoptar para los alumnos de muy alto rendimiento

482: Un reducido número de alumnos de rendimiento muy alto necesitarán medidas especiales, más allá de las que hemos propugnado para los de alto rendimiento; habrá que ocuparse de ellos individualmente y proceder en consecuencia. Todas las escuelas deben ser conscientes de que, ocasionalmente, pueden recibir alumnos de estas características. Hemos observado con agrado diversas iniciativas tomadas al respecto. Algunas autoridades educativas locales, asociadas a menudo con universidades cercanas, organizan para ellos sesiones de fin de curso, de fin de semana o de vacaciones. La *Royal Institution* ha organizado recientemente una serie piloto de *Clases de Dominio de las Matemáticas* para jóvenes, que se han impartido en diez sábados consecutivos por la mañana; y hay otras series en proyecto. Actualmente se celebran competiciones regionales, nacionales e internacionales de matemáticas. **Creemos que debieran fomentarse y ampliarse estas iniciativas.**

Las matemáticas en el currículo

483: Al abordar el tema de «las matemáticas en el currículo», sería demasiado simplista ver en éstas únicamente una asignatura «auxiliar», pero tampoco hay que desdeñar esta característica. Los profesores de matemáticas han de tener en cuenta en todo momento las técnicas matemáticas específicas que se requieren, por ejemplo, en ciencias, en geografía, en trabajos manuales o en economía doméstica, y tomar las medidas correspondientes. Además, han de procurar que el estudio de su asignatura y el de las restantes, se coordinen de forma que los alumnos que precisen el conocimiento de un tema matemático en alguna otra área curricular estén familiarizados con él en el momento necesario. Han de mantener, asimismo, una comunicación constante con los restantes profesores que se sirvan de las matemáticas en sus asignaturas respectivas, para que el enfoque o el lenguaje empleados no sean discordantes de los suyos propios.

484: Del mismo modo, los profesores de matemáticas deben conocer el modo en que se aplica esta asignatura en otras áreas y pedir a sus colegas que les den ejemplos de tales aplicaciones. Es frecuente que se preste poca atención a este respecto. Podrían hacerse consideraciones similares respecto de las aplicaciones de las matemáticas fuera del currículo escolar. En las clases debería hacerse uso de material tomado de

periódicos y otras fuentes escritas, así como de información que los propios alumnos puedan aportar.

485: El tema de las «matemáticas en el currículo» no admite una analogía directa con el del «lenguaje en el currículo», porque las matemáticas no son fundamentales para el aprendizaje y para el desarrollo de la comprensión del mismo modo que lo es el lenguaje. No obstante, habida cuenta de sus posibles usos como medio de comunicación, pueden desempeñar un papel importante en el proceso de aprendizaje de ciertas áreas curriculares, por alejadas que éstas parezcan, así como en otras con las que la vinculación resulta más inmediata. La presentación de informaciones mediante gráficas, cuadros y tablas, y el empleo de escalas cronológicas y el de flechas para denotar relaciones, no son sino algunos ejemplos. **Los profesores de las demás asignaturas deben tener presente la posible utilidad de las matemáticas para la presentación de información de modo claro y económico, y alentar a los alumnos a que se sirvan de ellas con tal finalidad.**

Cuestiones de organización
Tiempo asignado para las matemáticas

* *Half our future.* Informe del Consejo Asesor Central de Enseñanza (Inglaterra) HMSO 1963.

486: En los últimos años se ha reducido en la mayoría de las escuelas el tiempo semanal dedicado a la enseñanza de las matemáticas, a medida que se introducían en el currículo áreas de estudio adicionales. Según datos del Departamento de Educación y Ciencia, hace treinta años en las *grammar schools* se dedicaban a las matemáticas seis clases semanales de 40 minutos. La encuesta efectuada en 1961 entre los alumnos de cuarto curso de 150 *modern schools*, citada en el Informe Newsom*, revela que en las escuelas mixtas se dedicaban a esta asignatura 215 minutos a la semana, en las escuelas masculinas 260 minutos, y en las escuelas femeninas 180. Actualmente, en la mayoría de las escuelas secundarias se imparten cinco clases semanales de matemáticas de unos 35 minutos, lo que hace un total de 175 minutos; el total de clases semanales es de 35 a 40.

487: Se ha modificado también la distribución de los horarios. Si hace veinte años lo normal era la clase diaria de matemáticas —la «dosis diaria», indispensable según muchos profesores—, en las actuales escuelas integradas se han generalizado las clases dobles: si se dan cinco clases a la semana, éstas se reparten en dos dobles y una sencilla, con lo cual sólo se da clase tres días a la semana, que además pueden ser consecutivos.

488: Consideramos que el número de horas que se dedican actualmente a la enseñanza de las matemáticas —entre una séptima y una octava parte del horario lectivo—, completado con los correspondientes deberes en casa, es suficiente. En cambio, debe considerarse con todo cuidado el tema de su distribución en el horario, que puede plantear conflictos de interés no siempre fáciles de resolver. Si, como propugnamos,

los alumnos han de realizar trabajos prácticos y de investigación, es probable que las clases deban durar más de 35 minutos. Frente a la opinión de los profesores partidarios del sistema de clases dobles, otros consideran preferibles las clases de matemáticas más cortas y frecuentes. En cuanto a los trabajos prácticos y de investigación, mientras que algunos no podrán completarse en una clase, otros podrán sacarse adelante en un período más breve. Se ha de recordar, asimismo, que no todas las clases de matemáticas se dedican a trabajos de este tipo, y que en las clases dobles muy fácilmente decae la atención hacia el final. Por lo tanto, habrá de adaptar el número de clases dobles y sencillas a los métodos de trabajo del departamento de matemáticas y al currículo de la asignatura.

489: Aunque la división más común de la semana lectiva es la basada en 35-40 clases, hay casos en que la distribución del horario no permite programar las matemáticas en periodos sencillos o dobles. En la práctica, la asignación del horario concreto a las clases de matemáticas habrá de decidirla cada escuela a la vista de los deseos del personal docente y de las limitaciones impuestas por las otras asignaturas y, tal vez, por la propia estructura física del centro. Pero, sea cual fuere la pauta, creemos necesario que las clases de matemáticas se distribuyan de manera adecuada a lo largo de la semana y se impartan a diferentes horas del día, para que, por ejemplo, no se dé una indebida proporción de ellas al final de la tarde.

490: Aunque no deseáramos que, en condiciones normales, se redujera apreciablemente el tiempo asignado a las matemáticas por debajo del nivel que hemos indicado para la totalidad de alumnos, quisiéramos señalar que, de acuerdo con lo expuesto en el apartado 463, la enseñanza de esta asignatura que se imparte a los alumnos de bajo rendimiento podría incluirse parcialmente en los cursos de *Proyecto de vida*. En tales casos, podría reducirse en consecuencia el número de clases de «matemáticas».

La organización
de los grupos
de enseñanza

491: **Al decidir el modo de organizar los grupos de enseñanza de las matemáticas en una escuela, creemos que el requisito dominante debe ser el de lograr una organización que permita a los alumnos trabajar a un nivel y un ritmo adecuados para ellos, y al profesor, incluir en su enseñanza todos los elementos que hemos establecido en el apartado 243.** En particular, debe permitir las discusiones y el trabajo oral. Asimismo, nos parece esencial que el horario no esté elaborado de manera que imponga al departamento de matemáticas una forma de organización que éste considere inadecuada.

492: El modo más sencillo de lograr esta forma de organización consiste en impartir simultáneamente las clases de matemáticas en los distintos grupos formados con los alum-

nos de cada curso. De este modo se consigue una cierta flexibilidad y se pueden disponer los grupos de enseñanza como mejor convenga a las necesidades de los alumnos; es posible cambiar el profesor o el método de agrupación durante el curso, pasar a los alumnos de un grupo a otro, modificar la disposición de los propios grupos con fines especiales, o sustituir a los profesores temporalmente ausentes. Por supuesto, cuando se cuenta con más profesores que clases simultáneas de matemáticas, se refuerza en gran medida esa flexibilidad. En tales circunstancias es posible organizar, por ejemplo, un mayor número de grupos de enseñanza que de clases, reduciéndose así el promedio de integrantes de los grupos y facilitando el movimiento de los alumnos de unos a otros. Otra posibilidad es que el profesor suplementario quede «disponible» y pueda ayudar a los propios grupos, o bien trabajar con los alumnos separados de su grupo de enseñanza normal. Por supuesto, no es necesario adscribirle de antemano a ninguna de las clases concretas de matemáticas. Por lo demás, si hay escasez de profesores de matemáticas, seguramente será preferible sacrificar la flexibilidad, en lugar de recurrir a profesores que no estén bien preparados.

La enseñanza en grupos homogéneos

493: Para la enseñanza de las matemáticas, los alumnos de secundaria suelen reunirse en grupos formados, bien en función del rendimiento en la asignatura, bien con arreglo a la capacidad general; y en algunas escuelas las matemáticas se imparten a «agrupaciones por rendimiento en matemáticas», en el seno de dos o más grupos amplios basados en la capacidad general. En todo caso, es muy importante comprender que en todo grupo de matemáticas (y aún más en los que se basan en la capacidad general) existen marcadas diferencias de rendimiento, tanto más si se pretende repartir entre un reducido número de grupos la amplia gama de capacidades que se dan en los alumnos. Es esencial tener en cuenta estas diferencias en el momento de la enseñanza, y atender a las necesidades individuales de los alumnos. No debe darse por supuesto que el mismo método de enseñanza sea necesariamente adecuado para todos, que les convenga hacer el mismo trabajo, ni que hayan de trabajar siempre como un solo grupo. Los profesores deben tener presente, asimismo, el riesgo de que, aun de manera inconsciente, tanto ellos como sus alumnos pierdan de vista lo que pueden lograr los componentes de los grupos inferiores y, por supuesto, los de los inferiores.

494: Cuando se distribuye a los alumnos en grupos «homogéneos en rendimiento» para la enseñanza de las matemáticas, es importante dejar a salvo la posibilidad de cambiarlos de un

grupo a otro, cuando proceda, y hacerlo sin demora en caso necesario. Sin embargo, esto no significa que todos los grupos hayan de seguir el mismo ritmo. Debe haber puntos de contacto entre el trabajo de unos y otros, pero también diferencias, a fin de que, en la medida de lo posible, cada uno progrese al ritmo de los alumnos que lo integran.

La enseñanza en grupos de capacidades dispares

495: El suplemento sobre matemáticas del informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* indica la proporción de centros en los que esta asignatura se impartía a grupos de alumnos de capacidades dispares; la mitad de las escuelas en cuanto al primer curso, la cuarta parte en cuanto al segundo, y la octava parte en cuanto al tercero. Sin embargo, no todos los centros tenían un alumnado que abarcara la gama completa de capacidades. Las cifras correspondientes a las escuelas integradas eran más bajas: poco menos de la mitad de los centros en cuanto al primer curso, la quinta parte en cuanto al segundo, y una escuela de cada catorce en cuanto al tercero. Eran rarísimos los centros en los que la enseñanza se impartía de ese modo en los cursos cuarto y quinto. Se comprobó que en ninguna de las escuelas visitadas, lo grupos de estos dos cursos eran realmente representativos de toda la gama de capacidades, aunque es sabido que, en esos cursos, hay unos pocos centros que utilizan tal tipo de agrupación. Parece, por consiguiente, que son minoría las escuelas en las que las matemáticas se enseñen en grupos que abarquen la gama completa de capacidades de los alumnos, y que incluso en ellas se reserva esta modalidad a los de menos edad.

496: Hay, por supuesto, profesores que son capaces de trabajar de modo estimulante y eficaz, sobre todo en los primeros cursos de secundaria, con grupos de alumnos de capacidades dispares. Si esta forma de organización resulta satisfactoria, no vemos razón para modificarla. Ahora bien, entendemos que no debe tratar de imponerse a quienes no sean capaces de aplicarla con éxito. Si así se hiciera, se correría evidentemente el riesgo de rebajar el nivel de la enseñanza.

497: Sobre la enseñanza de las matemáticas a grupos de alumnos de capacidades dispares, así como sobre la organización del trabajo del aula en general, hemos recibido muchos menos comentarios de los esperados. En algunos de ellos se encomian las ventajas de este tipo de organización y se insiste, en particular, en que no se «etiqueta» a los alumnos, por lo que los menos capaces tienen más posibilidades de progresar. No obstante, la mayoría de las comunicaciones señalan las grandes diferencias de rendimiento que se dan entre los alumnos, y lo difícil que les resulta a algunos profesores abordarlas dentro de la misma clase.

* *Aspects of secondary education in England*. Información suplementaria sobre matemáticas. HMSO 1980.

* Ello obedece a que el juego de materiales sobre un tema dado no contiene ejemplares suficientes para que puedan usarlos todos los alumnos al mismo tiempo.

498: Uno de los problemas más importantes que plantea la enseñanza a grupos de alumnos de capacidades dispares es el de ofrecer a todos ellos suficientes oportunidades para el trabajo y discusión orales, así como para la práctica del cálculo mental. Resulta muy difícil sostener durante mucho tiempo el trabajo con grupos de este tipo, con la excepción, quizá, de los casos en que se presente un tema que sea nuevo para todos sus componentes o una investigación que todos hayan de acometer. En matemáticas resulta aún más difícil, por el simple hecho de que algunos textos de carácter comercial, desarrollados para estos grupos, obligan casi inevitablemente a trabajar simultáneamente con varios temas*. La situación contrasta con la que se da en otras asignaturas, en las que los alumnos suelen trabajar a diferentes niveles en el mismo ejercicio o tema. El resultado es que en una clase de matemáticas de este tipo es más difícil reunir a un grupo de alumnos para comentar y repasar lo que están estudiando, con lo cual éstos acaban por trabajar, en gran medida, individualmente. En los apartados siguientes nos ocupamos del problema. Aquí nos limitaremos a recomendar a estos profesores de matemáticas que limiten hasta donde les sea posible la gama de temas que están abordando los alumnos en un momento dado, con el fin de facilitar los debates y comentarios. Conocemos un plan de trabajo recientemente elaborado que parte de la base de que todos los alumnos de estos grupos estudiarán el mismo tema a diferentes niveles.

Planes de trabajo individuales

499: En los últimos años se ha generalizado en la enseñanza de las matemáticas la utilización de planes de trabajo individuales. Aunque estos planes tienen su campo lógico de empleo en las clases formadas con alumnos de capacidades dispares, nada impide aplicarlos a grupos constituidos de otro modo. Algunos profesores nos han informado del éxito conseguido con estos planes y del consiguiente aumento de la motivación de los alumnos.

500: En nuestra opinión, para la aplicación correcta de esta clase de planes, hay que resolver antes algunos problemas importantes. En primer lugar, hay que garantizar que se ofrezcan oportunidades suficientes para el trabajo y la discusión orales. Por otra parte, es preciso preparar materiales didácticos adecuados, y establecer las conexiones necesarias entre el tema objeto de estudio y las restantes materias de matemáticas. Un tercer problema es la necesidad de que el profesor tenga un conocimiento pormenorizado de todo lo que comprende el plan de trabajo. En suma, el funcionamiento satisfactorio de estos planes supone una pesada carga para el profesor, en especial cuando los grupos de alumnos tienen las dimensiones habituales en las escuelas secundarias.

501: Es obvio que estos planes pueden dar buenos resultados en manos de profesores competentes que los apliquen con dedicación y sean capaces de suscitar una actitud similar en sus alumnos. Por tanto, nos guardaremos de desalentar a quienes trabajan así y lo hacen con acierto. Ahora bien, no debe suponerse que todos los profesores o todos los alumnos sean idóneos al respecto. Consideramos que, en muchos casos, unos y otros trabajarán mejor si se forma algún tipo de agrupación.

Distribución
de los profesores
entre los distintos
grupos
de alumnos

502: En la mayoría de las escuelas secundarias, la distribución de los profesores de matemáticas plantea problemas de no fácil solución. Muchos de éstos se deben a la escasez, a escala nacional, de personal cualificado, como veremos en el capítulo 13. Cuando esta escasez se da en una escuela en la que hay alumnos que estudian matemáticas de nivel A, la situación se agrava aún más. En ocasiones, estos centros sólo cuentan con uno o dos profesores capacitados para dar clases a dicho nivel, con lo que se reduce aún más la disponibilidad de personal cualificado para enseñar a los alumnos más pequeños. Cada escuela habrá de procurar la distribución de su personal docente del mejor modo posible, con el fin de reducir al mínimo los problemas para el alumnado. Estimamos que esta cuestión compete de pleno derecho a los directores de departamento, que habrían de disponer las cosas de modo que no hubiera alumnos a quienes dieran clase, año tras año, profesores insuficientemente cualificados. Con todo, queremos señalar algunos puntos que, a nuestro modo de ver, deben tenerse presentes al asignar los grupos a los distintos profesores.

503: Parece ser frecuente que a los profesores de otras asignaturas que se ofrecen voluntariamente a dar clase de matemáticas o se les pide que lo hagan, y que suelen hacerlo contadas veces a la semana, se les asignen grupos integrados por alumnos de rendimiento relativamente bajo. No compartimos tal solución. No resulta fácil enseñar las matemáticas a este tipo de alumnos. Un profesor realmente competente en su propia asignatura tendrá muchas más probabilidades de éxito con un grupo de alumnos de rendimiento medio o algo superior al promedio. Es más fácil enseñarles a éstos que a los de bajo rendimiento y, si se cuenta con la ayuda apropiada del director de departamento y de una buena programación, será posible que todos, alumnos y profesor, «aprendan juntos». Además, este último podrá adquirir más rápidamente seguridad y destreza en la enseñanza de las matemáticas.

504: Hay otra razón por la que los profesores de otras asignaturas que sólo dan algunas clases de matemáticas a la semana no debieran tener a su cargo alumnos de bajo rendimiento. Estos alumnos necesitan ejemplos muy variados para ilustrar los temas objeto de estudio. Al enseñar matemáticas a otros

grupos, surgen espontáneamente aplicaciones directas que, debidamente adaptadas son aprovechables para los grupos de alumnos de rendimiento bajo. Si sólo se da clase a estos últimos, la tarea del profesor, de por sí difícil, resultará aún más ardua.

505: En ocasiones, por problemas de horario, es necesario que una misma clase esté atendida por dos profesores diferentes. Creemos que esta solución, a la que debe llegarse únicamente en casos inevitables, sólo es viable para los grupos de alumnos de alto rendimiento. Estos no tardarán en «sondear» a los dos profesores y, por supuesto, en advertir posibles incoherencias en lo que les enseña uno y otro, pero las cosas no pasarán de aquí. Si —como es probable— estudian temas diferentes con cada uno, podrán avanzar en ambos simultáneamente. En cambio, si esta enseñanza compartida se da a un grupo de bajo rendimiento, los alumnos no podrán recibir el refuerzo y la revisión que necesitan de una clase a otra y, en vez de advertir las incoherencias de enfoque entre ambos profesores, lo probable es que, simplemente, se sientan confusos.

506: La enseñanza compartida, por otra parte, constituye un método adecuado para que el profesor menos cualificado reciba ayuda y orientación de un colega suyo con más experiencia. Encomendar a ambos, conjuntamente, la enseñanza de dos grupos es una solución preferible a confiarles estos grupos por separado, ya que el profesor inexperto podría suscitarse, en el suyo, actitudes ante las matemáticas que más tarde serían difíciles de modificar.

El director del departamento de matemáticas

507: Creemos que el director del departamento de matemáticas tiene una misión fundamental que desempeñar en la aplicación de las pautas que hemos indicado. Si no aporta un liderazgo y una orientación positivos y constantes al departamento, éste no funciona con la eficacia debida, con el consiguiente perjuicio para los alumnos.

508: En nuestra opinión, todo director de departamento debe ser responsable de:

- la elaboración y actualización de programaciones adecuadas;
- la organización del departamento y de sus recursos docentes;
- la supervisión de la enseñanza en el departamento y del trabajo y evaluación de los alumnos;
- una intervención plena en el desarrollo profesional y perfeccionamiento de los profesores de matemáticas;

- la coordinación con los demás departamentos de la escuela y con las restantes escuelas y colleges de la zona.

Por supuesto, esta lista no se refiere específicamente a las matemáticas, y consideramos que los cometidos en ella señalados pueden predicarse de cualquier asignatura. Pero estimamos que el departamento de matemáticas es el que tiene ante sí tareas más difíciles y exigentes, debido en parte a la posición central que ocupa esta asignatura en el currículo y a su carácter «auxiliar» de otras muchas, y en parte también a la escasez de profesores cualificados. Por eso, deseamos extendernos sobre ciertos aspectos de las tareas antes enumeradas, con el fin de que los directores de departamento adviertan debidamente el alcance de su misión —tal como la consideramos—, y de que quienes tienen responsabilidades superiores, ya sean directores, administradores, asesores o autoridades educativas locales, tomen nota de la necesidad de brindar el apoyo y la formación procedentes.

509: Antes de comentar los puntos concretos de nuestra lista, queremos señalar la necesidad de que los directores de departamento dispongan del tiempo preciso para cumplir sus obligaciones. Es éste un aspecto en el que todos ellos han insistido en las comunicaciones que nos han remitido, y que ha salido a la luz en las reuniones que hemos mantenido con grupos de profesores y con los propios directores de departamento. Aunque algunas tareas pueden realizarse fuera del horario lectivo, otras sólo pueden llevarse a cabo dentro de él, por lo que es preciso prever en el horario estas necesidades de tiempo.

510: Hemos señalado como primer cometido del director del departamento la elaboración y actualización de programaciones adecuadas, porque es así como hace patente sus metas y objetivos, y orienta y ayuda a sus miembros en lo que al modo de conseguirlos se refiere. Con harta frecuencia se subestima la importancia de contar con una programación adecuada. El informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* indica que, si bien había un plan de este tipo en todas las escuelas visitadas, su calidad y utilidad eran muy variables. Creemos que una programación idónea, además de trazar el programa que han de seguir los diferentes grupos de cada curso, con arreglo a sus respectivos niveles de capacidad, debiera fijar las metas y objetivos del departamento y dar orientaciones sobre cuestiones tales como el método de enseñanza y las pautas para la corrección de los exámenes y la evaluación. Debería indicar los recursos docentes disponibles, y estipular, por ejemplo, los procedimientos aplicables para la distribución de textos y otros materiales escritos. La preparación de la programación es una tarea fundamental, en la que otros miembros del departamento pueden y deben participar; pero la iniciativa y la responsabi-

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

lidad final, tanto de la propia preparación como de la ejecución, recaen en el director del departamento.

511: Ya hemos indicado los aspectos que, en nuestra opinión, han de tenerse en cuenta al determinar la asignación de los profesores a los diferentes grupos de enseñanza. En algunas escuelas, este cometido lo asume casi por completo el director de departamento; en otras, éste ha de dar a conocer sus opiniones al responsable de la confección del horario escolar.

512: Creemos que deben adoptarse medidas para celebrar reuniones departamentales periódicas y frecuentes. Si éstas tienen lugar regularmente una vez a la semana o cada quince días, puede haber oportunidad de discutir los aspectos del currículo o cuestiones prácticas de la enseñanza, mientras que si sólo se celebran trimestralmente, habrá que dedicarlas, casi por necesidad, a cuestiones administrativas. Hay escuelas que incluyen en el horario la celebración de reuniones de este tipo, y esperamos que otras sigan su ejemplo. Hay que llevar un acta de los asuntos tratados y de las decisiones adoptadas en ellas. Asimismo, las reuniones periódicas contribuyen a crear un espíritu «de equipo» en el departamento.

513: Proponemos que se conserve copia de todas las anotaciones, hojas de trabajo y materiales preparados por los miembros del departamento, y que se pongan a disposición de terceros. Podrían servir de ayuda a los profesores con menos experiencia o a los titulares de otras disciplinas que sólo dan algunas clases de matemáticas a la semana.

514: Es fundamental que el director de departamento conozca la calidad de la enseñanza que se imparte en el mismo y los diversos estilos y métodos que se aplican. Con este fin, habrá de revisar periódicamente los cuadernos de ejercicios de los alumnos de distintas clases, para poder controlar el progreso de las mismas y comprobar si se realizan satisfactoriamente las tareas de corrección de los trabajos escritos, y de evaluación. En nuestra opinión, debería convertirse en práctica normal la asistencia del director del departamento a las clases impartidas por los profesores dependientes de él, así como la presencia de éstos en las clases que imparten él mismo y sus colegas. Esta observación puede ser de especial utilidad para los profesores en período de prueba y para los no especializados en matemáticas.

515: En el capítulo 15 trataremos con detalle del perfeccionamiento del profesorado. Aquí deseamos señalar la responsabilidad fundamental que incumbe al director de departamento en cuanto a la orientación y la ayuda que debe prestar a los profesores durante su curso de prueba, y la necesidad por su parte de fomentar el desarrollo profesional de los miembros del departamento delegando en ellos competencias

específicas, tales como la preparación o revisión de una unidad de trabajo, o alguna tarea organizativa concreta. Señalamos, asimismo, que tampoco él debe descuidar su propio desarrollo profesional; ha de mantenerse al día en lo que se refiere a la enseñanza de las matemáticas, y estar al tanto de las publicaciones de las asociaciones profesionales y de los artículos incluidos en ellas.

516: Como las matemáticas son una asignatura auxiliar para muchas otras, la coordinación con los restantes departamentos reviste una importancia particular. El director del departamento no sólo debe mantener contacto con éstos, sino también estudiar sus programas y programaciones. De este modo, estará al corriente de las matemáticas que se utilizarán o podrán utilizarse en la enseñanza de otras asignaturas, así como del momento del curso en que se requerirán. De particular relevancia es la coordinación con el departamento de recuperación, cuando exista éste. Como ya hemos dicho, muy a menudo los dos departamentos funcionan independientemente y ninguno de ellos conoce el programa ni los métodos docentes del otro. Por último, hay que mantener la coordinación con los otros centros (escuelas y colleges) de la zona, especialmente aquéllos de los que proceden los alumnos y a los que pasarán a los 16 o a los 18 años.

517: Sabemos que en muchas escuelas los directores de departamento llevan a cabo ya los cometidos que hemos indicado, pero consideramos que todavía hay algunos que tienen una visión más restringida de su misión. Por eso hemos tratado de delinear la responsabilidad que, a nuestro juicio, lleva consigo este cargo. **En términos más generales, estimamos importante que esos cometidos se definan adecuadamente en todos los niveles del sistema educativo y vayan acompañados de la autoridad, el sistema de rendición de cuentas y los procedimientos de evaluación consiguientes.** Intervienen aquí principios de gestión de la enseñanza que desbordan ampliamente las instrucciones de nuestra Comisión, pero esperamos que se reflexione sobre estas cuestiones y, en su caso, se tome ejemplo de las acertadas prácticas de gestión aplicadas en otros campos.



10. Los exámenes a los 16 años

518: A lo largo de nuestra exposición hemos destacado la necesidad de adaptar el nivel y el ritmo de trabajo en el aula al nivel de rendimiento de los alumnos. Hemos señalado las presiones que se ejercen para que el mayor número posible de alumnos obtenga algún certificado que acredite sus conocimientos de matemáticas al abandonar la escuela, y el hecho de que, para bien o para mal, los programas y los ejercicios de examen que muchos alumnos habrán de abordar a los 16 años influyen decisivamente en el contenido y el ritmo de trabajo que se sigue en la mayoría de las aulas de secundaria. Así pues, **es esencial que los programas para el examen a los 16 años y los propios ejercicios de examen no impongan limitaciones inapropiadas al trabajo en la escuela secundaria. No debe pedirse a los alumnos que preparen exámenes que no correspondan a su rendimiento, y tampoco los exámenes deben ser de tal naturaleza que minen la confianza de aquéllos.**

519: Nos ocuparemos primero de los exámenes destinados a los alumnos cuyo rendimiento en matemáticas corresponde al 60-65 por ciento superior de la escala: en concreto, de los exámenes para la obtención del certificado del nivel 0 y del CSE, que en breve serán sustituidos por un sistema de examen único a los 16 años. Aparte de mantener conversaciones con los miembros de diversos tribunales de examen, hemos analizado los procedimientos aplicados para la concesión de grados en los exámenes especiales que, como preparación para el nuevo sistema, se han convocado en algunos casos para los alumnos que aspiran al CSE o al certificado de nivel 0. Nos han impresionado siempre la competencia y el cuidado con que los examinadores realizaban su tarea. Nos han servido, asimismo, de gran ayuda las comunicaciones escritas remitidas por los propios tribunales de examen.

520: En el capítulo 9 explicamos los problemas que plantean los exámenes de matemáticas y las razones por las que, en nuestra opinión, los exámenes para el CSE y para el certificado de nivel 0 no son adecuados para parte de los alumnos que actualmente se presentan a ellos. Por eso, acogemos con satisfacción la decisión del Gobierno de introducir un sistema de examen único a los 16 años, pues nos parece que brinda la

* *Secondary school examinations: a single system at 16+*. Cmnd 7368. HMSO 1978.

oportunidad de establecer un método de evaluación más apropiado que el actual. Asimismo, nos parece acertado lo que se afirma en el apartado 16 del documento del Gobierno *Secondary school examinations: a single system at 16+* (Exámenes en la Escuela Secundaria: un sistema único a los 16 años).

Los estudios sobre la enseñanza efectuados por el Comité Directivo llevaron a éste a la conclusión de que, al menos en algunas asignaturas, habría que ofrecer una gama de pruebas y ejercicios de examen, caracterizada por diferentes grados de dificultad y adecuada a las variadas capacidades de los examinandos, sobre todo en los casos en que, como ocurre con las matemáticas o las lenguas modernas, están implicados una amplia serie de destrezas o ciertos conceptos que pueden hallarse al alcance de unos alumnos pero no de otros. El Gobierno acepta este criterio y considera esencial que el sistema de exámenes permita a todos los examinandos demostrar su capacidad. Por tanto, en los procedimientos de evaluación debe preverse la inclusión de preguntas adecuadas sólo a algunos candidatos, y que sólo se exijan a ellos, de tal manera que el currículo no resulte perturbado para los demás.

521: A nuestro entender, hay dos principios fundamentales que deben prevalecer en cualquier examen de matemáticas. El primero es que los ejercicios de examen y los demás métodos de evaluación utilizados deben permitir a los examinandos demostrar lo que saben, no lo que ignoran. El segundo, que los exámenes no deben minar la confianza de quienes se presentan a ellos. Como los programas y los ejercicios de examen que se establezcan serán en los próximos años el principal factor de influencia en la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, consideramos fundamental que el examen responda a objetivos adecuados y refleje un currículo idóneo para todos aquéllos a los que vaya destinado; para conseguirlo, es esencial ofrecer diversos ejercicios alternativos, de modo que los examinandos puedan acometer los que sean apropiados para su nivel de rendimiento.

El sistema propuesto de examen único a los 16 años

522: No es competencia de esta Comisión prescribir detalladamente el modo en que deban llevar a cabo su tarea los responsables de la elaboración del nuevo sistema de examen único a los 16 años. No obstante, estimamos útil indicar un posible enfoque que, en nuestra opinión, sería coherente con los fines curriculares de la enseñanza de las matemáticas que ya hemos establecido. **Esperamos que los responsables de la elaboración de unos exámenes de matemáticas idóneos le presten la debida atención.**

523: Este posible enfoque se estructura sobre la base de los grados que se concederán en el nuevo sistema de examen

único. Se certificarán siete grados. El 1, 2 y 3 corresponderán al A, B, y C actuales del certificado de nivel 0, e incluirán el actual grado 1 del CSE; los grados 4, 5, 6 y 7 corresponderán a los grados 2 a 5 del CSE*. Repetimos que el nuevo sistema está destinado a abarcar al conjunto de alumnos a quienes actualmente se dirigen los exámenes para la obtención del certificado de nivel 0 y del CSE, es decir, aquéllos cuya capacidad corresponde al 60-65 por ciento superior de la escala en la asignatura en cuestión. La sugerencia que sigue se refiere únicamente a este grupo de alumnos.

* En particular, esto significa que el CSE de grado 4 existente —que se concede al alumno de 16 años de capacidad media— vendrá a ser el grado 6 en el nuevo sistema.

524: En el plan de examen que proponemos, los grados de la escala se dividen en tríadas, y para cada tríada se ofrece una combinación de ejercicios «centrada» en el grado central de la misma. Por ejemplo, la combinación de ejercicios centrada en el grado 6 funcionaría así: un examinando obtendría el grado 6 con dos tercios de la puntuación máxima posible. Con una puntuación sensiblemente superior alcanzaría el grado 5, y en caso de obtener una puntuación más baja (pero, según esperamos, no inferior al 50 por ciento), el grado 7. Si hiciera un examen excepcionalmente bueno y obtuviera una puntuación muy alta podría concedérsele el grado 4.

525: Creemos que convendría prever combinaciones de ejercicios centradas en el grado 2 (para los alumnos que pudieran obtener los grados 1, 2 ó 3), en el grado 4 (para los que pudieran alcanzar los grados 3, 4 ó 5, pero con la posibilidad de obtener el grado 2) y en el grado 6. Estimamos que el programa para los ejercicios centrados en el grado 4 debería ser más extenso que el correspondiente a los ejercicios centrados en el grado 6, y que algunas de las preguntas formuladas habrían de ser más exigentes. Análogamente, convendría incrementar el contenido del programa y la dificultad de las preguntas en los ejercicios centrados en el grado 2.

526: Asimismo, sería necesario prever la concesión de grados inferiores a los propuestos para las combinaciones de ejercicios centradas en los grados 2 y 4. Pero convendría que los profesores aconsejaran a los alumnos y a sus padres sobre la combinación de ejercicios adecuada, de manera que sólo en las circunstancias más excepcionales fuera necesario conceder un grado inferior al 4 en los ejercicios centrados en el grado 2, y uno inferior al 6 en los centrados en el 4.

527: Se nos ha dado a entender que algunos profesores confían en que la introducción de un sistema de examen único a los 16 años les evite la tarea de aconsejar a los alumnos y a los padres sobre los ejercicios de examen recomendables. Sin embargo, toda nuestra argumentación en favor de un currículo diferenciado se apoya en el principio de que sería inadecuado proponer la misma serie de ejercicios de examen para

todos los alumnos de matemáticas. Los profesores deberán seguir asumiendo, por tanto, la responsabilidad de aconsejar a los padres, si bien estimamos que el plan aquí propuesto les ayudará en este sentido, facilitándoles las cosas y no forzándoles a tomar decisiones demasiado pronto.

528: Estimamos que hay varias formas posibles de poner en práctica las propuestas formuladas. Una de ellas consistiría en prever una serie de cuatro ejercicios clasificados según su grado de dificultad y su contenido, de modo que, por ejemplo, los ejercicios 1 y 2 sirvieran para un examen centrado en el grado 2; los ejercicios 2 y 3, para el centrado en el grado 4, y los ejercicios 3 y 4, para el centrado en el grado 6. Otra posibilidad sería prever tres pares de ejercicios, uno destinado al grado 2, uno al grado 4 y otro 6, incluyendo algunas preguntas en más de un par de ejercicios, si se estimara necesario para establecer una comparación entre el mismo grado concedido sobre diferentes pares de ejercicios. Si se adoptase la propuesta relativa al «ejercicio extraordinario de matemáticas», éste se ofrecería a los examinandos que abordaran los ejercicios centrados en el grado 2.

529: Hemos de señalar que, si se estableciera un ejercicio para todos los examinandos, podrían incumplirse los principios fundamentales mencionados en el apartado 521, a menos que fuese adecuado para incluirlo en una combinación de ejercicios centrada en el grado 6.

530: Los dos «niveles de referencia» mencionados en el apartado 472 corresponderían a los programas relativos a los ejercicios centrados en el grado 6 y en el grado 2, respectivamente. Hemos observado con satisfacción los recientes intentos de algunos tribunales por adoptar un único programa de matemáticas en sustitución de los programas «tradicional» y «moderno» previstos, respectivamente, para el certificado de nivel 0 y para el CSE variante 1. Confiamos en que todos los tribunales sigan esta política al preparar los programas para el nuevo examen a los 16 años, al mismo tiempo que examinan si procede continuar incluyendo en ellos algunos de los temas que actualmente forman parte de muchos de los programas para el certificado de nivel 0 y para el CSE. Sirvan de ejemplo, en este sentido, los sistemas de numeración de base distinta a 10: no cabe duda de que el tema ofrece la oportunidad de realizar trabajos interesantes y a menudo exigentes a diferentes niveles en manos de un profesor habilidoso, por lo cual podrá abordarse apropiadamente en algunas aulas, pero no creemos que convenga incluir en exámenes de ningún nivel preguntas del tipo: «calcula 27×3 en base 8».

Evaluación por el profesor

531: Abordaremos ahora una cuestión diferente, relativa a los métodos de evaluación en los exámenes públicos. A lo largo de nuestra exposición sobre la enseñanza de las matemáticas

en los cursos de primaria y de secundaria, hemos subrayado la importancia de presentar la asignatura de modo que los alumnos de todos los niveles de rendimiento conozcan las aplicaciones de la misma. Hemos indicado que, para ello, es imprescindible realizar trabajos prácticos, de resolución de problemas y de investigación, idóneos.

532: Los exámenes de matemáticas consistentes en ejercicios escritos de duración determinada no permiten, por su propia naturaleza, evaluar la capacidad de los alumnos para la realización de trabajos prácticos y de investigación, como tampoco de trabajos de larga duración. No son idóneos para evaluar las destrezas de cálculo mental, la capacidad para discutir sobre cuestiones de matemáticas, ni —salvo de forma muy limitada— las cualidades de perseverancia y de inventiva. El trabajo y las cualidades de este tipo únicamente pueden evaluarse en el aula, y esta evaluación se ha de hacer a lo largo de un periodo de tiempo considerable.

533: Se puede ir aún más lejos: los exámenes escritos no sólo son inadecuados para evaluar los trabajos del tipo indicado en el apartado precedente, sino que además, cuando constituyen el único método de evaluación, inducen a los profesores a dar prioridad en el aula a los trabajos más directamente relacionados con la clase de preguntas que se hacen en ellos. Significa esto que, especialmente cuando se acercan los exámenes y, con frecuencia, desde mucho antes, no se da cabida a los trabajos prácticos y de investigación en la labor diaria de matemáticas.

534: Hemos observado con interés que el primer informe de la APU sobre las pruebas de secundaria a los 15 años, al comparar los resultados de los ejercicios escritos y de los ejercicios prácticos, señala que, con métodos diferentes, «se pueden destacar distintos aspectos del rendimiento de los alumnos, y evaluar rasgos complementarios de sus conocimientos de matemáticas»*. Parece, pues, evidente que **si la evaluación a los 16 años ha de reflejar el mayor número posible de aspectos del rendimiento en matemáticas, debe tomar en cuenta no sólo aquellos aspectos que es posible examinar mediante ejercicios escritos, sino también los que se han de evaluar de alguna otra manera.**

* *Assesment of Performance Unit. Mathematical development. Secondary survey report N.º 1. HMSO 1980.*

535: Creemos que hoy día está ampliamente reconocida la conveniencia de combinar la evaluación del profesor con los ejercicios escritos en los exámenes, de los alumnos que presumiblemente van a obtener los grados inferiores del CSE. Algunos tribunales del CSE dan cabida, de algún modo, a la evaluación por parte del profesor de todos los candidatos en las pruebas de matemáticas. En los exámenes para el certificado de nivel 0, esta práctica es menos común, aunque se da en algunos casos o bien se pide a los alumnos que presenten

un trabajo que pueda ser evaluado en la fase de concesión de grados. En nuestra opinión, los procedimientos de evaluación aplicados en los exámenes públicos deben ser tales que fomenten los ejercicios prácticos en el aula, por lo que **creemos debería darse cabida en todos los casos a la evaluación del profesor**. En qué medida haya de ser tenida en cuenta esta evaluación es materia de discusión y podría variar, por ejemplo, con arreglo al nivel de rendimiento de los alumnos. Por lo demás, admitimos también la necesidad de prever un método de evaluación basado enteramente en trabajos escritos, para atender las necesidades de los candidatos —con frecuencia adultos— que se presentan al examen por su cuenta.

536: Si se ha de incluir la evaluación del profesor, éste tendrá que adquirir la experiencia pertinente, y será preciso prestarle la ayuda y orientación necesarias. Habrá que poner en claro, asimismo, los aspectos del rendimiento de los alumnos que deben evaluarse; no será conveniente, por ejemplo, que esta evaluación se base en pruebas del mismo tipo que las de carácter escrito establecidas por el tribunal de examen. Igualmente, será necesario establecer procedimientos de moderación idóneos. Aunque algunos profesores de matemáticas ya están acostumbrados a evaluar a sus alumnos con miras a los exámenes públicos, otros muchos no lo están y necesitarán tiempo para adquirir la destreza necesaria. Por eso creemos que, en las etapas iniciales, la evaluación del profesor ha de tener en los procedimientos generales de evaluación una importancia inferior a la que será posible y deseable más adelante. Se nos ha recordado que una mayor participación del profesor en los exámenes a los 16 años supondrá mayores gastos de formación y de desplazamiento. También esto puede demorar la aplicación de nuestra propuesta en tanto los recursos financieros sean limitados.

Pruebas de rendimiento en matemáticas para alumnos de rendimiento inferior

537: Pasamos ahora a lo que, a nuestro entender, es el problema más difícil: acreditar de algún modo el rendimiento en matemáticas de los alumnos que no alcancen los mínimos establecidos para obtener el certificado de nivel 0 ni el CSE, y que tampoco superen el nuevo examen único a los 16 años. La elección del 60-65 por ciento como proporción de alumnos para los que están previstos actualmente los exámenes de nivel 0 y del CSE, y para quienes se prevé el sistema de examen único a los 16 años, es arbitraria; se basa en la recomendación formulada cuando, hace veinte años, se propuso la adopción del CSE. La figura 6 (apartado 195) indica que, en la actualidad, el número de alumnos que obtienen el certificado de nivel 0 o el CSE es superior a dicha proporción en la asignatura de matemáticas (que aumentó de 1977 a 1979), y aún mayor en la de inglés. Si, como resultado de seguirse los cursos que hemos propuesto, el número de alumnos que alcanzase el nivel equivalente al actual CSE de grado 5 fuese mayor que el indicado (y deseáramos que así fuera), aumentaría el

porcentaje de la población escolar que obtendría alguno de los grados. En consecuencia, habría que admitir que el examen era apropiado para ese mayor porcentaje de la población escolar, o elevar el nivel requerido para alcanzar determinados grados, con el fin de mantener dicha proporción a un nivel predeterminado.

538: Se nos ha indicado que, a los efectos de la petición formulada por los alumnos y sus padres de obtener algún tipo de acreditación del rendimiento en matemáticas, el nuevo sistema de examen único debería tener en cuenta a una proporción de la población escolar superior a la actualmente prevista; habría que prever, pues, la concesión de uno o varios grados inferiores al 7. Deseamos hacer dos comentarios sobre esta propuesta.

539: En primer lugar, consideramos muy importante que no se alteren ni amplíen los ejercicios centrados en el grado 6 para dar cabida a los alumnos cuyo rendimiento sea inferior al nivel ahora representado por el CSE de grado 5. Cualquier alteración de ese tipo podría suponer la inadecuación de los ejercicios para su finalidad, o la disminución del nivel al que se previeron. No quisiéramos que sucediera ninguna de las dos cosas.

540: En segundo lugar, **hay que considerar detenidamente los medios idóneos para evaluar a los alumnos de bajo rendimiento en matemáticas. El método actual de los ejercicios escritos de duración limitada realizados al final del quinto curso, aunque se matice con la evaluación del profesor, no es necesariamente el apropiado.** Tratamos más detenidamente de este asunto en los apartados siguientes.

Esquemas
aplicados
actualmente

541: En varias regiones del país se aplican ya distintos sistemas de acreditación del rendimiento de los alumnos menos aventajados. Varias escuelas nos han comunicado detalles de los «certificados» que han creado para atender las necesidades de esos alumnos. En algunos casos, un grupo de escuelas de la misma zona ha adoptado un plan común, a veces previa consulta con los empresarios locales, como explicamos en el apartado 97; al menos en uno de los casos, las pruebas previstas al efecto no se limitan a alumnos de bajo rendimiento, sino que se ofrecen también a los presumiblemente capacitados para obtener algún grado del certificado de nivel 0 o del CSE. Existen, asimismo, otros esquemas, a escala algo mayor, establecidos por las autoridades locales —por ejemplo, en Hertfordshire— y abiertos a todas las escuelas dependientes de ellas. El SLAPONS («*School Leaver's Profile of Numerical Skills*» Perfil de Destrezas Numéricas de los Alumnos que salen de la Escuela), ya comentado en el apartado 98, sirve de base para la organización de una serie de pruebas a las que pueden presentarse los alumnos que se preparan para los exámenes

del CSE o del certificado de nivel 0. Los resultados de las mismas se ponen a disposición de las numerosas empresas que contratan a alumnos de quinto curso de las escuelas secundarias en los meses que preceden a la publicación de los resultados del CSE y del certificado de nivel 0. De este modo se obvia la realización, por parte de las empresas, de sus propias pruebas. En otras escuelas se extienden certificados que cumplen fines parecidos y que acreditan, además, los progresos hechos.

542: Estos mecanismos siguen pautas muy variadas. En ocasiones se realiza una única prueba, exigiéndose incluso a los alumnos que la superen más de una vez. Un segundo sistema consiste en establecer una prueba común y otras «opcionales» entre las que pueden elegir los alumnos. Una tercera modalidad consiste en prever una serie de pruebas a diferentes niveles que los alumnos pueden abordar sucesivamente; las escuelas que aplican este sistema nos han comunicado que, en su opinión, aumenta la motivación de los alumnos, porque les brinda un estímulo y, a la vez, una prueba de su progreso a lo largo de varios periodos escolares.

543: También el contenido de las pruebas es muy variado. De las que nos han sido enviadas, un reducido número abarcan una serie de temas de matemáticas razonablemente amplia, pero la mayoría —incluidas las del SLAPONS— se centran principal o exclusivamente en la verificación de las destrezas de cálculo, separadas, muy a menudo, de todo contexto. **Vemos en esto un motivo de preocupación, pues entendemos que el empleo de tales pruebas fomenta el tipo de enseñanza que ya suscitó comentarios adversos en el informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»***: «Con frecuencia, las clases adolecían de estrechez de miras, habiéndose estimado que en el 60 por ciento de las escuelas visitadas habría que adoptar medidas especiales para los alumnos menos capacitados... Se advierte la tendencia a limitar estos cursos al desarrollo de destrezas de cálculo rutinarias, fuera de contexto, y a no ofrecer una gama suficiente de aplicaciones de los conceptos matemáticos que puedan comprender los alumnos... La mejora de estos cursos tiene carácter de urgencia.»

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

544: En consecuencia, esperamos que las escuelas que actualmente se sirven de este tipo de pruebas para sus alumnos de bajo rendimiento, revisen el contenido de las mismas de forma que, ni den lugar a un currículo concebido con estrechez de miras, ni sean resultado de él, sino que, por el contrario, contribuyan a ampliarlo del modo que hemos propuesto. Los centros que proyecten la adopción de pruebas de este nivel deberían estudiar a fondo su forma y contenido, así como la influencia que pudieran tener sobre el currículo de matemáticas.

545: Hemos examinado los principios que, en nuestra opinión, deberían regir las pruebas destinadas a los alumnos de bajo rendimiento. En este sentido, estimamos que las pautas recogidas en el apartado 521 en relación con el sistema de examen único a los 16 años son aplicables a cualquier modalidad de evaluación en la enseñanza secundaria. Las pruebas, sean las que sean, debieran estar al alcance de la capacidad de los alumnos que se someten a ellas, y no minar su confianza. Por otra parte, el acierto en las respuestas debería demostrar un adecuado conocimiento de las cuestiones formuladas. Deberían ser reflejo, asimismo, de un currículo adecuado a las necesidades de los alumnos y, a ser posible, animarles a perseverar. En consecuencia, estimamos muy probable que los alumnos de bajo rendimiento resulten más beneficiados si se les ofrece una serie de pruebas cortas sucesivas —cuya consecución probaría en cada momento su aprovechamiento—, que haciéndoles esperar hasta que, a punto de terminar sus estudios escolares, hayan de abordar un examen único y definitivo.

546: En el apartado 455 indicamos que, en nuestra opinión, la lista básica establecida en el apartado 458 debería constituir en lo fundamental el programa para los alumnos de bajo rendimiento. De ello se deduce que el contenido de las pruebas no debe limitarse al cálculo, sino que, a la vista de la citada lista, habría de incluir, a título de ejemplo, la lectura de gráficas, cuadros y tablas, la medida, la representación geométrica en dos y tres dimensiones (planos, cotas, redes, etc.), la interpretación de diagramas y de información presentada de algunos otros modos, y el empleo de una calculadora. Han de comprobarse, por supuesto, las destrezas de cálculo, pero siempre en una serie de aplicaciones correspondientes a áreas tales como las compras, los viajes, etc., y no mediante ejemplos que prueben las cuatro operaciones aisladas. Asimismo, se deben incluir ejercicios prácticos y orales; y un objetivo principal de cualquier esquema de exámenes que se aplique ha de consistir en ayudar a los alumnos a apreciar los números y la medida en el sentido ya mencionado en este informe.

547: La escuela podría cumplir los requisitos que hemos indicado en los dos apartados precedentes aplicando no una sola prueba, sino una serie de pruebas a las que los alumnos pudieran someterse sucesivamente, por ejemplo, a partir de los 14 años. Un sistema de este tipo permitiría referir las pruebas a determinados criterios, vinculando el nivel de cada una a la comprensión de conceptos definidos y a la capacidad de aplicarlos a problemas adecuados. Así se podría establecer el requisito de que, para superar la prueba a cualquier nivel, habría que obtener una puntuación elevada, del orden del 70 por ciento. El contenido de matemáticas del nivel más bajo, el número de niveles y la diferencia entre ellos son aspectos

pendientes de estudio. En nuestra opinión, el número máximo de niveles manejable sería probablemente de cuatro a seis; dentro de ellos cabría prever una progresión realista en cuanto al contenido y la profundidad de la comprensión. De un nivel a otro aumentarían la extensión y la profundidad del contenido, aunque de manera gradual, incluyéndose en el nivel más bajo solamente preguntas orales y ejercicios prácticos tales como la medición y estimación de longitudes, pesos y capacidades, la lectura de esferas graduadas y tablas muy sencillas, y la devolución de cambio en operaciones monetarias.

548: Como indicamos en el apartado 542, las escuelas que aplican exámenes de diferentes niveles nos comunicaron que éstos constituyen un medio valioso de motivación para muchos alumnos. Estamos de acuerdo con esta apreciación, sobre todo en aquellos cursos de secundaria en que es más difícil fomentar esta motivación, siempre que las pruebas sean de un tipo apropiado y que el objetivo de superarlas lo vean los alumnos como algo alcanzable en un futuro no muy lejano. Además, muchos de ellos prefieren una serie de exámenes a un examen final y único de matemáticas que les cierre el paso a cualquier otra salida en caso de que el resultado no fuere satisfactorio. Por otra parte, tampoco tienen porqué empezar en el nivel más bajo de las pruebas graduadas ni someterse a las de todos los niveles; pueden acometer la del nivel adecuado cuando estén preparados para ello, e intentarlo más de una vez.

549: La elaboración de pruebas graduadas que reúnan los requisitos establecidos en los apartados anteriores es una tarea ingente, que desbordaría la capacidad financiera de muchas escuelas, tanto individualmente como incluso agrupadas. Por lo tanto, nos parece preferible que cualquier labor de este tipo se realice a una escala más amplia, que permita establecer un medio común, quizá en forma de banco central de datos, del que puedan hacer uso todos los centros que lo deseen.

550: De este modo, las escuelas podrían disponer de pruebas a varios niveles, así como de instrucciones sobre el modo de evaluar los resultados correspondientes. Creemos que, para evitar un exceso de pruebas, habría que establecer algunos límites (aspecto que convendría estudiar). En todo caso, estimamos que los alumnos no deberían presentarse a ellas en el tercero o cuarto curso de secundaria (suponiendo que la edad de acceso a la misma se mantenga a los 11 años). De este modo, los alumnos de alto rendimiento, a quienes no estarían destinadas, no deberían someterse a ellas en edad muy temprana.

551: Si se establecieran tales pruebas graduadas, no pocas

escuelas podrían anotar el resultado de las mismas en los perfiles que facilitan a los empresarios y a los interesados en la enseñanza postsecundaria. De este modo, el alumno que solicitase varios empleos no tendría que someterse tampoco, en cada caso, a las pruebas previstas por cada una de las empresas destinatarias. Los propios empresarios podrían conseguir información adicional sobre el tipo y nivel de las preguntas formuladas en las pruebas, y formarse así una idea clara de los conocimientos alcanzados en matemáticas por los respectivos alumnos. Las escuelas podrían, incluso, fijar la celebración de las pruebas para una fecha tal que pudiera disponerse de los resultados antes de hacer cualquier solicitud de empleo.

552: Creemos que la disponibilidad de unos exámenes graduados basados en los principios indicados, ofrece numerosas ventajas. Favorecería la mejora del currículo, estimularía a los alumnos y facilitaría la preparación de perfiles de éstos. En particular, evitaría la generalización de pruebas inadecuadas. Además, al contar con una alternativa más apropiada para los alumnos de bajo rendimiento, las escuelas podrían persuadir con más facilidad a éstos, a sus padres y a los empresarios, de la inconveniencia de presentarse a los actuales exámenes del CSE o a los que los sustituyan. Por otro lado, admitimos que también habría inconvenientes. Las pruebas —por bien elaboradas que estuvieran— no supondrían por sí solas la mejora de la comprensión de las matemáticas. No se nos ocultan los riesgos de someter a los alumnos a pruebas cada vez más frecuentes, y convenimos en que la combinación de ciertos tipos de pruebas con la enseñanza podría producir resultados opuestos a los que perseguimos.

553: Con todo, creemos que, en la labor que se emprenda, debe estudiarse la posibilidad de establecer unas pruebas para los alumnos de bajo rendimiento que induzcan una enseñanza de las matemáticas idónea para éstos. **Recomendamos, pues, la realización de un estudio dirigido a determinar el posible establecimiento de pruebas para los alumnos de bajo rendimiento en matemáticas, en condiciones compatibles, y no contradictorias, con las clases impartidas.** En él habrían de tenerse en cuenta las opiniones que hemos expresado en los apartados precedentes, así como los otros esquemas ya existentes, además de evaluar los costes de todos ellos y considerar la conveniencia de implantar algún sistema de control de la aplicación de las pruebas. En todo caso, este estudio habría de llevarse a cabo con la urgencia precisa para que el plan propuesto, en caso de ser aceptable, pudiera estar a disposición de las escuelas no después de la fecha de implantación del sistema de examen único a los 16 años, y se contara, además, con los recursos económicos necesarios. Entre tanto, esperamos que las escuelas que utilizan sus propias pruebas las examinen a la luz de las opiniones que hemos expresado.

En todo caso, convendría esperar hasta conocer el resultado del estudio recomendado para, en su caso, proseguir en la elaboración de las pruebas indicadas, tanto a nivel nacional como regional.

554: Si se decidiera establecer algún tipo de mecanismo central, habría que aprovechar la experiencia de los profesores de todo el país. La creación de grupos de trabajo locales, que ayudasen a formular las preguntas adecuadas, brindaría excelentes oportunidades para el perfeccionamiento profesional de los propios profesores, especialmente los interesados en la enseñanza a los alumnos de bajo rendimiento. De este modo, el dinero invertido en la creación de ese mecanismo central coadyuvaría a dicho perfeccionamiento.

555: Nuestra propuesta de que las pruebas que se elaboren reflejen el contenido de la lista básica establecida en el apartado 458 significa que habrían de abarcar una gran parte del programa que hemos recomendado para los exámenes a los 16 años centrados en el grado 6. Sin embargo, al elaborarlas no será imprescindible relacionarlas con el contenido de dichos exámenes, ni, inicialmente, tratar de establecer una correspondencia directa entre uno o más niveles de las mismas y los grados específicos de estos exámenes. Con todo, habría que proceder de modo que, en general, los examinados que obtengan el grado 6 en el nuevo sistema de examen único a los 16 años, e incluso algunos de los que obtengan el grado 7, pudieran alcanzar también el máximo nivel de las pruebas.

556: Estimamos que, una vez implantado el sistema de examen único a los 16 años, si en algún momento se considerase conveniente agregar uno o varios grados de matemáticas inferiores al 7, la experiencia adquirida en el estudio que proponemos podría servir para establecer los procedimientos de evaluación adecuados.



11. Las matemáticas en el sexto curso (sixth form)

557: Aunque la enseñanza de las matemáticas en el *sexto curso* (16-18 años) va dirigida generalmente a la obtención del certificado de nivel **A**, también se imparten, a esta edad, otros cursos de dicha asignatura. Por ejemplo: los cursos «auxiliares» para estudiantes cuyos estudios requieren un conocimiento de las matemáticas superior al del nivel **O**, pero no tan alto como el **A**; los cursos para la obtención del certificado de nivel **O** y del **CSE** dirigidos a estudiantes que desean mejorar el resultado obtenido en quinto curso, y los destinados fundamentalmente a los alumnos del «nuevo» sexto curso, es decir, los que no estudian ninguna asignatura a nivel **A**.

Matemáticas de nivel **A**

558: Al tratar de los estudios de matemáticas dirigidos a la obtención del certificado de nivel **A**, empezaremos por señalar un importante cambio que se ha producido en los últimos años. Hace treinta años, y desde mucho antes, era habitual combinar el estudio de las matemáticas como asignatura única con el de otras dos asignaturas de ciencias, generalmente la física y la química; las matemáticas como asignatura doble solían combinarse con la física o, menos frecuentemente, con física y química. Era raro combinarlas con asignaturas que no fueran de ciencias. En cambio, esto último es ahora cada vez más frecuente. No es, pues, sorprendente —y, por supuesto, era de esperar— que se hayan introducido programas suplementarios y se hayan modificado los existentes, como consecuencia de las distintas necesidades de los alumnos que combinan las matemáticas con asignaturas distintas de la física y la química. Además, la preocupación por evitar una especialización excesiva a los 16 años ha llevado a algunos a preguntarse si, desde el punto de vista educativo, es deseable dedicar a las matemáticas dos tercios del tiempo de estudio del nivel **A**, como puede ocurrir si se eligen las matemáticas como asignatura doble. Volveremos a ocuparnos de este punto en el apartado 586.

559: Los estudios de matemáticas para el certificado de nivel **A**, como en otras asignaturas, constituyen dos años escolares

* El estudio se efectuó analizando una muestra del 10 por ciento de las solicitudes de plaza universitaria presentadas a través del *Universities Central Council on Admissions* (UCCA) en 1977 y 1978 por candidatos que se habían presentado a los exámenes de matemáticas de nivel A.

y están destinados a alumnos de 16 a 18 años. Hemos tratado de averiguar en qué proporción prosiguen sus estudios quienes estudian matemáticas de nivel A. Un estudio* efectuado recientemente por la SCUE (*Standing Conference on University Entrance*, Conferencia Permanente sobre el Ingreso en la Universidad), indica que en 1977 y 1978 fueron admitidos en las universidades del Reino Unido poco menos del 60 por ciento de los alumnos que habían aprobado las matemáticas de nivel A, cifra que representa aproximadamente el 45 por ciento de los que se presentaron a dicho examen. Algunos de los suspendidos obtuvieron, asimismo, plaza en la universidad, aunque en número reducido. Puede concluirse, pues, que en esos dos años pasaron a la universidad entre el 45 y el 50 por ciento de los alumnos que habían estudiado matemáticas de nivel A. Las tablas 28 y 29 del Apéndice 1 muestran que en ese mismo periodo —como en 1979— casi el 60 por ciento de ellos eligieron especialidades de ingeniería y tecnología, ciencias físicas o matemáticas; la mitad de éstos escogieron ingeniería y tecnología, que es la especialidad más elegida por los alumnos con nivel A de matemáticas.

560: Sin duda, algunos de los demás alumnos que estudiaron matemáticas de nivel A, habrán sido admitidos en el sector no universitario y en otros centros superiores, pero no ha sido posible determinar su número. En todo caso, no todos los alumnos que estudian matemáticas de nivel A siguen luego cursos de licenciatura o pasan de algún otro modo a la enseñanza superior, ni todos estos últimos siguen estudios de matemáticas. **Por tanto, es esencial que los estudios de matemáticas para el certificado de nivel A no sólo aporten una base para proseguir después, sino que presenten en sí mismos un carácter equilibrado y coherente, y contengan ciertos «puntos de parada» para quienes, al menos por el momento, no piensen seguir adelante.** No siempre es fácil lograrlo. En opinión de algunos profesores de sexto curso, hay programas de nivel A que resultan demasiado extensos y están al alcance de los estudiantes más capacitados pero no de los restantes. La presión por abarcar todo el programa hace, en ocasiones, que estos últimos se sientan confundidos y consideren las matemáticas como una mera serie de técnicas aparentemente desconectadas, y vinculadas a determinadas preguntas de examen.

La enseñanza en los cursos de nivel A

561: Veamos primeramente los objetivos de la enseñanza de las matemáticas para la obtención del certificado de nivel A, y los métodos docentes que estimamos adecuados. Uno de los objetivos de esta asignatura —como de todas las demás— en sexto curso, debería ser lograr que los alumnos adquieran las técnicas de estudio necesarias para los modos de aprendizaje de la vida adulta; y esto es tan necesario para quienes van a seguir estudios superiores como para los que no van a

hacerlo. Sin embargo, con harta frecuencia el profesor se limita a exponer el tema y el alumno reduce su aprendizaje a una actitud pasiva. Se olvida así que estos estudiantes —como los de cualquier edad— deben aprender a resolver problemas, a realizar investigaciones independientes y a debatir y comunicar sus ideas. Actuando así es como adquieren la confianza que necesitarán para poder servirse de las matemáticas en sus futuros estudios y carreras. En el nivel A, esta asignatura se enseña casi siempre a grupos bastante más reducidos que los integrados por los alumnos más jóvenes, y los profesores deben aprovechar la oportunidad para trabajar con sus alumnos de diferentes maneras.

562: Asimismo, en el nivel A, no es raro que se presenten las matemáticas como una asignatura técnica y un tanto árida, escasamente relacionada con las demás —salvo, tal vez, con la física— o con la actividad del mundo en general. Es, pues, importante que los profesores intenten contrarrestar esta impresión aprovechando todas las oportunidades para destacar el papel más amplio que cumplen las matemáticas. Deben insistir en sus variadísimas aplicaciones e ilustrarlas de muchas maneras. El creciente empleo de los «modelos matemáticos», por ejemplo, en las ciencias sociales ofrece numerosas posibilidades al profesor emprendedor, y existe aún muchas más aplicaciones tradicionales en las ciencias físicas. La referencia a los antecedentes históricos de algunos temas que son objeto de estudio, puede ayudar a explicar su importancia y añadir interés y profundidad al curso de nivel A. El microordenador puede fomentar el pensamiento creador, iniciado muy a menudo por los propios alumnos, y ha de estimularse la labor investigadora que de este modo se suscita. Ocasionalmente habrá que discutir algunos de los supuestos subyacentes en las matemáticas y la naturaleza del conocimiento que éstas proporcionan, para que los alumnos sean capaces de hablar sobre matemáticas de una manera comprensible. **Actualmente escasean los materiales didácticos que ayuden en este sentido, y habría que ampliar su número.**

563: Normalmente, en las matemáticas de «sexto», el alumno tiene que leer mucho menos que en otras asignaturas, incluidas las ciencias. Muy a menudo, la lectura y el estudio individuales se limitan a un solo libro de texto. No es fácil aprender las matemáticas con un libro, y la capacidad de hacerlo puede exigir mucho tiempo. Para leer un texto de matemáticas, hay que sentarse a una mesa con lápiz y papel (por ejemplo, para realizar los pasos intermedios que a menudo se omiten). Es éste un aspecto que los alumnos deben comprender. Para fomentar esta comprensión, puede pedirseles que utilicen la biblioteca para observar cómo se aborda un determinado tema en otro libro; si ese tema ya es conocido, será más fácil seguir el nuevo texto. Puede pedirseles, asimismo, que aborden un nuevo tema estudiando por su cuenta el capítulo

correspondiente del libro que utilizan; luego, junto con el profesor, pueden releer y comentar este capítulo, con lo que empezarán a advertir la manera en que se han de estudiar las matemáticas. Asimismo, hay que alentarles a que se documenten sobre la asignatura y adquieran conocimientos por propia iniciativa.

564: A lo largo de este informe, hemos insistido en la necesidad de procurar que los alumnos de todas las edades rindan hasta donde sean capaces. Es especialmente importante estimular a los más capacitados a que amplíen su labor más allá de los límites del programa de una sola asignatura. A ello puede contribuir de manera considerable el adecuado uso de la biblioteca. No es nada raro que los alumnos bien dotados para las matemáticas, con la ayuda del profesor, consigan dominar el programa de doble asignatura en el tiempo que sus compañeros necesitan para estudiar el de la asignatura sencilla.

Las aplicaciones
de las
matemáticas

565: Nos hemos referido repetidamente en los capítulos anteriores a la importancia de aplicar las matemáticas a la resolución de problemas. **En consecuencia, creemos que todos los estudios de matemáticas para la obtención del certificado de nivel A deben contener elementos propios de las «matemáticas aplicadas», que permitan formarse una idea equilibrada de la materia a quienes estudian la asignatura tanto por sí misma como por su utilidad como «asignatura auxiliar».** Así pues, no somos partidarios de los estudios de este nivel que constan únicamente de matemáticas puras.

566: Es en este punto donde surgen problemas muy difíciles, a veces insuperables. Hace treinta años no se planteaban. El campo de aplicación de los cursos de matemáticas, como asignatura única o doble, era casi siempre la mecánica newtoniana. Algunos programas comprendían también algo de cálculo aplicado, relacionado, en general, con los problemas de mecánica. Pero el estudio de la mecánica newtoniana, aunque directamente relacionado con el de la física y la ingeniería, apenas tiene relevancia para la economía, la geografía o los estudios sociales: en estas áreas, tienen mucha mayor aplicación temas como las probabilidades y la estadística. Por tanto, el problema consiste en satisfacer del mejor modo posible las dispares necesidades de los alumnos —a menudo en el mismo grupo—, que probablemente estudian matemáticas de nivel A por razones muy diversas. Algunos lo harán por el interés que ofrecen como asignatura auxiliar para el estudio de la física y la ingeniería; otros tendrán que servirse de ellas en sus estudios de biología o ciencias sociales; algunos se propondrán seguir estudiándolas como asignatura principal en la enseñanza superior; y para otros, en muchas escuelas, el fin de curso del nivel A marca el final de sus estudios de plena dedicación. Hay que recordar también que, a los 16 años,

muchos alumnos no han decidido todavía la especialidad que van a cursar en la enseñanza superior.

567: Existen poderosas razones para que, en una situación ideal, todos los alumnos que estudian matemáticas a nivel A tengan la oportunidad de adquirir algún conocimiento de la mecánica newtoniana, así como de las probabilidades y la estadística. «Las aplicaciones de las matemáticas, tales como la mecánica newtoniana, forman parte de nuestro patrimonio cultural y de la actividad humana en esta materia. Aprender el cálculo sin comprender lo que condujo a su desarrollo y la manera en que lo utilizaron Newton y otros destacados autores sería como aprender a tocar las escalas en el piano sin conocimiento alguno de la composición»^{*}. Igualmente, el creciente empleo que se hace de los métodos estadísticos en tantas disciplinas aconseja vivamente que los alumnos que estudian las matemáticas de nivel A adquieran ciertos conocimientos de probabilidad y estadística.

* H.B. Griffiths y A.G. Howson. *Mathematics: society and curricula*. Cambridge University Press 1974.

568: Como demuestra la experiencia de numerosos profesores, en los primeros niveles, tanto la mecánica como las probabilidades y la estadística, se deben enseñar con lentitud y gran cuidado, previendo el tiempo suficiente para la discusión y para que las ideas subyacentes se afiancen y desarrollen. Los intentos de avanzar con demasiada rapidez pueden obstaculizar fácilmente la comprensión de las ideas fundamentales, dando lugar a dificultades y fracasos ulteriores. Significa esto que, en la práctica, la «situación ideal» expuesta en el apartado precedente es muy difícil de alcanzar. Dentro del tiempo disponible para el estudio de una sola asignatura de nivel A, es sumamente difícil abarcar las matemáticas puras esenciales y, a la vez, avanzar lo suficientemente en el estudio de la probabilidad y la estadística, así como en el de la mecánica, para alcanzar los «puntos de apoyo» adecuados en cada materia; esto es, progresar lo bastante para que la labor realizada forme un todo razonablemente coherente. Algunos de los programas de nivel A adoptados en años recientes incluyen las probabilidades y la estadística, además de la mecánica, pero estos intentos han dado por resultado programas muy densos y, por ende, una asignatura que puede ser excesivamente dura para muchos alumnos. En consecuencia, muchos de ellos no logran adquirir una idea clara de ninguna de las aplicaciones estudiadas. No sucede así con los que estudian matemáticas como asignatura doble, y creemos que, en este caso, todos los cursos de matemáticas de nivel A debieran incluir el estudio de la mecánica y también el de la probabilidad y la estadística.

569: Aunque, por las razones anteriores, nos habría gustado recomendar que en los estudios de asignatura única se incluyeran la mecánica y, asimismo, la probabilidad y la estadística, hemos de reconocer, dadas las grandes exigencias que

ello supone para profesores y alumnos, que por ahora no cabe hacer esa recomendación con carácter general. Por otro lado, de ningún modo queremos disuadir a quienes siguen con éxito esos estudios. Se nos ha apuntado la posibilidad de incluir en menor extensión esas materias en el programa de asignatura única de nivel A, sin que el curso pierda su coherencia. Se señala, asimismo, que, mediante la simulación con ordenador, se podrían asimilar más rápidamente las ideas esenciales de esas materias, lo que permitiría incluirlas con la amplitud suficiente en un programa de asignatura única. **Creemos que es necesario emprender estudios curriculares correspondientes a cada una de estas posibilidades.**

570: Hemos considerado si debíamos recomendar el estudio de un área de aplicación más bien que de otra, pero hemos llegado a la conclusión de que no es posible hacerlo, debido a la diversidad de los futuros intereses y necesidades de los alumnos. El creciente empleo de las técnicas estadísticas, no sólo en el estudio de otras asignaturas, sino también en las actividades empresariales, el comercio y la industria, explica que numerosos alumnos se interesen vivamente por su estudio. Además, algunos de los alumnos que desean estudiar matemáticas de nivel A tal vez no han estudiado física ni siquiera al nivel O, por lo que no se sentirán motivados para escoger aquella asignatura si el curso solamente incluye mecánica. Se nos ha indicado que las chicas son más propensas a hacer matemáticas a nivel A cuando no tienen que estudiar mecánica, pero no disponemos de pruebas directas en este sentido.

571: Entre las presiones más poderosas que se ejercen para la inclusión de la mecánica en los programas de matemáticas hay que citar las que provienen de los responsables de los cursos de ingeniería de la enseñanza superior. Pero casi todos los que acceden a los cursos de ingeniería de este nivel han estudiado también física. Las cifras que nos ha facilitado el Registro Estadístico de Universidades revelan que, entre los admitidos en los cursos de licenciatura de ingeniería y tecnología en las universidades de Inglaterra y Gales con arreglo a sus títulos de nivel A, casi el 98 por ciento poseían un título de nivel A de física o de ciencias físicas, tanto en 1978 como en 1979. Una gran parte de la mecánica que comúnmente se incluye en los programas de matemáticas de nivel A figura también en la mayoría de los programas de física de ese mismo nivel. Esto significa que muchos alumnos que hacen física y matemáticas de nivel A estudian por duplicado diversos temas de mecánica, aunque desde diferentes puntos de vista. Cabría aducir que esa duplicación no es necesaria, pero durante muchos años fue una realidad. En consecuencia, la enseñanza impartida en los cursos de ingeniería se basa en el nivel de competencia en mecánica que cabe esperar de ese doble estudio. Aunque algunos departamentos de ingeniería admiten a ciertos alumnos en cuyo curso de matemáticas de

* T.J. Heard, *The mathematical education of engineers at school and university*. Department of Engineering Science. Universidad de Durham 1978.

nivel **A** no estaba incluida la mecánica, tenemos la impresión de que lo hacen con reticencia, en la creencia de que esos alumnos se verán probablemente en dificultades para dominar el contenido de sus cursos de manera satisfactoria. En un reciente estudio* sobre la enseñanza de las matemáticas para ingenieros en la escuela y en la universidad, se clasifican los cursos de nivel **A** en «tradicionales», «de compromiso» y «modernos». Se indica en dicho estudio que algunos programas sólo tratan de mecánica de manera limitada, mientras que en otros es posible evitarla por completo. Sin embargo, no se pudieron hallar pruebas de que los estudiantes que habían seguido un determinado tipo de curso de matemáticas de nivel **A**, obtuvieran en la universidad resultados regularmente mejores o peores que los que habían seguido otro tipo de curso.

572: Deseamos señalar de pasada que, por lo que sabemos, en ningún otro país europeo forma parte la mecánica de los cursos escolares de matemáticas: se considera comprendida en la física. Pero en esos países existen también considerables diferencias en el tiempo requerido para completar los cursos de licenciatura, así como en la estructura de los exámenes que han de pasar los alumnos como preparación para el ingreso en la universidad.

573: El estudio de la mecánica no sólo es relevante para quienes se proponen cursar estudios superiores de ingeniería, sino también para cualesquiera que estudian matemáticas y física en la enseñanza superior. Creemos, además, que a ciertos alumnos de nivel **A** les gusta el estudio de la mecánica y obtienen provecho de él, aunque no vayan a continuar con las matemáticas después de los 18 años.

574: Hay otro aspecto digno de atención: algunos profesores, debido, en parte, a las modificaciones realizadas en los últimos años en la estructura de ciertos cursos de licenciatura en matemáticas, tropiezan con dificultades para la enseñanza de la mecánica. Análogamente, otros —sobre todo los que terminaron sus cursos de licenciatura hace años— carece de los conocimientos de probabilidades y de estadística que son precisos para enseñar estas materias con eficacia. Por tanto, una concentración excesiva en la enseñanza de cualquier aspecto de las matemáticas aplicadas no haría sino agravar los problemas de distribución del profesorado de matemáticas en algunas escuelas.

575: Comprendemos que con nuestro apoyo al mantenimiento en los programas de asignatura única de la mecánica y las probabilidades y la estadística, o de ambas materias, no se resuelven los problemas de elección del programa de nivel **A** que existen actualmente en las escuelas. En los centros que cuentan con un número de alumnos de matemáticas de nivel

A suficiente para formar más de un grupo, tal vez se puedan atender las diferentes necesidades de éstos. No obstante, algunos profesores con experiencia nos han indicado que con esta solución probablemente no se aprovecharían las ventajas derivadas de impartir el mismo curso a todos los alumnos y, subsiguientemente, de combinar las especializaciones del nivel **A** dentro del mismo grupo. Las escuelas cuyo número de alumnos no sea suficiente más que para formar un solo grupo, habrán de determinar el curso que deben impartir, teniendo en cuenta las necesidades de los alumnos, la capacidad de los profesores y el equilibrio necesario en esta asignatura. Creemos que los alumnos interesados en estudiar después ingeniería serán los que insistirán más en que se adopte un tipo de curso determinado. Es casi seguro que estudien también física, por lo que no nos parece que, al elaborar el curso en cuestión, se hayan de considerar necesariamente sus intereses como algo fundamental.

Núcleo
del nivel **A**

576: Si bien hemos llegado a la conclusión de que ha de haber cierta variedad en los temas de matemáticas aplicadas de los programas de nivel **A**, creemos que deben tenerse en cuenta diferentes consideraciones con respecto a la gama de matemáticas puras que ha de incluirse. En las comunicaciones que hemos recibido se apoya en gran medida la propuesta de establecer un «núcleo» de matemáticas puras que forme parte de los programas de todos los tribunales del GCE (*General Certificate of Education*, «Certificado General de Enseñanza»). En unas cuantas comunicaciones, sus autores se declaran contrarios al establecimiento de dicho núcleo, pero, en general, lo hacen por estimar que los programas de nivel **A** ya están sobrecargados y se obstaculizaría la modificación y el desarrollo de los mismos. Creemos que su inquietud tiene razón de ser.

577: Aunque en algunas comunicaciones se apoya de manera específica el «núcleo» propuesto por la SCUE (*Standing Conference on University Entrance*, «Conferencia Permanente sobre el Ingreso en la Universidad») y el CNAА (*Council for National Academic Awards*, «Consejo de Títulos Académicos Nacionales»), en muchas de ellas se expresa el criterio de que el citado núcleo SCUE/CNAА es demasiado extenso, habida cuenta de que, como esperan los que lo han formulado, «no sólo deberá enseñarse todo su contenido, sino que los alumnos habrán de estar perfectamente versados en él»*. Sabemos que, durante nuestros trabajos, los tribunales del GCE han mantenido consultas mutuas tras estudiar la propuesta SCUE/CNAА. Entendemos que están en vías de llegar a un acuerdo sobre un núcleo de matemáticas puras que será algo más reducido que el originalmente propuesto por el SCUE/CNAА, y constituirá aproximadamente el 40 por ciento del programa de una asignatura única de matemáticas puras y aplicadas. **Acogemos con satisfacción esta iniciativa y convenimos en que**

* Standing Conference on University Entrance y Council for National Academic Awards. *A minimal core syllabus for A-level mathematics*. 1978.

el 40 por ciento propuesto representa una proporción razonable del contenido total del programa. No desearíamos que el núcleo fuera mucho más extenso, teniendo en cuenta que es necesario incluir una proporción sustancial de matemáticas aplicadas, y considerando el riesgo de que cualquier incremento adicional impidiera la libertad de presentación y desarrollo que existe en la mejor enseñanza de este nivel.

578: Creemos esencial que, una vez que se haya llegado a un acuerdo sobre el núcleo, se someta a revisión periódica para poder modificarlo según aconsejen los acontecimientos. Con este fin, será necesario establecer un organismo adecuado. Entendemos que éste debe depender del subcomité para el nivel A del Mathematics Committee of Schools Council (Comité de Matemáticas del Consejo de Escuelas), o de un comité equivalente que pudiera crearse tras la revisión de los trabajos del Consejo de Escuelas.

Variedad de los programas de nivel A

579: En los tres o cuatro últimos años se han formulado numerosos comentarios adversos acerca del número, aparentemente excesivo, de los programas de matemáticas de nivel A existentes. Sin embargo, quienes han citado, a este respecto, una variedad de cifras, comprendidas entre cincuenta y sesenta, no han añadido que existen ocho tribunales del GCE. Si cada uno de ellos ofreciera tan sólo tres programas —«matemáticas puras» y «matemáticas aplicadas» para la asignatura doble, y «matemáticas puras y aplicadas» para la asignatura única—, habría un total de veinticuatro programas. Como ahora es necesario ofrecer la asignatura única en dos formas alternativas (de modo que el componente «aplicado» es, o bien la mecánica, o bien la probabilidad y estadística), esa cifra asciende a treinta y dos. Por lo tanto, siempre habrá la posibilidad de llegar a un número aparentemente elevado de programas de matemáticas de nivel A.

580: En realidad, los cálculos aritméticos de este tipo no sirven de gran ayuda, porque existen amplias diferencias en el diseño y la denominación de los programas por parte de los tribunales del GCE. Por ejemplo, algunos incluyen la probabilidad y estadística, por un lado, y la mecánica, por otro, como opciones en el mismo programa de asignatura única, mientras que otros prevén dos programas (con diferentes títulos), uno de los cuales contiene probabilidad y estadística, y el otro mecánica. Por tanto, nos parece conveniente comentar la variedad de programas de nivel A en términos más generales, y señalar algunos de los factores que han contribuido a ella.

581: Uno de estos factores, al que ya hemos hecho referencia, ha sido el aumento del número de alumnos que combinan el estudio de las matemáticas de nivel A con asignaturas distintas de la física y la química, y la consiguiente necesidad de ofrecer programas que incluyan las probabilidades y la esta-

distica en lugar de la mecánica. Otro factor ha sido la tendencia registrada en todo el mundo, e iniciada en los años sesenta, en favor de las matemáticas modernas, que ha llevado a numerosas escuelas a modificar los temas y, en consecuencia, a organizar nuevos exámenes de nivel **A** que respondan a un contenido y enfoque diferentes. En principio, los programas modernos de nivel **A** estaban vinculados al SMP (*School Mathematics Project*, «Proyecto sobre Matemáticas Escolares») y al MEI (*Mathematics in Education and Industry*, «Las Matemáticas en la Enseñanza y la Industria»). Los exámenes SMP y MEI existían (y existen) «en todos los tribunales», es decir, que los examinandos pueden presentarse a ellos en cualquiera de los tribunales del GCE. Así pues, en un primer momento, no provocaron un gran incremento del número de programas de nivel **A**, porque las dos series de exámenes eran comunes para los ocho tribunales. Pero, con el tiempo, siete de éstos establecieron sus propios programas modernos para la asignatura única y la doble, con lo que el número total de programas aumentó sobremanera. Creemos que este número alcanzó su punto culminante a mediados de los años setenta.

582: Actualmente se aprecia una disminución del número de programas. Los cambios que se han introducido en ellos en los diez últimos años han reducido las diferencias entre el contenido de los programas «modernos» y el de los «tradicionales», y muchos estiman que ya no merece la pena tratar de distinguirlos. Hemos advertido con interés que ninguno de los grupos a los que hace seis años se encomendó la tarea de preparar unos modelos de programas y de ejercicios de examen de matemáticas, dentro de los estudios de viabilidad para las propuestas **N & F** de examen a los 18 años, hizo distinción entre matemáticas tradicionales y modernas. A nuestro parecer, ya no debe mantenerse esa distinción. En tal caso, será posible reducir aún más el número de programas de nivel **A**.

583: Con todo, las diferencias en los exámenes no son solamente una cuestión de contenido de los programas, sino también del método adoptado en la enseñanza —según sea el programa— y del tipo de ejercicios y cuestiones que se propongan. Estos factores pueden ser de gran interés para la escuela a la hora de elegir el programa, y creemos conveniente que aquélla tenga la posibilidad de hacerlo. Por supuesto, la diferencia entre los programas «modernos» y «tradicionales» radica tanto en el enfoque adoptado como en los temas que se abarquen. Si —como esperamos— se llega a un acuerdo sobre un núcleo de matemáticas que habrá de incluirse en todos los programas de nivel **A**, será necesario, en ciertos casos, revisar los existentes para darle cabida, y todos los nuevos programas que puedan adoptarse en el futuro incluirán ese núcleo. De este modo se reducirán las diferencias de contenido y se contribuirá a resolver los problemas

que éstas, según nos comunican, plantean a alumnos y profesores al iniciar los cursos de enseñanza superior. Con todo, no cabe esperar que la adopción de ese núcleo de programa resuelva necesariamente todos los problemas. Las diferencias en los métodos de enseñanza aplicados en los cursos de nivel **A** pueden dar lugar a mayores disparidades en el rendimiento de los alumnos de un mismo curso, que las producidas por las diferencias de contenido de los programas.

584: Por tanto, estimamos que no hay razones sólidas para reducir arbitrariamente el número de programas, fuera de los casos de duplicación. Por supuesto, la posibilidad de establecer nuevos programas es esencial para no obstaculizar el desarrollo del currículo. En este sentido, existe necesariamente un límite en la modificación posible de los programas de matemáticas —como en los de otras asignaturas— y con frecuencia es más fácil hacerse eco del desarrollo curricular adoptando un programa nuevo.

585: Creemos que es provechoso y necesario el control de los programas de nivel **A que actualmente realiza el subcomité correspondiente del Comité de Matemáticas del Consejo de Escuelas.** Dicho control comprende la revisión y aprobación de los nuevos programas y esquemas de examen propuestos por los tribunales del GCE o por cualesquiera otros proyectos, y podría servir para que se incluyera y evaluara adecuadamente en cualquier nuevo programa el núcleo convenido. El proceso de control incluye también una inspección anual de los exámenes establecidos por, al menos, dos tribunales del GCE; es éste un valioso medio de intercambio entre los tribunales que permite compartir la experiencia adquirida en los exámenes. Esta labor se debe mantener a un nivel no inferior al actual.

Las matemáticas
como asignatura
doble

586: El hecho de que las matemáticas puedan impartirse como asignatura sencilla o como asignatura doble causa evidentes problemas. Algunos aducen que en el segundo caso se produce una especialización excesiva, y que sería más equilibrado un curso con una base más amplia, en el que las matemáticas constituyeran una de las tres asignaturas de nivel **A**, y no dos de ellas. Reconocemos el peso de este argumento, tanto más cuanto que numerosos alumnos han de optar por las matemáticas como asignatura doble a los 16 años, cuando sus planes futuros son probablemente inciertos. Además, en este caso, salvo en los cursos muy numerosos, los grupos de alumnos para la clase de matemáticas son casi siempre reducidos, por lo que resultan antieconómicos, desde el punto de vista del aprovechamiento del personal docente, en comparación con los restantes grupos de matemáticas de la escuela. Esta puede ser una causa de preocupación justificada en unos momentos en que, como indicamos en el capítulo 13, hay escasez de profesores de matemáticas con formación ade-

cuada. Surge un problema adicional cuando algunos de los alumnos que acceden a los cursos de licenciatura han seguido la asignatura doble, mientras que otros han cursado la asignatura sencilla, con lo cual resulta difícil establecer un punto de partida común. Hay, sin embargo, alumnos muy capacitados que obtienen provecho de la asignatura doble, y creemos que ésta debe seguirseles ofreciendo en los centros que cuenten con el personal docente idóneo si no se perjudica a los que estudian matemáticas a niveles inferiores.

587: En nuestra opinión, con frecuencia se dedica demasiado tiempo a las matemáticas como asignatura doble. No nos parece necesario ni conveniente que ese tiempo sea justamente el doble que el dedicado a la asignatura sencilla. Comprendemos que los alumnos necesiten dedicarle el tiempo de dos asignaturas de nivel **A**, pero el profesor no tendría porqué estar presente. Efectivamente, cabría argüir que los alumnos que precisan toda esa atención docente no han estado bien aconsejados al elegir el curso de doble asignatura.

588: Ya hemos señalado en el apartado 180 que en los últimos años ha disminuido acusadamente la proporción de los estudiantes que se matriculan en los cursos de licenciatura de matemáticas con un certificado de nivel **A** en matemáticas como asignatura doble. En 1979 esa proporción era del 55 por ciento. Es de la máxima importancia que los centros de secundaria lo tengan en cuenta e indiquen a sus alumnos que en muchas universidades y otras instituciones de enseñanza superior es posible cursar estudios de matemáticas con éxito si se han tenido buenos resultados en la asignatura única. No es menos importante que los encargados de los primeros niveles de esos cursos superiores tengan en cuenta que muchos de sus estudiantes quizás no han estudiado las matemáticas como asignatura doble. **Asimismo, esperamos que los responsables de la selección de los alumnos con miras a su ingreso en la enseñanza superior reconozcan que existen sólidas razones educativas y económicas para ofrecer solamente cursos de matemáticas en régimen de asignatura única en el nivel **A**, y que no han de ejercer presión directa ni indirectamente sobre las escuelas que cuentan con limitados recursos docentes en matemáticas para impartir el curso como asignatura doble, especialmente a los alumnos para los que no es adecuado.**

589: En años recientes, se ha modificado la pauta de los exámenes de matemáticas como asignatura doble, pasando de las «matemáticas puras» y las «matemáticas aplicadas», como asignaturas separadas, a las «matemáticas» y las «matemáticas superiores»: las «matemáticas» constituyen la asignatura única de nivel **A**, e incluyen matemáticas puras y aplicadas, mientras que las «matemáticas superiores» comprenden un trabajo más avanzado que presupone el conocimiento del programa de asignatura única. En nuestra opinión, es prefe-

rible esta nueva pauta, porque no implica una distinción entre las matemáticas puras y las aplicadas, que, como ya hemos señalado, no estimamos conveniente al nivel escolar.

El empleo
de formularios
en los exámenes
de nivel A

590: En el apartado 562 aludimos a la necesidad de evitar un estilo de enseñanza que se concentre en la adquisición de técnicas a expensas del desarrollo de un enfoque más amplio de las matemáticas. Sin embargo, esto no quiere decir que el alumno no haya de adquirir fluidez en las rutinas que forman parte del trabajo en el nivel A. Algunas de las comunicaciones que hemos recibido de profesores de enseñanza superior señalan que muchos de sus estudiantes adolecen de falta de seguridad y exactitud en las rutinas de álgebra, cálculo y trigonometría. Insisten especialmente en este extremo los profesores de ingeniería que, asimismo, llaman la atención sobre el exceso de confianza en el empleo de formularios que manifiestan muchos estudiantes, y sobre la incapacidad consiguiente de recordar fórmulas sencillas de uso frecuente.

591: En los últimos años, se ha generalizado entre los tribunales del GCE la costumbre de facilitar formularios para su posible uso durante el examen de nivel A. Obedece, al parecer, a dos razones: en primer lugar, dichos formularios sirven de «red de seguridad» en los posibles momentos de nerviosismo del examen, que pueden provocar lapsus de memoria repentinos y perjudiciales, incluso tratándose de fórmulas muy elementales. En segundo lugar, con ellos se facilita a los examinandos una lista de fórmulas que son difíciles de recordar o de empleo relativamente infrecuente y que, en condiciones distintas a las de examen, pueden encontrar en algún libro de consulta.

592: Consideramos válidos ambos argumentos; pero no parece haber duda de que algunos profesores, por el hecho de facilitarse tales formularios, suponen —y con ellos los alumnos— que no es necesario retener en la memoria ninguna de las fórmulas incluidas. Es éste un criterio que no podemos aceptar. No debe obligarse a los alumnos a memorizar resultados que no hayan sido adecuadamente deducidos y debatidos, pero estimamos que muchos de ellos se limitan a sí mismos al no reconocer con rapidez ciertos resultados que son de uso fundamental y reiterado en el desarrollo de la asignatura. En todos los niveles, la comprensión debe ir acompañada de un cierto empleo de la memoria y, a nuestro modo de ver, si el alumno no recuerda con seguridad* resultados tales como las fórmulas de las sumas trigonométricas y las derivadas e integrales de las funciones algebraicas y trigonométricas simples, carecerá de los «elementos de construcción» que precisa para progresar satisfactoriamente en el estudio de la asignatura. Asimismo, se verá disminuido en el estudio de otras áreas curriculares en las que se hace amplio uso de las matemáticas, tanto en el sexto curso como en la enseñanza superior.

* Remitimos al lector a nuestro comentario sobre la memoria del apartado 234. El aprendizaje de fórmulas y resultados estándar debe vincularse al empleo de procedimientos de comprobación. Por ejemplo, «hágase $x = 0$ ».

593: Se nos ha sugerido que, puesto que mientras se sigan facilitando los formularios se corre el riesgo de un empleo indebido de los mismos, recomendemos a los tribunales de examen que dejen de hacerlo, o que excluyan de ellos las fórmulas más elementales. No admitimos esta solución. Independientemente de la dificultad de llegar a un acuerdo sobre las fórmulas que deberían incluirse y las que no —y las fórmulas que un alumno concreto podría recordar con facilidad tal vez presenten dificultades para otro, por la razón que sea—, el formulario no cumpliría su finalidad de «red de seguridad» si no estuviera completo.

594: Creemos que se deben seguir facilitando los formularios en el nivel A, y que deben figurar en ellos las fórmulas relacionadas con cualquier «núcleo común» convenido. Pero reiteramos que las razones de esto son las que hemos expuesto en el apartado 591. Ni el profesor ni el alumno deben creer que ya no es necesario memorizar y recordar con seguridad los resultados fundamentales de uso frecuente.

Matemáticas de nivel I

* *Examinations 16-18.* DES and Welsh Office 1980.

595: Con posterioridad a la creación de nuestra Comisión, el Gobierno ha publicado propuestas para la realización de exámenes intermedios (niveles I)* que sirvan de alternativa a algunos de los alumnos que actualmente siguen cursos completos de nivel A. El curso de nivel I tendría una duración de dos años y ocuparía aproximadamente la mitad del tiempo que por lo general se dedica al curso completo de nivel A.

596: Apoyamos la sugerencia de que se ofrezca este tipo de curso a los alumnos que no estudian matemáticas como asignatura plena de nivel A. Pero creemos que probablemente no será fácil elaborar un curso idóneo y que se requerirá una intensa labor para lograrlo. En nuestra opinión, el curso de nivel I no debería enfocarse meramente como una sustitución de los cursos «auxiliares» que hoy día se imparten en algunas clases de sexto curso, aunque tuviera algunos objetivos comunes con éstos; ni tampoco ser comparable a los de matemáticas de nivel AO existentes, sirviendo simplemente para atender las necesidades de quienes encuentran el nivel A demasiado duro: para este fin deberían mantenerse los cursos de nivel AO. Creemos que el objetivo de un curso de nivel I habría de consistir en fomentar las ideas matemáticas y ampliar los conocimientos anteriores sin establecer metas ambiciosas en cuanto a la competencia manipulativa. Por ejemplo, aunque se incluyera el cálculo, el alumno no tendría que dedicar tiempo a desarrollar la capacidad de derivación e integración de funciones complicadas.

El curso habría de ilustrar las múltiples formas de aplicar las matemáticas e incluir algún estudio sobre el modo en que ha evolucionado la asignatura. No sabemos de ningún curso que sea adecuado, aunque nos parece que podrían aprovecharse

•School Council
Project MA 1601.

algunas de las ideas contenidas en *Mathematics Applicable** y en el estudio del nivel N titulado *Mathematical Awareness*. **El curso de nivel I que consideraríamos apropiado requeriría una labor docente especializada, por lo que tendría implicaciones de personal para las escuelas, así como para el perfeccionamiento profesional.**

597: **Creemos que también se justificaría un curso de estadística de nivel I.** Serviría para atender las necesidades de numerosos alumnos, en especial los que estudian cursos de nivel A de biología, geografía, sociología o economía, en los que cada vez se dedica más atención al examen crítico y análisis de datos numéricos. Como confirmación de ello, la Royal Statistical Society (Real Sociedad de Estadística) y el Institute of Statisticians (Instituto de Estadísticos) subrayan que la estadística no es una mera colección de técnicas, sino una disciplina práctica dedicada a la obtención y el tratamiento de datos; y que el estudio de la misma no debe disociarse de los orígenes de esos datos. Señalan también que, en las escuelas, se suele prescindir en la estadística de las situaciones prácticas y concentrarse en la manipulación formal. En un curso de nivel I como el que proponemos se debería dar tiempo y oportunidad para adoptar un enfoque práctico, y destacar la aplicación de las técnicas estadísticas a los datos que los propios alumnos hayan recogido durante su trabajo de laboratorio y de campo. De este modo, sería posible demostrar claramente las aplicaciones de la estadística al análisis de los datos derivados del estudio de varias áreas diferentes del currículo, y elaborar un curso que no se concentrase principalmente en las técnicas. Creemos que, en muchos casos, sería preferible impartir un curso de nivel I de estadística, en vez del curso completo de nivel A, ya que aquél serviría para atender las necesidades de un número mucho mayor de alumnos.

Cursos de nivel sub-I

* *Examination 16-18*. Un trabajo consultivo. DES y Welsh Office 1980.

598: El documento consultivo* que contiene las propuestas para la realización de exámenes de nivel I, propone también la preparación de un curso preprofesional y un examen asociado al mismo, al que los estudiantes se someterían en las escuelas o colleges a los 17 años. Se pretende que este examen sustituya al propuesto para el CEE (*Certificate of Extended Education*, «Certificado de Enseñanza Ampliada»), para el que se han elaborado ya algunos exámenes piloto de matemáticas. **Creemos que, al planificar el componente matemático del nuevo curso propuesto, deben tenerse en cuenta no sólo los cursos piloto del CEE, sino también las conclusiones de las investigaciones realizadas sobre las necesidades matemáticas en varios tipos de empleo a que hemos aludido en el capítulo 3, así como nuestras propuestas para un currículo diferenciado destinado a alumnos de hasta 16 años.**

599: Aducen algunos que la decisión de no adoptar el CEE significa que no se dispondrá ya de un examen de sexto curso

Cursos de nivel 0
y del CSE
en el sexto curso

que en su forma piloto ha dado buenos resultados para algunos alumnos. En efecto, hay alumnos de sexto que, no habiendo alcanzado el certificado de nivel 0 de grado A, B ó C o el CSE de grado 1 en matemáticas de quinto, han realizado exámenes piloto del CEE de matemáticas en los que se han concedido grados del CSE, y no han tenido que repetir aquéllos. Como el curso preprofesional propuesto no es un examen de asignatura única, sino un «paquete», no procurará título separado de matemáticas. Por tanto, los estudiantes que deseen mejorar sus grados de nivel 0 o del CSE tendrán que volver a presentarse a estos exámenes.

600: Sin embargo, los cursos piloto del CEE no se han impartido en todo el país, y en la práctica, muchos estudiantes repiten los exámenes de matemáticas de nivel 0 o del CSE en el sexto curso. Con frecuencia, estos cursos de «repetición» son de los menos satisfactorios en las escuelas o colleges. El tiempo asignado a ellos es, a veces, escaso; el nivel de rendimiento de los alumnos, muy variado, y los objetivos del examen son, para éstos, diversos. No es raro que los alumnos del mismo grupo estén preparando tres o cuatro exámenes diferentes de nivel 0 o del CSE. Además, por problemas de horario, en ocasiones, no pueden estar presentes en todas las clases de matemáticas de la semana. En tales circunstancias, la tarea del profesor es harto difícil, y puede tener la tentación de limitarse a practicar con ejercicios de exámenes anteriores, con la esperanza de que mejoren los resultados.

601: Estimamos que una de las razones por las que los cursos piloto del CEE han tenido éxito, es que exigen a los alumnos enfocar el curso de matemáticas de un modo distinto y, a menudo, más adulto. En nuestra opinión, un curso en el que se introduzcan nuevos trabajos y éstos se enfoquen de manera adulta, es más probable que dé buen resultado que otro basado en la práctica de ejercicios de exámenes anteriores. Por otro lado, para que los cursos «de repetición» para el CSE o el nivel 0 sean eficaces, es esencial que se les dedique el tiempo suficiente, que los alumnos asistan a todas las clases y que se estudie cuidadosamente el método de enseñanza adoptado.

Parte 3

12. Medios para la enseñanza de las matemáticas

602: En la tercera parte de nuestro informe tratamos de los recursos que se necesitan para enseñar matemáticas. Empezamos por los medios materiales de que deben disponer las escuelas primarias y secundarias.

Aulas

603: En casi todas las clases de primaria, los alumnos pasan la mayor parte del tiempo en su propia aula, y sólo salen de ella para desarrollar actividades tales como la educación física o la música. El trabajo práctico de matemáticas exige disponer de determinados medios, pero no de un aula especial. En las escuelas en las que haya áreas para trabajos prácticos compartidas por varias clases, convendría reunir en una parte de las mismas determinados objetos del equipo de matemáticas, tales como aparatos de medida de varios tipos, para que tengan fácil acceso a ellos los niños de varias clases.

604: **En cambio, en la escuela secundaria las matemáticas deben enseñarse en aulas especiales debidamente equipadas, y la disponibilidad de éstas facilita la realización de prácticas adecuadas, sobre todo cuando hay un buen liderazgo por parte del director del departamento.** Esto mismo queda subrayado en los siguientes extractos del informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»*. «Los problemas de la enseñanza de las matemáticas quedan agravados por la falta de aulas apropiadas, y parte de la mejor práctica observada habría sido imposible si los profesores no hubieran contado con aquéllas». «La observación demostró, y el análisis estadístico confirmó, que en las escuelas en las que se disponía de un aula especial de matemáticas, se hacía un uso más amplio de materiales de presentación, de trabajos experimentales y prácticos, de materiales realistas y de rompecabezas y juegos». No obstante, son muchas las escuelas secundarias que no disponen aún de aulas adecuadas y suficientes para la enseñanza de las matemáticas. Varios de los profesores con los que conversamos en el curso de nuestras visitas nos llamaron la atención sobre este punto, mencionando las dificultades de trasladar de un aula a otra todo el equipo necesario.

* *Aspects of secondary education in England.* Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

605: Hace diez o quince años, los responsables de la enseñanza de esta asignatura propugnaban la instalación de un «laboratorio de matemáticas» en todas las escuelas secundarias. En la actualidad, parece bastante claro que una sola aula no es suficiente para atender a todas las necesidades. Hay, en parte, un problema de horario: es difícil lograr que todas las clases de matemáticas puedan utilizarla en el momento que lo necesitan. Pero hay algo más importante: se supone —creemos que equivocadamente— que sólo una clase de matemáticas necesitará emplearla en un momento dado. **Estimamos preferible destinar varias aulas a las matemáticas y agruparlas.** Una de ellas debería ser algo mayor que las demás y tener algunos medios complementarios, como bancós laterales y una pila. En todas las aulas debería haber mesas o pupitres planos, una pizarra con cuadrículas para los trabajos gráficos, sitio para guardar los libros y el equipo, y tablero de exposición en la pared, así como enchufes eléctricos para el empleo de aparatos como el retroproyector o el microprocesador.

606: La disponibilidad de aulas así agrupadas presenta ventajas para el departamento de matemáticas. He aquí algunas de ellas:

- oportunidad de una mayor cooperación y apoyo recíproco entre los profesores de la asignatura;
- oportunidad de que se observen entre sí en su trabajo;
- oportunidad para el director del departamento de supervisar con más facilidad el trabajo de éste y de ayudar a sus miembros (aspecto éste que puede tener especial importancia en las escuelas que adolecen de falta de profesores de matemáticas cualificados);
- oportunidad de compartir más eficazmente el equipo y los demás recursos;
- oportunidad de exponer mejor el trabajo de los alumnos y otros materiales relevantes en áreas de circulación, así como en las aulas;
- oportunidad de una utilización flexible; por ejemplo, si un aula está provista de ciertos medios adicionales, los alumnos pueden pasar a ella sin tener que preverlo mucho antes; un conjunto de aulas agrupadas permite también emplear técnicas de enseñanza en equipo, si se desea, y facilita la sustitución de los profesores ausentes.

607: Se nos comunica que, en algunas escuelas, la presión por conseguir locales ha impedido reordenar los destinados a la enseñanza, con miras a lograr un conjunto de aulas especiales de matemáticas que estén agrupadas. **Esperamos que,**

ahora que los censos de la enseñanza secundaria empiezan a disminuir en algunas regiones del país, las autoridades educativas locales y los directores de departamento aprovechen la mayor flexibilidad que ello supone en la utilización de los locales, para dotar de aulas especiales agrupadas a los departamentos de matemáticas en las escuelas donde aún no existen.

Equipo

608: A lo largo de nuestro informe, hemos resaltado la importancia de la experiencia práctica en todas las etapas del curso de matemáticas. **Para ofrecer esta experiencia, hay que disponer del equipo necesario.** Muchas de las cosas que se precisan no son complicadas ni costosas, pero deben existir en cantidad suficiente y ser fácilmente accesibles.

609: En las *infant classes* de la enseñanza primaria (para niños de 5 a 7 años) debe haber numerosos objetos que puedan utilizarse para clasificar y contar, así como materiales que sirvan para medir: arena, una pila con diversas medidas de capacidad, balanzas sencillas con pesas apropiadas, etc. Los niños mayores necesitan otros instrumentos de medida, tales como reglas y cintas de medir, balanzas y escalas de varios tipos, y asimismo dispositivos para medir el tiempo.

610: Los niños pequeños tienen que utilizar aparatos estructurales sencillos de varios tipos, en los que puedan combinarse físicamente las unidades en piezas mayores, o representarse colecciones de unidades mediante piezas más grandes. Más tarde, se les proporcionará un tipo diferente de aparato estructural que dé una representación física de las unidades, decenas, centenas y millares. Todos estos aparatos pueden ayudarles a comprender el concepto del valor de posición. Hay que proporcionarles, asimismo, monedas reales o de plástico, con las que se acostumbren a manejar el dinero y que puedan utilizar como una modalidad más de aparato numérico.

611: Todos los niños de primaria necesitan usar gran variedad de figuras bidimensionales y tridimensionales. Han de disponer de instrumentos de dibujo sencillos, como plantillas, reglas, transportadores y compases, y utilizarán, asimismo, hilos de plomada y niveles de burbuja. Necesitarán papel impreso con cuadrículas de varias formas y tamaños, para hacer algunos tipos de trabajos gráficos y para trabajar con patrones y formas. Su empleo, como el de los tableros con clavijas y los tableros perforados, les ayudará a comprender el concepto de área. Debe contarse también con algunas calculadoras electrónicas. Todos estos materiales, junto con otros como tijeras, papel de colores, cartulina, cinta elástica, cordel y cola, han de estar fácilmente disponibles cuando se precisen, y hay que cuidar de su organización y conservación. Conviene que en cada aula haya un juego de los materiales de uso frecuente. El equipo que se utiliza menos convendrá

tenerlo, probablemente, en un lugar de fácil acceso para todas las clases.

612: Las escuelas secundarias deben disponer, asimismo, del correspondiente equipo de prácticas. El cartón, las tijeras, el papel engomado, la cola, las fichas de plástico, las pequeñas formas de plástico y los modelos tridimensionales son materiales baratos que pueden contribuir al progreso matemático de los alumnos. Hay que disponer de papel marcado con cuadrículas de varias clases de líneas y puntos, así como de materiales que permitan realizar investigaciones estadísticas sencillas. Para efectuar las diversas clases de mediciones, la lectura de tablas, cuadros y diagramas, y los trabajos geométricos de construcción que están implícitos en el contenido de la lista básica establecida en el apartado 458, habrá que tener en las aulas de secundaria una colección de materiales de prácticas más completa de lo que es habitual hoy. Muchos de ellos —por ejemplo, una colección de figuras bidimensionales y tridimensionales de varios tipos y tamaños— pueden confeccionarlos los propios alumnos en la clase de matemáticas, por lo que no supondrán grandes gastos. El equipo «básico» (lápices, reglas, compases, etc.) necesario para este tipo de trabajo habrá de mantenerse en buen estado para que los alumnos puedan realizar un trabajo de buena calidad.

613: Ya hemos indicado que deben ponerse a disposición de los alumnos calculadoras electrónicas. Es posible que algunos necesiten, además, aparatos estructurales para operar con números, por lo que habrá que facilitárselos. Tal vez convenga guardar parte del equipo de prácticas en las aulas y parte en un almacén central. Cualquiera que sea el método empleado, lo importante es que todo el equipo sea fácilmente accesible cuando se precise.

Exposición
de los materiales
y del trabajo
de los alumnos

* *Aspects of secondary education in England.* Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

614: Mientras que en la primaria es costumbre exponer el trabajo de los alumnos en las paredes del aula, en la enseñanza secundaria esto es mucho menos frecuente. En el informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* se indica que «sólo en el 40 por ciento de las escuelas se exponía el material de matemáticas, y esto con una interpretación benévola, pues en dicho porcentaje se incluyen los casos en que se hacía una exhibición somera de los murales o del trabajo de los niños. Aún era menor la proporción de escuelas en las que se hacía un uso intencional de esos materiales en un programa de trabajo progresivo». La exposición organizada y actualizada de los materiales y del trabajo de los alumnos puede constituir un recurso valioso para la enseñanza, y no debe subestimarse.

Bibliotecas

615: En los últimos años se ha publicado un número creciente de libros de matemáticas que presentan interés general, a menudo en ediciones en rústica, pero no siempre existen

ejemplares de ellos en las escuelas, ni se alienta a los alumnos a que los lean. Es fácil que pasen inadvertidos si el sistema de clasificación utilizado lleva a disponerlos en los estantes entre textos de matemáticas superiores y libros similares, sólo adecuados para los alumnos de sexto o los profesores. Muy al contrario, conviene colocarlos —sobre todo los adecuados para los alumnos más pequeños— juntos en la misma estantería, donde puedan verse con facilidad. En las escuelas secundarias que dispongan de aulas de matemáticas agrupadas, quizá sea preferible disponer de una pequeña biblioteca en el departamento de esta asignatura.

Material
de consulta para
los profesores

616: Tanto las escuelas primarias como las secundarias deben poseer libros de consulta para los profesores, relacionados con la enseñanza de las matemáticas. Entre ellos deben figurar algunos de los publicados por las asociaciones profesionales de matemáticos o por el Departamento de Educación y Ciencia, la Inspección Escolar y el Consejo de Escuelas. Han de mantenerse ejemplares de todas las «guías del profesor», de los libros de texto utilizados en la escuela, así como una selección de manuales de matemáticas que puedan servir de ayuda como recurso suplementario. En nuestra opinión, emplear de esta forma los fondos asignados para matemáticas es absolutamente adecuado.

**Mecanismos
financieros**

617: No ignoramos que existen amplias diferencias entre unas escuelas y otras, no sólo en cuanto a los recursos destinados a la enseñanza de las matemáticas, sino también en cuanto a los fondos disponibles para el mantenimiento y ampliación de dichos recursos. **Es esencial que se disponga de fondos suficientes para mantener existencias adecuadas de libros y de equipo,** así como emplear con flexibilidad los disponibles para matemáticas. Por ejemplo, para algunos de los trabajos que hemos recomendado, especialmente en la secundaria, harán falta materiales que no son fáciles de obtener de los proveedores de material didáctico. Será necesario que los mecanismos establecidos para las compras no impidan a las escuelas obtener de fuentes distintas una parte del equipo que necesiten.



13. La oferta de profesores de matemáticas

618: No hay duda de que el recurso esencial para una enseñanza adecuada de las matemáticas es una buena oferta de profesores competentes de la asignatura. En el presente capítulo nos ocupamos de la situación actual de las escuelas y de los diversos métodos existentes para aumentar la disponibilidad de profesores de matemáticas. En los capítulos que siguen trataremos de la formación inicial e incorporación de los profesores, así como de su perfeccionamiento profesional.

619: La escasez de buenos profesores de matemáticas ha sido motivo de preocupación durante muchos años. Como esperamos se desprenda claramente de la primera parte de este informe, las matemáticas constituyen un área especialmente vulnerable a las prácticas docentes insatisfactorias. «No hay un área de conocimiento en la que el profesor pueda influir en mayor medida sobre las actitudes y la comprensión de los alumnos que la de matemáticas. En el transcurso de su vida profesional, un profesor de matemáticas puede influir, para bien o para mal, en las actitudes ante la materia de miles de jóvenes alumnos y, por ende, en su elección de carrera profesional. Hay, pues, que afirmar que las matemáticas no sólo han de enseñarse, sino que han de enseñarse bien. Todos los alumnos han de disfrutar de la oportunidad de aprender matemáticas de la mano de profesores entusiastas y con la formación idónea»*.

* The Royal Society.
The training and professional life of teachers of mathematics. Noviembre 1976.

La situación presente

620: El problema que se plantea en las escuelas de primaria no es el mismo que el de las de secundaria. Como señalamos en el capítulo 6, en las primeras las matemáticas suelen correr a cargo de un profesor general del aula, y sólo una minoría de estos profesores cursan matemáticas como asignatura principal durante su formación inicial. **Existe, pues, una clara necesidad de mejorar la formación matemática de los profesores de primaria en general, y también de aumentar el número de los**

profesores que cursan matemáticas como asignatura principal durante su formación inicial o que, en un momento posterior, siguen cursos serios de perfeccionamiento profesional sobre matemáticas; sólo así existirá una oferta aceptable de profesores en condiciones de ejercer un liderazgo entre sus colegas y prestarles su apoyo. Hay que reconocer, sin embargo, que probablemente nunca habrá muchos profesores de primaria que cursen matemáticas como asignatura principal durante sus años de formación inicial.

621: En las escuelas de secundaria, las matemáticas se imparten casi siempre según criterios de especialización. La escasez de profesores con la titulación adecuada se agravó considerablemente durante la década de los setenta, como consecuencia, por un lado, del aumento del número de alumnos en las escuelas y, por otro, de la creciente demanda de matemáticos en la industria y el comercio. Muchas comunicaciones recibidas, especialmente las que proceden de las LEA y las escuelas, aluden a las dificultades experimentadas para conseguir profesores de matemáticas con la titulación adecuada. Los cálculos que en diversos momentos se han realizado fluctúan considerablemente. En 1974 y 1976, la «Encuesta sobre la Escasez de Profesores en las Escuelas Secundarias», llevada a cabo por el Departamento de Educación y Ciencia, venía a indicar que el déficit podía cifrarse en unos 1.100 profesores. Un cálculo más reciente, el que proporciona el informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»*, basado en las visitas realizadas a una serie de escuelas de este tipo entre 1975 y 1978 indicaba que la cifra se situaba en torno a los 3.000 profesores de matemáticas. En el apartado 631 presentamos nuestro propio cálculo a este respecto.

* *Aspects of secondary education in England.* Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

622: La escasez de profesores en las materias optativas puede solventarse en cierto modo reduciendo el número de alumnos a los que se permite estudiarlas o, a veces, el tiempo a ellas dedicado. En cambio, dado que se acepta que todos los alumnos han de estudiar matemáticas, la escasez de profesores de esta asignatura no puede soslayarse por el primero de dichos procedimientos ni tampoco, salvo en casos excepcionales, reduciendo el tiempo dedicado a las clases. Lo que suele hacerse es encomendar la enseñanza a profesores que carecen de la formación necesaria. Constituye un error muy frecuente pensar que cualquier profesor titulado puede enseñar matemáticas en la forma debida, sobre todo a los alumnos más pequeños o de menor rendimiento. De aquí que la enseñanza de esta asignatura resulte especialmente vulnerable cuando el alumnado de una escuela secundaria empieza a menguar. Por ejemplo, si uno de los cuatro profesores de matemáticas de una escuela abandona esa escuela, es muy probable que, por desgracia, no se ejerza presión para que sea sustituido por otro, sino que, al menos en la actualidad, se haga uso de profesores titulados para otro tipo de enseñanza,

algunos de los cuales seguramente contarán con «horas libres» debido a la disminución del alumnado.

La Encuesta
de 1977 sobre
el Personal
de Escuelas
Secundarias

623: Por todo ello, hemos intentado conseguir información sobre los niveles de titulación para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas secundarias. En la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria» pueden obtenerse algunos datos, pero la única fuente de información completa a escala nacional es la que constituye la encuesta sobre el personal de unas 500 escuelas «mantenidas» (escuelas, en general, creadas y financiadas por alguna LEA) que llevó a cabo el Departamento de Educación y Ciencia en noviembre de 1977 siguiendo la recomendación del *Advisory Committee on the Supply and Training of Teachers* (Comité Asesor sobre la Dotación y Formación del Profesorado). La información recogida versaba sobre las titulaciones de todos los profesores de las escuelas incluidas en la encuesta, las materias que enseñaban, el tiempo dedicado a cada una de ellas y el curso (aunque no el nivel de rendimiento) correspondiente. Se recabó también información sobre el currículo de cada una de las escuelas: en la muestra se incluyeron colleges de sexto curso y escuelas intermedias (*middle schools*) «consideradas» de secundaria (es decir, con alumnos de hasta 13 años por lo menos) en relación con sus alumnos de 11 años o más; fueron excluidos los *tertiary colleges* (híbridos entre escuelas de secundaria y colleges de FE).

624: La encuesta fue planificada y realizada antes de la constitución de nuestra Comisión, si bien el análisis de los datos obtenidos sólo se hizo público cuando ya habíamos comenzado nuestros trabajos. Como no estaba concebida para recoger información detallada sobre la enseñanza de las matemáticas, que habría podido obtenerse de haber sabido que nuestra investigación iba a dar comienzo, el Departamento de Educación y Ciencia llevó a cabo, a solicitud nuestra, una serie de análisis adicionales, además de los previstos inicialmente, sobre los datos existentes. De esta forma, hemos dispuesto de abundante información; por otro lado, somos conscientes de que las cifras que manejamos se basan en datos que tienen casi cuatro años de antigüedad. Con todo, aunque el descenso del número de alumnos en algunas zonas y las posibles economías derivadas pueden haber producido algunos cambios, estimamos que el cuadro general no presentará variaciones demasiado significativas. En cualquier caso, no hay datos más recientes a escala nacional a disposición del público.

Niveles de titulación de los profesores de matemáticas

625: Al examinar la información que ofrece la encuesta, hemos ordenado a los profesores con arreglo a su titulación.

Somos conscientes de que la posesión de una excelente titulación sobre el papel no garantiza la eficacia en el aula; de igual modo, hay profesores que carecen de una titulación elevada pero que enseñan muy bien la asignatura. Sin embargo, y a falta de otros datos, no tuvimos más alternativa que partir de tales premisas. Todos los profesores de matemáticas fueron incluidos en alguno de los cuatro niveles de titulación siguientes: «buena», «aceptable», «insatisfactoria» o «nula». Los criterios seguidos para ello aparecen en el Apéndice 1, apartado A12. Fueron arbitrarios, como no podía ser de otro modo, aunque adoptamos la decisión deliberada de pecar de generosos en relación con las titulaciones que podían encajarse en uno u otro grupo. El cuadro global que presentamos tal vez sea, por tanto, algo más estimulante de lo que debiera. En nuestra exposición de los resultados del análisis nos hemos permitido, a veces, combinar las titulaciones de «buena» o «aceptable» bajo la denominación de «adecuadas», y las dos restantes bajo la denominación de «inadecuadas».

626: Los resultados de la encuesta muestran que, en noviembre de 1977, el 38 por ciento de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas secundarias corría a cargo de profesores cuya titulación para impartir la materia era «insatisfactoria» (17%) o «nula» (21%); en otras palabras, casi dos quintas partes de ellos, podían ser considerados «inadecuados». Con todo, esta cifra global oculta las diferencias existentes entre los diversos tipos de escuelas e incluso entre las diversas escuelas de un mismo tipo.

627: A escala nacional, la encuesta revela que en 1977 había unas 1.500 escuelas secundarias (casi el 35%) en las que al menos el 70% de la enseñanza de las matemáticas estaba en manos «adecuadas»; en esa cifra se incluyen unas 240 escuelas (sobre todo *colleges de sexto curso* y *grammar schools*) en las que la titulación de los profesores era adecuada. Por otra parte, había casi 1.300 escuelas (alrededor de un 30% del total) en las que menos de la mitad de la enseñanza de las matemáticas descansaba en manos «adecuadas», cifra que incluía unas 150 escuelas (sobre todo, *modern schools*) en las que ninguno de los profesores tenía una titulación adecuada. En los restantes 1.500 centros, entre el 50 y el 70% de la enseñanza corría a cargo de personal docente «adecuado».

628: En el apéndice 1, tablas 15-19, presentamos un análisis más pormenorizado; recomendamos prestar gran atención a los datos. Conviene subrayar, como indica la tabla 18, que se aprecian notables diferencias entre unas escuelas y otras del mismo tipo. Cuando se hizo la encuesta había, por ejemplo, al menos una *modern school* en la que todas las clases de matemáticas eran impartidas por profesores «adecuadamente» titulados, y dos escuelas integradas (*comprehensive schools*) en las que ninguno de éstos tenía la titulación idónea. Las varia-

ciones al respecto no están en relación directa con el rango de edades de la escuela; tampoco se advierte una concentración de los profesores con titulaciones más bajas en unos tipos concretos de escuelas secundarias. La distribución del personal docente depende, al menos en parte, de la forma en la que se llevó a cabo en las zonas concretas la reorganización tendente a la enseñanza integrada (*comprehensive education*). Aun cuando la gama de capacidades de los alumnos de una escuela cambiase marcadamente, rara vez se producía una redistribución a gran escala del personal docente. Así, en los colleges de sexto curso y en las escuelas integradas surgidas de las *grammar schools* solía haber una alta proporción de profesores licenciados, a diferencia de lo que ocurría en las surgidas de las *modern schools*.

El profesorado de las escuelas intermedias

629: Cabe aducir que, con respecto a las escuelas intermedias (*middle schools*), deberían considerarse «aceptables» algunas titulaciones que se han tenido por «insatisfactorias», porque la formación recibida iba dirigida a impartir clases a alumnos de menos edad (véase Apéndice 1, apartado A15). Ahora bien, aunque todos los profesores cuya titulación es «insatisfactoria» fueran considerados «aceptables», el 62% de la enseñanza de las matemáticas de los alumnos mayores de 11 años permanecería en manos «inadecuadas», lo que desde nuestro punto de vista constituye un dato muy preocupante. En las escuelas secundarias con alumnos de hasta 14 años, una alta proporción de la enseñanza de la asignatura se encontraba, asimismo, en manos de profesores con titulación «inadecuada». Con todo, puede argumentarse asimismo que, en tales centros, algunas titulaciones tenidas por «insatisfactorias» deberían quizá considerarse «aceptables».

La enseñanza de los alumnos más pequeños en las escuelas integradas

630: En algún momento se consideró que los profesores con titulaciones más bajas trabajarían principalmente con los alumnos más jóvenes. Esta hipótesis fue examinada en relación con la enseñanza hasta los 16 años en las escuelas integradas a las que se accede a los 11 ó 12 años; los resultados del análisis se exponen en su integridad en el apéndice 1, tabla 19. La hipótesis encontró cierta confirmación, pero en menor medida de la prevista. En el primer curso, el 47 por ciento de la enseñanza de las matemáticas estaba en manos «inadecuadas», porcentaje que para el quinto curso descendía al 37 por ciento. Ello indica la existencia de numerosas escuelas en las que la falta de profesores de matemáticas alcanza tales extremos que es imposible evitar el uso de personas no expertas en la materia, en todos los grupos de edad.

631: La tabla 16 del Apéndice 1 revela que, considerando una semana de 40 clases, para el conjunto de las escuelas de secundaria (excluidas las escuelas intermedias) hubo un total de 178.000 clases anuales de matemáticas impartidas por profesores con titulación «nula». Si partimos de un horario (alto) por profesor de 35 clases semanales, el citado número de clases representa el trabajo a jornada completa de más de 5.000 profesores. Por otra parte, el número de clases impartidas por personas con titulación «insatisfactoria» representa el trabajo a tiempo pleno de otros 4.000 profesores. **Estas cifras dan la medida de la escasez de profesores de matemáticas en las escuelas secundarias en 1977; habría que añadir las correspondientes a las escuelas primarias e intermedias.**

Distribución interna de los profesores con titulación adecuada para la enseñanza de las matemáticas

632: En la exposición desarrollada hasta ahora hemos prestado atención a la proporción de clases de matemáticas impartidas por profesores con diversos niveles de titulación. Se ha indicado que la actual escasez de profesores de la asignatura se ha visto agravada por el hecho de que algunos con titulación adecuada se encuentran impartiendo otro tipo de materias. En consecuencia, hemos examinado la cuestión. Como punto de partida, hay que considerar que muchos profesores están en condiciones, tanto por su formación como por su titulación, de enseñar más de una asignatura. Por ejemplo, los profesores de matemáticas suelen estar perfectamente cualificados para enseñar física, otra materia en la que faltan también docentes cualificados; pero si los profesores de física pasaran a enseñar matemáticas, se agravaría la actual escasez de personal docente de física, con el consiguiente perjuicio para el sistema educativo en su conjunto. Al abordar el tema de la falta de profesores de matemáticas, no basta con exponer el número de docentes con titulación adecuada para impartir estas enseñanzas; es necesario tener en cuenta, en algún momento, las materias que de hecho están enseñando.

633: Observamos que era posible desarrollar una serie de técnicas para analizar, escuela por escuela, hasta qué punto estaba «desajustada» la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, consideramos que había «desajuste» cuando, habiéndose encomendado esta asignatura a profesores «inadecuados», se disponía en la misma escuela de otros que tenían titulaciones «buenas» o «aceptables» para ello, y que, ni enseñaban matemáticas, ni enseñaban otra asignatura para la que estuvieran igual o mejor cualificados. El análisis del fenómeno en estos términos muestra que en casi una cuarta parte de las escuelas de la encuesta no existía desajuste; en la gran mayoría de las restantes, el grado de desajuste era pequeño, y en ningún caso superior al esperable como resultado de las

exigencias del horario de clases, sobre todo teniendo en cuenta que, como nosotros mismos señalamos, resulta muy conveniente establecer un mismo horario de matemáticas para varios o todos los grupos de un mismo curso. Fuera de ello, había algunas escuelas, entre ellas varias *modern schools*, en las que el grado de desajuste era notable. **Por consiguiente, cabe considerar que todo intento de redistribuir a los profesores dentro de cada escuela sólo contribuirá de forma muy limitada a la mejora de la proporción de clases de matemáticas que se confían a personas con titulación «adecuada». Es necesario, evidentemente, aumentar el número de profesores cualificados para la enseñanza de la asignatura.**

Tasas
de incorporación
y abandono
de la docencia

* *Aspects of secondary education in England*. Encuesta de la Inspección Escolar. HMSO 1979.

634: Hemos recabado información sobre las tasas de incorporación y abandono de la docencia por parte de los titulados en matemáticas. Los datos que figuran en los apartados siguientes se refieren sólo a los profesores licenciados de las *escuelas mantenidas*, excluidos los que tienen el título de BEd (*Bachelor of Education*), y en cuya licenciatura figuran las matemáticas como primera o única asignatura. Este grupo constituye una parte importante del cuerpo docente de matemáticas. Las cifras del informe de la «Encuesta Nacional sobre la Enseñanza Secundaria»* parecen indicar que absorben alrededor de un tercio de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas secundarias.

635: Las cifras relacionadas relativas a los años 1975-1979 aparecen en el Apéndice 1, tablas 20 y 21. A lo largo de dicho período hubo un promedio de unos 300 licenciados en matemáticas trabajando en la enseñanza primaria. En la secundaria, su número pasó de 7.100 en 1975 a unos 8.100 en 1979, lo que supone un aumento del 14 por ciento. Sin embargo, durante el mismo período, el total de licenciados que impartían clases de secundaria creció en un 30 por ciento. La tasa de incremento de los licenciados en matemáticas fue, pues, bastante inferior a la global. De hecho, mientras que en 1970 los licenciados en matemáticas suponían más del 11 por ciento de los profesores licenciados de las escuelas secundarias, en 1979 la cifra había bajado a un 6 por ciento.

636: Hemos obtenido algunos datos, clasificados por grupos de edad, sobre el número de licenciados en matemáticas (o en matemáticas y en alguna otra materia distinta de las ciencias) que han dejado la enseñanza cada año a partir de 1974-1975, bien por jubilación o por cualquier otro motivo, y asimismo las cifras correspondientes al conjunto de profesores licenciados (véase Apéndice 1, tabla 22). La comparación de las tasas de abandono no refleja diferencias significativas en cuanto a los profesores mayores de 30 años, hasta 1978-1979, ni tampoco en cuanto a los varones de 25 a 29 años de edad. Sin embargo, a partir de 1975-1976, las tasas de abandono de los varones licenciados en matemáticas de

menos de 25 años, han sido notablemente mayores que las de las mujeres de la misma titulación y edad. Por supuesto, estas tasas comparativas deben contemplarse con ciertas precauciones, ya que las cifras representadas son bastante pequeñas, pero vienen a confirmar la impresión de que los licenciados en matemáticas jóvenes y varones son especialmente vulnerables a la atracción que ejercen otros empleos. Las oportunidades de estos otros empleos aumentarán probablemente en cuanto acabe la actual recesión económica y las empresas comiencen a contratar nuevo personal.

**Métodos
para aumentar
la oferta
de profesores
de matemáticas**

637: Seguidamente consideraremos los métodos disponibles para aumentar la oferta de profesores de matemáticas con titulación adecuada. Pueden seguirse tres procedimientos. El primero consiste en aumentar el número de personas que acceden a la docencia con una titulación apropiada para enseñar matemáticas. El segundo, en adoptar cuantas medidas sea posible para que los profesores idóneos que en la actualidad están enseñando matemáticas con eficacia, permanezcan en sus puestos de trabajo en el futuro. El tercero, en mejorar la calidad de la enseñanza que imparten algunos de los profesores con titulaciones más bajas y que en la actualidad enseñan matemáticas; ello puede conseguirse mediante el apoyo profesional y la formación pertinentes. Por nuestra parte, consideramos que se impone actuar en los tres sentidos expuestos.

638: Los licenciados en matemáticas constituyen la fuente principal de la oferta de profesores de la asignatura en las escuelas secundarias. Ya hemos indicado que la demanda de este grupo de profesionales está aumentando en muchos sectores de la industria y el comercio, y que probablemente crecerá aún más cuando la actual recesión finalice. Los datos que nos ha hecho llegar el Registro Estadístico de Universidades nos orientan sobre las ocupaciones elegidas por los licenciados en matemáticas que terminaron su carrera en las universidades de Inglaterra y Gales en 1979; véase a este respecto el Apéndice 1, tabla 31. Las cifras ponen de manifiesto que menos del 10 por ciento del total pasaron a los cursos de formación del profesorado, cifra que contrasta con la del 75 por ciento correspondiente a 1938; en 1964 había descendido ya a un 30 por ciento, y en 1974 a un 17 por ciento. Por lo demás, no debe olvidarse que algunos licenciados en matemáticas acceden a la docencia sin seguir los cursos de formación del profesorado; volveremos sobre este punto en el apartado 692.

639: En la comunicación que ha hecho llegar hasta nosotros la AGCAS (*Association of Graduate Careers Advisory Services*, «Asociación de Servicios de Asesoramiento sobre Carreras Universitarias»), se exponen pormenorizadamente los resultados de una investigación realizada a petición nuestra,

sobre los motivos de una proporción tan baja de acceso a la docencia por parte de los licenciados en matemáticas. Los motivos principales resultan ser la retribución y las perspectivas, así como los problemas de disciplina que parecen manifestarse en las escuelas; estos factores son comunes a todas las asignaturas. Entre los motivos directamente relacionados con la disciplina que nos ocupa, cabe citar la afirmación de que las matemáticas son muy difíciles de enseñar y que, como se trata de una asignatura obligatoria para todos los alumnos hasta los 16 años, las clases suelen ser muy numerosas y contienen una proporción de alumnos poco motivados más alta que la de otras materias, que a menudo son optativas a partir de los 14 años. La AGCAS señala que la mejora de la retribución y la ampliación de las perspectivas —sobre todo, esto último— deben ser, por tanto, elementos imprescindibles de cualquier intento de atraer hacia la enseñanza a los licenciados en matemáticas y de disipar así los temores que inspira la asignatura. Llama, asimismo, la atención sobre el hecho de que «la baja retribución se considera reflejo del status de la enseñanza y de su importancia para la comunidad, lo que contribuye al retraimiento. Los universitarios sólo aceptan los trabajos poco retribuidos cuando se consideran atractivos y confieren cierto status, como son los relativos al ámbito de los medios de comunicación. Por el contrario, la enseñanza carece de dicho atractivo y el estado de «moral baja» que se advierte entre los profesionales de este campo no hace sino reforzar tal opinión».

640: Consideramos imprescindible que se haga mucho más de lo que se está haciendo para mejorar la imagen de la enseñanza, en particular de las matemáticas. Hay muchos profesores en potencia a los que detienen los proverbiales problemas de disciplina y las dificultades de la enseñanza y de las escuelas conflictivas. Sin embargo, los resultados de una pequeña encuesta desarrollada para nosotros por la *National Foundation for Educational Research* (Fundación Nacional para la Investigación Educativa), que presentamos con más detalle en el apartado 671, reflejan que el grupo de profesores incluidos en la muestra, todos ellos en sus primeros tres años de docencia en escuelas de secundaria, se mostraba en líneas generales feliz y cómodo en su trabajo. Una gran mayoría pensaba que tenían buena imagen ante sus colegas y que se habían ganado el respeto de sus alumnos. **Esperamos que la administración central y las autoridades locales reaccionen ante nuestro informe, valorando la importancia que tiene una buena enseñanza de las matemáticas a todos los alumnos, la necesidad de apoyo y dotación de profesores de esta asignatura y, sean cuales fueren las necesidades globales de profesores, la exigencia de aumentar el número de los que enseñan matemáticas.** Se precisa una buena publicidad para mejorar las actitudes ante la enseñanza de la materia por parte de la opinión pública y, por ende, de los profesores en potencia.

641: En nuestra opinión, resulta también imprescindible intensificar los esfuerzos por atraer hacia la enseñanza a los licenciados en matemáticas. Se nos ha señalado que muchas grandes empresas envían a sus representantes una vez al año a las universidades para informar, asesorar y entrevistar a los estudiantes de las mismas: no tenemos constancia de que el Departamento de Educación y Ciencia o las LEA lleven a cabo ningún programa común de estas características. Algunos asesores de orientación profesional de las universidades nos han indicado que los estudiantes llegan a pensar que, pese a la conocida carencia de profesores de matemáticas, las LEA no realizan ningún esfuerzo por aumentar la contratación de licenciados. En este sentido, se nos ha llegado a decir que el Departamento de Educación y Ciencia debería enviar una carta a todos los estudiantes que comienzan el último curso de licenciatura en matemáticas, comunicándoles la necesidad de profesores de la asignatura con titulación adecuada y los atractivos que posee la enseñanza como profesión. **Consideramos que deberían investigarse las posibilidades de un acercamiento directo a los alumnos que estudian la carrera de matemáticas, o una participación de algún tipo en las entrevistas anuales que se desarrollan en la universidad.**

Estudios
de licenciatura
en matemáticas

* Nos concentramos en los estudios universitarios porque de ellos proceden la mayoría de los licenciados en matemáticas. Los estudios de este tipo que brindan otras instituciones son con frecuencia más variados y menos abstractos que los universitarios; por consiguiente, no todos nuestros comentarios les son aplicables.

642: Nuestro ámbito de trabajo no se extiende hasta la enseñanza superior, por lo que no hemos hecho un estudio detallado de los cursos de matemáticas en la universidad; consideramos que tampoco es deber nuestro hacer recomendaciones en tal sentido. Sin embargo, dado que numerosos profesores de matemáticas son, y continuarán siendo, licenciados en la materia, pensamos que resulta pertinente que nos detengamos en dos puntos. En primer lugar, la medida en la que los estudios universitarios de matemáticas actuales confieren una preparación adecuada a los futuros profesores escolares; en segundo lugar, si no se está perdiendo un notable número de posibles profesores de matemáticas debido a la gran dureza de los propios estudios universitarios. **Manifestaremos nuestra opinión sobre ambos temas en la esperanza de que las universidades* estén dispuestas a analizar y, tal vez, a adoptar las medidas que proponemos.**

643: En nuestra opinión, la formación matemática impartida en la universidad a los futuros profesores de matemáticas en las escuelas debe ir encaminada a:

- desarrollar un conocimiento y dominio de las matemáticas que vaya mucho más allá del nivel al que van a enseñarse y, cuando convenga, permita el estudio en profundidad de algún tema en concreto;

- conseguir que se disfrute con las matemáticas y se adquiriera seguridad en su manejo;
- ofrecer una perspectiva histórica de la asignatura;
- permitir una apreciación de las relaciones entre las matemáticas y otros campos de estudio y aplicación;
- desarrollar la capacidad de transmitir ideas matemáticas tanto verbalmente como por escrito.

No tenemos claro hasta qué punto se cumplen estos objetivos en la actualidad. Consideramos que algunos cursos universitarios de matemáticas contienen demasiadas materias técnicas sobre la base de que una persona con estudios superiores ha de conocer determinadas cuestiones. Sin embargo, en muchos casos la premura de tiempo se traduce en que se imparten únicamente los rudimentos de determinados temas, y aun cuando ello pueda resultar un útil primer paso para quienes vayan a acceder a estudios de postgraduado, para otros tal vez resulte inútil y confuso. De hecho, existe un auténtico peligro de suscitar la confusión en los estudiantes debido a un enfoque excesivamente ambicioso, que puede provocar en los futuros profesores una peligrosa pérdida de confianza y entusiasmo.

644: Hay algunos estudios de licenciatura en matemáticas que combinan las matemáticas y la formación de los futuros profesores. Aunque pueden resultar particularmente útiles a los aspirantes a profesores, obligan a los estudiantes a decidirse por la enseñanza en un momento demasiado temprano de su formación y, en consecuencia, muchos de ellos se muestran remisos a cursarlos. La mayor parte de los universitarios prefiere mantener abierto su abanico de posibilidades durante el mayor tiempo posible. **De ello se deduce que los estudios de licenciatura en matemáticas deben ofrecer una serie de opciones que se ajusten a las necesidades de quienes tal vez se inclinen por la enseñanza pero que aún no han adoptado una decisión firme.**

645: Naturalmente, no estamos afirmando que tales estudios deban orientarse sólo hacia las necesidades de quienes vayan a acceder a la docencia. No obstante, la oferta de un número adecuado de profesores escolares bien cualificados ha de constituir uno de los ideales de todos los centros de enseñanza superior, de modo que el nivel de preparación matemática de los estudiantes que accedan a ellos se mantenga e incluso mejore. Es más, consideramos que, para la gran mayoría de licenciados en matemáticas, los requerimientos que deben satisfacer los estudios que han hecho no son muy distintos de los que hemos señalado que precisan los profesores. Sólo una minoría de aquéllos acceden a estudios más avanzados de la

disciplina. Es necesario que se ponga a disposición de esta minoría una serie de opciones que les preparen para los estudios de postgraduado, pero no debe acomodarse a tales intereses todo el contenido de los estudios de licenciatura.

646: No cabe duda de que en el ámbito escolar está muy extendida la opinión de que los estudios universitarios de matemáticas son extraordinariamente duros y sólo están abiertos a los más dotados. Naturalmente, existen entre estos estudios grandes diferencias de estructura y de alcance, y nos parece bien que así sea; no obstante, hay una fuerte tradición, que arranca de las universidades más antiguas, que viene a establecer el nivel de dificultad de estos estudios de licenciatura. Es posible que esto constituya un serio obstáculo para la ampliación del número de alumnos que acceden a dichas carreras y, por ende, para el aumento del «fondo» del que se nutren la enseñanza de las matemáticas, la industria y el comercio. En el capítulo 4 comentamos el gran aumento de la proporción de estudiantes que acceden a los estudios universitarios de matemáticas con el certificado de nivel **A** en matemáticas como asignatura simple. Tal vez debieran preguntarse las universidades si la ampliación y flexibilización de los estudios de matemáticas, concebidos especialmente para alumnos del tipo antes citado, podrían suponer un factor de atracción de cierto alcance. Para que esta política resulte eficaz, sería naturalmente preciso que las escuelas adquirieran conciencia de la naturaleza y objetivos de estos estudios, de forma que pudieran asesorar a sus alumnos adecuadamente.

647: Queremos subrayar que, en los últimos años, el número de chicas que se han preparado para obtener el certificado de nivel **A** en matemáticas ha supuesto tan sólo un tercio del correspondiente a los varones; el número de licenciadas en matemáticas en las universidades de Inglaterra y Gales se acerca al 40% de los varones. Por otra parte, del total de licenciados, la proporción de mujeres que han accedido a los cursos del PGCE (*Postgraduate Certificate in Education*, «Certificado de Educación para Postgraduados») supone casi el doble del de varones, con lo cual el número de varones y el de mujeres que asisten a dichos cursos coinciden sensiblemente. Si aumentara el número de chicas que estudian matemáticas para obtener el certificado de nivel **A**, aumentaría el total de potenciales licenciados en matemáticas y, con ello, el de profesores de matemáticas en potencia. **Consideramos que toda medida dirigida a alentar a las mujeres a que estudien matemáticas para obtener el certificado de nivel **A** y, posteriormente, a que sigan cursos de licenciatura, produciría el efecto de aumentar la oferta de profesores de matemáticas con titulación adecuada.**

El acceso
a la enseñanza

648: Un pequeño número de licenciados en matemáticas y disciplinas afines accede a la enseñanza de esta asignatura

desde otras ocupaciones

después de pasar algunos años trabajando en otros tipos de empleo. Hemos recibido datos contradictorios sobre la conveniencia de fomentar este tipo de trasvase. Por un lado, se aduce que estas personas aportan un bagaje de conocimientos y experiencia que puede ser útil para ejemplificar en el aula los usos y aplicaciones de las matemáticas. Por otro lado, se nos han hecho llegar comentarios adversos sobre la estrechez de su enfoque de la asignatura, y sobre la escasa capacidad docente que se advierte en algunas de ellas. Se ha señalado, asimismo, que hay quien se vuelve hacia la docencia porque no ha logrado el éxito en su ocupación anterior. Es posible que les resulte muy fácil a los licenciados acceder a la enseñanza desde otros empleos aun careciendo de la formación pertinente, e incluso sin tener que superar ninguna evaluación real de sus capacidades docentes. Sin embargo, en la actualidad, y dada la falta de empleo en otros campos, creemos que hay personas que han demostrado una gran capacidad en otras profesiones y que sin duda resultarían excelentes profesores, por lo que debería realizarse un esfuerzo para hacerse con sus servicios. Aunque aceptamos la comprensible reticencia de estas personas a pasar un año en período de formación percibiendo unos ingresos relativamente bajos y sin la certeza de que vayan a ser seleccionados al término del mismo, **consideramos que este tipo de formación es tan importante para ellos como para los licenciados recientes. Por consiguiente, creemos que deben dedicarse a ello los fondos pertinentes, a fin de suprimir las desventajas que conlleva el período de formación.**

649: **Las personas que se planteen su paso a la docencia han de tener la oportunidad de juzgar su propia idoneidad para este trabajo, materia sobre la que también han de opinar quienes vayan a emplearlas.** Acogemos favorablemente, por tanto, los cursos que, con una duración de un trimestre escolar, han sido establecidos por ciertas instituciones de formación y LEAs, en colaboración con algunas grandes empresas, con destino al personal amenazado por la reducción de plantillas. Consideramos que la posibilidad de pasar un trimestre «adaptándose» a la enseñanza y posteriormente otros dos en período de formación, una vez que tanto los propios candidatos como sus eventuales patronos han apreciado sus capacidades docentes, podría producir un deseable incremento de profesores de matemáticas. Nos parece, asimismo, muy útil el programa que dirige la *Inner London Education Authority*, en virtud del cual determinados licenciados, cuyos estudios poseen un componente matemático sustantivo y que cuentan con experiencia en la industria y el comercio, pueden integrarse temporalmente en el citado organismo, con una retribución correspondiente a la Escala 1 de profesores con titulación, mientras completan un curso de PGCE. Estas personas prestan sus servicios en escuelas dependientes del citado organismo, fuera de los trimestres lectivos. Otro plan, estable-

cido por una institución de formación, permite a quienes están en posesión de un diploma o certificado nacional superior, o titulación equivalente, completar los estudios de BEd (*Bachelor of Education*) en cinco trimestres; tenemos constancia de otros centros que estarían dispuestos a adaptar sus cursos de forma que este tipo de personas pudiera acceder a ellos si lo solicitasen en número suficiente. **Creemos que deben fomentarse todas las iniciativas de esta índole, prestándoles además el pertinente apoyo publicitario.** Tal vez resultara de gran utilidad la creación de una «oficina de información» en la que los interesados pudieran recibir asesoramiento sobre los cursos existentes.

650: La oferta de profesores de matemáticas ha mejorado algo desde que en 1977 se estableció el programa oficial de formación y perfeccionamiento para la enseñanza de materias prioritarias, cuya gestión compete a la *Manpower Services Commission* (Comisión de Servicios de Mano de Obra), dependiente del Departamento de Educación y Ciencia. Este programa está destinado a hombres y mujeres mayores de 28 años que, poseyendo la titulación idónea, deseen seguir un curso de un año de formación inicial para enseñar asignaturas en las que exista carencia de profesores, como las matemáticas. Entre 1977 y 1980, más de 400 personas con titulación adecuada en matemáticas siguieron este curso. A ello hay que añadir los más de 500 profesores de otras disciplinas que, en el mismo período, siguieron cursos de formación para la enseñanza de las matemáticas. Todos estas incorporaciones son importantes, y nos congratulamos, asimismo, de que se haya ampliado el plan para incluir cursos de perfeccionamiento trimestrales o anuales con destino a los actuales profesores de matemáticas.

El empleo
de profesores
con formación
para primaria
en las escuelas
de secundaria

651: Hay una posible fuente de profesores de matemáticas para la enseñanza secundaria que no consideramos deseable ni de interés para el sistema educativo en su conjunto. Conocemos casos de profesores que han cursado matemáticas como asignatura principal en los cursos del BEd (*Bachelor of Education*) y que, habiendo sido formados para la enseñanza de las matemáticas de primaria, han recibido ofertas, incluso presiones, para que desempeñen puestos afines en escuelas secundarias. Consideramos que no sólo no están en condiciones para desempeñar dicha labor, sino que, en caso de que accedan a la enseñanza secundaria, no ayudan en absoluto al incremento del profesorado idóneo que tan urgentemente se precisa también en la enseñanza primaria. **Creemos que es esencial que las LEAs se hagan conscientes de esta necesidad y se aseguren de que los profesores formados para enseñar en primaria, presten sus servicios en escuelas de este nivel.** A medida que disminuya el número de alumnos de las escuelas de secundaria, creemos que deberá alentarse a los profesores con titulación adecuada de estos centros, siempre que hayan

recibido la formación pertinente, para que soliciten su paso a escuelas de primaria.

Ayudas durante la formación

* Reglamento de enseñanza (becas para formación del profesorado) de 1981. Statutory Instruments 1981. N.º 1.328.

652: Acogemos positivamente el plan piloto de becas a los aspirantes a profesores de matemáticas que se implantará en breve*. Estas becas consisten en una cantidad a tanto alzado que se abonará a aquellos matriculados en los cursos PGCE a quienes se considere con posibilidades de convertirse en buenos profesores. Los becarios habrán de comprometerse a acceder a la enseñanza una vez completado el curso, para lo cual se les garantizará un empleo. Cabe la posibilidad de que se concedan estas ayudas a estudiantes que, en cualquier caso, se hubieran inclinado por esta actividad, por lo cual tal vez el aumento neto de profesores de matemáticas no sea muy notable, pero el citado plan evidencia el reconocimiento, a nivel nacional, de la urgente necesidad de profesorado de esta asignatura.

653: Se ha aventurado que el acceso de licenciados a los cursos PGCE se facilitaría si se suprimiesen, en el actual sistema de becas a estos estudiantes, las restricciones relativas a sus recursos económicos. Consideramos más bien que una medida semejante podría producir graves anomalías en relación, por ejemplo, con los estudiantes del último año del «BED honours», y que los «efectos de rebote» vendrían, por motivos financieros, a anular los efectos del cambio. **Pensamos que resultaría más operativo un sistema de ayudas a tanto alzado, concedidas a los licenciados que siguieran cursos de formación para la enseñanza de las matemáticas (y de otras materias en las que se aprecie la carencia de profesores).** El pago de las ayudas debería condicionarse a la posesión de las titulaciones matemáticas pertinentes (véase también el apartado 684) y al compromiso de acceder a la docencia y permanecer en ella durante un período mínimo de tiempo, una vez que se complete la formación. Se concederían ayudas semejantes a los estudiantes del cuarto año de los cursos del BED que estudiaran matemáticas como asignatura principal. Este mecanismo podría cancelarse una vez que quedase paliada la escasez de profesores, aunque consideramos que resultará muy útil mantener algún incentivo para atraer a las escuelas de primaria a quienes tuvieran el título de «BEd honours» en matemáticas. Por lo demás, no es probable que ninguna mejora en el régimen de ayudas a la formación, produzca como resultado un aumento significativo de la contratación de profesores, a menos que se consideren atractivas las perspectivas futuras de retribución y promoción.

Incentivos económicos

654: En el apartado 639 hemos señalado que, según un estudio de la Association of Graduate Careers Advisory Services, «una mejora de la retribución y de las perspectivas constituyen quizá los factores potenciales básicos» con vistas al aumento del número de profesores. Hemos tratado, por consi-

guiente, de comparar las retribuciones de la carrera docente con las de otras ocupaciones que se nutren de licenciados. Las investigaciones realizadas nos llevan a la conclusión de que las grandes diferencias no estriban en la retribución inicial, sino en las perspectivas para el futuro. Esta parece ser la situación actual, pese a las ventajas (por ejemplo, la mayor seguridad, las pensiones aseguradas y revalorizables y los períodos más largos de vacaciones) que disfrutaban los profesores. Un profesor recién titulado, con una licenciatura «honours», y con un curso PGCE, percibe inicialmente un salario de 5.547 libras al año y tiene la seguridad, contando los incrementos anuales regulares, de llegar a 7.869 libras a los 10 años de servicio, aunque el acceso a una escala salarial más alta depende de las oportunidades de ascenso ligadas al sistema Burnham. Estas oportunidades varían con el número y edades de los alumnos de las escuelas; en la actualidad, las cifras del alumnado están descendiendo a escala nacional y se nos ha informado de que, con la normativa existente, cada vez son menores las probabilidades de ascenso más allá de la escala 2, cuyo techo se cifra actualmente en 8.208 libras. A medida que descienda el número de alumnos, tal vez se vaya reduciendo también la seguridad en el empleo.

655: Resulta muy difícil cuantificar los salarios que pueden obtener los licenciados en matemáticas que no se dedican a la enseñanza, o generalizar sobre las muy diversas condiciones de trabajo de que disfrutaban. Una encuesta realizada en 1980 entre los miembros del IMA (*Institute of Mathematics and its Applications*, «Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones») y a la que respondieron 3.600 personas, un octavo de las cuales trabajaba en el campo de la enseñanza, nos proporciona ciertos datos. En el grupo de edad de los 26 a los 35 años, los salarios de los miembros del IMA que trabajaban como profesores eran de 1.000 a 2.000 libras anuales inferiores a los que percibían los miembros empleados en la administración central, en la industria, privada y nacionalizada, y en el comercio. Se nos ha señalado también que, en la industria y el comercio, la magnitud de los aumentos salariales suele depender de la competencia e interés que demuestre el empleado, según se desprenda de los métodos normales de evaluación. Por otra parte, los salarios de los profesores mejoran con arreglo a una escala predeterminada que, incluso en caso de ascenso a un puesto superior, limita la cuantía total del incremento anual, sean cuales fueren la eficacia y rendimiento del profesor.

Retribución
adicional a
los profesores
de matemáticas

656: Surge así la cuestión de hasta qué punto debe concederse a los profesores de matemáticas una retribución adicional. El Quinto Informe del Comité de Educación, Ciencias y Letras de la Cámara de los Comunes*, publicado en septiembre de 1980, relativo a la organización y financiación de los cursos de enseñanza superior, recomienda «considerar» la conveniencia de aumentar las ayudas de mantenimiento para

* Cámara de los Comunes. Quinto In-

forme del Comité de Educación, Ciencias y Letras. *The funding and organisation of courses in higher education.* HMSO 1980.

** Central Policy Review Staff Report. *Education, training and industrial performance.* HMSO 1980.

los alumnos, y los salarios para los profesores de determinadas materias, como por ejemplo las matemáticas». En el informe del *Central Policy Review Staff*** , publicado en mayo de 1980, puede leerse que, «aun reconociendo las dificultades que tal medida entraña, creemos que sin una mejora en las condiciones de retribución, resultará muy difícil superar esta escasez crónica (de profesores de matemáticas, ciencias y asignaturas prácticas): recomendamos, pues, que se ponga manos a la obra sin más dilación.»

657: La información recibida sobre la cuestión de las retribuciones adicionales a los profesores de matemáticas es, cuando menos, contradictoria. Los sindicatos de profesores y las asociaciones profesionales de matemáticos no ven la medida con simpatía. Por el contrario, algunos profesores individuales y ciertos sectores ajenos a la docencia se muestran decididamente a su favor. **Hemos debatido esta cuestión en profundidad y hemos llegado a la conclusión de que es imprescindible algún tipo de financiación adicional si queremos paliar la presente situación de grave escasez.** Apuntamos dos planteamientos que juzgamos factibles.

658: El primero consiste en hacer un mayor uso de la flexibilidad, existente pero muy poco utilizada, que permite el sistema Burnham, y aun acentuarla. Las LEA pueden ofrecer puestos de escala 2, 3 ó 4, si existen motivos que en su opinión así lo aconsejen, y uno de éstos podría ser los méritos especiales en el ejercicio de la docencia; creemos, sin embargo, que los profesores no suelen conseguir ascensos de este tipo con la frecuencia que estimamos deseable. Se nos ha informado que la propuesta efectuada a las LEA por parte de las secretarías conjuntas del Comité Burnham en favor de un aumento limitado de la proporción de puestos de escala 3 en las escuelas, a fin de aliviar la falta de profesores de matemáticas y física, parece haber encontrado en aquéllas un escaso eco; por nuestra parte, aplaudimos las intenciones a que responde esta iniciativa y sentimos que, tal vez debido a la actual presión financiera, no haya recibido el apoyo que creemos merece.

659: **Deseamos formular una propuesta en cierto modo distinta.** Consideramos que las LEA deberían tener facultades discrecionales para la designación o ascenso de los profesores de secundaria, con el fin de situarlos en un puesto de escala superior al que resultara a escala nacional. En la administración local existen facultades de este tipo en áreas ajenas a la enseñanza. Por esta vía se alentaría a los profesores más competentes y ambiciosos a proseguir trabajando como docentes especializados en matemáticas, en lugar de tratar de mejorar cambiando de trabajo. Esta retribución adicional* mejoraría su nivel de ingresos en relación con la competencia externa. Es muy posible que haya que adoptar dicha medida, reba-

• En la actualidad, alrededor de un octavo del tiempo de enseñanza en las escuelas de secundaria se dedica a las matemáticas. Las cifras citadas de la encuesta de 1977 sobre personal en la enseñanza secundaria indican que sólo el 60% de esta enseñanza se encuentra en manos «apropiadas». Estimamos que el coste de abonar un promedio de dos incrementos adicionales en la escala de salarios Burnham para la mitad de los profesores «adecuados» que estuvieran enseñando un horario completo de matemáticas, supondría entre un 0,2 y un 0,3% del total salarial de los profesores de secundaria. (Este cálculo se basa en el pago de dichos incrementos a 1/32 de los profesores ayudantes en las escuelas secundarias).

sando los máximos que establecen las escalas existentes, para conseguir el objetivo de la mejora de las perspectivas.

660: Uno de los principales problemas que presentan los incentivos relacionados con las escalas Burnham es la dificultad de evitar que sigan percibiéndolos quienes, por la razón que sea, dejan de cumplir los requisitos que les hicieron acreedores a ellos, como ocurriría, por ejemplo, con los que abandonarían la enseñanza de las matemáticas. Habría que establecer procedimientos para resolver este tipo de problemas. En caso contrario, nos inclinamos por un plan que vinculara el abono de una cantidad adicional específica a la titularidad de un puesto concreto en una escuela concreta. Si el profesor beneficiario cambia de escuela o asume otras responsabilidades, la retribución adicional deja inmediatamente de abonarse.

661: Estos dos planes podrían emplearse, asimismo, para atraer buenos profesores de matemáticas a las escuelas cuyos departamentos presenten una dotación de personal inadecuada. Nos inclinamos porque los planes sólo se aplicarían a los profesores especializados en matemáticas que enseñaran esta asignatura durante una proporción mínima determinada del horario escolar y con competencia demostrada; no creemos que deba abonarse remuneración adicional alguna durante los dos primeros años de docencia.

662: **Con objeto de favorecer la mejora de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias, consideramos que sería útil permitir a las LEA la concesión de incrementos salariales discrecionales a los profesores de éstas, sobre todo en aquéllas en que el número de alumnos limite la disponibilidad de puestos por encima de la escala 1.** Este tipo de medidas podría resultar muy valioso con vistas al nombramiento y mantenimiento de coordinadores de matemáticas capacitados.

663: Habrá quien aduzca que nuestra sugerencia tiene muy pocas esperanzas de éxito, porque las personas o entidades que compitieran por los servicios de los licenciados en matemáticas responderían con la correspondiente elevación salarial. No estamos seguros de que fuera a ocurrir esto necesariamente, porque la proporción de licenciados en matemáticas que accede a la enseñanza es, en cualquier caso, muy pequeña.

664: Reconocemos que a nuestras sugerencias pueden oponerse diversas objeciones, sobre todo relativas a la determinación del nivel de competencia o al enjuiciamiento de su carencia. Somos también conscientes de que habrá quien vea en ellas una amenaza para las relaciones entre profesores, considerando que sólo fomentan la división. No ignoramos tampoco las limitaciones financieras existentes en la actuali-

dad. Con todo, estamos convencidos de que nuestras iniciativas ayudarían notablemente a aumentar la contratación y mantenimiento de buenos profesores de matemáticas, sin los cuales la mejora en la enseñanza que todos consideramos necesaria nunca se producirá. Si se rechazan nuestras propuestas habría que presentar medidas alternativas destinadas a paliar la continua carencia de profesores con titulación adecuada para enseñar la asignatura.

La necesidad de contratar profesores de matemáticas recientemente formados

665: Consideramos que una campaña concertada para atraer hacia la docencia a los licenciados en matemáticas, apoyada en todo caso con los incentivos económicos expuestos en los apartados precedentes, podría alcanzar sus objetivos. Las perspectivas de éxito han mejorado notablemente en los últimos años, porque la recesión económica ha reducido la competencia de otras fuentes, a la hora de contratar matemáticos. En todo caso, el inmediato futuro ofrece una oportunidad inmejorable para conseguir una mejora significativa de la cantidad y calidad del cuerpo docente en este campo, mejora que por nuestra parte consideramos primordial. Aunque la disminución del alumnado en las escuelas y las limitaciones económicas impuestas a las LEA están conduciendo inevitablemente a la reducción en la contratación de profesores, **deseamos subrayar la necesidad vital de mantener, y si es posible aumentar, dicha contratación en relación con las matemáticas, a pesar de las actuales dificultades económicas.** Creemos, asimismo, que la necesidad de que la enseñanza de las matemáticas corra a cargo de profesores con titulación adecuada ha de disfrutar de prioridad sobre la redistribución del personal. Resultaría muy poco útil organizar una campaña para estimular a los licenciados en matemáticas a que accedan a la docencia, si las LEA no estuvieran en condiciones de contratarlos. **Por consiguiente, creemos que deben adoptarse medidas para garantizar que, en los próximos años, los profesores de matemáticas de formación reciente puedan conseguir puestos docentes.** Tal vez las autoridades educativas locales deban recibir una subvención, probablemente de carácter limitado y temporal, por parte del Departamento de Educación y Ciencia, para que todos los profesores de matemáticas idóneos puedan conseguir un empleo. Creemos que el coste que ello podría suponerle a la administración central sería muy pequeño, que los beneficios serían directos e inmediatos, y que la autonomía de las autoridades locales para designar su personal no sufrirá ningún menoscabo. Por otra parte, los profesores de matemáticas de formación más reciente y los que se estuvieran planteando seguir un curso de formación para acceder a la docencia, se convencerían de la existencia de una auténtica demanda de sus servicios. Este tipo de medidas se someterían a revisión anual a la luz de los cambios en las circunstancias y, en cualquier caso, podrían eliminarse sin dificultad cuando el cuerpo docente de matemáticas en las escuelas hubiera alcanzado un nivel satisfactorio.



14. Cursos de formación inicial

666: En la actualidad, el acceso a la docencia se produce mayoritariamente por dos vías. La primera consiste en obtener el título de BEd (*Bachelor of Education*, Licenciado en Educación), que proporciona al mismo tiempo la cualificación académica y la formación como profesor. La titulación «ordinaria» dura tres años, y la titulación «honours», cuatro. La segunda vía consiste en obtener el PGCE (*Postgraduate Certificate in Education*, «Certificado de Educación para Posgraduados»), abierto a quienes posean una titulación superior distinta al BEd, y que se concede después de un curso de un año. Los estudios que permitían el acceso a la docencia a través de una tercera vía, el «Certificado de Educación» (de rango inferior a la licenciatura universitaria), después de tres años en los que se recibía una formación profesional y académica, son a extinguir y ya no es posible matricularse en ellos. Por último, hay otras vías menos importantes para acceder a la docencia, pero en este capítulo centraremos nuestro análisis en la obtención del BEd o el PGCE.

667: La formación inicial del profesorado en Inglaterra y Gales se desarrolla tanto en el sector universitario como en el no universitario. Los estudios para el BEd pueden seguirse en unos 80 centros no universitarios, entre ellos algunos politécnicos, y asimismo en determinadas universidades. La estructura de los estudios varía entre unos centros y otros, aunque la gran mayoría brinda, además de una formación profesional y el estudio de la teoría de la educación, la oportunidad de estudiar una o dos materias con más profundidad. En el apartado 695 nos ocupamos de estos cursos «de especialización». Por su parte, los estudios para el PGCE pueden seguirse en unas 30 universidades y 60 centros del sector no universitario.

**Titulación
requerida
para acceder
a los estudios
de formación
inicial
del profesorado**

668: Para acceder a los estudios para el BEd deben cumplirse en la actualidad los mismos requisitos que se exigen para iniciar cualesquiera estudios de licenciatura, esto es, haber obtenido el certificado de nivel A por lo menos en dos asignaturas o contar con la titulación equivalente. No era éste el caso de los cursos del «Certificado de Educación», por lo que cabe señalar que el nivel académico mínimo para acceder a la formación del profesorado es en la actualidad más alto que en el

pasado. Recientemente se ha establecido un nuevo requisito para los aspirantes a profesores que vayan a estar en condiciones de comenzar el ejercicio de la docencia en septiembre de 1984 o con posterioridad, ya que se les pide que hayan obtenido un certificado de nivel 0 de grado A, B, C o equivalente, en inglés y matemáticas. Así pues, para iniciar los estudios para el BEd es necesario este título, que también se exigirá a partir de septiembre de 1983 a los candidatos a los cursos PGCE. El examen de la figura 6 (apartado 195) parece indicar que muchos aspirantes a profesores encontrarán más difícil obtener el citado título en matemáticas que en inglés.

669: La decisión de exigir un certificado de nivel 0, o equivalente, en matemáticas, para iniciar los cursos de formación inicial, ha suscitado comentarios favorables en buena parte, aunque no en la totalidad, de las comunicaciones recibidas al respecto. En nuestra opinión, el establecimiento de este requisito ha constituido todo un acierto, si bien no hay que olvidar, como señala la Circular 9/78 del Departamento de Educación y Ciencia, en la que se anunciaba la implantación de la medida, que «las titulaciones formales no siempre garantizan la competencia», añadiendo: «la posesión de un certificado de nivel 0, o equivalente, en matemáticas, puede resultar muy poco orientativa de las posibilidades del estudiante para enseñar la materia»*; el lector encontrará un examen minucioso de esta problemática en el apartado 679. La actual reducción del número de estudiantes aceptados para acceder a la formación del profesorado muestra que aún no es posible evaluar los efectos del nuevo requisito sobre la contratación de docentes.

* HMI Series. Matters for discussion 8. *Developments in the BEd degree course*. HMSO 1979.

Cambios recientes en la formación del profesorado

670: En los últimos diez años se han producido importantes cambios en el sector no universitario de la formación del profesorado. La reducción del número de plazas para dicha formación ha provocado el cierre de algunos colleges de educación y la fusión de otros con determinadas instituciones que imparten cursos de otra índole. Ha sido, asimismo, preciso planificar e introducir nuevos estudios para cubrir la laguna creada por la progresiva supresión del «Certificado de Educación» y la reorganización de los colleges. En muchos casos, esta reorganización se ha visto acompañada de un traspaso de las competencias sobre convalidaciones desde las universidades al *Council for National Academic Awards* (Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales). Los recortes de personal debidos a la citada reorganización han hecho que se produjeran muy pocas altas en los últimos años; ello significa que la proporción de nuevos profesores en la enseñanza a tiempo pleno está disminuyendo. Debido a la magnitud de los cambios acaecidos, muchos de los comentarios que se nos han formulado acerca de la formación para la enseñanza de las matemáticas aluden a cursos que ya no existen o que han sufrido grandes modificaciones, cuando no a una formación recibida en épocas de incertidumbre o de grandes cambios.

Hay, asimismo, algunos comentarios puramente anecdóticos y es cierto que muchos de los que nos han escrito sólo parecen poseer datos sobre un único centro de formación, lo que por otra parte resulta comprensible. Por todo ello, no nos ha sido fácil decidir en qué medida estas críticas y elogios relativos a la formación del profesorado resultan o no todavía válidas en la actualidad. Pese a ello, hemos de señalar que gran parte de los comentarios recibidos presenta un decidido carácter crítico.

Opiniones de los profesores recientemente formados

671: Tuvimos conocimiento de que la NFER (*National Foundation for Educational Research*, «Fundación Nacional para la Investigación Educativa») había estudiado recientemente la evolución, a lo largo del sexto curso y la enseñanza superior, de un grupo de alumnos que más tarde pasó al campo de la docencia. La fase final del estudio consistió en la entrega de un cuestionario para calibrar sus reacciones tras su primer año de servicio y sus recuerdos sobre su formación inicial con la perspectiva del tiempo transcurrido. Con todo, en el grupo se contaban muy pocos profesores de matemáticas y, por tanto, en un esfuerzo por conseguir opiniones sobre esta sección del profesorado, el Departamento de Educación y Ciencia, a petición nuestra, encargó a la NFER una ampliación del estudio mediante una versión levemente reformada de su cuestionario, que se entregó a una muestra de profesores de matemáticas en sus tres primeros años de docencia en escuelas de secundaria. Esta encuesta se desarrolló en octubre de 1980, y se recibieron respuestas de 198 profesores, de los cuales 48 estaban en su primer año de servicio.

672: Las reacciones de los encuestados ante diversas afirmaciones sobre su puesto docente pusieron de manifiesto, como señalamos en el apartado 640, que se trataba de un grupo de personas contentas con su trabajo. Más del 90 por ciento respondieron que las afirmaciones «disfruto considerablemente con la enseñanza de las matemáticas», «me siento muy satisfecho con las tareas que implica mi presente trabajo» y «me siento muy feliz enseñando matemáticas en esta escuela», podían aplicarse, siquiera de forma matizada, a su situación concreta; casi la mitad del total señalaba que su identificación con los tres comentarios era completa.

673: En respuesta a una serie de afirmaciones sobre la idoneidad de su formación inicial, los encuestados, en general, señalaban que ésta les había preparado mejor para enseñar la asignatura y para dirigir la clase que para enfrentarse a los problemas de disciplina, de evaluación de los progresos de los alumnos o de diversidad de capacidades de los alumnos, sobre todo en los grupos en que ésta diversidad era más acusada. Los que habían seguido los cursos del PGCE se encontraban más satisfechos con el equilibrio entre los diferentes elementos de su formación que los que tenían el BED o el «Cer-

tificado de Educación». Entre los que hacían algún comentario sobre el equilibrio interno de los estudios, se apreciaba un deseo generalizado de que se prestara mayor atención a los elementos más prácticos, tales como los métodos de enseñanza y de dirección del aula, la enseñanza práctica y la observación. A la pregunta sobre el modo de conseguir el tiempo preciso para esto, contestaban indicando la conveniencia de reducir el tiempo dedicado a la teoría de la educación. Muchos apuntaban que sólo al final de los cursos de formación inicial podía advertirse la importancia de estas teorías.

674: Algunos encuestados comentaron que los estudios de formación inicial no les habían preparado para enseñar matemáticas a los alumnos de aprendizaje muy lento. En nuestra opinión, los cursos de formación no deben detenerse en este tipo de preparación, que, por otra parte, no nos parece factible, aun cuando los estudiantes deban tomar conciencia de las necesidades especiales que puedan encontrar en el trato con los alumnos. Para apreciar las peculiaridades de los alumnos de aprendizaje más lento, así como de otros alumnos de características especiales, hay que adquirir antes cierta experiencia en la enseñanza de alumnos que no presenten estos problemas. **Consideramos, pues, que la formación dirigida a la enseñanza a alumnos con necesidades especiales debe impartirse mediante cursos de perfeccionamiento, que se den una vez que los profesores cuenten con alguna experiencia de clase.** En nuestra opinión, la enseñanza de alumnos de esta índole no debe dejarse en manos de los profesores recién llegados al campo de la docencia.

Formación profesional

675: La formación profesional en el seno de los estudios para el BEd y el PGCE depende del carácter de los futuros alumnos (de primaria, intermedia o secundaria). Dos elementos básicos de dicha formación son, por un lado, los cursos de instrucción en métodos de enseñanza de materias concretas, que reciben la denominación de «cursos de currículo» en el BEd y «cursos de metodología» en el PGCE, y por otro, la experiencia escolar. Nos ocuparemos de uno y otro por separado.

Cursos de currículo y de metodología

676: Comenzaremos nuestra exposición sobre los cursos de currículo y de metodología resaltando dos aspectos que consideramos primordiales sea cual fuere la edad de los destinatarios. Consideramos que la necesidad de tenerlos en cuenta exigirá la introducción de modificaciones en ciertos cursos.

677: **La primera de ellas es la necesidad de subrayar, en el seno de estos cursos, los diversos elementos que, como señalamos en el apartado 243, deben incluirse en la enseñanza de las matemáticas y, en particular, la importancia del trabajo oral, de las discusiones y del trabajo práctico.**

678: **La segunda es la necesidad de poner de manifiesto las relaciones entre las matemáticas y las restantes áreas del currículo.** «La contribución de una asignatura a la formación del alumno pierde fuerza si el profesor no la presenta haciendo hincapié en sus nexos con el resto del currículo. Hay dos conceptos vinculados a esta idea; uno es la medida en la que el profesor contempla su disciplina como parte de un conjunto global al que debe hacer una aportación significativa; el otro es el establecimiento explícito de unas relaciones entre las diversas disciplinas, de tal suerte que las destrezas y formas de pensar propias de una de ellas puedan, asimismo, desarrollarse en las demás»*. El enfoque más integrador del currículo que se adopta en los años de primaria tal vez haga más fácil que los futuros profesores de esta etapa contemplen las matemáticas desde esta perspectiva, siempre y cuando experimenten una cierta seguridad sobre sus propios conocimientos y capacidades de empleo de la materia. Por su parte, no por más difícil de conseguir debe dejarse en un segundo plano la necesidad de que los profesores de matemáticas de secundaria consideren, asimismo, las relaciones de su asignatura con el currículo en su conjunto.

* *Teacher training and the secondary school.* Un artículo de debate del HMI. DES 1981.

La preparación para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias e intermedias

679: Dado que la práctica totalidad de los profesores de las escuelas primarias y muchos de las intermedias tendrán que enseñar matemáticas, todos los estudiantes de formación destinados a dichos centros deberían seguir un curso de currículo de matemáticas. En su mayor parte no estarán estudiando esta asignatura como principal, y es posible incluso que experimentasen un cierto rechazo por ella durante su escolaridad. Aunque la exigencia del certificado de nivel 0 o equivalente para acceder a la formación del profesorado, tal vez produzca una cierta mejora en el nivel global de competencia y en la actitud de algunos estudiantes ante esta materia, no cabe esperar que todos aquéllos que deseen prestar sus servicios en las escuelas primarias y en las middle schools estén deseosos de enseñar matemáticas. Más aún, muchos de ellos habrán abandonado sus estudios en este campo con una clara sensación de alivio, una vez logrado el certificado citado. No debe resultar sorprendente, así pues, que algunos estudiantes comiencen su formación con un cierto temor ante la perspectiva de enseñar matemáticas, y que, por tanto, los centros de formación encuentren dificultades en conseguir que todos ellos adopten una actitud positiva ante la materia y adquieran la seguridad precisa para impartir sus enseñanzas en la forma debida. Sin embargo, la enseñanza de las matemáticas probablemente ocupará el 20 por ciento del tiempo de los profesores de primaria. **Debe ser, pues, uno de los principales cometidos de los responsables de la formación de estos estu-**

diantes el imbuir en ellos una actitud positiva, consolidar y profundizar sus conocimientos de matemáticas —labor que lleva consigo la necesidad de colmar ciertas lagunas— y proporcionarles una base firme donde cimentar su labor docente en este campo. Nuestra exposición del capítulo 6 sobre las matemáticas en la enseñanza primaria muestra lo mucho que esta tarea implica.

* En 1979, más de 25.000 profesores de las escuelas primarias (esto es, el 13 por ciento del total de las mismas) eran licenciados, excluyendo el BEd; de ellos, sólo 300 tenían las matemáticas como primera asignatura.

680: Sólo una minoría de los profesores de escuelas primarias e intermedias ha seguido el curso del PGCE*. En realidad, un curso de un año de duración es, en opinión de muchos, insuficiente para abarcar las materias precisas. Sus necesidades en relación con las matemáticas son las ya descritas, pero los problemas que suscita la atención a los estudiantes que no se sienten a gusto con la asignatura suelen resultar más graves, tanto por la escasez de tiempo como porque muchos de ellos no han estudiado matemáticas en los cinco últimos años. **Desde nuestro punto de vista, la solución a largo plazo radica en la ampliación de los estudios del PGCE para profesores de primaria.** En cualquier caso, consideramos que no debe permitirse el acceso a los mismos a los aspirantes a profesores de escuela primaria o intermedia que manifiesten una evidente falta de conocimientos en matemáticas.

La preparación para la enseñanza especializada de matemáticas

681: Aunque gran parte de los estudiantes que cursan matemáticas como asignatura principal en el BEd se convierten en profesores especializados en la materia, la mayoría de los especialistas en matemáticas de las escuelas secundarias cursaron el PGCE con las matemáticas como primera asignatura de metodología. En el Apéndice 1, tabla 24, se dan las cifras relativas al acceso al curso del PGCE, desde 1975, por parte de los licenciados que estudian en él matemáticas como primera asignatura. Tras la fuerte reducción de 1978 y 1979, se produjo un considerable incremento en 1980, aunque no parece centrado en los licenciados «honours» en matemáticas. En el interin, las conclusiones de una encuesta sobre el curso del PGCE seguido en los departamentos universitarios de formación, llevada a cabo por el profesor G. Bernbaum en la Universidad de Leeds, revelan que en 1979-1980 había unos 200 varones y otras tantas mujeres cursando matemáticas como primera asignatura en dicho curso. Alrededor de la mitad eran licenciados «honours» en matemáticas; el 7 por ciento lo eran en una materia afín*, y el 13 por ciento en alguna materia no afín. El 30 por ciento restante poseía licenciaturas distintas, aunque no hay datos sobre su contenido matemático, si es que lo tenían. La información sobre el curso PGCE en el sector no universitario para 1980-1981, que nos ha sido facilitada por la Sección de Enseñanza de las Matemá-

* Tal como se define en el Apéndice 1, apartado A12.

ticas de la *National Association of Teachers in Further and Higher Education* (Asociación Nacional de Profesores de Enseñanza Superior y Postsecundaria), parece indicar que menos del 30 por ciento de los estudiantes con las matemáticas como curso de metodología principal o complementario, eran titulados en la materia; otro 20 por ciento más poseía una licenciatura mixta que incluía esta disciplina. Por consiguiente, parece claro que, en la actualidad, no todos los que cursan matemáticas como primera asignatura en los cursos PGCE, tanto del sector universitario como no universitario, poseen una titulación adecuada en esta disciplina (véase también el Apéndice 1, tabla 25).

682: Para explicar el número cada vez mayor de titulados de otras disciplinas que optan por las matemáticas como primera asignatura en el curso PGCE, se nos han aducido dos razones. La primera, que parece más fácil conseguir empleo como profesor de matemáticas que de otras materias; la segunda, que, en una época en que las oportunidades de empleo no abundan como antaño, constituye una «póliza de seguros» muy útil obtener una buena titulación docente en una materia en la que hay escasez de profesorado.

683: Consideramos, pues, que el aumento en las cifras de acceso a los cursos PGCE de matemáticas debe contemplarse con cierta precaución. Nos congratula ese incremento en tanto en cuanto los cursos de licenciatura de procedencia tengan un componente matemático sustantivo. Por el contrario, nos preocupa que estudiantes cuya titulación no tiene relación alguna con las matemáticas sean aceptados en los cursos PGCE de la materia. Creemos que «estos estudiantes vienen a inflar las cifras de personas cuya titulación no es apropiada o adecuada para el trabajo que han de desempeñar»*. El tiempo que se destina a la mayoría de los cursos de metodología no les permitirá aprender a presentar las matemáticas en las aulas de forma eficaz. En nuestra opinión, **no debería admitirse en el curso principal de metodología de las matemáticas, a estudiantes cuya titulación no presente un componente matemático sustantivo.**

* *Teacher training and the secondary school*. Un artículo de debate del HMI. DES 1981.

684: El número de profesores de secundaria que deban enseñar más de una materia aumentará probablemente en los próximos años, debido a la reducción de las cifras del alumnado. En algunos cursos PGCE se imparte una única materia, pero en otros se imparten dos. Aunque en ocasiones aparecen equilibradas, con frecuencia se dedica a la segunda materia menos tiempo (incluso mucho menos). En la actualidad, se observa una fuerte tendencia a elegir las matemáticas como segunda asignatura. Según la encuesta de Leicester, en 1979-1980 eran 360 los estudiantes que se encontraban en esta situación en los cursos PGCE universitarios. De ellos, casi el 20 por ciento eran licenciados «honours» en una materia afín

a las matemáticas y el 50 por ciento eran licenciados «honours» en una materia no relacionada; el 30 por ciento restante poseía una titulación diferente, pero no hay datos sobre su contenido matemático, si es que lo había. Parece bastante probable que muchos de los que cursan matemáticas como segunda asignatura lleguen posteriormente a enseñarla: es más, tal vez algunos de ellos hayan optado por ello en la esperanza de que un cierto grado de formación en la enseñanza de las matemáticas les ayude a conseguir un empleo en la docencia. Resulta, por tanto, imprescindible que en estos cursos se imparta una formación apropiada y que «el acceso a los mismos se regule por una normativa muy estricta»*. Desde nuestro punto de vista, **no debería admitirse en el curso complementario de metodología de las matemáticas, a estudiantes cuya titulación no presente un componente matemático sustantivo o no tuvieren la cualificación suficiente en matemáticas de alguna otra forma.**

* *Teacher training and the secondary school*. Un artículo de debate del HMI. DES 1981.

Asignación de tiempo a los cursos de currículo y de metodología

685: De las comunicaciones recibidas se desprende la existencia de grandes diferencias en cuanto al tiempo asignado a los cursos de currículo y de metodología de matemáticas, y también en cuanto a su situación en el seno de los estudios para el PGCE y el BEd. Una de las quejas más generalizadas alude al poco tiempo que se dedica al trabajo de esta índole, si bien dichas quejas nos remiten a períodos de tiempo muy diferentes entre sí; tampoco se advierte una conexión clara entre el tiempo asignado y la intensidad de las quejas. El tiempo reservado para estos cursos parece depender de diversos factores, entre ellos su coordinación con las prácticas de clase y otras visitas a la escuela, su relación con otros elementos de los estudios profesionales concernientes a los métodos empleados en el aula, y el tiempo que se espera dediquen los alumnos a estudiar por su cuenta.

686: Algunas comunicaciones recibidas indican que, en los estudios del BEd encaminados a la enseñanza en escuelas primarias y middle schools, deberían dedicarse al menos 90 horas, en los 3 ó 4 años de duración, a un curso de currículo de matemáticas. Esta sugerencia fue apoyada verbalmente por el *Council for National Academic Awards* (Consejo de Titulaciones Académicas), al que compete la convalidación de numerosos estudios para el BEd. Si el tiempo asignado fuera inferior, cabría esperar que se compensase, por ejemplo, asignando más tiempo del habitual a los cursos de currículo de ciencias. Hemos advertido asimismo que, «desde el punto de vista de la Inspección Escolar, un total de 90 horas distribuidas adecuadamente en función de la experiencia escolar y la práctica global constituye el mínimo que cabe exigir para

* HMI Series. Matters for discussion
8. *Developments in the BEd degree course.* HMSO 1979.

adquirir una certeza razonable de que los estudiantes están listos para trabajar»*. Esto significa que algunos de ellos tal vez precisen invertir algún tiempo más para conseguir el nivel adecuado de preparación. Sin embargo, en muchos casos se dedica bastante menos tiempo: a veces, ni siquiera se alcanzan las 40 horas. Deseamos expresar nuestra preocupación por la posibilidad de que se dedique tan poco tiempo a la preparación para la enseñanza de una parte del currículo que ocupa hasta un quinto del horario escolar de los alumnos durante la enseñanza primaria. Se advierten también considerables diferencias en la proporción de tiempo disponible en los estudios del PGCE; se nos ha informado de casos en que se dedica a los cursos de metodología una tercera parte del tiempo total, y de otros en que ese tiempo no pasa de la octava parte. Más adelante nos ocuparemos de la necesidad de revisar estas grandes diferencias.

Experiencia
escolar

687: La experiencia escolar forma parte de todos los cursos de formación inicial. Normalmente comienza con breves períodos de observación en la escuela, por lo general en compañía de un tutor, y siempre incluye al menos un amplio período de práctica docente durante el cual el personal de la escuela asume la responsabilidad sobre el estudiante. **Resulta, pues, necesario que el personal de las escuelas que reciben a los estudiantes, y el de los centros de donde éstos proceden, coordinen sus actividades en una colaboración bien definida y de apoyo mutuo;** si este régimen no existe o no funciona eficazmente, los estudiantes no extraerán ningún provecho del tiempo que pasen en las escuelas. Estas y los correspondientes centros de formación han de explorar, pues, de mutuo acuerdo y durante un largo período de tiempo la naturaleza de su colaboración y su posible aportación en tal sentido. Estos debates no sólo no deben estar abiertos al personal de mayor categoría docente de las escuelas, sino también a los profesores en cuyas clases y departamentos vayan a trabajar los estudiantes. En lo que respecta a las matemáticas, cabe esperar que el coordinador o director de departamento desempeñe un papel preponderante y preste un firme apoyo a éstos durante sus prácticas. Consideramos conveniente que se les dé la oportunidad de comentar su papel con el personal del centro de formación y de recibir la orientación precisa. El personal de las escuelas y de los centros de formación debe conocer claramente sus tareas respectivas en lo que respecta a la evaluación de los estudiantes durante sus prácticas docentes.

688: Se nos ha comunicado que en algunos casos esta colaboración entre escuelas y centros de formación no está lo suficientemente bien definida, por lo que aquéllas no se hacen conscientes de su responsabilidad sobre los estudiantes ni de los fines, objetivos y prioridades de los centros de los que éstos proceden. Análogamente, algunos centros tampoco se informan sobre los fines y prioridades de las escuelas destina-

tarias. En el peor de los casos, puede darse un conflicto de objetivos en relación con la enseñanza de las matemáticas: en tal caso, es imprescindible adoptar las medidas pertinentes para abordar y resolver las dificultades.

689: Nos preocupan las informaciones recibidas en el sentido de que, en algunos casos, las actuales restricciones financieras limitan la elección de las escuelas en las que pueden hacerse las prácticas, con lo cual éstas se realizan en aquellas que se encuentran más cerca del centro de formación correspondiente, y no en las más idóneas. **Consideramos esencial que las citadas restricciones no fuercen a elegir escuelas en las que no pueda prestarse el apoyo pertinente a los estudiantes en prácticas.** Lo mismo cabe decir de la situación que se produce cuando éstos estudjantes reciben menos visitas de sus tutores de lo que sería razonable.

690: Somos conscientes de que no todos los estudiantes que van a enseñar matemáticas en las escuelas primarias o intermedias pueden ser objeto de una supervisión adecuada, en lo que se refiere a las matemáticas, durante sus prácticas. **Resulta esencial, por tanto, que los centros de formación y escuelas trabajen en régimen de cooperación y desarrollen métodos fiables para identificar y ayudar a aquéllos cuyo trabajo en matemáticas sea insatisfactorio durante las prácticas.** Por las razones expuestas en el apartado 680, los estudiantes del curso PGCE parecen encontrarse en particular peligro en este sentido.

691: Por último, queremos llamar la atención sobre la necesidad de **atender especialmente a los estudiantes que se preparan para enseñar en escuelas secundarias y que han seguido un curso complementario de metodología en matemáticas.** No sólo precisan la oportunidad de enseñar esta asignatura, además de su materia principal, sino que su labor docente ha de ser objeto de la supervisión pertinente. Dado que el tutor que les visite tal vez no sea especialista en esta disciplina, el apoyo que preste el director de departamento de la escuela puede ser de especial importancia.

Requisitos
para emprender
la formación
inicial

692: A los licenciados en matemáticas se les permite en la actualidad enseñar en las escuelas mantenidas de secundaria, sin necesidad de seguir el curso PGCE. La mayoría de las comunicaciones recibidas sobre esta cuestión apremian a la supresión del citado régimen. En nuestra opinión, la licenciatura en matemáticas no implica la capacidad para enseñarlas. Como hemos señalado en este informe, no resulta fácil desempeñar una buena labor docente en este terreno o afrontar las distintas necesidades de los alumnos de diferentes niveles de rendimiento. El número de licenciados en matemáticas que acceden a la enseñanza directamente una vez finalizados sus estudios ha venido disminuyendo en estos últimos años. Los

datos correspondientes al periodo 1974-1979 pueden verse en el Apéndice 1, tabla 23.

693: En nuestra opinión, es urgente suprimir la dispensa de cursar estudios de formación del profesorado, que tienen reconocida los licenciados en matemáticas. La mayoría de nosotros estima que, en relación con los futuros titulados, esa supresión debe producirse tan pronto como sea posible desde el punto de vista administrativo. Es posible que esto desanime a algunas personas que deseaban acceder a la enseñanza de las matemáticas, pero su número será pequeño, y la pérdida de profesores carentes de formación no tiene peso suficiente para contrarrestar el argumento en favor de la necesidad de que todo licenciado en matemáticas que desee trabajar en la docencia deba seguir unos estudios de formación profesional. Esperamos que la supresión de la dispensa vaya acompañada de la creación de los incentivos a la formación para la enseñanza de las matemáticas, que hemos propuesto en el capítulo precedente.

694: Incluso después de suprimida esta dispensa, quedaría un determinado número de varones y mujeres en condiciones de acceder a la docencia en las escuelas mantenidas, sin pasar por un proceso de formación del profesorado. **Creemos que, tanto por su bien como por el de sus futuros alumnos, todas aquellas personas que deseen enseñar matemáticas deberían cursar los pertinentes estudios de formación, a lo cual les instamos encarecidamente. Estimamos, asimismo, que las LEA habrán de adoptar medidas especiales para que todos los licenciados en matemáticas carentes de formación reciban un apoyo firme y sean debidamente evaluados durante su periodo de prueba.**

Cursos de especialización en matemáticas del BEd

695: Se nos ha informado que en 1980 alrededor de 500 estudiantes de un total de 5.000 optaron por las matemáticas como materia de especialización en el primer curso del BEd. La exigencia de dos certificados de nivel A para acceder a los estudios para el BEd implica que los cursos de especialización en matemáticas comienzan ahora a partir de dicho nivel. En el apartado 643 ya enumeramos los elementos que, en nuestra opinión, deben incluirse en los cursos de licenciatura en matemáticas, para los aspirantes a profesores: cabe aplicarlo también a estos cursos del BEd. Independientemente de la etapa escolar a la que vayan destinados, los profesores de matemáticas han de estar en condiciones de contemplar el currículo desde una perspectiva amplia y de emitir juicios con conocimiento de causa sobre las prioridades existentes. Consideramos que, para cumplir este objetivo, es preferible la creación de un curso de especialización en matemáticas encaminado a lograr rendimientos en un frente amplio, antes que un curso con fines de profundización y que limite su ámbito a unas cuantas áreas de la disciplina. **En nuestra opi-**

nión, éste debe ser uno de los factores de más peso en la convalidación de los cursos de especialización en matemáticas.

696: Se aprecian notables diferencias en el tamaño de los grupos de enseñanza en los cursos de especialización en matemáticas. En los años 1980-1981 había 9 centros de formación cuyos grupos de matemáticas del primer curso tenían menos de cinco estudiantes, 12 que tenían de cinco a diez estudiantes, 13 que tenían de diez a quince y 10 con más de quince.

697: La existencia de grupos muy reducidos plantea el tema de la conveniencia de mantener unos cursos de especialización que atraen a tan pocos estudiantes. Hemos recibido diversas comunicaciones en las que se señala la necesidad de mantenerlos aun cuando no resulten económicamente viables. Entre las razones aducidas se indica que, como las matemáticas son una de las disciplinas «nucleares» del currículo, han de estar disponibles como curso de especialización en el mayor número de centros de formación posible y no sólo en algunos centros especializados. Se señala, asimismo, que muchos estudiantes desean formarse en un centro que se encuentre a una distancia asequible de su hogar o, en algunos casos, en un centro concreto, y que la ausencia de estos cursos podría suponer la pérdida de potenciales profesores de matemáticas. Algunos van más lejos y apuntan que, como muchos estudiantes consiguen puestos docentes en escuelas próximas al centro donde se formaron, es preciso distribuir con acierto estos centros a lo largo de la geografía del país. Muchos responsables de la formación del profesorado consideran valiosa la posibilidad de impartir al mismo tiempo cursos de especialización y de currículo en matemáticas, puesto que la interacción entre ambos resulta beneficiosa para el mismo profesor y para los estudiantes y permite establecer valiosos nexos entre el curso de especialización, el de currículo y la experiencia de los estudiantes durante sus periodos de prácticas.

698: Aceptamos la validez de muchos de estos argumentos en favor del mantenimiento del mayor número de cursos posible y **no creemos que la decisión de suprimir o no un curso en concreto deba basarse exclusivamente en criterios económicos:** al parecer, en función de estos parámetros los grupos de unos 12 estudiantes son los más idóneos. Consideramos que, en todo caso, la decisión debe basarse en argumentos educativos que tomen en consideración la necesidad de adoptar la gran variedad de enfoques sobre la enseñanza que hemos venido apoyando en este informe. Los grupos no han de ser tan amplios que no estimulen el debate y el trabajo en común, pero a su vez han de ser de un tamaño apropiado para permitir un intercambio de ideas adecuado. Reconocemos que siempre habrá fluctuaciones anuales en el número total de

matriculados en estos cursos; sin embargo, hemos de admitir que si uno de ellos atrae regularmente a menos de 8 estudiantes, su existencia misma debe ponerse en cuestión.

699: Admitimos que, según la lógica de nuestra argumentación, algunos colleges perderían sus cursos de especialización en matemáticas y tal vez surgiera el problema de un posible desempleo entre sus profesores de matemáticas. Sin embargo, no tiene porqué ser así. En nuestra opinión, el tiempo dedicado a la enseñanza de estos cursos podría asignarse al apoyo de los profesores en activo en la localidad; de esta forma, se ampliaría el contacto sistemático entre escuelas y profesores de college, incluido acaso el compromiso por parte de éstos de prestar sus servicios docentes con regularidad en una de aquéllas. Pensamos que ello beneficiaría el funcionamiento de los centros de formación.

Equilibrio dentro de los cursos de formación inicial

700: En algunas comunicaciones se expresa cierta preocupación por la poca consideración en que parecen tenerse los cursos de currículo. En otras se apunta que la creación del BEd ha venido a reforzar la importancia concedida a los cursos de especialización y de teoría de la educación, en detrimento de los cursos de currículo y de otros tipos de preparación profesional, de forma que los estudiantes están hoy peor preparados que antes para desarrollar un trabajo eficaz en las aulas. Reconocemos la importancia de esta formación: en nuestra opinión, **una preparación profesional adecuada es de capital importancia para los aspirantes a profesores y, por tanto, ha de dársele la consideración que merece.**

701: Creemos que las exigencias de una mayor atención a los aspectos prácticos en los estudios para el BEd y para el PGCE, como las expresadas por algunos de los profesores de formación reciente que respondieron al cuestionario del NFER, se deben a que ellos consideran de poca relevancia ciertos aspectos del curso. **Es de capital importancia conseguir que los estudiantes adviertan la relevancia de todos los aspectos de su formación inicial.** El interés de los cursos sobre metodología de la enseñanza y sobre organización del aula es evidente a todos, como lo es la de la experiencia escolar; pero no lo es tanto la de la teoría de la educación. Se nos ha indicado que esto podría deberse a la escasez de profesores de formación que tengan experiencia en la enseñanza de las matemáticas; consecuentemente, cuando tienen que ilustrar la teoría de la educación con ejemplos derivados de la experiencia del aula, rara vez utilizan ejemplos de matemáticas, sino que recurren a otras áreas curriculares. Es preciso establecer una mayor colaboración entre los profesores de formación y los de matemáticas, de forma que la teoría de la educación aparezca, a ojos de los estudiantes de matemáticas, firmemente anclada en la práctica escolar y se adquiera conciencia de su valiosa aportación a la formación inicial en su conjunto.

Iniciación

702: La formación inicial prepara al estudiante para el acceso a la profesión docente, pero gran parte de esta preparación resultará mucho menos eficaz de lo debido si no se la somete a un proceso de supervisión y desarrollo durante el primer año de labor docente. «No hay ninguna profesión importante a la que el neófito, por brillante que haya sido su formación inicial, pueda aportar algo importante de inmediato. El Gobierno comparte la opinión del Comité James en el sentido de que, en su primer empleo, el profesor necesita, y ha de permitírsele que al menos durante media jornada pueda dedicarse a ello, un programa sistemático de iniciación profesional, experiencia orientada y profundización en el estudio»*. El objetivo establecido en el documento del que proceden estas palabras era el de implantar un plan nacional «de iniciación» en el curso escolar 1975-1976. Con él se pretendía prestar un apoyo decidido a los profesores durante su primer año de servicio, al tiempo que se aligeraba la carga de su trabajo docente. Por desgracia, tan buenas intenciones no se han materializado todavía en la práctica.

* *Education. A framework for expansion.* HMSO 1972.

* Véase *DES Statistical Bulletin* 9/80.

703: La mayor parte de las LEA adopta algún tipo de medidas para la iniciación de los profesores en período de prueba. Una encuesta realizada en 1979* sobre la iniciación de los profesores de las escuelas mantenidas indicaba que un alto número de ellos participaba en algún programa de este tipo; sin embargo, muy pocos de tales programas les liberaban realmente de una parte significativa de sus deberes normales de clase o venían a aligerar su carga de trabajo. Cabe la posibilidad de que los recientes recortes en los gastos hayan provocado una reducción en las tímidas medidas adoptadas durante el curso 1978-1979.

704: Los resultados de la encuesta del NFER que citamos en el apartado 671 muestran claramente que las medidas adoptadas en relación con los profesores de la muestra fueron desiguales y a menudo poco adecuadas. Sólo una cuarta parte de los que habían completado al menos un año de servicio afirmaron haber asistido a más de dos reuniones organizadas por la LEA correspondiente durante su año de prueba, y un tercio del total admitieron no haber asistido a ninguna. En cambio, 18 profesores que habían asistido al menos a diez reuniones, participaron evidentemente en unos programas de iniciación bien estructurados. En el ámbito de cada escuela, un total de 11 profesores tomaron parte en programas formales de iniciación, pero casi la mitad del total afirmó no haber asistido a ninguna reunión para el personal que se hallaba en su situación. Ahora bien, esto no significa necesariamente que carecieran de orientación; por ejemplo, el director del departamento de matemáticas pudo haberles brindado su apoyo y su ayuda, lo que no cabe, evidentemente, incluir en el capítulo de «reuniones para profesores a prueba». En realidad, casi el 40 por ciento de los que completaron su período de prueba se

declaró muy satisfecho de la orientación y ayuda recibidas en la escuela durante el primer año de trabajo, y otro 50 por ciento afirmó encontrarse satisfecho o bastante satisfecho; sólo un 8 por ciento se declaró descontento. Por otro lado, sólo un 7 por ciento se mostró muy satisfecho del apoyo recibido por parte de la LEA y un 30 por ciento mostró una notoria insatisfacción en este sentido; el 40 por ciento afirmó encontrarse bastante satisfecho, tal vez en la ignorancia del nivel de apoyo que, en nuestra opinión, debería prestarse. La carga docente media durante el año de prueba fue sólo ligeramente inferior a la de años posteriores, y algunos profesores a los que se había asignado un horario algo menos apretado expresaron su descontento por haber tenido que cubrir las ausencias de otros profesores con más frecuencia que sus colegas. Carecemos de datos análogos sobre los profesores de primaria, pero de las noticias generales que han llegado a nuestro conocimiento, no parece desprenderse que las medidas adoptadas para su iniciación sean mucho mejores.

705: Se nos ha señalado que la formación inicial que se imparte en muchos centros en estos últimos años parte de la base de que los cursos del college irán seguidos de un año de iniciación debidamente estructurado. Cuando no ocurre así, la formación quedará evidentemente incompleta. En nuestra opinión, **un programa de iniciación adecuado, con el consiguiente alivio de la carga docente, es más que necesario durante el primer año, al igual que un decidido apoyo del coordinador o jefe del departamento de matemáticas, del director del centro y del personal de la LEA.**

706: Somos conscientes de los problemas con que tropiezan las escuelas que se plantean seriamente la tarea de brindar este apoyo y de aliviar la carga docente durante el primer año de enseñanza. En algunos casos, sin apenas antelación se nombra a un profesor a prueba para que sustituya a un colega más experimentado, y en una fase en la que resulta muy difícil cambiar las medidas ya dispuestas para el siguiente curso escolar. Con todo, es primordial que las escuelas y las LEA reconozcan la necesidad de contar con procedimientos de iniciación adecuados y hagan cuanto esté en sus manos para establecerlos. Ya hemos destacado que no resulta fácil enseñar las matemáticas, de lo que se deduce que un apoyo apropiado es de vital importancia durante el primer año de servicio y con posterioridad al mismo. En teoría, los profesores a prueba sólo deberían ser destinados a escuelas en las que dicho apoyo estuviera garantizado; cuando no es así, las LEA habrían de esforzarse por complementar el apoyo que la escuela preste. Los profesores de las escuelas secundarias que enseñan matemáticas como segunda asignatura están especialmente necesitados de esta cooperación, sobre todo en las escuelas donde la enseñanza de la materia no alcance niveles muy elevados. A falta de apoyo, se verán inmersos en un estilo

docente de estrechas miras, encaminado a poco más que contener a la clase y mantener el orden, en lugar de trabajar en la forma que recomendamos en este informe y que, confiamos, también sea la que se les haya inculcado durante su periodo de formación.

Evolución futura

707: En este capítulo hemos incluido varias citas de *Developments in the BEd degree courses* (Desarrollos en el BEd); de *Teacher training and the secondary school* (La formación del profesorado y la escuela secundaria) y de otras publicaciones recibidas. Todas estas fuentes ponen de manifiesto la complejidad de los cursos de formación inicial existentes actualmente, llaman la atención sobre los problemas que hemos tratado en este capítulo y formulan preguntas que consideramos han de encontrar respuesta.

708: No es nuestro cometido preparar un informe sobre la formación inicial del profesorado, ni tampoco es esa la labor encomendada a nuestra Comisión. Con todo, nos preocupa la falta de información que padecen los centros de formación sobre la eficacia relativa, por ejemplo, de los diversos cursos de metodología y currículo de matemáticas, de su duración y de su situación en el seno del curso en conjunto. Nos preocupa, asimismo, que se efectúen tan pocos intentos sistemáticos para evaluar las diversas medidas que se adoptan en este ámbito y para determinar o constatar qué prácticas son las más convenientes. El informe *PGCE in the public sector** (Los cursos PGCE en el sector público) alude a la «sorprendente variedad de prácticas que nos rodea». Las comunicaciones recibidas confirman plenamente esta constatación y, por nuestra parte, consideramos que tal diversidad posee una difícil justificación. **Creemos que existe una perentoria necesidad de revisar y evaluar los cursos de formación inicial que se imparten a todos los futuros profesores de matemáticas.**

* *PGCE in the public sector*. Un artículo de debate del HMI. DES 1980.

709: Nos preocupa leer que «el problema de la formación del profesorado radica en determinar con qué ha de contar un profesor recién titulado cuando finalice su curso y qué ha de dejarse a los cursos de iniciación y de perfeccionamiento profesional. No hay acuerdo en este punto, pero, aunque lo hubiera, tampoco de él emanaría una fórmula que sirviera para las distintas circunstancias de todos y cada uno de los centros»*. **Consideramos vital que se procure alcanzar ese consenso por todos los medios posibles.**

* *Teacher training and the secondary school*. Un artículo de debate del HMI. DES 1981.

710: Hemos advertido que en el reciente informe del Comité de Educación, Ciencias y Letras de la Cámara de los Comunes**, se recomienda que la Inspección Escolar se desligue de los cursos del sector de la enseñanza superior. No nos corresponde emitir juicio alguno sobre este tema en concreto, pero estimamos esencial que la Inspección Escolar continúe en estrecho contacto con los cursos de formación del profesorado.

** Cámara de los Comunes. Quinto Informe del Comité de Educación, Ciencias y Letras. *The*

rado. Es más, nos parece anómalo que, en cumplimiento de sus obligaciones, evalúe los cursos de formación inicial del sector público pero no tenga competencia para hacer lo propio con respecto a los departamentos universitarios de enseñanza que también son responsables de esta formación. **Nos consta que la Inspección Escolar mantiene lazos informales con algunos de estos departamentos; por nuestra parte, recomendamos que se le encomiende la función de supervisar los cursos de formación inicial que estos departamentos imparten.**

711: Hemos recibido diversas comunicaciones en las que se propone alargar el curso PGCE y los tres años del BEd, a fin de garantizar una mejor preparación. Aunque no se nos escapan las motivaciones que hay bajo estas sugerencias, y aunque se nos ha informado que el número de cursos trianuales del BEd está disminuyendo, dudamos de que sea factible una ampliación global de los cursos de formación inicial en un futuro próximo. Sin embargo, no queremos con ello decir que no deba haber cambios. Pensamos, por ejemplo, que debería contemplarse la posibilidad de hacer uso de las semanas que quedan fuera de los períodos lectivos de universidades y colleges, y sobre todo, de las semanas que caen dentro de los trimestres escolares.

712: Insistimos una vez más en la necesidad de contar con buenos programas de iniciación; **estimamos que debe estudiarse la manera de enlazar con más firmeza la formación inicial y la iniciación.**

713: Nuestro informe tiene variadas implicaciones para la formación inicial del profesorado de matemáticas en la enseñanza primaria y secundaria. Hemos apuntado que debe fomentarse una enseñanza de las matemáticas distinta de la que encontramos en muchas escuelas actuales. Para eso se requiere una mayor diferenciación en el currículo de las escuelas de secundaria, el empleo de una mayor variedad de estilos de enseñanza y una mayor insistencia en los debates, las experiencias prácticas, las aplicaciones de las matemáticas, la resolución de problemas y la investigación. Es responsabilidad de quienes forman al profesorado brindar a los estudiantes una amplia variedad de formas de aprendizaje, hacerles tomar conciencia de la necesidad de contar con diferentes métodos de enseñanza y conseguir que empiecen a prestar sus servicios con la capacidad, a nivel de principiante, de utilizar estos métodos en su trabajo. Muchos estudiantes no estarán aún en condiciones de llevar nuestros consejos a la práctica de las clases en las que se encuentran, pero los profesores jóvenes pueden influir en las escuelas, así como dejarse influir por ellas, y esperamos que el personal de los centros de formación inicial responda a nuestro informe y tenga en cuenta sus recomendaciones en el trabajo con sus estudiantes. Tal vez el rasgo más importante con que un nuevo profe-

El profesor de matemáticas puede acceder a la docencia en la década de los ochenta, sea la determinación de controlar y reevaluar de modo continuo su actividad docente y su currículo. Es tarea de quienes tienen a su cargo la formación del profesorado inculcar en sus estudiantes una actitud flexible que les permita reaccionar de forma positiva a los cambios curriculares en las matemáticas.



15. Ayuda al perfeccionamiento de los profesores de matemáticas

714: A lo largo de nuestro informe hemos expuesto distintas medidas que proponemos para la modificación del currículo de matemáticas en relación con determinados alumnos, así como nuestras ideas acerca de la enseñanza de las matemáticas en los años venideros. Cualquiera que sea la reacción de la Administración central o local ante nuestras recomendaciones, la amplitud con que se implanten éstas en el aula dependerá de la respuesta de los profesores de matemáticas y de su capacidad para trabajar del modo que sugerimos. Seguidamente comentaremos las distintas modalidades de ayuda que pueden y deben ofrecérseles para hacer posible el desarrollo y ampliación de sus destrezas profesionales.

La necesidad de la ayuda al perfeccionamiento

715: En nuestra opinión, la necesidad de este tipo de ayuda es evidente por sí misma. Aun cuando en los próximos años accediesen a las escuelas primarias y secundarias un grupo de profesores bien preparados para enseñar matemáticas, se necesitarían muchos años más para conseguir un efecto significativo sobre la calidad general del personal docente en este área. De ello se deduce que **cualquier mejora en el nivel de las matemáticas escolares ha de ser fruto, fundamentalmente, de la actividad de los profesores que ya están en activo**; consecuentemente, deben recibir todo el apoyo posible para mejorar la eficacia de su labor.

716: El análisis del personal docente actual que hemos ofrecido en el capítulo 13 muestra que hay muchos profesores de matemáticas en las escuelas primarias y secundarias y en las escuelas intermedias, cuya titulación para esta labor es insuficiente o nula. Sin embargo, no hay que suponer que la ayuda al perfeccionamiento se limite al remedio de las deficiencias de este grupo. Por muy buenas que hayan podido ser su formación inicial y su iniciación, **todos los profesores de matemáticas tienen necesidad de un perfeccionamiento profesional que les permita desarrollar sus destrezas y, de esta forma, mantener y elevar la calidad de su trabajo.**

717: La necesidad de que se preste la debida ayuda a los profesores ocupa el primer plano en muchas de las comunica-

ciones que nos han llegado, tanto de las LEA como de los centros de formación del profesorado, de los grupos profesionales y de los propios interesados. Dicha ayuda no puede limitarse, naturalmente, a los profesores de matemáticas, y hay una serie de temas que se abordan en este capítulo que son igualmente aplicables a los de otras asignaturas. **Sin embargo, nos preocupan en particular las necesidades específicas de las matemáticas y creemos que existen diversas razones que justifican la ayuda a quienes las imparten en una medida que podría no ser viable, por motivos económicos, para quienes tienen a su cargo otras asignaturas.**

718: En primer lugar, está generalmente admitido que las matemáticas son parte esencial del currículo de todos los alumnos, tanto en la escuela primaria como en la secundaria. En segundo término, existe una preocupación pública por la enseñanza de las matemáticas, que ha llevado a la realización de nuestra investigación. Tercero, es evidente la falta de titulación adecuada, sobre la que ya hemos llamado la atención, de muchos profesores de la asignatura. Cuarto, los cambios curriculares que hemos recomendado en este informe obligarán a muchos de ellos a modificar su forma de trabajo. Quinto, la creciente disponibilidad de calculadoras y ordenadores les impone considerar desde una perspectiva distinta el contenido del currículo y los métodos empleados en el aula. Sexto, si no se enseñan bien las matemáticas, resultan asimismo perjudicadas otras áreas del currículo. Finalmente, como hemos indicado en el capítulo 13, es posible que, ante la disminución de la matrícula en las escuelas secundarias en los próximos años y las consiguientes reducciones de personal, sea preciso encomendar las matemáticas a profesores no específicamente formados en esta asignatura.

Tipos de ayuda al perfeccionamiento

719: La ayuda al perfeccionamiento de los profesores ha de facilitarse de diversas formas. Podemos distinguir, en términos generales, entre la que se presta en la misma escuela, la que se deriva de reuniones con otros profesores, de visitas a otras escuelas o de la pertenencia a asociaciones profesionales, la que brindan los organismos oficiales locales y los centros de formación del profesorado, y la que se obtiene asistiendo a cursos de formación de diversas clases; estas categorías no son, por supuesto, absolutamente independientes. Hay otro tipo de ayuda que, aunque no tan inmediatamente visible para muchos profesores, procede de la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y de los centros establecidos para llevar a cabo trabajos de este tipo y difundirlos. Seguidamente estudiaremos todas estas formas.

Ayuda por parte de la escuela

720: **Es indudable la importancia capital que tiene la ayuda al perfeccionamiento prestada por la propia escuela.** Tiene la ventaja de que va dirigida específicamente a las necesidades de la escuela y de sus alumnos, de suerte que los profesores se

desarrollan profesionalmente mientras trabajan juntos para mejorar el rendimiento del centro. Sobre todo, puede y debe ser un proceso continuo, que no se limite a una conferencia, un debate o un curso.

Cada grupo de personal alberga los elementos sustanciales de una especie de seminario educativo continuo. Porque es precisamente en el propio grupo donde pueden encontrarse los puntos de coincidencia entre el estudiante y el practicante, entre el joven y el de edad mediana, entre el inexperto y el experto, entre los entusiastas y los cínicos, los optimistas y los pesimistas, entre los profesores «orientados hacia el alumno» y los «orientados hacia la asignatura»*.

* E. Richardson. *The teacher, the school and the task of management*. Heinemann Educational Books 1973.

721: La descripción del tipo de ayuda cotidiana que se requiere está implícita en la descripción de los cometidos del coordinador de matemáticas (en la escuela primaria) y del director de departamento (en la secundaria) que hemos hecho en los apartados 355 y 508. Hemos de subrayar desde un principio que la eficacia o ineficacia de la ayuda que se preste en la escuela, y el consiguiente desarrollo profesional del coordinador de matemáticas o director de departamento para asumir el liderazgo preciso y dar el ejemplo necesario. En todo caso, la ayuda debería basarse en un plan de trabajo bien elaborado, que oriente sobre el contenido del programa y, asimismo, sobre el método de enseñanza, la disponibilidad de recursos, la evaluación y el registro, y los procedimientos administrativos necesarios; además, habrá de revisarse periódicamente. Los responsables de la enseñanza de las matemáticas necesitan que se les dé la oportunidad de observar y trabajar juntos y de compartir el material docente y los demás recursos. En nuestra opinión, es esencial que celebren reuniones a intervalos regulares. Algunas de estas reuniones habrían de dedicarse a comentar la enseñanza a grupos especiales de alumnos o la enseñanza de temas concretos; de este modo, podrá ayudarse al desarrollo de un enfoque común y facilitarse la preparación de materiales de enseñanza de empleo conjunto. Dado que estas reuniones pueden ayudar a la preparación de las clases, es posible que impliquen para los profesores una dedicación neta de tiempo menor de lo que se supone.

722: Es importante que las actividades en la propia escuela no se ciñan demasiado a ésta. Conviene invitar de vez en cuando a alguna persona ajena a la misma, que asista a las reuniones y debates y ofrezca ideas nuevas y experiencia adicional. Puede tratarse de un profesor de otra escuela, de un asesor de matemáticas o un profesor consultor, del director de un centro de profesores o de alguien perteneciente a un establecimiento de formación del profesorado. A menos que conozca bien la escuela y sea conocido, a su vez, por todos los profesores de

matemáticas, es muy posible que una sola sesión sea poco útil; normalmente da mejores resultados organizar una serie de reuniones, que permitan desarrollarse un entendimiento mutuo y un debate basado en las necesidades reales percibidas.

723: Puesto que la eficacia de la ayuda prestada por la escuela depende del liderazgo de los coordinadores de matemáticas o los directores de departamento, es esencial que ellos mismos reciban ayuda y formación. Creemos que esta formación incumbe a las autoridades educativas locales y que no debe limitarse a los coordinadores y directores de departamento recientemente nombrados, sino también, con carácter continuo, a los que ya están trabajando. En ella habría que acentuar el liderazgo y la labor organizativa implícitos en estos puestos, así como la necesidad de estar al corriente de las novedades en el campo de la enseñanza de las matemáticas. **En nuestra opinión, la formación de coordinadores y directores de departamento puede contribuir del modo más rápido y eficaz a la mejora general de la enseñanza de las matemáticas, y recaba la máxima prioridad.** La formación impartida por las autoridades educativas locales habrá de ir acompañada de la correspondiente ayuda por parte de la escuela. Esta es tarea que incumbe al director. Somos conscientes de que ni en la escuela primaria ni en la secundaria es fácil encontrar el momento, durante la jornada escolar, para que el coordinador o director de departamento trabaje con otros profesores, pero creemos que es esencial resolver este problema, incluso utilizando personal a tiempo parcial, si fuera necesario, para hacer suplencias.

724: Con la excepción, quizá, de las pequeñas escuelas, el coordinador o director de departamento necesitará ayuda en alguno de los cometidos que le incumben. Esta ayuda debe proceder de los demás profesores de matemáticas, a quienes ha de animarse, uno a uno o en grupos, para que desempeñen tareas específicas en la escuela o en el departamento; este tipo de ayuda no solamente servirá al coordinador o director de departamento, sino que contribuirá, además, al desarrollo profesional de los profesores. Una delegación de competencia así planteada fomenta, asimismo, la cooperación, tanto dentro como fuera del aula, entre los responsables de la enseñanza de las matemáticas. Hay abundantes ejemplos de cooperación, tanto en escuelas primarias como secundarias, que demuestran que esta forma de trabajo es posible y efectiva. Con todo, hay que ser consciente de que tales métodos de actuación tienen que desarrollarse gradualmente; habrá que perseverar durante muchos cursos, sin cejar en la ayuda prestada al coordinador o director de departamento tanto en la escuela como fuera de ella.

Reuniones con
otros profesores

725: Por buena que sea la ayuda prestada dentro de la escuela, habrá de ser completada con otro tipo de medidas. En

especial, **hay que procurar que los profesores de matemáticas tengan la oportunidad de reunirse con colegas suyos de otros centros.** Los centros locales de profesores pueden desempeñar un importante papel en este sentido. Tenemos interés en señalar que la creación de este tipo de centros, en su forma actual, recibió un fuerte impulso de los centros establecidos como consecuencia del Proyecto de Matemáticas Nuffield, a finales de la década de los años 60. Estos últimos se concibieron como puntos de reunión de los profesores y de «discusión, elaboración y modificación» de las ideas y actividades propuestas en las Guías del Profesorado del Proyecto Nuffield. Lamentamos que, según informes recibidos, varios centros de profesores hayan sido cerrados recientemente. Esperamos que se abran de nuevo tan pronto como las circunstancias lo permitan y que, mientras tanto, las LEA traten de facilitar por otros medios la ayuda que puede venir de aquéllos.

726: Los centros de profesores no solamente pueden facilitar la discusión formal e informal y la organización de cursos de diversas clases, sino actuar también como centros de recursos didácticos. Hay algunas autoridades locales que mantienen uno o más centros de este tipo dedicados exclusivamente a las matemáticas. Hemos recibido testimonios del magnífico trabajo que realizan y del apoyo que prestan a los profesores. Están atendidos por matemáticos especialmente capacitados para organizar actividades matemáticas para grupos de profesores, para profesores con sus correspondientes clases y, a veces, también para niños. Ayudan, asimismo, a escuelas y profesores determinados y, en general, constituyen un punto de atracción de la actividad matemática en su zona. En ocasiones, editan incluso una revista o un boletín para profesores. **Creemos que, siempre que estén adecuadamente dotados, los centros de profesores pueden desempeñar un papel muy valioso en la mejora de la enseñanza de las matemáticas; apoyamos con toda firmeza su continuación.**

727: **En las zonas en las que no existan centros matemáticos, recomendamos que se haga lo posible por crear al menos un centro de material didáctico para matemáticas.** Este tipo de centros debe albergar una biblioteca de libros de consulta para la enseñanza de la asignatura, una selección de revistas, una recopilación de libros de texto y una colección de materiales de matemáticas, todo ello disponible, no solamente para su uso en el centro de profesores, sino también para préstamo a los profesores. Deberían tomarse, asimismo, las medidas necesarias para ofrecer los servicios de un especialista en matemáticas, a horas determinadas, que pudiera tratar con los profesores la forma de utilizar en el aula los materiales disponibles.

Visitas a
otras escuelas

728: Es frecuente que los profesores de matemáticas —como los de la mayoría de las asignaturas— tengan un conoci-

miento muy escaso de lo que sucede en las otras escuelas de su entorno. No obstante, la observación y participación en la enseñanza impartida en éstas puede suministrar valiosa información sobre formas de organización y métodos de enseñanza diferentes. **Consideramos, pues, que todos los profesores deben tener la posibilidad de visitar otras escuelas de vez en cuando.** Las visitas habrán de realizarse necesariamente durante las horas de clase, lo cual obligaría a buscar una suplencia. En las escuelas secundarias, estas visitas pueden programarse más fácilmente para la segunda mitad del trimestre de verano, puesto que muchos alumnos de quinto curso no acuden ya a la escuela en ese período. Algunas LEA cierran la escuela durante un día, de vez en cuando, para que todo el personal pueda dedicar la jornada a tareas de perfeccionamiento. Por supuesto, puede reservarse ese día para visitar otras escuelas de la propia LEA o de otra vecina.

719: También la pertenencia a tribunales de examen o a grupos de trabajo locales ofrece la oportunidad adicional de relacionarse y trabajar con otros colegas. Estos grupos de trabajo pueden ocuparse de cuestiones tales como la preparación de guías de matemáticas, de materiales de enseñanza y evaluación, de medidas relativas a la continuidad y a los traslados entre escuelas, o la relación con empresas locales. Actividades como éstas no sólo son beneficiosas para la enseñanza de las matemáticas en una LEA o un grupo de escuelas, sino que pueden contribuir a acelerar el desarrollo profesional de los profesores participantes.

Las asociaciones
profesionales
de profesores
de matemáticas

730: Las asociaciones profesionales de matemáticas brindan un nuevo medio de contacto con los colegas, bien dentro del ámbito local, bien en los congresos nacionales. Colaboran, asimismo, al desarrollo profesional mediante las revistas que publican. Sin embargo, es decepcionante comprobar el reducido número de profesores escolares de matemáticas que pertenecen a una u otra de ellas. Creemos que el total de miembros de las dos asociaciones más directamente relacionadas con la enseñanza escolar de las matemáticas —*la Mathematical Association* y la *Association of Teachers of Mathematics*— asciende a unos 12.000, pero, descontando los casos de duplicidad, la afiliación se acerca más bien a los 9.000; y no todos ellos enseñan en las escuelas. Comparados con los aproximadamente 30.000 profesores de esta asignatura en las escuelas secundarias, y con los muchos más que imparten esta enseñanza en las escuelas primarias e intermedias, la cifra resulta muy pequeña. Las dos asociaciones citadas publican revistas expresamente dirigidas a los profesores de matemáticas escolares y con abundancia de artículos que aportan ayuda y hacen sugerencias para los dos ciclos (primaria y secundaria). **Consideramos que debe hacerse lo posible para fomentar la afiliación a las asociaciones profesionales de**

matemáticas, y que estas últimas habrían de esforzarse por desarrollar sus actividades de ámbito local.

731: Las asociaciones profesionales de matemáticas están desempeñando un importante papel en el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas. Creemos decisivo que puedan seguir presentando una opinión informada e independiente. Para ello es preciso que los profesores en ejercicio intervengan activamente en sus comités y grupos de trabajo. Esperamos que las LEA presten todo su apoyo para que los profesores invitados a tal intervención puedan llevarla a cabo.

Personal asesor de matemáticas

732: La aplicación eficaz de las medidas de perfeccionamiento contempladas está subordinada a la actuación del personal asesor de matemáticas*. La primera tarea de éste consiste en controlar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de su competencia; si la LEA no tiene un asesor específico para las matemáticas de primaria, habrá que mantener un contacto profundo con los asesores que trabajan en las escuelas primarias, y tomar las medidas pertinentes para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

* Hay diferencias en los títulos que usan las LEA. Algunas tienen «asesores», otras «inspectores» y otras las dos cosas. Nosotros utilizamos la expresión «asesor de matemáticas» para referirnos a todo aquél que tenga por cometido la evaluación de la calidad de la enseñanza de las matemáticas en una LEA y la prestación de ayuda a los profesores correspondientes.

733: Ya hemos subrayado la función básica que compete al coordinador de matemáticas o director de departamento en la prestación de ayuda por parte de la propia escuela. De ello se sigue que el asesor de matemáticas ha de conocer los puntos fuertes y débiles de los coordinadores de matemáticas y directores de departamento de las escuelas que visite, y estar preparado para ofrecerles cuanta ayuda sea posible. En particular, habrá de comprobar que se les imparta la necesaria formación continuada; en algunos casos, será útil compartir esta tarea con otras LEA.

734: Además de controlar el trabajo de las escuelas, tendrá que mantener un contacto regular con los directores de centros de profesores y con el personal de los centros locales de formación, así como con las organizaciones locales de empresarios. Es posible que necesite organizar grupos de trabajo locales y tendrá que estar en condiciones de asesorar con ocasión de las visitas de los profesores a otras escuelas. Habrá de ocuparse de los planes de perfeccionamiento en su ámbito e identificar aquellos profesores y otras personas que puedan contribuir a la realización de dichos planes. Es posible, asimismo, que se pida su asesoramiento en relación con las contrataciones del personal dedicado a la enseñanza escolar de las matemáticas.

735: Del mismo modo que los profesores de una escuela deben estar al corriente de lo que sucede en otras, también el asesor de matemáticas tiene que conocer lo que ocurre en otras administraciones. Debe estar al corriente de los progre-

sos en el campo de la enseñanza de esta asignatura, tanto a escala regional como nacional. En algunas zonas existe la costumbre de que los asesores de matemáticas de varias LEA vecinas se reúnan periódicamente, quizás una vez al trimestre, para intercambiar información e ideas, y a veces para organizar actividades de perfeccionamiento compartidas. Creemos que hay que impulsar este tipo de consultas, que ofrecen un valioso método para compartir experiencias y ayudar al desarrollo de una adecuada enseñanza de las matemáticas.

736: Los cometidos hasta aquí enumerados forman una lista de gran alcance, que ni siquiera está completa. Para que la labor del asesor resulte eficaz y ofrezca a los demás la ayuda necesaria, también él debe recibir ayuda. Creemos que no todos los asesores reciben la formación adecuada. Al ser nombrados, deberían pasar por un programa de iniciación idóneo, que incluyera la observación del trabajo de otros asesores; más adelante, habrían de recibir formación periódica complementaria.

737: Las ofertas de plazas para asesores de matemáticas varía mucho de una LEA a otra. Algunas tienen dos o más asesores y un equipo de profesores consultores de matemáticas; otras tienen un solo asesor, exclusivamente de matemáticas o también de otra u otras asignaturas, y otras incluso carecen de asesor. Hay que recordar que, entre las competencias de las LEA, figura la de garantizar que los profesores que emplean son suficientes en calidad y cantidad. Pues bien, **no creemos que pueda cumplirse este deber, en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas, a menos que se cuente, en el equipo de asesores, con los conocimientos de matemáticas necesarios para llevar a cabo la valoración precisa e identificar las escuelas que necesitan ayuda.** Los recursos necesarios para nombrar un asesor de matemáticas son notablemente reducidos si se comparan con el coste del servicio de educación en su conjunto o incluso con el coste del personal docente de matemáticas. **Consideramos esencial, por tanto, una mayor generosidad en el nombramiento de asesores de matemáticas, ya que en otro caso se producirán amplias e inaceptables variaciones en la calidad y faltarán recursos para mejorarla.** Por otro lado, para un adecuado empleo de su tiempo, estos asesores necesitan contar con el correspondiente personal de secretaría y administrativo, así como disponer del apoyo de los profesores consultores de matemáticas.

738: Algunos asesores dedican todo su tiempo a las matemáticas, en tanto que otros combinan su especialización en este campo con otras tareas más generales. Cualquiera que sea el plan que prevalezca en una LEA, consideramos importante que los asesores de matemáticas estén al tanto del lugar que ocupan éstas en el currículo y puedan apreciar la organiza-

ción de la enseñanza correspondiente en el contexto global de la organización de la escuela. Es lógico que a un asesor especialista en un determinado campo se le pidan comentarios y ayuda en materias ajenas al mismo, por lo cual habrá de conocer los progresos y fuentes de ayuda existentes fuera de su especialidad. Consiguientemente, no apoyamos la sugerencia recogida en algunas de las comunicaciones recibidas, de que no se exija a los asesores de matemáticas ocuparse, además, de tareas más generales. **En todo caso, corresponde a cada LEA arbitrar las medidas oportunas para que se disponga del tiempo que requiere la labor de asesoramiento en matemáticas, y aumentar en su caso el número de asesores.**

Profesores consultores de matemáticas

739: Aunque muchas LEA no emplean profesores consultores de matemáticas, otras disponen de ellos, con cometidos además muy concretos. Estos trabajan en ocasiones a tiempo parcial en una escuela y a tiempo parcial como consultores de matemáticas, en cooperación con los profesores respectivos. Unas veces permanecen varios días en la misma escuela, y otras visitan cada día una escuela de un grupo, con arreglo a un programa determinado. Pueden ayudar en la preparación o revisión de una programación, o participar en el programa de perfeccionamiento de la LEA o de cualquier escuela. En este último sentido, consideramos que pueden desempeñar un valioso papel en relación con el perfeccionamiento en el seno de la escuela y con la adopción de nuevos métodos de enseñanza, sobre todo, en las escuelas primarias cuyo cuerpo docente no cuenta con ningún miembro especializado en matemáticas; la visita periódica de un profesor consultor realmente capacitado para trabajar con los profesores en el aula puede suponer una gran ayuda para la mejora del nivel de enseñanza de las matemáticas en esa escuela. Su aportación será, además, especialmente valiosa en las zonas rurales, donde la distancia entre unas escuelas y otras y los problemas de transporte, pueden dificultar la participación del personal docente en las actividades de los centros de profesores o su contacto con el personal de otros centros.

Centros
de enseñanza
superior

740: Centros de enseñanza superior de todo tipo han contribuido sobremedida, desde hace muchos años, al perfeccionamiento de los profesores. Aparte de los cursos específicos que ofrecen en jornada completa o a tiempo parcial a los profesores en ejercicio, bien con carácter periódico, bien en respuesta a necesidades concretas, ayudan al perfeccionamiento de muchos otros modos. Una fórmula de ayuda que estimamos de gran valor, aun cuando se da en una escala relativamente pequeña, es la concesión de «becas para profesores escolares». Los beneficiarios de estas becas, que unas veces están sufragadas por los propios centros y otras por fuentes

externas, incluida la industria, disponen así de la oportunidad de dedicarse al estudio o a la investigación durante un determinado período, fuera de la escuela.

741: El personal de los centros de enseñanza superior, y especialmente de los dedicados a la formación del profesorado, colabora con frecuencia en cursos organizados por las autoridades locales o por los centros de profesores, y forma parte de distintos comités de perfeccionamiento. Muy a menudo participan también en las tareas de perfeccionamiento desarrolladas por las propias escuelas, sobre todo cuando han trabado una buena relación con éstas como consecuencia de sus visitas para la supervisión de los estudiantes de profesorado en prácticas. Por otra parte, las propias instituciones a que pertenecen sirven como centros de recursos para los profesores, a quienes se estimula para que utilicen las bibliotecas y demás instalaciones. En todo caso, los centros de formación del profesorado extienden sus actividades, con frecuencia, a territorios más vastos que los correspondientes a una sola LEA, posibilitándose así las reuniones y el trabajo conjunto de profesores de distintas LEA.

742: Se ha llamado nuestra atención sobre un aspecto que, al parecer, dificulta que el personal de los centros de formación del profesorado participe en las tareas de perfeccionamiento de los propios profesores: la reducción, implícita en dicha participación, del tiempo dedicado a la investigación académica, siendo así que ésta (más concretamente, la publicación de los resultados de la misma) se considera esencial para la promoción a puestos elevados en las instituciones de enseñanza superior, especialmente en las universidades. Se nos ha informado, en este sentido, que algunos miembros de los centros de formación del profesorado estiman que el tiempo dedicado a las tareas de perfeccionamiento puede resultar perjudicial para su carrera académica, ya que dichas tareas no se valoran, a la hora de un nombramiento, tanto como los trabajos publicados. Si es así, lo lamentamos profundamente.

743: El trabajo de «consultoría» llevado a cabo en las escuelas por el personal de los centros de formación del profesorado no sólo beneficia a aquéllas, sino que permite a éste obtener un conocimiento al día y de primera mano sobre la labor que se va desarrollando en las aulas de primaria y de secundaria. Se nos ha dicho que la forma en que se valora económicamente el tiempo dedicado a este trabajo de consultoría puede limitar, en algunos casos, el tiempo total que los centros de formación del profesorado estiman aceptable, sobre todo cuando exige numerosos viajes; tampoco parecen muy claros los métodos que se consideran válidos para valorar económicamente el tiempo empleado en trabajar en las escuelas. Sabemos que el *Pooling Committee* es consciente del problema y que está tratando de aclarar la situación. **Consideramos muy importante**

que cualquier sistema que se implante impulse y facilite el trabajo de consultoría llevado a cabo por el personal de los centros de formación del profesorado.

Cursos de perfeccionamiento

744: Aun cuando no pensamos que los cursos deban ser considerados como la forma más importante de ayuda al perfeccionamiento de los profesores, **es evidente que tienen un papel esencial que desempeñar, ya que no todas las formas de ayuda que se requerirían pueden darse dentro de una escuela**, ni en las reuniones con otros profesores, ni por los asesores o las asociaciones profesionales. Los cursos brindan a los profesores de diferentes escuelas la ocasión de reunirse con un fin especial, ya se trate de considerar un aspecto determinado de la enseñanza de las matemáticas o de ampliar sus propios conocimientos o calificación. Ya nos hemos referido, por ejemplo, a la necesidad de formar a los coordinadores de matemáticas y directores de departamento; habrá que hacerlo, con casi absoluta certeza, al menos en parte, mediante los correspondientes cursos de ámbito local o regional.

745: La mayoría de los cursos de breve duración, y algunos de los de larga duración, se imparten a tiempo parcial, a razón de una sesión semanal o quincenal. Es frecuente que estas sesiones tengan lugar al final de la jornada escolar. Muchas de las comunicaciones que nos han sido remitidas indican que, así planteados, los cursos son menos eficaces de lo que debieran, porque los profesores que llegan a ellos están cansados después de la jornada; además, puede resentirse la preparación de la clase del día siguiente. Se defiende, por tanto, la conveniencia de celebrar más cursos dentro del horario escolar; creemos que el argumento es de peso. En algunas LEA se ha considerado útil comenzar las sesiones a primera hora de la tarde, con lo cual la mitad de ellas se desarrolla dentro del horario escolar.

746: Una ventaja de los cursos a tiempo parcial puede ser que los profesores están en condiciones de aplicar en el aula las ideas y actividades propuestas y, en su caso, comentarlas en una sesión ulterior para obtener ayuda o aclaraciones. Por otra parte, el intervalo de una semana o de quince días entre las sesiones puede hacer difícil la continuidad de ciertos tipos de cursos. Los cursos a tiempo completo, cualquiera que sea su duración, alejan a los profesores totalmente del aula y les permiten concentrar su atención, sin las distracciones de la vida escolar diaria. Los cursos en régimen de internado ofrecen oportunidades adicionales para la reflexión y el debate. Algunos cursos más largos, como los de ámbito regional del Departamento de Educación y Ciencia, combinan sesiones periódicas semanales o quincenales con periodos ocasionales de trabajo a tiempo completo durante dos o tres días. En nuestra opinión, son necesarios tanto los cursos a tiempo parcial como los cursos a tiempo completo.

747: La gama de conocimientos matemáticos y de experiencia que abarcan los profesores asistentes a un mismo curso es con frecuencia muy amplia, y no resulta fácil garantizar que éste tenga el contenido y el nivel adecuados para todos. Por esta razón, al anunciar un curso es importante se expliquen con claridad su objetivo y el nivel de conocimientos matemáticos y de experiencia que se espera de los participantes. De esta forma, los profesores podrán juzgar por adelantado su idoneidad.

748: **La eficacia a larzo plazo de los cursos de perfeccionamiento, sobre todo los de corta duración, puede verse muy reducida si no se implanta el seguimiento adecuado.** Si se celebran en la propia localidad, habrá que organizar una o más sesiones ulteriores de seguimiento, cuyo coste será pequeño en comparación con el del curso propiamente dicho. Se nos ha indicado que, cuando varios profesores de una misma escuela han asistido a un curso, bien en forma simultánea o sucesiva, puede resultar más útil organizar las actividades de seguimiento dentro de la propia escuela. Esta técnica fue defendida vivamente por los profesores y por otros sectores con quienes nos reunimos con ocasión de nuestra visita al Departamento de Educación de Escocia. En cualquier caso, hay que procurar que los profesores que han seguido algún curso compartan sus experiencias con sus colegas y las debatan en las reuniones a nivel de escuela o de departamento. Es muy fácil que los cursos de perfeccionamiento no redunden a la larga en mejoras, debido a la falta de apoyo una vez que se regresa a la escuela.

749: Son varios los centros de formación del profesorado que ofrecen cursos a tiempo completo para profesores, de duración anual o trimestral, pero recientemente ha habido que cancelar varios de ellos, dedicados a las matemáticas, por falta de participantes suficientes, tanto a nivel de primaria como de secundaria. Aunque no hemos podido obtener información completa, es evidente que algunas LEA han reducido el número de asistentes a dichos cursos por motivos financieros. **Si se quiere hacer un esfuerzo sostenido para mejorar la calificación de quienes tienen actualmente a su cargo la enseñanza de las matemáticas, habrá que aumentar sustancialmente el número de profesores a los que se ayude a participar en cursos de matemáticas a tiempo completo.**

Diploma de Enseñanza de las Matemáticas

750: El perfeccionamiento del profesorado de las escuelas primarias e intermedias cuenta recientemente con una novedad, que es el Diploma de Enseñanza de las Matemáticas de la *Mathematical Association*, pensado para profesores de niños de 5 a 13 años que tengan una experiencia docente no inferior

a dos años. Los cursos correspondientes, de dos años de duración a tiempo parcial, empezaron en 1978 y actualmente se ofrecen en unos cincuenta centros de todo el país. En 1978 se inscribieron unos 600 profesores y en los años siguientes las cifras han sido muy parecidas. De los inscritos en 1978, unos 400 obtuvieron el diploma en 1980; se espera que un número similar lo obtenga en 1981. La posesión del diploma concede derecho a un aumento de sueldo con arreglo a la escala de salarios Burnham. **Creemos que las LEA deben prestar todo su apoyo a los profesores que quieran inscribirse en estos cursos, ya que suponen un eficaz medio para mejorar en términos significativos la cualificación de los profesores.**

751: Dado que los cursos para el diploma se desarrollan normalmente en centros de formación del profesorado, hay zonas del país en las que no es posible seguirlos. Creemos que deben hacerse enérgicos esfuerzos para hallar el modo de impartir estos cursos en zonas que estén alejadas de dichos centros.

Open University

752: En años recientes, muchos profesores en ejercicio han obtenido títulos de graduación en matemáticas expedidos por la Open University (Universidad a Distancia) o títulos análogos que incluyen las matemáticas. Nos complace apreciar la ampliación de las actividades de la Open University para incluir el perfeccionamiento de los profesores. Actualmente, dicha institución ofrece un curso sobre *Las matemáticas a lo largo del currículo* y prepara otro complementario sobre el *Desarrollo del pensamiento matemático*. Existen también planes provisionales para incluir dichos cursos en otro destinado a conceder un diploma de matemáticas.

753: Creemos que la Open University, que ha conseguido una amplia experiencia y pericia en el desarrollo de cursos de matemáticas por el sistema de «aprendizaje a distancia» podría desempeñar un papel muy importante en la mejora de la calidad de los profesores de esta asignatura. Actualmente, las tasas académicas para cursos como el de *Las matemáticas a lo largo del currículo* son elevadas, porque se basan en el principio de la autofinanciación. **Estimamos que deberían arbitrarse los medios para facilitar ayuda económica a las tareas de perfeccionamiento en matemáticas que lleva a cabo la Open University**, habida cuenta de que la oferta de cursos idóneos, que pueden seguir grupos de profesores de las LEA, podría resultar eficaz para ayudar a las tareas de perfeccionamiento en gran escala.

Radio y televisión

754: La BBC y la IBA emiten programas de matemáticas para su uso en el aula, consultándose previamente para evitar

duplicidades. Ofrecen material que puede emplearse para formar el núcleo de un curso de matemáticas o para complementar los trabajos del aula; diferentes series de programas atienden a las necesidades de los alumnos de distintas edades y diferentes niveles de conocimientos. Los programas van normalmente acompañados de notas para los profesores y frecuentemente de cuadernos para los alumnos. Programas de este tipo ofrecen una nueva forma de ayuda al perfeccionamiento del profesorado, que puede utilizarse no solamente en el aula, sino también como base para el debate en los centros de profesores o incluso en las escuelas.

755: Como preparación para el aumento de la edad de escolarización en 1973, la BBC emitió una serie de programas de radio y televisión para profesores, que fueron seguidos y debatidos por gran número de éstos. **Creemos que programas de este tipo sobre distintos aspectos de la enseñanza de las matemáticas, quizás tomando en consideración alguno de los puntos que se tratan en este informe, podrían contribuir valiosamente a la formación inicial y continua.** Representantes de la BBC nos han indicado que, en su opinión, los programas emitidos tienen la ventaja de su impersonalidad: las ideas que contienen pueden ser criticadas con toda franqueza, sin temor a ofender a nadie, lo cual no siempre es posible después de la exposición de un conferenciante o asesor llegado de fuera.

La investigación sobre la enseñanza de las matemáticas

756: Se han realizado numerosos estudios de investigación sobre distintos aspectos de la enseñanza de las matemáticas. Pueden mencionarse entre ellos algunos relativos a la formación y desarrollo de los conceptos, al aprendizaje de las matemáticas, a la conducta de profesores y alumnos en el aula, y al desarrollo y evaluación del currículo. Muchos de estos estudios están resumidos en el *Análisis de la investigación* a que nos hemos referido varias veces. Nos complace saber que está en proyecto la publicación en breve de un libro basado en dichos datos*, ya que creemos que gran parte de las investigaciones llevadas a cabo permanecen desconocidas para los profesores de matemáticas en las escuelas e incluso para muchos autores de libros de texto y de otros materiales docentes. Aun cuando los profesores tengan noticia de la existencia de una investigación sobre determinado tema, es muy posible que tengan dificultades para apreciar la relevancia que presenta para su propia aula, entre otras razones porque los citados informes de investigación suelen estar escritos en un estilo técnico que no siempre es fácil de seguir, y, muy a menudo, publicados en revistas que la mayor parte de los profesores no consulta.

757: Más recientemente, algunos programas de investigación han visto la luz en artículos, escritos en estilo no técnico, publicados en las revistas de las asociaciones profesionales de matemáticas. El programa *Los conceptos en las matemáti-*

* Puede obtenerse información en el Shell Centre for Mathematical Education de la Universidad de Nottingham; véase también el apartado 188.

cas y las ciencias de secundaria, al que ya nos hemos referido, es un buen ejemplo de ello. **Proponemos que se haga un uso más amplio de la prensa educativa, tanto para difundir los resultados de programas concretos de investigación como para revisar e interpretar, específicamente para los profesores, el estado de la investigación sobre diferentes temas.** Los asesores y las demás personas que tienen algún cometido en relación con el perfeccionamiento del profesorado tendrían que ser conscientes de la necesidad de difundir e interpretar los resultados de los estudios de investigación, para que los profesores encontrasen el modo de incorporarlos en su propia forma de pensar y aplicarlos en su aula.

Centros para la enseñanza de las matemáticas

758: Hay algunos centros de reputación internacional, como los de la Universidad de Nottingham y el *Chelsea College* de la Universidad de Londres, que promueven el desarrollo e investigación curricular en la enseñanza de las matemáticas y que trabajan también en el perfeccionamiento de los profesores de la asignatura. La labor que llevan a cabo estos centros está íntimamente relacionada con el empleo de las matemáticas en el aula y creemos que es del mayor valor. **Celebraríamos la creación de algunos centros más de calidad equiparable; creemos que conduciría a una mejora significativa de la calidad de la enseñanza de las matemáticas.** Sin embargo, hay un aspecto primordial que debe tenerse en cuenta, y es el relativo al nombramiento del personal idóneo. En nuestra opinión, cualquier nuevo centro debería estar convenientemente situado, desde el punto de vista geográfico, y basarse en alguna institución, de carácter universitario o no, ya existente y que goce de reputación excelente en el campo de la enseñanza de las matemáticas. Para garantizar, además, que su labor estuviera directamente relacionada con el aula, sería importante que las LEA cuyos profesores fueran a estar más íntimamente relacionados con él, tomaran parte en las discusiones previas a la creación.

Ayuda financiera

759: Hay dos aspectos que son fundamentales en cualquier oferta de actividades de perfeccionamiento: la financiación y el tiempo. No se pueden formular planes apropiados en este campo, ya sean de ámbito escolar, local, regional o nacional, si no existe la voluntad decidida de arbitrar los recursos oportunos y el tiempo necesario. Diversas encuestas nacionales, así como la información que nos han facilitado algunas LEA, dan fe de que una parte importante de las actividades de perfeccionamiento la asumen los propios profesores de matemáticas fuera del horario escolar y a veces a su costa. Este esfuerzo voluntario es digno de alabanza y debe alentarse. Sin embargo, el problema de facilitar ayuda y formación a todos los que enseñan matemáticas no puede basarse exclusivamente en criterios voluntaristas. Si muchos profesores desarrollan esas actividades fuera del horario escolar es porque admiten que la formación continua forma parte de su com-

promiso profesional; la propia organización de cursos de perfeccionamiento por parte de las LEA demuestra que aceptan este cometido como uno de los que les incumben obligatoriamente. En algunos países, se dedican a la formación continua un cierto número de días al año dentro del marco normal de las condiciones de trabajo de cada profesor, y creemos que muchas autoridades locales e interesados desearían ver implantada una norma similar en el Reino Unido. Muchas de las comunicaciones que hemos recibido abogan por ello. Somos conscientes de las dificultades, no sólo económicas, que plantea tal propuesta, pero si no se acepta no creemos que se pongan en juego suficientes oportunidades de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas. **Estamos convencidos de que, si se adoptase dicha solución, se favorecerían los cambios curriculares que proponemos y los consiguientes cambios de actitud y de percepción por parte de los profesores.**

760: El perfeccionamiento de los profesores entraña dos elementos de coste: el de los propios cursos de formación y el que significa liberar de sus clases a los profesores que participan en ellos. A unos y otros se hace frente desde una diversidad de fuentes. Una parte del gasto es soportada por las autoridades locales, individual o conjuntamente; colleges y universidades no subvencionados contribuyen, asimismo, a través de los cursos que dan. La Administración pública central contribuye a través de las subvenciones a las autoridades locales y facilitando fondos a los colleges y universidades. Sin embargo, no está específicamente determinado qué parte de las subvenciones debe destinarse a perfeccionamiento. Los propios profesores contribuyen, finalmente, sufragando parte de los gastos y con su propio tiempo libre.

761: Hay acuerdos en virtud de los cuales las LEA pueden recuperar una parte de sus costes de perfeccionamiento del profesorado, como la relativa a los honorarios de enseñanza, viajes y sueldos, de un fondo común nacional, financiado mediante aportaciones de todas ellas, con arreglo a una fórmula acordada. La recuperación con cargo a este fondo estuvo en un principio limitada a los cursos a tiempo completo incluidos en un programa nacional y que durasen un año o un trimestre, pero en la actualidad se aplica también a los cursos a tiempo completo que duran más de cuatro semanas y a los de tiempo parcial que duren, por lo menos, sesenta horas. Además, los costes de los cursos de formación continua impartidos en los departamentos de educación de los colleges sostenidos por las autoridades locales se redistribuyen entre estas últimas a través del Fondo de Enseñanza Postsecundaria Avanzada. Muchos de estos departamentos facilitan ayuda directa al perfeccionamiento en las escuelas; una parte de los gastos de los conferenciantes puede cargarse también al citado Fondo.

762: Hemos observado que hay dos tipos de formación que no pueden beneficiarse actualmente del apoyo del fondo común. El primero es el coste que supone a las LEA liberar de sus obligaciones a los profesores de matemáticas para que adquieran experiencia en la industria y el comercio. El segundo es el coste de los cursos apropiados del Programa de Alumnos Asociados de la Open University, que son seguidos por profesores. **Recomendamos que ambos sean susceptibles de ayuda.**

763: La mayor parte de las LEA abonan, en su totalidad o en parte, los gastos de los profesores que llevan a cabo actividades de perfeccionamiento, ya sea en su localidad o más lejos. Se nos ha hablado, sin embargo, de casos en los que se han establecido limitaciones inútiles a los profesores, por ejemplo, en materia de viajes, o de negativas a permitir su asistencia a un curso que, aunque conveniente y cercano, tenía lugar en una zona perteneciente a otra LEA. Lamentamos este tipo de restricciones y también la falta de abono íntegro de los gastos asumidos; en nuestra opinión, no deberían ponerse a los profesores estos obstáculos en sus actividades de perfeccionamiento.

764: Los métodos de ayuda al perfeccionamiento por parte de las autoridades locales pueden variar considerablemente. Unas veces, las LEA aportarán sus propias instalaciones, ya sea en escuelas, en centros de profesores o en otros lugares, y otras veces pagarán el alquiler correspondiente por el uso de instalaciones de otras LEA. En ocasiones se crean centros de recursos conjuntos, frecuentemente con algún centro de formación del profesorado, y entonces resulta adecuada la financiación común. Creemos que esta forma de organización puede suponer un incentivo para que el citado centro facilite todo lo que se necesita. El pago, por lo menos en parte, de los servicios prestados, ayudará no sólo al mantenimiento de éstos, sino también a su mejora futura y a la desaparición de los servicios de baja calidad.

765: A los Secretarios de Estado les incumbe en buena parte la responsabilidad de la calidad de la formación inicial de los profesores; creemos que es también apropiado que influyan sobre la calidad de la actuación de éstos durante su vida profesional concediendo una ayuda económica directa a los programas de perfeccionamiento. Entendemos que, al amparo de lo dispuesto en el artículo 3 (a) de la Ley de Educación de 1962, tienen facultades para actuar en este sentido, aun cuando, hasta la introducción del Sistema Nacional de Becas (apartado 652), no han hecho uso de ellas. Aunque se nos ha dicho que las autoridades locales no son partidarias, en general, de la financiación estatal para fines específicos, tienen experiencia en ella y la aceptan en otros campos. Las pruebas de que disponemos indican que, en el momento actual, no se

están dedicando suficientes recursos a las actividades de perfeccionamiento y que, en algunas áreas, la situación está empeorando. **A menos que los Secretarios de Estado tomen medidas eficaces en este campo, no creemos que se consigan recursos suficientes para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas.** Creemos que los Secretarios de Estado deberían operar en esta materia íntimamente unidos con las autoridades locales, que son las que contratan los profesores y, llegado el caso, con los centros de formación del profesorado.

766: En palabras del documento del Gobierno *Education: a framework for expansion* (Educación: un marco para la expansión), publicado en 1972, «los gastos de expansión del perfeccionamiento son una inversión necesaria en la calidad futura del cuerpo docente». La medida en que se propuso, en aquel tiempo, intensificar el perfeccionamiento, no se ha logrado. Observamos que en el presupuesto de gastos del Gobierno presentado en marzo de 1981 se declara que «los créditos para permitir a los profesores la iniciación y el perfeccionamiento se han mantenido al nivel actual». Sin embargo, creemos que uno y otro han de ser intensificados en lo que se refiere a la enseñanza de las matemáticas, y que esta necesidad es apremiante si han de realizarse el progreso y los cambios que postulamos aquí. No todas nuestras recomendaciones van a costar dinero, pero muchas sí. **A los responsables del control financiero les compete determinar si pueden allegarse recursos adicionales o si hay que mantenerse dentro de los límites del gasto público ya aprobado.** En su discurso ante la 68.^a Conferencia del Norte de Inglaterra, en enero de 1981, el Secretario de Estado de Educación y Ciencia dijo que «incluso con nuestros limitados recursos, creo que es crucial que se siga dando una alta prioridad al perfeccionamiento correcto... Al pedir a las autoridades y a los profesores que concedan una alta prioridad a los programas de perfeccionamiento cuidadosamente gestionados... les pido, efectivamente, que su preocupación por dar lo mejor a los niños de hoy no les haga perder de vista la necesidad de actuar igualmente bien con los de mañana». **A menos que se destinen recursos adicionales a actividades de ayuda al perfeccionamiento de los profesores de matemáticas, es improbable que una mejor enseñanza matemática, que creemos que podría y debería darse a los niños en el futuro, sea posible.**



16. Otras cuestiones

767: En este capítulo trataremos de cuatro cuestiones que no han encontrado mejor sitio en nuestro informe, y que no están relacionadas entre sí. Son las matemáticas en las escuelas intermedias, la enseñanza de la estadística, la enseñanza de las matemáticas en otros países y la información estadística relativa a la enseñanza de las matemáticas.

Las matemáticas en las escuelas intermedias

768: Las necesidades matemáticas de los niños están en relación con su edad, su nivel de rendimiento y su ritmo de progreso, y no con el tipo de escuela a que asistan. Por esta razón, en los capítulos 6 y 9 nos hemos referido a las matemáticas en la enseñanza primaria y secundaria, y no en las escuelas de primaria y de secundaria. Los alumnos de las escuelas intermedias abarcan parte de las edades tradicionalmente asociadas a los términos «primaria» y «secundaria», pero sus necesidades matemáticas no son diferentes de las que presentan los niños de la misma edad que están en las escuelas primarias o secundarias. Por esta razón, no hemos dedicado un capítulo especial a las matemáticas en dichos centros; de haberlo hecho así, habríamos tenido que repetir necesariamente mucho de lo ya escrito en otras partes de este informe.

769: Hemos recibido muy pocas comunicaciones referidas específicamente a las escuelas intermedias. No obstante, hemos podido visitar varias de estas escuelas y reunirnos con su profesorado, así como abordar en concreto el tema de la enseñanza de las matemáticas que se imparte en ellas con un grupo reducido de asesores de matemáticas en cuyas zonas de trabajo existen escuelas de esa clase. Ha llegado también a nuestro conocimiento que en el curso escolar 1979-80 la inspección escolar llevó a cabo una encuesta sobre las escuelas intermedias cuyos alumnos tienen de 9 a 13 años, y que en 1980-81 hizo lo mismo con las que tienen alumnos de 8 a 12 años. Suponemos que se publicarán los correspondientes informes, y que éstos incluirán información acerca de la enseñanza de las matemáticas.

Personal

770: En las escuelas intermedias, la enseñanza de las matemáticas suele correr a cargo del profesor de la clase durante el primero o los dos primeros cursos; sólo en los últimos cursos

* Las escuelas intermedias con alumnos hasta los 12 años de edad se consideran normalmente como primarias; las que tienen alumnos de hasta 13 años, normalmente como secundarias.

se establece un contexto específico para esta asignatura. La encuesta sobre el profesorado de las escuelas secundarias mantenidas, al que nos referimos en el capítulo 14 y que incluía escuelas intermedias «consideradas secundarias»*, revela una gran escasez de profesores con titulación en matemáticas en estas últimas: el 62 por ciento de las clases de matemáticas a alumnos de 11 a 13 años estaban confiadas a profesores sin ninguna titulación en matemáticas (ver Apéndice 1, apartado A15). No disponemos de información equiparable para los alumnos de 11 y 12 años de las escuelas intermedias consideradas primarias, pero no hay razón para suponer que sus profesores estén más preparados; más bien parece lo contrario.

771: La mayor parte de las escuelas intermedias se ha creado a partir de *modern schools* primarias o secundarias. El profesorado de estas últimas ha seguido prestando sus servicios, por lo que en muchos casos tiene que enseñar a alumnos de una edad para la que carece de experiencia o de la formación precisa. El grupo de asesores con que nos entrevistamos nos indicó, por ejemplo, que los antiguos profesores de primaria que ahora enseñan en escuelas intermedias con alumnado de 9 a 13 años, pueden verse en dificultades para atender las necesidades de los alumnos mayores, en especial de los de rendimiento alto; lo mismo les ocurre a menudo con los alumnos de 9 años a los antiguos profesores de secundaria. Tal vez cambie la situación cuando las escuelas intermedias existentes contraten nuevos profesores, pero parecen observarse dificultades en atraer a ellas a profesores con titulación en matemáticas. Esto último puede deberse a la actual escasez de profesores de matemáticas en la secundaria, donde éstos tienen mejores perspectivas de promoción, o bien a que son muy pocos los profesores de escuelas intermedias que tienen la posibilidad real de trabajar en el campo específico de las matemáticas: muy frecuentemente han de enseñar, además, una o más asignaturas, o tienen que responsabilizarse de todas las de una clase. Por añadidura, debido a la desigual distribución geográfica de las escuelas intermedias, los centros de formación del profesorado tienen dificultades para ofrecer cursos de formación inicial dirigidos específicamente a aquéllas.

El coordinador
de matemáticas

772: Debido, tal como hemos visto en el apartado 770, a la alta proporción de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas intermedias que está en manos de profesores carentes de titulación adecuada, **el puesto de coordinador de matemáticas (o director de departamento) reviste particular importancia.** Se nos ha informado que algunos de estos coordinadores tampoco tienen titulación en matemáticas, lo que consideramos preocupante. Además, a menudo han de compartir sus cometidos en este campo con tareas relativas a otra asignatura o a la administración, con la consiguiente limita-

ción del tiempo disponible para supervisar la enseñanza de las matemáticas. Es frecuente, asimismo, que enseñen sólo a los alumnos mayores y acaso, también, a los de rendimiento más alto. Sería deseable que tuviesen experiencia docente con alumnos de todas las edades, pero si esto no fuera posible, **por lo menos deberían tener la posibilidad real de visitar las aulas de todos los profesores de matemáticas, y de trabajar con ellos de vez en cuando.**

773: Al preparar una programación, el coordinador de matemáticas habrá de prestar especial atención a mantener la continuidad de los progresos en la asignatura, tanto en lo que se refiere a los alumnos procedentes de la escuela primaria como a los que acceden a niveles superiores. Tal vez no sea fácil, en especial si las escuelas de destino son de más alto nivel. Se nos ha informado de las dificultades que se plantean cuando estas últimas exigen trabajar con un libro de texto determinado. Como muy a menudo pasan a la misma escuela de nivel superior alumnos de distintas escuelas intermedias, resulta necesaria la debida coordinación no sólo entre las escuelas primarias y las superiores, sino también con las propias intermedias de la zona. Consideramos que los asesores de matemáticas tienen un papel importante que desempeñar a este respecto.

La enseñanza de la estadística

774: Es sorprendente que, de las comunicaciones recibidas, sean escasísimas las que hacen referencia directa a la enseñanza de la estadística. A ella nos hemos referido varias veces a lo largo de nuestro informe tanto de forma directa como indirecta (por ejemplo, en la lista básica del apartado 458, y en el capítulo 11). Trataremos ahora con brevedad, pero con mayor detalle, algunos aspectos.

775: En la mayoría de las escuelas de todos los niveles de edad, la estadística forma parte de la asignatura de matemáticas, y su contenido abarca, desde la recogida y representación de datos en la escuela primaria, hasta los aspectos matemáticos de la misma incluidos en los programas para la obtención del certificado del nivel A. Una encuesta realizada en 1976 por el Proyecto sobre Enseñanza de la Estadística a alumnos de 11 a 16 años (POSE), del Consejo Escolar, indicó que más de las tres cuartas partes de las escuelas secundarias enseñaban algo de estadística en sus cursos de matemáticas para alumnos de 11 a 16 años. No obstante, la información recibida del POSE y del Comité Conjunto de Enseñanza de la Real Sociedad de Estadística y el Instituto de Estadísticos, hace hincapié en que, aunque la estadística se enseña por lo común dentro de los cursos de matemáticas, no habría que considerarla únicamente como una parte de éstas. El informe del POSE indica que «la estadística no es sólo un conjunto de técnicas, sino una actitud mental para el enfoque de los datos. En particular, admite la incertidumbre y la variabilidad en los

datos y en la recogida de éstos. Y permite tomar decisiones a pesar de esta incertidumbre».

776: La estadística es en esencia una materia práctica, por lo que su estudio debería basarse en la recogida de datos por los propios alumnos, siempre que sea posible, considerando el tipo de datos apropiados, las razones para recogerlos, los problemas que se plantean al hacerlo, las formas en que pueden ser tratados válidamente y las conclusiones que cabe extraer de ellos. Al aprendizaje y la comprensión de la estadística puede coadyuvar el trabajo en temas tales como las ciencias biológicas, la geografía y la economía. Cuando la estadística se enseña en los cursos de matemáticas de la enseñanza secundaria, a menudo se insiste en la aplicación de las técnicas estadísticas, y no en la discusión de los resultados de la agrupación y examen de los datos, y en las conclusiones que cabe obtener habida cuenta del contexto en que se han recogido. En estas condiciones, el trabajo puede entonces resultar árido y en exceso técnico, con lo que no se pondrán de manifiesto las posibilidades y la naturaleza de la estadística.

777: Muchas de las ideas que aplica la estadística necesitan tiempo para madurar. Algunas de ellas, las más elementales, convendrá presentarlas, por tanto, en una fase temprana, de modo que su comprensión y profundización puedan desarrollarse a lo largo de cierto período de tiempo. Se nos ha dicho que, al preparar muchos programas para el CSE, el certificado de nivel 0 y el de nivel A, parece haberse subestimado la dificultad de algunos de los conceptos estadísticos incluidos en ellos, de lo que resulta un contenido estadístico demasiado amplio en los programas. Este peligro parece agravarse incluso en los programas de otras asignaturas que hacen uso de técnicas estadísticas.

778: Son pocos los profesores, incluidos los licenciados en carreras que incluyen el estudio de la estadística, que han sido formados para la enseñanza de esta materia en las escuelas. **Hay, por consiguiente, una gran necesidad de cursos de perfeccionamiento para la enseñanza de la estadística, y no sólo para profesores de matemáticas, sino para los de otras asignaturas.** Cabe distinguir, a este respecto, tres niveles de formación. El primero corresponde a quienes enseñan estadística como asignatura autónoma o como parte de las matemáticas. El segundo, a los profesores de asignaturas que aplican la estadística y que han de introducir a sus alumnos en los métodos estadísticos. El tercer nivel comprende la formación que permitirá a los demás profesores desarrollar en sus alumnos un enfoque numéricamente crítico de los datos y conocer ciertas formas de representación inadecuadas que muy a menudo encontramos en diversos tipos de publicaciones. Sería conveniente que en los cursos de formación inicial se prestase atención a estas materias al nivel adecuado, preferentemente con

aquellos grupos de estudiantes cuyas materias principales abarquen varias disciplinas. Nos ha satisfecho la información recibida sobre un curso PGCE en el que se acoge esta opción curricular interdisciplinaria acerca de la enseñanza escolar de la estadística. Aplaudimos iniciativas análogas.

779: Como el trabajo en algunas otras materias diferentes de las matemáticas puede contribuir al aprendizaje y la comprensión de la estadística, hay que esforzarse por lograr una buena cooperación entre todos aquéllos que hacen uso de la estadística en su labor docente en las escuelas. En la enseñanza secundaria, esta cooperación podría favorecerse encomendando a un profesor que identifique el uso que se hace de la estadística en diversas materias y que actúe como coordinador en la enseñanza de aquélla; no es preciso que sea un profesor de matemáticas.

780: Se nos ha informado de que en la actualidad hay escasez de buenos libros de estadística, tanto para los alumnos como para los profesores, y de que los disponibles se ocupan de la teoría más que de la práctica; parece evidente la necesidad de aumentar la oferta de materiales docentes con un enfoque más práctico de esta materia. La introducción de la calculadora electrónica ha facilitado los problemas de cálculo y permite aplicar datos de la «vida real» en lugar de los datos artificialmente sencillos que se empleaban antes para evitar las operaciones pesadas. Por esta vía se dispone de la oportunidad de insistir en la interpretación de los datos, y no en las técnicas de cálculo. **Entendemos que la creciente disponibilidad de microordenadores y la presentación visual de los datos que éstos ofrecen, brindan una oportunidad adicional de exponer las técnicas e ideas estadísticas; creemos que en este campo es preciso intensificar también el trabajo de desarrollo.**

781: Para concluir nuestra exposición sobre la enseñanza de la estadística, citaremos un fragmento de la comunicación recibida del POSE.

La competencia estadística requiere sentido de los números, reconocimiento de los niveles de precisión apropiados, elaboración de estimaciones sensatas, sentido común en el uso de datos para apoyar un argumento, conciencia de la variedad de interpretaciones posibles de los resultados, y exacta comprensión de conceptos de amplio uso tales como promedios y porcentajes. Todo esto forma parte de la vida diaria. Una buena enseñanza de la estadística puede estimular a los alumnos a pensar correctamente sobre esos aspectos.

Estamos de acuerdo con esta exposición y llamamos la atención sobre la forma en que complementa nuestros puntos de vista sobre las necesidades matemáticas de la vida adulta, expuestos en el capítulo 2.

La enseñanza de las matemáticas en otros países

782: Aunque no estábamos obligados a estudiar la enseñanza de las matemáticas fuera del Reino Unido, algunas de las primeras comunicaciones que recibimos establecían comparaciones con otros países, con lo que quedó claro que existían semejanzas y diferencias sobre el tema. Decidimos, por tanto, recabar información sobre la enseñanza de las matemáticas en otros países de habla inglesa, así como en otros países europeos equiparables, conscientes en todo caso de que la información así obtenida sería limitada y no necesariamente representativa del país en cuestión. Aun advirtiendo que las diferentes actitudes culturales y sociales, desde la legislación general hasta la práctica diaria en las aulas, incluso en países de habla inglesa, influyen en la enseñanza en todos los niveles, deseábamos ver si nuestra propia exposición podría mejorar con el conocimiento de los métodos de trabajo en otros países.

783: Con la ayuda de la «*League for the Exchange of Commonwealth Teachers*» y la «*Central Bureau for Educational Visits and Exchanges*», pudimos dirigirnos por escrito a varios profesores de Inglaterra y Gales que acababan de impartir enseñanzas, en virtud de un programa de intercambio, en Australia, Nueva Zelanda, Canadá y Estados Unidos, así como a profesores de todos esos países que trabajaban a la sazón en escuelas inglesas y galesas; de todos ellos recibimos muchas respuestas que nos fueron de gran ayuda. Por medio de los buenos oficios de la Secretaría de la Comunidad Europea recibimos informes oficiales relativos a la enseñanza de las matemáticas en países de otras partes del mundo. Algunos de nosotros pudimos hacer breves visitas a Dinamarca, Holanda, República Federal Alemana y, más cerca, Escocia. En su transcurso pudimos hablar con profesores y empresarios, y con personas que se ocupaban del desarrollo curricular y de la formación del profesorado, y girar visitas a distintas escuelas.

784: Nunca se insistirá demasiado en la diversidad de los enfoques existentes, de la que ya se nos había hablado y que pudimos apreciar personalmente, del mismo modo que pudimos comprobar una gran diversidad en nuestras visitas a las escuelas de este país. Por un lado, esta diversidad ha supuesto un valioso estímulo para nuestra exposición, mientras que, por otro, pone en claro que de ninguna manera podemos generalizar respecto a la enseñanza de las matemáticas en otros países, sobre todo dada la información limitadísima de que disponemos. Resulta evidente que no hay soluciones modelo. En todos los países de los que tenemos algún conocimiento hemos podido comprobar el interés por mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

785: Existen notables diferencias entre unos países y otros respecto al grado de control central del currículo. La existen-

cia de un único tribunal de exámenes produce en Escocia un efecto unificador sobre el currículo de secundaria, tal como sucede con el uso de material desarrollado centralmente en los ciclos de primaria y secundaria. En Holanda y en los distintos *Länder* de la República Federal Alemana, el control curricular lo ejerce el Gobierno central o regional. En Francia, los programas de estudios y los libros de texto están sometidos a un control central. No obstante, la existencia de currículos determinados por la autoridad central o la regional no libera en absoluto a los profesores de la obligación de reflejar su propio juicio profesional en su enseñanza de las matemáticas.

786: El papel desempeñado por los exámenes públicos varía también considerablemente de un país a otro. En algunos, sólo han de presentarse a estos exámenes los alumnos que desean cursar estudios superiores; los demás son puntuados por sus profesores, de acuerdo a menudo con criterios especificados con todo detalle. En ciertos países sólo hay exámenes públicos al final de la escolaridad. Desde otro punto de vista, los procedimientos de evaluación interna de la propia escuela pueden significar que los alumnos que no progresen lo suficiente hayan de repetir curso. Esta práctica se halla en marcado contraste con la vigente en Inglaterra y Gales, donde los exámenes públicos son un elemento decisivo en todos los cursos de secundaria y donde es muy raro que un alumno no pase de curso junto con sus compañeros.

787: En algunos países, se exige a los profesores de secundaria un título más alto que a los de primaria. Además, a aquéllos sólo se les permite enseñar materias estrechamente relacionadas con las del título que poseen. Todas estas restricciones se encuentran, asimismo, en marcado contraste con la situación existente en Inglaterra y Gales. Resulta evidente que en la actualidad no sería posible exigir a todos los profesores de secundaria una titulación mínima en matemáticas. Ahora bien, del mismo modo que instamos a que ellos consigan la calificación profesional necesaria, también creemos que deberían poseer títulos académicos adecuados. **Creemos, por tanto, que debería investigarse sobre el modo de implantar esta exigencia de forma gradual, y que habría que dar lo antes posible los primeros pasos en esta dirección.**

788: La escasez de profesores de matemáticas no parecía considerarse un problema en Dinamarca, Holanda ni la República Federal Alemana, países en los que los profesores parecían disfrutar de un alto status. En contraste, se nos informó de que en algunas zonas de Estados Unidos había serios problemas en los niveles superiores al elemental. En la República Federal Alemana, el sueldo de los profesores de secundaria era comparable al del de los «mandos intermedios» de la industria y el comercio. En Baviera, el director de cada

escuela hacia una valoración anual de sus profesores, y los resultados podían influir en el tiempo que éstos pasaban en un grado o escala determinado.

789: Nuestras conversaciones con profesores de otros países, así como las cartas recibidas de aquéllos a quienes escribimos, revelaron una amplia gama de estilos docentes y de contenidos de los programas. Está claro, por ejemplo, que tanto las asignaturas modernas como las tradicionales se enseñan a veces de manera muy formalista. Nos han llegado numerosas críticas sobre el carácter demasiado abstracto y difícil que tienen determinadas asignaturas modernas para el alumno medio, así como sobre ciertos enfoques de las asignaturas tradicionales, que ponen el acento en lo rutinario a costa de la comprensión. Por otro lado, en el curso de nuestras visitas al extranjero, así como por otras fuentes, hemos advertido la alta consideración en que se tienen algunos de los materiales de enseñanza producidos en el Reino Unido y algunas de las investigaciones educativas y de desarrollo curricular aquí realizadas, por estar más firmemente basadas en la práctica del aula y tener un enfoque menos teórico de lo que es habitual en el extranjero.

790: Nos ha impresionado la tradición danesa en el campo del perfeccionamiento del profesorado, que se remonta a muchos años. Una tercera parte de todos los profesores de las *Folkeskoler* acuden anualmente a cursos de perfeccionamiento organizados por la Real Escuela Danesa de Estudios Educativos. En Estados Unidos muchos profesores siguen cursos para obtener el grado de Master en Educación durante las vacaciones estivales; en algunas zonas se supone que todos los profesores emprenderán este tipo de formación. En la República Federal Alemana, por lo menos en algunos *Länder*, los directores de las escuelas tienen cierta responsabilidad en el perfeccionamiento de su personal, que a veces incluye la exigencia a los profesores de asistencia a los cursos correspondientes. Se nos ha dado a entender, asimismo, que en algunas provincias canadienses las condiciones de trabajo de los profesores obligan a éstos a asistir a algún curso de perfeccionamiento todos los años.

791: La diversidad de las prácticas escolares, que hemos subrayado en los apartados precedentes, se completa con la diversidad de los puntos de vista de los empresarios, según pudimos advertir, tanto en los comentarios de los responsables de la educación, como en algunas conversaciones que mantuvimos con los propios empresarios. La imagen resultante no es uniforme; la mezcla de satisfacción, reservas y críticas no es distinta de la que habíamos obtenido de los empresarios de Inglaterra y Gales. De los educadores daneses y holandeses sacamos la impresión de que había pocas críticas sobre el rendimiento matemático de los alumnos que salen

de la escuela. En la República Federal Alemana, los empresarios con los que conversamos nos ponderaron las ventajas del sistema de formación profesional de la *Berufsschule*, que exige que todos cuantos abandonan la enseñanza en jornada completa antes de los 18 años, reciban hasta esa edad una formación profesional a tiempo parcial equivalente aproximadamente a un día a la semana. Manifestaron entusiasmo por los cursos ofrecidos por las *Berufsschulen*, en relación con los cuales empleaban a menudo palabras tales como «significativo» y «relevante». Una ventaja adicional era la derivada de la fructífera cooperación desarrollada entre la industria y las escuelas. En algunas zonas de la República Federal, los cursos para alumnos de 15 años tenían una orientación mucho más profesional que los equivalentes del Reino Unido mientras que un industrial del Reino Unido nos manifestó claramente su pesar por que no se haga lo mismo en las escuelas de nuestro país. Se nos informó que, en Estados Unidos, algunos empresarios se quejan de la falta de aptitudes matemáticas de los alumnos que no han completado la escolaridad. Por otra parte, un distinguido industrial expresó su opinión de que las diferencias detectables en las ofertas educativas, en los Estados Unidos, «reflejan en gran medida la capacidad de las distintas regiones para sostener, por medio de los impuestos directos, centros de enseñanza con profesorado de calidad, algo esencial para lograr los mejores resultados.»

792: Por las razones explicadas al comienzo de esta sección, nuestras referencias a la enseñanza de las matemáticas en otros países han de ser necesariamente fragmentarias e incompletas, aunque creemos que la información obtenida ha sido útil para nuestro trabajo. Todos los puntos sobre los que llamamos la atención en los apartados precedentes quedaron reflejados en nuestra exposición, contribuyendo así a nuestras propias ideas y conclusiones; algunos plantean problemas más generales que creemos merecen ser investigados más a fondo. Estamos muy agradecidos a todas aquellas personas con quienes tratamos en el curso de nuestras visitas, por la ayuda que de tan buen grado nos prestaron.

**Información
estadística
relativa a
la enseñanza de
las matemáticas**

793: Resultó mucho más difícil y nos llevó mucho más tiempo de lo que esperábamos la obtención de información estadística acerca de los distintos aspectos de la enseñanza de las matemáticas. La causa no debe buscarse en una supuesta falta de buena voluntad por parte del Departamento de Educación y Ciencia o de otros organismos, sino en que gran parte de la información recogida anualmente en escuelas y universidades no había sido analizada hasta el momento de forma que pudiera proporcionarnos los datos buscados. Los programas informáticos necesarios para lograrlo no existían, y hubieron de ser establecidos especialmente. Un problema menos importante, aunque no insignificante, es que, por lo general, no resulta posible obtener cifras independientes rela-

tivas a los estudios de informática y de estadística, debido a que tradicionalmente han sido incluidos como parte de las matemáticas, a efectos de análisis estadístico.

794: Tratamos de obtener información sobre cuatro áreas principales. La primera concierne a los alumnos de las escuelas. Además de la información publicada en los *Volumes of Statistics* del Departamento de Educación y Ciencia por los distintos tribunales de examen, empleamos la que se contiene en la encuesta anual del 10 por ciento de los alumnos que salen de la escuela, y que realiza el citado Departamento. Como resultado del trabajo llevado a cabo por nuestra Comisión, creemos que se han desarrollado programas de informática que permitirán en el futuro un análisis más sencillo de los datos aquí obtenidos. Nos alegramos de ello, pues nos parece importante que la información esté fácilmente disponible para su análisis. Recomendamos que los análisis de este tipo que, a petición nuestra, se llevaron a cabo para los años 1977-79, sigan haciéndose para los años siguientes. **Deseamos recomendar también que, en la medida de lo posible, el Departamento de Educación y Ciencia y los tribunales de examen dejen de incluir los estudios de informática y de estadística en el título genérico de matemáticas, y los traten como materias independientes a efectos del análisis estadístico. Llamamos la atención sobre el hecho de no habernos sido posible obtener información sobre los resultados del CSE y el GCE de los alumnos de 16 a 19 años de edad que estudian en tertiary colleges y en colleges de enseñanza postsecundaria. Estimamos que debería disponerse de estos datos.**

795: En segundo lugar, tratamos de obtener información sobre las titulaciones mínimas que se exigen, en materias concretas, para el acceso a la enseñanza superior. Como explicamos en el apartado 170, el Registro Estadístico de Universidades contiene información detallada sobre los estudiantes de las universidades, pero se carece de datos equiparables en relación con los demás centros de enseñanza superior. A nuestro pesar, no nos ha sido posible obtener información, por tanto, sobre la titulación en matemáticas de los alumnos de estos últimos centros, ni conciliar los datos que, sobre el alumnado de los cursos de licenciatura en el sector no universitario, facilitan el Departamento de Educación y Ciencia y el Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales. **Hemos observado con interés que el reciente informe del Comité de Educación, Ciencias y Artes de la Cámara de los Comunes* recomienda que se obtenga «para el personal de colleges y polytechnics el tipo de información recogida para el Registro Estadístico de Universidades, y que se concilien las bases de datos del Registro Estadístico de Universidades de Cheltenham y del Registro Estadístico de Enseñanza Postsecundaria de Darlington». Apoyamos enérgicamente esta recomendación.**

* Cámara de los Comunes. Quinto Informe del Comité de Educación, Ciencia y Artes. *The funding and organization of courses in higher education*. HMSO 1980.

796: En tercer lugar, tratamos de obtener información sobre la titulación en matemáticas de los alumnos que se matriculan en los cursos de formación del profesorado. No hemos podido, por ejemplo, establecer qué proporción de los estudiantes matriculados en el BEd fuera de las universidades, tenía un título de nivel A en matemáticas. Este problema se resolvería si se pusiese en práctica la recomendación de la comisión parlamentaria a que nos referimos en el apartado precedente. **Estimamos necesario que se determine el tipo de información de que debería disponerse acerca de la titulación académica de los alumnos que se matriculan en los cursos BEd y PGCE, así como la forma de recogerla y analizarla. De este modo, por ejemplo, sería posible descubrir el nivel de las titulaciones en matemáticas de los alumnos que eligen matemáticas como asignatura primera o segunda en PGCE o como asignatura principal en BEd.**

797: En cuarto lugar, tratamos de conseguir información sobre la titulación de los profesores y las asignaturas que enseñan. La determinación del número de profesores especializados en matemáticas tropieza con una dificultad inicial: el título de BEd significa que se está graduado como primera asignatura, en todos los casos, en «educación», por lo cual las matemáticas aparecerán como segunda asignatura, mientras que en los demás títulos superiores éstas figuran como primera o única asignatura. **Recomendamos, pues, que el título de BEd no suponga la graduación en «educación» como primera asignatura, ya que su propio nombre así lo indica; en su lugar, tendría que aparecer la asignatura del curso principal.** La encuesta sobre el personal de secundaria llevada a cabo en 1977 aportó un gran volumen de información valiosa. **Creemos que deberían realizarse encuestas de este tipo por lo menos cada cinco años, y que es preciso ponerse de acuerdo sobre la información necesaria, para que cualquier LEA que desee obtenerla pueda hacerlo en términos comparables, como ocurre con toda la información resultante de las encuestas a nivel nacional.**



17. Pasos para avanzar

798: Nuestro mandato nos obligaba a considerar la enseñanza de las matemáticas en las escuelas a la luz de las necesidades matemáticas de los alumnos al pasar a la enseñanza postsecundaria o superior o a la vida laboral, así como de sus necesidades de adultos. En la primera parte del informe hemos expuesto esas necesidades, en la segunda hemos indicado el modo de atenderlas con un currículo de matemáticas equilibrado y coherente, y en la tercera hemos detallado los mecanismos y ayudas que se requieren para lograr una buena enseñanza de las matemáticas.

799: Cambios de todo tipo han venido a ejercer su influencia sobre el trabajo de los profesores en los últimos quince años, durante los cuales se ha producido una rápida transformación social, tecnológica y económica. Hemos asistido a una reorganización en favor de la enseñanza integrada y se ha ampliado la edad de escolarización; en algunas zonas, la reorganización de los municipios ha supuesto tensiones adicionales para los profesores. Tras la «explosión» del índice de natalidad, que alcanzó su máximo en 1964 y forzó a un rápido incremento del cuerpo docente, ha venido un acusado descenso del número de alumnos en muchas zonas y, con ello, la inseguridad y la reducción de las oportunidades de promoción para los enseñantes. Los profesores de matemáticas, en particular, han tenido que hacer frente al problema adicional de la adopción de nuevos programas de la asignatura, que han obligado en ocasiones a impartir enseñanzas sin haber recibido la preparación y la formación continua necesarias. Por su parte, la introducción del CSE creó tensiones sobre los alumnos y profesores a la hora de los exámenes. La adopción del sistema métrico decimal y de la moneda decimal provocó en muchas escuelas dificultades iniciales, por la falta de libros y de material docente adecuado. Más recientemente, la rápida generalización del uso de la calculadora electrónica, sin la suficiente orientación sobre el uso que de ella puede y debe hacerse en el aula, ha supuesto nuevos problemas para muchos profesores. Por último, en estos años se ha agudizado la escasez de profesores con buena formación matemática tanto en la enseñanza primaria como en la secundaria.

800: Junto con estos cambios, se han dirigido crecientes críticas al sistema educativo, especialmente a la enseñanza de las matemáticas, por parte de padres y empresarios, así como de diversas personalidades de la vida pública y política. En estas circunstancias, resultaría sorprendente que el estado de ánimo de los responsables de la enseñanza de las matemáticas no hubiese sufrido. Por lo demás, se ha producido también un evidente desarrollo matemático, y muchos profesores han cedido parte de su tiempo libre para colaborar, por ejemplo, en grupos de trabajo, programas de desarrollo curricular u otros tipos de actividad. En muchas escuelas se está llevando a cabo una excelente labor en la enseñanza de las matemáticas, y son muchos los profesores que se esfuerzan realmente por satisfacer las esperanzas, no siempre realistas, de un alto rendimiento en esta materia. Con todo, como esperamos que nuestro informe deje bien claro, en la actualidad hay muchos alumnos a quienes se ofrecen estudios de matemáticas que no son los idóneos para sus necesidades y muchos profesores que carecen de la preparación adecuada. Por esta y otras razones, la enseñanza que reciben muchos alumnos no es satisfactoria. Se requieren, pues, grandes cambios.

801: Los profesores de matemáticas deben tener en cuenta la gran diversidad de niveles de conocimientos y de rendimiento que existe entre unos alumnos y otros. Se sigue de esto que los estudios de matemáticas han de adaptarse, tanto en nivel como en ritmo, a las necesidades de los alumnos y que, por tanto, hay que aceptar un «curriculo diferenciado» que permita a éstos desarrollar al máximo su destreza y comprensión matemáticas, una actitud positiva ante la asignatura, y seguridad en el uso de las mismas. Los exámenes previstos al nivel de secundaria han de estar mejor adaptados de lo que hoy lo están a las necesidades de los alumnos.

802: Creemos también que resulta esencial mejorar la calidad global del profesorado de matemáticas. Hay que esforzarse por atraer a la enseñanza a matemáticos mejor preparados, por retener a los profesores bien preparados y eficaces, y por aumentar el nivel de formación inicial y continua. Para cuantos enseñan matemáticas, resulta esencial una buena ayuda, y ésta no sólo requiere la disponibilidad de instalaciones y equipos adecuados, sino también el liderazgo correcto de los coordinadores de matemáticas y directores de departamento formados para esta tarea.

803: Entre las sugerencias y recomendaciones incluidas en nuestro informe hay muchas a las que pueden responder los propios profesores y cuya puesta en práctica les incumbe particularmente. Esperamos, por consiguiente, que lean con particular atención esas partes de nuestro informe, sobre todo los capítulos 5 a 11. Por ejemplo, las destrezas de cálculo deben ponerse en relación con las situaciones prácticas y

aplicarse a los problemas. La enseñanza de las matemáticas a alumnos de todas las edades incluye exposición, discusión, trabajo práctico adecuado, resolución de problemas, investigación, consolidación y práctica, así como el consiguiente trabajo mental y oral. La evaluación ha de ser tanto diagnóstica como formativa, y la enseñanza ha de basarse en una programación evaluada y revisada con regularidad. Todo esto, y más, es necesario para que la enseñanza de las matemáticas sea eficaz, y todo está en las manos de los profesores.

804: Por otra parte, hemos hecho varias sugerencias y recomendaciones que los profesores no pueden llevar a la práctica por sí mismos y que requieren actuaciones ajenas. Por ejemplo, en los capítulos 6 y 9 hemos resaltado la importancia de las funciones del coordinador de matemáticas y del director de departamento. Es esencial que a unos y otros se les prepare y forme para su tarea y se les apoye continuamente para que la lleven a cabo. Los profesores de matemáticas necesitan contar con unos servicios asesores eficaces, así como con oportunidades para recibir distintos tipos de perfeccionamiento. Necesitan, asimismo, medios y equipos adecuados en sus escuelas. La responsabilidad de su provisión ha de recaer en primer lugar en las autoridades educativas locales. De los medios necesarios para la enseñanza de las matemáticas nos hemos ocupado en el capítulo 12, y de la ayuda al perfeccionamiento, en el 15.

805: Varias de nuestras recomendaciones se refieren a los exámenes y pruebas. En el capítulo 10 argumentamos que los exámenes de cualquier nivel han de cumplir objetivos adecuados y ser el reflejo de currículos idóneos. Deben permitir a los candidatos demostrar lo que saben y no minar la confianza de quienes concurren a ellos. Recomendamos que en el nuevo sistema de examen único a los 16 años se prevean distintos ejercicios de matemáticas a diferentes niveles. Recomendamos, asimismo, la realización de un estudio en el que se considere el modo de obtener información sobre aprovechamiento de los alumnos de bajo rendimiento, con miras a ofrecerles los cursos adecuados. El resultado de dicho estudio podría tener relación con las pruebas que emplean tradicionalmente las empresas, discutidas en el capítulo 3. En el capítulo 8 recomendamos la preparación, en un futuro próximo, de una estimación global de las implicaciones educativas de las pruebas de matemáticas realizadas por la *Assessment of Performance Unit* (Unidad de Evaluación del Rendimiento). La responsabilidad de estas actuaciones recae primordialmente sobre los tribunales de examen y, en ciertos aspectos, sobre la Administración central y local. Al estudiar nuestras recomendaciones han de tener presentes las necesidades de los alumnos en el futuro, tal como comentamos en los capítulos 2, 3 y 4.

806: Los esfuerzos para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas no tendrán éxito a menos que se disponga del profesorado preciso, en cantidad y calidad. En el capítulo 13 tratamos de la oferta y contratación de los profesores, e incluimos algunas propuestas para la flexibilización del sistema salarial, el estímulo financiero dirigido a los estudiantes adecuadamente preparados, y la garantía de empleo para los profesores de matemáticas recientemente formados. En muchas de estas materias creemos que la responsabilidad incumbe en primer lugar a la Administración central; las autoridades educativas locales, en su condición de empresarios de los profesores, tienen asimismo una responsabilidad considerable.

807: Todos cuantos enseñan matemáticas necesitan una formación inicial que les capacite tanto matemática como profesionalmente para comenzar a dar clases. Confiamos en que los responsables de esta materia revisen el contenido de los cursos de formación inicial a la luz de nuestra exposición sobre la enseñanza de esta asignatura. Deseamos llamar su atención sobre los puntos de vista recogidos en el capítulo 14, en el que recomendamos la revisión y evaluación de la formación inicial de los futuros profesores de matemáticas.

808: Finalmente, en el curso de nuestro informe hemos llamado la atención sobre la necesidad de un desarrollo curricular encaminado a la preparación de diversas clases de material para su uso en las aulas. Por ejemplo, hay que elaborar materiales que reflejen el contenido de la «lista básica» recogida en el capítulo 9, y asimismo desarrollar el abanico de materiales escritos en galés. En el capítulo 7 indicamos la necesidad de disponer de materiales que permitan a los profesores aprovechar las calculadoras para la enseñanza de las matemáticas, y también de software de buena calidad para su empleo con los microordenadores. Confiamos en que las instituciones privadas y públicas que financian el desarrollo curricular y la investigación en educación tengan presentes nuestras sugerencias a la hora de considerar las propuestas que se les hagan.

809: En este capítulo hemos expuesto nuestras recomendaciones de una forma que habrá resultado inesperada para muchos. El presente informe incluye muchas sugerencias que podíamos haber ofrecido en una lista, pero hemos preferido llamar la atención sobre ellas con el uso de un tipo de letra distinto (negritas) en el cuerpo tradicional del texto. Lo hemos hecho así por creer que la enseñanza de las matemáticas ha de enfocarse como un conjunto y que la importancia de muchos de los puntos que podríamos haber expuesto por separado se pone más de manifiesto cuando se leen en el contexto de nuestra exposición. En cambio, en los apartados 803 a 808 hemos señalado seis grupos de personas o entidades

cuya respuesta activa a nuestro informe consideramos esencial para que se conviertan en realidad los cambios en la enseñanza de las matemáticas que aquí recomendamos. Se trata de los profesores, las autoridades educativas locales, los tribunales de examen, la Administración central, los centros de formación del profesorado y las personas u organismos que financian y llevan a la práctica el desarrollo curricular y la investigación en educación. No bastará con que respondan algunos de ellos, ya que, para lograr algún progreso, todos habrán de cooperar. El cambio educativo no puede realizarse de la noche a la mañana, y la ejecución de nuestras propuestas llevará tiempo. Estimamos esencial, por tanto, que no se pospongan las actuaciones y que se arbitren lo antes posible los recursos necesarios.

810: Pero ni aun la activa cooperación de esos seis grupos o entidades conducirá a resultados duraderos si no se completa con la de un séptimo elemento, la opinión pública en general, y en particular los padres, los empresarios y quienes trabajan en el sector público. La propia creación de nuestra Comisión vino a manifestar que había que hacer algo para responder a la necesidad nacional de contar con una población dotada de competencia numérica. En los tres años de trabajo hemos recibido numerosas muestras de apoyo que reflejan la opinión generalizada de que todos los niños y niñas deben desarrollar durante la escolaridad una adecuada comprensión de las matemáticas y seguridad en su uso. En nuestra opinión, esto sólo podrá lograrse a través de una buena enseñanza de las matemáticas impartida por profesores formados para su trabajo y que reciban la correspondiente ayuda para su perfeccionamiento. Así, debe ser tarea de todos cuantos comparten esta creencia, apoyar y estimular la ejecución de los cambios que estimamos necesarios y poner de manifiesto que, en la educación que nuestros niños reciben, las matemáticas sí cuentan.



Apéndice 1. Información estadística

A1: Este apéndice contiene la selección de una cantidad considerable de información estadística que ha sido puesta a disposición de la Comisión por diversas fuentes. Estamos muy agradecidos a todos los que nos han ayudado. Reconocemos, en particular, el apoyo que hemos recibido de la Rama Estadística del DES y del Registro Estadístico de Universidades; ambos han concebido y realizado, a petición nuestra, investigaciones suplementarias. Parte de la reorganización, nueva clasificación y amalgamación de los datos ha sido llevada a cabo por miembros de la Comisión y su secretariado.

Lista de tablas

Tabla

- 1 Población escolar.
- 2 Cifras de alumnos que salen de la escuela.
- 3 Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con los distintos grados del nivel O en matemáticas.
- 4 Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con los distintos grados del CSE en matemáticas.
- 5 Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con relación a sus «mejores» grados en matemáticas.
- 6 Grados del nivel O en Matemáticas Suplementarias: por edades.
- 7 Alumnos del sexto curso, estudiando Matemáticas de nivel A.
- 8 Grados del nivel A en matemáticas: alumnos del sexto curso.
- 9 Grados del nivel A en matemáticas relacionados con los grados del nivel O de los mismos alumnos.
- 10 Porcentajes de alumnos que salen de la escuela habiendo aprobado el examen de nivel A en matemáticas.
- 11 Comparación de los resultados del CSE y del nivel O en matemáticas e inglés, como porcentaje de los alumnos que salen de la escuela.
- 12 Comparación de los resultados del CSE y del nivel O en matemáticas e inglés: porcentajes acumulados.
- 13 Comparación de los grados en matemáticas e inglés, según el sexo y como porcentaje de los alumnos que salen de la escuela.

- 14 Tamaños medios de clase: por asignaturas.
- 15 Encuesta de 1977 del DES sobre el personal de escuelas secundarias: composición de la muestra.
- 16 La enseñanza de las matemáticas en escuelas secundarias mantenidas (maintained), según los niveles de cualificación de los profesores.
- 17 Porcentajes estimados del currículo de matemáticas provisto de personal docente «adecuado».
- 18 Porcentaje del currículo de matemáticas provisto de personal apropiado: escuelas incluidas en la muestra.
- 19 Distribución de los profesores «inadecuadamente» cualificados, en las escuelas integradas: por cursos.
- 20 Profesores con jornada completa en guarderías infantiles, escuelas primarias y secundarias mantenidas.
- 21 Profesores con jornada completa en escuelas mantenidas que son licenciados en matemáticas: por sexos y etapas.
- 22 Tasas de abandono de la enseñanza: según edad y sexo.
- 23 Licenciados en matemáticas con formación profesional y sin ella: ingresos y salidas, según la edad.
- 24 Acceso a los cursos del Certificado de Educación para Postgraduados (PGCE).
- 25 Titulaciones de los estudiantes que se matriculan en los cursos PGCE y que eligen las matemáticas como principal asignatura de metodología.
- 26 Acceso a los cursos BEd en 1980.
- 27 Nuevas matrículas en el primer curso de licenciatura: número de ellos con nivel A en matemáticas.
- 28 Nuevos matriculados en el primer curso de licenciatura: calificaciones en matemáticas.
- 29 Nuevos matriculados en el primer curso de licenciatura: porcentajes según calificaciones.
- 30 Nuevos matriculados en el primer curso de licenciatura: porcentajes según calificaciones en el grupo de materias considerado.
- 31 Destinos de los licenciados en matemáticas.
- 32 Tipos de empleo estable en el Reino Unido de los licenciados en matemáticas.
- 33 Servicios de gestión y trabajo financiero de los licenciados en matemáticas.
- 34 Empleo de licenciados en programación de ordenadores: por grupos de materias.

Número de alumnos

A2: Las cifras de la tabla 1 están basadas en la edad que tenían en septiembre. En términos generales, «primaria» se refiere a los alumnos entre 5 y 11 años y «secundaria» a los comprendidos entre 11 y 16, junto con aquéllos que siguen a tiempo completo en la escuela después de haber cumplido los 16 años. Por tanto, las proyecciones de secundaria se basan en los índices de estancia. Las escuelas incluyen a los colleges del sexto curso pero no a los «tertiary colleges» que funcionan bajo el régimen de la FE.

Tabla 1. Población escolar.

	Escuelas mantenidas: Inglaterra										Miles
	Números actuales			Números proyectados							
	1970	1975	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1990	1995	2000
Tipo de Escuela:											
Primaria	4.187	4.335	3.850	3.691	3.531	3.338	3.202	3.154	3.471	3.938	4.140
Secundaria	2.848	3.558	3.818	3.779	3.712	3.660	3.573	3.457	2.760	2.953	3.370
Total	7.035	7.893	7.668	7.470	7.243	6.998	6.775	6.611	6.231	6.891	7.510

Fuente: Rama Estadística del DES

Rendimiento de los alumnos en los exámenes

A3: La única información de que se dispone sobre el rendimiento en los exámenes, a escala nacional, procede del estudio anual del 10 por ciento de los alumnos que salen de la escuela, tanto en las escuelas mantenidas como en las escuelas independientes, que es realizado por el DES y la Oficina de Gales. Este estudio recoge información de todos los alumnos que salen de la escuela cuya fecha de nacimiento ocurrió el 5, 15 ó 25 de cada mes, e incluye detalles de matriculación en los exámenes y de resultados.

A4: Puesto que la información se refiere a alumnos que dejan la escuela en cualquier año, los resultados de examen registrados pueden haberse obtenido a lo largo de un período de años anterior a la salida efectiva de la escuela. Las cifras, por tanto, no son relativas a un grupo completo de la misma edad. Sin embargo, las relaciones entre el número de los que salen cualquier año, el número de participantes en el examen de ese año, y el tamaño del grupo de edad, han permanecido constantes durante los años 1977 al 1979. Por consiguiente, creemos que el cuadro que se ofrece en las tablas que siguen es poco probable que difiera mucho del que resultaría si hubiese sido posible conseguir información similar de un grupo completo de edad.

A5 La información para los tres años se refiere tanto a las escuelas mantenidas como a las escuelas independientes de Inglaterra y Gales. Alude a los alumnos de escuelas (incluyendo los colleges de sexto curso), pero no a los estudiantes de FE o tertiary colleges. Los resultados de examen de este último grupo sólo están incluidos hasta la fecha en que dejaron la escuela. De forma muy general esto significa que casi todos sus resultados del CSE y del nivel 0 están incluidos, pero los del nivel A no lo están. En los casos en que un chico que sale de la escuela ha hecho el mismo examen más de una vez, se le reconoce el grado superior que haya obtenido. «Matemáticas» incluye Estadística e Informática aunque éstas se hayan elegido como asignaturas independientes.

A6 La información presentada es de la población total, obtenida multiplicando por los resultados de la muestra del 10 por ciento, y por tanto, es improbable que las cifras verdaderas difieran de las dadas en un porcentaje mayor que medio punto. En las tablas que están relacionadas con cantidades más pequeñas, el error puede ser mayor, hasta de un 3 por ciento.

Tabla 2. Cifras de alumnos que salen de la escuela.

Inglaterra y Gales			
	Número de alumnos		
	Varones	Mujeres	Total
Año de salida:			
1977	384.020	367.070	751.070
1978	394.890	373.570	768.460
1979	399.630	381.610	781.240

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

Tabla 3. Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con los distintos grados del nivel 0 en matemáticas.

Inglaterra y Gales									Porcentajes		
	Año de salida										
	1977			1978			1979				
	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total		
Grados del Nivel 0:											
A	3,5	2,1	2,8	4,9	2,4	3,7	5,5	2,6	4,1		
B	6,7	4,9	5,9	8,2	5,8	7,0	8,7	6,2	7,5		
C	8,7	7,9	8,3	9,9	8,4	9,2	10,2	8,8	9,5		
Aprobado ¹	3,8	1,2	2,5	0,6	0,1	0,3	0	0	0		
A, B, C o Aprobado	22,8	16,1	19,5	23,7	16,7	20,3	24,5	17,6	21,1		
D	2,3	2,5	2,4	2,3	2,5	2,4	2,4	2,5	2,5		
E	2,6	2,8	2,7	2,7	3,0	2,9	3,0	3,3	3,1		
U o Suspenso	4,2	4,6	4,4	4,2	4,8	4,5	4,3	5,1	4,7		
D, E, U o Suspenso	9,1	9,8	9,5	9,2	10,2	9,7	9,7	10,9	10,3		
% de todos los que salen de la escuela	31,9	25,9	29,0	32,9	26,9	30,0	34,2	28,5	31,4		
Matriculados	122.580	94.980	217.560	130.050	100.610	230.660	136.770	108.730	245.500		

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela

¹ Los grados del nivel 0 no fueron concedidos hasta el verano de 1975 (véase nota del apartado 448).

Tabla 4. Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con los distintos grados del CSE en matemáticas.

		Inglaterra y Gales						Porcentajes		
		Año de salida								
		1977			1978			1979		
		Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total
Grados del CSE. ¹										
1		7,4	5,8	6,6	7,4	6,1	6,8	7,7	6,6	7,2
2		7,4	6,8	7,1	7,2	7,4	7,3	7,5	7,5	7,5
3		9,3	9,6	9,4	9,8	9,9	9,8	10,3	10,8	10,5
4		11,9	13,4	12,6	12,6	13,9	13,2	13,5	15,3	14,4
5		8,1	9,5	8,8	8,5	10,3	9,4	8,2	10,5	9,3
U		6,8	8,5	7,6	6,8	8,3	7,5	6,4	8,1	7,2
% de todos los que salen de la escuela		50,9	53,6	52,2	52,3	55,8	54,0	53,5	58,8	56,1
Matriculados		195 400	196 620	392 020	206 350	208 600	414 950	213 850	224 370	438 220

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela

¹ Algunos tribunales del CSE ofrecen un examen independiente de Aritmética; la tabla muestra los resultados combinados de Matemáticas y Aritmética.

A7 Algunos alumnos hacen ambos exámenes, el CSE y el de nivel 0 en matemáticas, ya sea en el mismo año o en años diferentes. La suma de los resultados del nivel 0 dados en la tabla 3, y los del CSE dados en la tabla 4, no presenta por tanto un cuadro de la situación total. La tabla 5 amalgama los resultados del CSE y del nivel 0 obtenidos por los alumnos que dejan la escuela, de tal modo que cada alumno aparece sólo una vez, de acuerdo con su «mejor» grado. En el caso de los estudiantes cuyos grados superiores incluyen tanto el A, B, C o Aprobado del nivel 0, como el grado 1 del CSE, hemos tenido en cuenta el resultado del primero e ignorado el del CSE. Hemos agrupado a aquéllos cuyo «mejor» grado era el D del nivel 0 ó el 2 del CSE, y a aquéllos que tenían como mejor grado el E del nivel 0 ó el 3 del CSE. Los «mejores» grados se han definido en el orden presentado en la tabla 5; por ejemplo, si un alumno obtuvo el grado E del nivel 0 y el 2 del CSE, se ha incluido el grado del CSE, mientras que si uno consiguió el grado E del nivel 0 y el 4 del CSE, es el primero el que se ha incluido. Queremos dejar claro que estos pasos se han dado únicamente con el propósito de elaborar la tabla y no se deben interpretar de ninguna otra forma. En la tabla, «los grados más altos» incluyen los grados A, B, C, Aprobado del nivel 0, y el grado 1 del CSE; «los grados más bajos» incluyen el E y D del nivel 0 y del 2 al 5 del CSE.

Tabla 5. Porcentajes de alumnos que salen de la escuela con relación a sus «mejores»¹ grados en matemáticas.

	Inglaterra y Gales						Porcentajes		
	Año de salida								
	1977			1978			1979		
	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total
Grados del nivel O o CSE.									
A	3,5	2,1	2,8	4,9	2,4	3,7	5,5	2,6	4,1
B	6,7	4,9	5,9	8,2	5,8	7,0	8,7	6,2	7,5
C	8,7	7,9	8,3	9,9	8,4	9,2	10,2	8,8	9,5
Aprobado	3,8	1,2	2,5	0,6	0,1	0,3	0	0	0
1	4,7	4,2	4,4	4,4	4,3	4,4	4,4	4,5	4,5
Total «grados más altos»	27,4	20,2	23,9	28,1	21,0	24,6	28,9	22,1	25,6
D ó 2	7,9	7,8	7,8	7,8	8,3	8,0	8,0	8,3	8,2
E ó 3	10,2	10,8	10,5	10,6	11,1	10,8	11,2	12,0	11,6
4	11,5	13,0	12,2	12,2	13,5	12,8	13,0	14,8	13,9
5	8,0	9,3	8,6	8,3	10,1	9,2	8,0	10,2	9,1
Total «grados más bajos»	37,5	40,9	39,1	38,9	43,0	40,9	40,2	45,4	42,7
U o suspenso	8,3	10,3	9,3	8,0	10,0	9,0	7,8	9,8	8,8
Matriculados	73,2	71,4	72,3	75,0	74,1	74,5	76,8	77,3	77,1

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela

¹ Véase apartado A7.

A8 La tabla que sigue analiza los resultados de los exámenes en Matemáticas Suplementarias de nivel O y A0, de acuerdo con la edad en la que se obtuvo el mejor resultado. «Antes de los 16 años» quiere decir durante o antes del curso escolar en el que el alumno cumplió los 16; «a los 17 años», durante el curso en que el alumno cumplió los 17; «a los 18 años o más», durante o después del curso en que el alumno cumplió los 18 años. Así que, en general, «a los 16 años» se refiere a los resultados obtenidos en el curso quinto, o con anterioridad; «a los 17 años», a los que se obtuvieron en el primer año del sexto curso; «a los 18 o más años», a aquellos resultados obtenidos en el segundo año del sexto curso o después. La proporción de los alumnos que dejan la escuela, que habían hecho el examen en alguna etapa, aumentó del 3,5 por ciento en 1977 al 3,7 en 1979, pero la relación entre matriculación y éxito fue similar en los tres años. Por tanto, damos los datos sólo de 1979.

Tabla 6. Grados del nivel 0 en Matemáticas Suplementarias: por edades.

Inglaterra y Gales						
Alumnos que salen en 1979						
	Antes de los 16 años ¹		A los 17 años		A los 18 años o más	
	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres
Grado de nivel 0						
A	2.660	220	1.290	570	130	50
B	3.580	530	2.030	800	210	100
C	3.870	790	2.140	900	600	160
A, B ó C	10.110	1.540	5.460	2.270	950	300
D, E ó U	3.380	1.040	2.120	580	730	260

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

¹ Véase apartado A8.

Tabla 7. Alumnos del sexto curso estudiando Matemáticas de nivel A.

	Inglaterra ¹					
	Primer año			Segundo año ²		
	Alumnos en cursos de nivel A	Alumnos ³ cursando matemát.	% de los que cursan matemát.	Alumnos en cursos de nivel A	Alumnos ³ cursando matemát.	% de los que cursan matemát.
Curso escolar ⁴						
1976-77:						
Varones	77.704	35.283	45,4	72.434	30.768	42,5
Mujeres	68.887	12.702	18,4	60.529	10.173	16,8
Total	146.593	47.985	32,7	132.963	40.441	30,8
1977-78:						
Varones	78.313	37.721	48,2	71.932	32.135	44,7
Mujeres	65.940	14.374	20,9	60.606	11.165	18,4
Total	147.253	52.095	35,4	132.538	43.300	32,7
1978-79:						
Varones	79.428	40.046	50,4	72.872	35.149	48,2
Mujeres	72.444	15.693	21,7	62.117	12.901	20,8
Total	151.872	55.739	36,7	134.989	48.050	35,6
1979-80: ⁵						
Varones	81.050	41.250	50,9	73.750	36.450	49,4
Mujeres	75.150	17.300	23,0	65.050	13.900	21,4
Total	156.200	58.550	37,5	138.800	50.400	36,3

Fuente: Rama Estadística del DES.

¹ Cifras sólo de Inglaterra porque las similares de Gales no se han recogido desde 1977.

² Incluye a los alumnos del 3.º año que están estudiando los cursos del nivel A.

³ Matemáticas incluye Informática y Estadística, aunque se hayan cursado como asignaturas independientes.

⁴ Cifras a finales de enero de cada año escolar.

⁵ Estos datos incluyen ciertas estimaciones en relación con algunas escuelas independientes de las que no se disponía de información.

Tabla 8. Grados del nivel A en Matemáticas: Alumnos del sexto curso.

	Inglaterra y Gales						Porcentajes		
	Año de salida								
	1977			1978			1979		
	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total	Varones	Mujeres	Total
Grados del nivel A: ¹									
A	14,4	10,3	13,4	13,6	9,5	12,6	15,4	10,1	14,0
B	16,1	18,7	16,7	15,4	13,9	15,0	14,6	16,1	15,0
C	11,9	12,1	12,0	12,7	13,0	12,8	12,2	11,3	12,0
D	14,1	15,9	14,6	15,9	19,3	16,8	15,0	16,0	15,3
E	17,2	18,5	17,5	16,2	19,3	17,0	16,2	19,5	17,1
Grados A-E	73,7	75,4	74,1	73,8	74,9	74,2	73,4	73,0	73,3
Matriculados ²	30 420	10 080	40 500	31 660	11 010	42 670	34 670	12 350	47 020

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela

¹ Si un alumno se ha examinado de más de una asignatura de matemáticas del nivel A, se registra el mejor resultado.

² El número de matriculados de esta tabla es inferior al de alumnos en el segundo año del sexto curso presentados en la tabla 7. Los datos de esta tabla se refieren a matriculaciones efectivas, los de la tabla 7 se refieren a alumnos que estaban estudiando el curso al reanudarse el mismo después de las vacaciones de Navidad.

Tabla 9. Grados del nivel A en matemáticas relacionados con los grados del nivel O de los mismos alumnos¹.

Año de salida	Grado del nivel O	Número de alumnos	Grado del nivel A (% de cada fila)					
			A	B	C	D	E	O/Suspenseo
1977	A	10 760	20,2	26,6	15,0	14,5	13,5	10,4
	B	10 420	2,4	9,3	11,2	17,5	24,1	35,4
	C	3 840	0,0	2,3	6,5	11,5	18,2	61,7
1978	A	15 650	22,9	24,2	15,5	16,0	12,6	8,9
	B	14 680	3,1	10,7	12,7	21,2	21,7	30,6
	C	5 290	0,4	3,2	6,4	12,9	19,1	58,0
1979	A	17 940	28,1	23,6	14,9	13,5	11,3	8,5
	B	16 460	3,8	12,1	11,9	18,3	22,4	31,5
	C	5 710	1,4	1,4	5,1	11,2	17,5	63,4

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

¹ Estas tablas incluyen sólo aquellos alumnos que habían obtenido el grado A, B ó C del nivel O (como su grado más alto) antes de cumplir los 16 años (véase apartado A8). La cifra total de candidatos al nivel A, a que la tabla se refiere, es por tanto menor que la presentada en la tabla 8.

Tabla 10. Porcentajes de alumnos que salen de la escuela habiendo aprobado el examen de nivel A en matemáticas.

	Inglaterra y Gales						
	Año de salida						
	1972	1973	1976	1977	1978	1979	1980
Asignaturas de matemáticas aprobadas en el nivel A¹							
Una asignatura	20.130	20.330	23.440	24.900	26.070	28.090	30.410
(% de los que salen de la escuela)	3,1	3,1	3,3	3,3	3,4	3,6	3,8
Dos o más asignaturas	7.040	6.210	5.740	5.120	5.570	6.370	6.770
(% de los que salen de la escuela)	1,1	0,9	0,8	0,7	0,7	0,8	0,9
Al menos una asignatura	27.170	26.540	29.180	30.020	31.640	34.460	37.180
(% de los que salen de la escuela)	4,2	4,0	4,1	4,0	4,1	4,4	4,7
Alumnos que salen de la escuela con dos o más aprobados en matemáticas como porcentaje de los que salen con al menos un aprobado							
	25,9	23,4	19,7	17,1	17,6	18,5	18,2

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

¹ Incluye los aprobados en los grados del A al E en cualquier asignatura matemática, incluyendo Estadística e Informática.

Comparación de los resultados de examen en matemáticas e inglés

A9 Las tablas 11, 12 y 13 comparan los resultados de los exámenes del CSE y del nivel 0 obtenidos por los alumnos en matemáticas/aritmética, con los alcanzados en inglés. Los «mejores» grados de inglés se han definido del modo explicado en el apartado **A7**. Si el alumno se presentó a más de una asignatura de inglés, se ha considerado el «mejor» grado global.

Cualificación de los profesores de matemáticas

A10 Las tablas de la 15 a la 18 están basadas en la información obtenida en la Encuesta sobre el Personal de Escuelas Secundarias, realizada por el DES en 1977.

A11 Algunos de los análisis expuestos en esta sección están limitados a las escuelas de la muestra. En otros casos, los totales nacionales estimados se han deducido utilizando «multiplicadores ponderados» que tienen en cuenta el porcentaje de cada tipo de escuelas en la muestra, en relación con el número total de dichas escuelas en el país. Al clasificar las escuelas de 11/12 a 18 años por el número de alumnos, las que tenían hasta 800 eran consideradas como pequeñas, las que tenían de 801 a 1.200 como medianas y las de más de 1.200 como grandes. La información sobre el personal de escuelas intermedias se da en el apartado **A15** y no se incluye en las tablas de la 16 a la 18.

Tabla 11. Comparación de los resultados del CSE y del nivel 0 en matemáticas e inglés, como porcentaje de los alumnos que salen de la escuela.

	Inglaterra y Gales				Porcentajes	
			Año de salida			
	1977		1978		1979	
	Matem. o Aritm.	Inglés	Matem. o Aritm.	Inglés	Matem. o Aritm.	Inglés
Grados del CSE o del nivel 0:						
A, B, C ó 1	23,9	34,7	24,6	34,5	25,6	34,5
D ó 2	7,8	11,8	8,0	12,1	8,2	13,1
E ó 3	10,5	12,9	10,8	13,3	11,6	14,1
4	12,2	10,7	12,8	11,5	13,9	11,1
5	8,6	4,3	9,2	4,5	9,1	4,7
U o Suspenso	9,3	3,7	9,0	3,8	8,8	3,9
No presentado a examen	27,7	21,9	25,6	20,3	22,8	18,6
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

Tabla 12. Comparación de los resultados del CSE y del nivel 0 en matemáticas e inglés: porcentajes acumulados.

	Inglaterra y Gales				Porcentajes acumulados	
			Año de salida			
	1977		1978		1979	
	Matem. o Aritm.	Inglés	Matem. o Aritm.	Inglés	Matem. o Aritm.	Inglés
Grados del CSE o del nivel 0:						
A, B, C ó 1	23,9	34,7	24,6	34,5	25,6	34,5
y D ó 2	31,7	46,5	32,6	46,6	33,8	47,6
y E ó 3	42,2	59,4	43,4	59,9	45,4	61,7
y 4	54,4	70,1	56,2	71,4	59,3	72,8
y 5	63,0	74,4	65,4	75,9	68,4	77,5
y U o Suspenso	72,3	78,1	74,4	79,7	77,2	81,4
y No presentado a examen	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

Tabla 13. Comparación de los grados en matemáticas e inglés, según el sexo y como porcentaje de los alumnos que salen de la escuela.

	Inglaterra y Gales		Porcentajes	
	Alumnos que salen en 1979 ¹			
	Varones		Mujeres	
	Matemát.	Inglés	Matemát.	Inglés
Grados del CSE/ nivel 0:				
«Grados más altos» ²	28,9	30,1	22,1	39,1
«Grados más bajos»	40,2	44,3	45,4	41,8
Suspensos	7,8	4,7	9,8	3,0
Presentados	76,8	79,0	77,3	84,0

Fuente: Encuesta del DES, del 10% de los alumnos que salen de la escuela.

¹ Los resultados de 1977 y 1978 fueron de un tipo similar.

² Véase apartado A7.

Tabla 14. Tamaños medios de clase: por asignaturas¹.

	Inglaterra y Gales					Tamaño medio de clase				
						Asignatura				
	Matem.		Inglés			Historia		Francés		Física
Escuelas Secundarias										
1.º curso	25,7	25,6	27,0	27,4	26,9					
2.º curso	26,1	26,3	27,5	27,9	27,6					
3.º curso	26,2	26,3	27,1	27,8	27,1					
4.º curso	24,5	24,2	22,3	21,7	22,8					
5.º curso	24,1	24,1	21,8	20,7	22,1					

Fuente: Encuesta del DES de 1977 sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ Estos datos se refieren a la media de todos los alumnos de todas las escuelas. Matemáticas e inglés son estudiados por la gran mayoría de todos los cursos, mientras que las otras asignaturas son opcionales en algún momento.

Tabla 15. Encuesta de 1977 del DES sobre el Personal de Escuelas Secundarias: composición de la muestra.

Inglaterra y Gales	
	Número de escuelas de cada tipo
Tipo de escuela:	
Intermedia de 9 a 13 años ¹	56
Integrada de 13/14 a 18 años	62
Integrada de 11/12 a 18 años: Grande ²	39
Integrada de 11/12 a 18 años: Mediana ²	70
Integrada de 11/12 a 18 años: Pequeña ²	44
Integrada de 11/12 a 16 años	96
Integrada de 10/11 a 14 años	18
Modern	42
Grammar	32
College de sexto curso ³	29
Total	488

Fuente: Encuesta del DES de 1977, sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ Las escuelas intermedias eran todas para alumnos comprendidos entre los 9 y 13 años y «consideradas secundarias». Respecto a las escuelas intermedias y a las de 10/11 a 14, la información se refiere sólo a la enseñanza de alumnos de 11 o más años.

² Véase apartado A11.

³ Los colleges de sexto curso no incluían ninguno que contuviese algún elemento residual de alumnos más jóvenes.

A12 Las cuatro categorías de cualificación de profesores a las que nos referimos en el párrafo 625 se definieron de la siguiente forma:

«Buena»

- Licenciados formados profesionalmente, con las matemáticas como primera, principal o única asignatura de su carrera.
- Licenciados en Educación (BE_d) con las matemáticas como principal materia de especialidad.
- Profesores cuyas cualificaciones generales fuesen de cualquiera de estos dos tipos con las matemáticas como asignatura secundaria con tal de que su especialidad fuese en una asignatura * «afín».

* «Matemáticas» incluye Estadística. Las asignaturas afines, a cualquier nivel, incluyen la Informática, Física, Ingeniería, y en el nivel de licenciatura las Ciencias Físicas Combinadas.

«Aceptable»

- Licenciados formados profesionalmente o BE_d, con las matemáticas como especialización secundaria o suplementaria, si su primera materia de especialidad no fuese afín.

- Licenciados sin formación profesional, con las matemáticas como primera, principal o única asignatura.
- Profesores en posesión del Certificado de Educación, que hubiesen seguido una instrucción secundaria en la que las matemáticas fuesen su primera, principal o única especialización.
- Profesores sin cualificación matemática inicial, que tuviesen una cualificación postsecundaria, como resultado de un curso de al menos un año en el que las matemáticas fuesen la asignatura principal.

«Insatisfactoria»

- Profesores en posesión del Certificado de Educación que hubiesen seguido una instrucción secundaria, con las matemáticas como segunda asignatura o suplementaria, siempre que la primera o principal asignatura fuese afín.
- Profesores en posesión del Certificado de Educación que hubiesen seguido una instrucción junior o junior/secundaria, con las matemáticas como primera o principal asignatura.
- Profesores de la misma categoría anterior con las matemáticas como asignatura complementaria, siempre que la primera asignatura fuese afín.
- Licenciados en cualquier materia, siempre que su instrucción incluyera una asignatura afín.

«Nula»

- Profesores cualificados, pero sin relación con las matemáticas.
- Profesores con el Certificado de Educación, con las matemáticas complementarias a una asignatura no afín.
- Profesores sin ninguna cualificación inicial, que poseyeran una cualificación postsecundaria que no condujera al nivel de licenciado, y en la que las matemáticas no fueran la asignatura principal.

A13 Las tablas de la 16 a la 19 examinan la distribución de toda la enseñanza de las matemáticas entre las categorías de cualificación definidas anteriormente. Las cifras de las horas lectivas se han estandarizado en 40 semanales.

Tabla 16. La enseñanza de las matemáticas en escuelas secundarias mantenidas (mantained), según los niveles de cualificación de los profesores.

Escuelas mantenidas en Inglaterra y Gales								
	N.º de horas lectivas de matemáticas ¹				% de la enseñanza matemática			
	Cualificaciones del personal				Cualificaciones del personal			
	Buena	Acept.	Insatisf.	Nula	Buena	Acept.	Insatisf.	Nula
432 escuelas en la muestra								
Integrada								
13/14-18	5.774	3.532	1.569	1.860	45	28	12	15
11/12-18 Grande	4.905	3.711	2.245	2.078	38	29	17	16
Mediana	5.754	3.858	2.739	3.534	36	24	17	22
Pequeña	2.298	2.039	1.042	1.828	32	28	14	25
11/12-16	4.037	5.865	3.410	4.015	23	34	20	23
10/11-14	364	438	519	821	17	20	24	38
Modern	889	1.762	873	1.860	17	33	16	35
Grammar	2.937	1.408	383	283	59	28	8	6
College de sexto curso	2.892	1.269	312	234	61	27	7	5
Total estimado para todas las escuelas secundarias (excluyendo las «medias»)	278.000	243.800	136.900	178.000	33	29	17	21

Fuente: Encuesta del DES de 1977, sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ Las cantidades de horas lectivas presentadas son las registradas en las escuelas de la muestra, ajustadas a 40 semanales.

² Como se definió en el apartado A12.

Tabla 17. Porcentajes estimados del currículo de matemáticas provisto de personal docente «adecuado».

Escuelas mantenidas en Inglaterra y Gales			
% del currículo provisto de personal «adecuado» ²	Número estimado de escuelas ¹	Totales acumulados	
		% acumulado del currículo provisto de personal «adecuado»	
0	152	0	152
1-10	27	0-10	179
11-20	49	0-20	228
21-30	260	0-30	488
31-40	250	0-40	738
41-50	343	0-50	1.281
51-60	796	0-60	2.077
61-70	780	0-70	2.857
71-80	548	0-80	3.405
81-90	528	0-90	3.933
91-99	199	0-99	4.132
100	241	0-100	4.373

Fuente: Encuesta del 1977 del DES, sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ No están incluidas las escuelas intermedias.

² «Adecuado» engloba la enseñanza impartida por profesores con cualificaciones de «bueno» y «aceptable».

A14 Los porcentajes y totales de la tabla 16 ocultan la extensa variación entre escuelas individuales del mismo tipo. Un aspecto de ello se muestra en la tabla 18.

A15 El análisis de las cualificaciones de quienes enseñan matemáticas a alumnos de 11 o más años de edad, en las escuelas intermedias para muchachos entre 9 a 13 años que fueron incluidas en la muestra, pone de manifiesto que, de acuerdo con las categorías expuestas en el apartado A12, el 6 por ciento de la enseñanza era impartida por profesores cuya cualificación era «buena», el 17 por ciento por los que tenían una cualificación de «aceptable», el 15 por ciento por profesores cuya cualificación era «insatisfactoria», y el 62 por ciento por docentes cuya cualificación era «nula». Como indicamos en el apartado 629, podría afirmarse que, para los profesores de escuelas intermedias, algunas de las cualificaciones consideradas como «insatisfactorias», al haber sido preparadas para enseñar a grupos más jóvenes, debían ser clasificadas

Tabla 18. *Porcentajes del currículo de matemáticas provisto de personal «adecuado»: escuelas incluidas en la muestra.*

	Inglaterra y Gales					Escuelas de la muestra		
	Tipo de escuela							
	Integrada					Modern	Grammar	College de sexto curso
	13/14-18	11/12-18	11/12-16	10/11-14				
% del currículo de matemáticas provisto de personal adecuado: ¹								
0	0	1	1	1	8	0	0	
1-10	0	0	1	2	0	0	0	
11-20	0	3	0	0	1	0	0	
21-30	0	9	6	4	3	1	0	
31-40	3	8	7	4	2	0	0	
41-50	6	17	20	0	6	0	0	
51-60	4	31	21	3	9	0	2	
61-70	10	34	16	1	9	0	1	
71-80	16	16	13	1	1	9	3	
81-90	12	26	4	1	1	10	7	
91-99	10	3	3	1	1	3	5	
100	1	5	4	0	1	9	11	
Número de escuelas	62	153	96	18	42	32	29	

Fuente: Encuesta del 1977 del DES, sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ Véase la nota 2 de la tabla 17.

Tabla 19. Distribución de los profesores «inadecuadamente» cualificados, en las escuelas integradas: por cursos.

	Inglaterra y Gales		Porcentajes
	Escuelas integradas		
	11/12-18	11/12-16	Total
% del currículo de matemáticas enseñado por profesores «inadecuadamente» cualificados: ¹			
1. ^{er} curso	48	46	47
2. ^o curso	45	47	46
3. ^{er} curso	39	42	40
4. ^o curso	37	40	38
5. ^o curso	36	40	37

Fuente: Encuesta del 1977 del DES, sobre el Personal de Escuelas Secundarias.

¹ «Inadecuado» engloba la enseñanza impartida por profesores con cualificaciones de «Insatisfactorio» o «Nulo».

como «aceptables». Si todas las cualificaciones «insatisfactorias» se considerasen como «aceptables», tendríamos el hecho de que el 38 por ciento de la enseñanza de las matemáticas a alumnos de 11 o más años se habría llevado a cabo por profesorado «adecuadamente» cualificado, y el 62 por ciento por profesores «inadecuadamente» cualificados.

Oferta de profesores en las escuelas mantenidas

A16 Una definición precisa del término «licenciado en matemáticas» no es posible; por ejemplo, el Registro Estadístico de Universidades enumera 63 diferentes cursos de licenciatura bajo el encabezamiento de «matemáticas» (es el grupo de cursos que nosotros hemos denominado «estudios de matemáticas» en nuestro informe; véase nota del apartado 150). La información publicada sobre las cifras de profesores que son licenciados en matemáticas es, por tanto, difícil de conciliar a causa de las diferentes definiciones que se han utilizado para compilar la información. Por esta razón, las tablas de la 20 a la 23 que se dan a continuación no ofrecen el mismo total de licenciados en matemáticas. Al consignar las calificaciones de los licenciados, los expedientes del DES presentan la educación como la primera asignatura de calificación de todos los que poseen la titulación BEd. En cuanto a los que están en posesión del BEd y que hayan estudiado matemáticas como asignatura principal, las matemáticas se consideran como segunda materia de calificación. En las tablas de la 20 a la 23, «total de licenciados» incluye a los que tienen el título BEd, pero las referencias a los licenciados que tienen las matemáticas como única o primera asignatura de su licenciatura, no incluyen a los poseedores del BEd.

Tabla 20. Profesores con jornada completa en guarderías infantiles y escuelas primarias y secundarias mantenidas.

Inglaterra y Gales					
	Curso que finaliza el 31 de marzo				
	1970	1976	1977	1978	1979
Cualificación:					
Licenciados en matemáticas ¹	5.340	7.221	7.467	7.748	7.836
Otros licenciados	46.561	107.573	116.180	124.389	134.662
Total licenciados	51.901	114.794	123.647	132.137	142.538
No licenciados	260.762	316.183	312.649	306.734	300.490
Total profesores	312.663	430.977	436.296	438.871	443.028
Licenciados en matemáticas como % del total de licenciados					
	10,3	6,3	6,0	5,9	5,5

Fuente: Estadísticas de Educación del DES. Vol. 4.

¹ Restringido a los licenciados sólo en matemáticas o en matemáticas y física.

A17 La tabla 21 analiza los licenciados en matemáticas según el sector en el que están enseñando y presenta el número de hombres y mujeres que componen la totalidad. Estos datos incluyen a aquéllos que han elegido las matemáticas como la única o como la primera de las dos materias de su licenciatura. Por consiguiente, las cifras presentadas en la tabla 21 son un poco mayores que las de la tabla 20.

Tabla 21. Profesores con jornada completa en escuelas mantenidas que son licenciados en matemáticas: por sexos y etapas.

		Inglaterra y Gales				
		Curso que finaliza el 31 de marzo				
		1975	1976	1977	1978	1979
Licenciados en matemáticas: ¹						
Primaria: ²						
Hombres		131	121	117	113	106
Mujeres		174	195	179	183	165
Total		305	316	296	296	271
Secundaria:						
Hombres		4.804	5.033	5.222	5.364	5.455
Mujeres		2.296	2.387	2.460	2.619	2.668
Total		7.100	7.420	7.682	7.983	8.123
Todas las escuelas:						
Hombres		4.935	5.154	5.339	5.477	5.561
Mujeres		2.470	2.582	2.639	2.802	2.833
Total		7.405	7.756	7.978	8.279	8.394

Fuente: Estadísticas de Educación del DES. Vol. 4.

¹ Incluye a los licenciados que tienen las matemáticas como la única o la primera de las dos materias de su licenciatura.

² Incluye las guarderías infantiles.

A18 La tabla 22 da detalles respecto a la edad y el sexo, de las proporciones en que los licenciados en matemáticas dejan la enseñanza, y compara éstas con las de abandono por parte de la totalidad de profesores licenciados. La tabla 23 compara ingresos y salidas de los licenciados en matemáticas, según su formación profesional. Ambas tablas se refieren a licenciados que tienen las matemáticas como asignatura única de su licenciatura o como la primera de una licenciatura que no incluye las Ciencias. Las tablas se han compilado con la información que suministran al DES cada año las autoridades educativas locales.

Tabla 22. Tasas de abandono de la enseñanza: según la edad y el sexo.

(i) Hombres					
	Edad al 31 de marzo				
	Menos de 25	25-29	30-34	35-39	40 o más
1974-75 ¹					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias ²	290	1.233	582	413	1.081
Abandonos ³	44	113	30	12	93
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	15,2	9,2	5,2	2,9	8,6
Licenciados en general	16,2	9,6	6,0	4,3	7,2
1975-76					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	302	1.367	680	454	1.067
Abandonos	38	111	30	12	86
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	12,6	8,1	4,4	2,6	8,1
Licenciados en general	9,5	7,5	4,1	2,8	6,0
1976-77					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	322	1.448	831	497	1.081
Abandonos	37	69	20	13	85
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	11,5	4,8	2,4	2,6	7,9
Licenciados en general	7,1	5,4	3,0	2,4	6,0
1977-78					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	295	1.524	1.028	528	1.112
Abandonos	27	99	36	10	83
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	9,2	6,5	3,5	1,9	7,5
Licenciados en general	6,5	5,6	3,5	2,2	5,5
1978-79					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	271	1.547	1.202	599	1.153
Abandonos	22	121	46	17	60
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	8,1	7,8	3,8	2,8	5,2
Licenciados en general	5,9	5,9	3,5	2,6	5,0

Fuente: Rama Estadística del DES.

¹ Curso del 1 de abril al 31 de marzo.

² Existencias al 1 de abril

³ Abandonos al 31 de marzo.

Tabla 22. (Continuación).

(ii) Mujeres

	Edad al 31 de marzo				
	Menos de 25	25-29	30-34	35-39	40 o más
1974-75¹					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias ²	386	802	216	153	634
Abandonos ³	54	171	38	13	56
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	14,0	21,3	17,6	8,5	8,8
Licenciados en general	13,9	20,9	17,9	9,2	8,8
1975-76					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	397	948	234	183	628
Abandonos	41	188	31	14	50
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	10,3	19,8	13,2	7,7	8,0
Licenciados en general	11,6	18,9	15,1	8,8	7,6
1976-77					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	428	1.007	328	188	661
Abandonos	31	181	44	13	53
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	7,2	18,0	13,4	6,9	8,0
Licenciados en general	8,5	15,9	13,9	6,5	6,7
1977-78					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	409	1.131	362	239	685
Abandonos	26	176	44	17	44
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	6,4	15,6	12,2	7,1	6,4
Licenciados en general	7,3	15,0	13,5	6,6	6,5
1978-79					
Licenciados en matemáticas:					
Existencias	408	1.240	384	286	747
Abandonos	48	216	55	17	81
Porcentaje de abandonos:					
Licenciados en matemáticas	11,8	17,4	14,3	5,9	10,8
Licenciados en general	7,5	15,8	15,0	7,2	6,8

Fuente: Rama Estadística del DES.

¹ Curso del 1 de abril al 31 de marzo.

² Existencias al 1 de abril

³ Abandonos al 31 de marzo.

Tabla 23. Licenciados en matemáticas con formación profesional y sin ella: ingresos y salidas, según la edad.

	Hombres y mujeres							
	Edad al 31 de marzo							
	Formados profesionalmente				Sin formación profesional			
	Menos de 25	25-29	30-34	Cualq. edad	Menos de 25	25-29	30-34	Cualq. edad
1974-75¹								
En activo el 1 de abril	565	1.592	535	4.275	111	443	263	1.515
Salidas ²	76	222	51	494	29	101	32	215
Ingresos ³	561	121	21	727	112	66	13	194
Reingresos ⁴ , etc.	15	70	56	195	2	14	13	68
En activo el 31 de marzo	1.065	1.561	561	4.703	196	422	257	1.562
1975-76								
En activo el 1 de abril	593	1.860	642	4.703	106	455	272	1.557
Salidas	63	237	56	462	23	89	21	207
Ingresos	568	128	32	756	91	78	17	200
Reingresos, etc.	11	63	35	172	3	19	18	86
En activo el 31 de marzo	1.109	1.814	653	5.169	177	463	286	1.636
1976-77								
En activo el 1 de abril	642	2.009	848	5.153	105	456	314	1.638
Salidas	42	197	45	405	28	69	22	172
Ingresos	559	120	28	729	47	32	13	102
Reingresos, etc.	13	68	44	168	0	17	12	64
En activo el 31 de marzo	1.172	2.000	875	5.645	124	436	317	1.632
1977-78								
En activo el 1 de abril	645	2.242	1.043	5.680	59	413	347	1.633
Salidas	47	228	54	444	8	65	30	154
Ingresos	557	124	25	743	49	32	11	102
Reingresos, etc.	8	47	38	150	4	15	20	73
En activo el 31 de marzo	1.163	2.185	1.052	6.129	104	395	348	1.654
1978-79								
En activo el 1 de abril	624	2.431	1.231	6.170	55	366	355	1.667
Salidas	60	296	84	565	14	67	35	175
Ingresos	529	126	53	756	35	35	4	84
Reingresos, etc.	6	45	60	190	3	16	13	69
En activo el 31 de marzo	1.099	2.296	1.260	6.551	79	350	337	1.645

Fuente: Rama Estadística del DES.

¹ Curso del 1 de abril al 31 de marzo.

² Las salidas incluyen los que dejan la enseñanza y los que pasan a otros sectores de la educación, por ejemplo a FE o formación del profesorado.

³ Los ingresos se refieren a quienes entran por primera vez en la enseñanza.

⁴ Este apartado incluye a los que reingresan en la enseñanza y a aquéllos que vienen de otros sectores de la educación, junto con aquéllos que varían de categoría, por ejemplo de no licenciados a licenciados.

A19 Las tablas 24 a 26 proporcionan información sobre el acceso a los cursos de formación inicial.

Tabla 24. Acceso a los cursos del Certificado de Educación para Postgraduados (PGCE)

	Inglaterra y Gales		Hombres y mujeres			
	Año de entrada					
	1975	1976	1977	1978	1979	1980
Departamentos universitarios de Educación:						
Matriculación total ¹	4.959	4.808	4.935	4.923	4.947	5.523
Cursan matemáticas como primera asignatura de metodología ²	445,5	458,3	495,5	436	401,5	518
% de los que cursan matemáticas	9,0	9,5	10,0	8,9	8,1	9,4
Instituciones no universitarias:						
Matriculación total	5.609	5.415	4.438	4.431	4.514	5.198
Cursan matemáticas como primera asignatura de metodología	320,5	342	393,3	291,2	234,7	310
% de los que cursan matemáticas	5,7	6,3	8,9	6,6	5,2	6,2
Total:						
Matriculación total	10.568	10.223	9.373	9.354	9.461	10.721
Cursan matemáticas como primera asignatura de metodología	766	800,3	888,8	727,2	636,2	828
% de los que cursan matemáticas	7,2	7,8	9,5	7,8	6,7	7,7

Fuente: Registro de Formación de Profesores Licenciados.

¹ Cifras de octubre de cada año.

² Si un estudiante está cursando dos «primeras» asignaturas de metodología, se registra la mitad de cada una; para los que cursan tres, se registra un tercio. Las asignaturas suplementarias no se registran.

Tabla 25. Titulaciones de los estudiantes que se matriculan en los cursos PGCE y que cursan matemáticas como primera asignatura de metodología.

Inglaterra y Gales	Hombres y mujeres		
	Año de entrada		
	1978	1979	1980
Estudiantes de PGCE cursando matemáticas como primera asignatura de metodología:			
Departamentos universitarios de educación:			
Número total	436	401,5	518
Licenciados en matemáticas o en matemáticas/física	323	305	343
Instituciones no universitarias:			
Número total	291,2	234,7	310
Licenciados en matemáticas o en matemáticas/física	123	98	139
Total:			
Número total	727,2	636,2	828
Licenciados en matemáticas o en matemáticas/física	446	403	482
Licenciados en matemáticas o matemáticas/física como % del total de estudiantes del PGCE			
	4,8	4,3	4,5

Fuente: Registro de Formación de Profesores Licenciados.

Nuevos matriculados en las universidades de Inglaterra y Gales

A20 Las tablas 27 a 30 que van a continuación proceden de la información suministrada por el Registro Estadístico de Universidades. Se refieren a los matriculados con dedicación plena o parcial en el primer curso de licenciatura en las universidades de Inglaterra y Gales, con estatus de nativo y cuya calificación de ingreso se basaba en niveles A. Durante los años 1973 a 1979 éstos constituían aproximadamente el 92 por ciento del total de matriculados en primer curso, en las universidades de Inglaterra y Gales.

Tabla 26. Acceso a los cursos BEd en 1980.

Inglaterra y Gales		1980 ¹		
		Hombres	Mujeres	Total
Ingreso en los cursos BEd: ²				
Estudiantes que cursan una sola asignatura principal:				
Matemáticas		97	176	273
Otras		583	2.520	3.103
Total		680	2.696	3.376
Estudiantes que cursan más de una asignatura principal:				
Incluyendo matemáticas		85	127	212
No incluyéndolas		278	963	1.241
Total:		363	1.090	1.453
Total de estudiantes que cursan una o más asignaturas principales:				
Incluyendo matemáticas		182	303	485
No incluyéndolas		861	3.483	4.344
Total		1.043	3.786	4.829
Estudiantes de metodología general		93	390	483
Total ingreso en los cursos BEd		1.136	4.176	5.312

Fuente: Registro Central, Cámara de Compensación y DES.

¹ No se recogieron datos comparables de los años anteriores.² Las cifras se refieren sólo a los estudiantes con dedicación plena y excluyen a los que se pasaron a los cursos BEd después de haber seguido un curso de 3 años para obtener el Certificado de Educación.**Tabla 27. Matriculados en el primer curso de licenciatura: número de ellos con certificado de nivel A en matemáticas.**

Universidades de Inglaterra y Gales		Año de entrada al primer curso						
		1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
Hombres:								
Con algún nivel A		29.173	30.532	32.456	33.430	34.793	34.974	35.097
Con algún nivel A en matemáticas		14.690	14.514	15.694	16.360	17.173	17.891	18.903
% con algún nivel A en matemáticas		50,4	47,5	48,3	48,9	49,4	51,2	53,9
Mujeres:								
Con algún nivel A		16.227	17.479	18.462	19.126	20.531	21.308	22.928
Con algún nivel A en matemáticas		4.230	4.269	4.395	4.560	4.887	5.331	6.244
% con algún nivel A en matemáticas		26,1	24,4	23,8	23,8	23,8	25,0	27,2

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

A21 Las tablas 28 a 30 proporcionan detalles de la distribución de los nuevos matriculados definidos en el párrafo A20, entre las distintas materias de licenciatura, así como sus calificaciones matemáticas. Las categorías utilizadas son:

- Ingeniería y tecnología, incluyendo los diversos tipos de ingeniería, minería, metalurgia, topografía, otras tecnologías y combinaciones de éstas.
- Ciencias físicas, incluyendo matemáticas/física, física, química, ciencias físicas generales y combinadas.
- Estudios de matemáticas, que incluye matemáticas, estadística, informática y combinaciones de éstas; además de combinaciones de las matemáticas con otras materias.
- Estudios médicos y dentales, que incluye medicina preclínica y odontología, y cursos para-médicos, tales como farmacia.
- Ciencias biológicas, que incluye veterinaria, agronomía y silvicultura.
- Otras ciencias, incluyendo combinaciones de las ciencias físicas y biológicas y de diversas ciencias con otras materias.
- Estudios empresariales, incluyendo estudios de dirección de empresa, economía y contabilidad.
- Geografía.
- Otras materias.

La geografía fue examinada por separado con el fin de investigar si su pretendido énfasis matemático creciente se reflejaba en las calificaciones matemáticas de quienes se matriculaban en ella.

La calificación de nivel **A** en matemáticas indica un aprobado en, al menos, una de las asignaturas **Matemática Pura**, **Matemáticas Aplicadas**, **Matemática Pura y Aplicada** (incluyendo **Matemáticas con Estadística**), **Matemáticas Superiores**; las **Matemáticas** como asignatura doble significan un aprobado en **Matemáticas Aplicadas** o **Matemáticas Superiores**.

Tabla 28. Matriculados¹ en el primer curso de licenciatura: calificaciones en matemáticas.

Universidades de Inglaterra y Gales

	Año de entrada al primer curso						
	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
Grupo de materias:²							
Ingeniería y Tecnología							
Matriculados con niveles A	5.459	5.499	5.864	6.295	6.704	7.100	7.451
de ellos con algún nivel A en matemáticas	5.122	4.896	5.429	5.810	6.235	6.666	7.045
de ellos con matemáticas como asignatura doble	1.617	1.416	1.534	1.662	1.535	1.703	1.714
Ciencias Físicas							
Matriculados con niveles A	4.166	3.950	4.021	4.148	4.350	4.519	4.852
Con algún nivel A en matemáticas	3.717	3.356	3.411	3.505	3.641	3.871	4.185
Con matemáticas, como asignatura doble	1.048	826	860	865	817	877	968
Estudios de Matemáticas							
Matriculados con niveles A	2.649	2.637	2.539	2.590	2.796	2.926	3.143
Con algún nivel A en matemáticas	2.643	2.604	2.534	2.572	2.759	2.903	3.107
Con matemáticas, como asignatura doble	2.103	1.944	1.871	1.859	1.688	1.669	1.728
Estudios Médicos y Dentales							
Matriculados con niveles A	3.852	4.152	4.386	4.533	4.635	4.696	4.764
Con algún nivel A en matemáticas	1.285	1.468	1.499	1.628	1.693	1.885	2.095
Con matemáticas, como asignatura doble	139	129	142	147	117	138	161
Ciencias Biológicas							
Matriculados con niveles A	3.770	4.189	4.441	4.676	4.819	4.847	4.914
Con algún nivel A en matemáticas	1.097	1.124	1.236	1.331	1.469	1.554	1.656
Con matemáticas, como asignatura doble	61	51	60	62	45	52	47
Otras Ciencias							
Matriculados con niveles A	2.897	2.931	3.021	2.945	3.052	3.123	3.108
Con algún nivel A en matemáticas	1.506	1.434	1.512	1.458	1.457	1.469	1.646
Con matemáticas, como asignatura doble	422	324	327	298	222	202	281
Estudios Empresariales							
Matriculados con niveles A	2.062	2.343	2.828	3.060	2.884	2.873	2.986
Con algún nivel A en matemáticas	863	1.064	1.342	1.364	1.446	1.447	1.621
Con matemáticas, como asignatura doble	185	189	260	232	163	155	177
Geografía							
Matriculados con niveles A	1.506	1.657	1.716	1.795	1.805	1.804	1.823
Con algún nivel A en matemáticas	372	364	436	459	474	413	454
Con matemáticas, como asignatura doble	34	30	32	20	23	16	19
Otras materias							
Matriculados con niveles A	19.089	20.653	22.102	22.514	24.279	24.394	24.984
Con algún nivel A en matemáticas	2.315	2.473	2.689	2.793	2.886	3.014	3.338
Con matemáticas, como asignatura doble	397	354	360	356	282	244	246
Todos los grupos de materias							
Matriculados con niveles A	45.400	48.011	50.918	52.566	55.324	56.282	58.025
de ellos con algún nivel A en matemáticas	18.920	18.783	20.089	20.920	22.060	23.222	25.147
de ellos con matemáticas como asignatura doble	6.006	5.263	5.446	5.501	4.892	5.056	5.341

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Con estatus de nativo.

² Véase apartado A21.

Tabla 29. Matriculados¹ en el primer curso de licenciatura: porcentajes según calificaciones.

	Universidades de Inglaterra y Gales						Porcentajes
	Año de entrada al primer curso						
	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
Grupo de materias:²							
Ingeniería y Tecnología							
Matriculados con niveles A ³	12,0	11,5	11,5	12,0	12,1	12,6	12,8
Con algún nivel A en matemáticas ⁴	27,1	26,1	27,0	27,8	28,3	28,7	28,0
Con matemáticas como asignatura doble ⁵	26,9	26,9	28,2	30,2	31,4	33,7	32,1
Ciencias Físicas							
Matriculados con niveles A	9,2	8,2	7,9	7,9	7,9	8,0	8,4
Con algún nivel A en matemáticas	19,6	17,9	17,0	16,8	16,5	16,7	16,6
Con matemáticas, como asignatura doble	17,5	15,7	15,8	15,7	16,7	17,3	18,1
Estudios de Matemáticas							
Matriculados con niveles A	5,8	5,5	5,0	4,9	5,1	5,2	5,4
Con algún nivel A en matemáticas	14,0	13,9	12,6	12,3	12,7	12,5	12,4
Con matemáticas, como asignatura doble	35,0	36,9	34,4	33,8	34,5	33,0	32,4
Estudios Médicos y Dentales							
Matriculados con niveles A	8,5	8,6	8,6	8,6	8,4	8,3	8,2
Con algún nivel A en matemáticas	6,8	7,8	7,5	7,8	7,7	8,1	8,3
Con matemáticas, como asignatura doble	2,3	2,5	2,6	2,7	2,4	2,7	3,0
Ciencias Biológicas							
Matriculados con niveles A	8,3	8,7	8,7	8,9	8,7	8,6	8,5
Con algún nivel A en matemáticas	5,8	6,0	6,2	6,4	6,7	6,7	6,6
Con matemáticas, como asignatura doble	1,0	1,0	1,1	1,1	0,9	1,0	0,9
Otras Ciencias							
Matriculados con niveles A	6,3	6,1	5,9	5,6	5,5	5,5	5,4
Con algún nivel A en matemáticas	8,0	7,6	7,5	7,0	6,6	6,3	6,5
Con matemáticas, como asignatura doble	7,0	6,2	6,0	5,4	4,5	4,0	5,3
Estudios Empresariales							
Matriculados con niveles A	4,5	4,9	5,6	5,8	5,2	5,1	5,1
Con algún nivel A en matemáticas	4,6	5,7	6,7	6,5	6,6	6,2	6,5
Con matemáticas, como asignatura doble	3,1	3,6	4,8	4,2	3,3	3,1	3,3
Geografía							
Matriculados con niveles A	3,3	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2	3,1
Con algún nivel A en matemáticas	2,0	1,9	2,2	2,2	2,1	1,8	1,8
Con matemáticas, como asignatura doble	0,6	0,6	0,6	0,4	0,5	0,3	0,4
Otras materias							
Matriculados con niveles A	42,0	43,0	43,4	42,8	43,9	43,3	43,1
Con algún nivel A en matemáticas	12,2	13,2	13,4	13,4	13,1	13,0	13,3
Con matemáticas, como asignatura doble	6,6	6,7	6,6	6,5	5,8	4,8	4,6
Todos los grupos de materias							
Matriculados con niveles A	100	100	100	100	100	100	100
Con algún nivel A en matemáticas	100	100	100	100	100	100	100
Con matemáticas como asignatura doble	100	100	100	100	100	100	100

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Con estatus de nativo.

² Véase apartado A21.

³ Como porcentaje de todos los matriculados en primer curso con niveles A.

⁴ Como porcentaje de todos los matriculados en primer curso con algún nivel A en matemáticas.

⁵ Como porcentaje de todos los matriculados en primer curso con las matemáticas como asignatura doble.

Tabla 30. Matriculados en primer curso de licenciatura: porcentajes según calificaciones en el grupo de materias considerado.

	Universidades de Inglaterra y Gales						Porcentajes	
	Año de entrada al primer curso							
	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	
Grupo de materias: ¹								
Ingeniería y Tecnología								
Nivel A en mat. como asignatura simple ²	64,2	63,3	66,4	65,9	70,1	69,9	71,5	
Nivel A en mat. como asignatura doble ²	29,6	25,8	26,2	26,4	22,9	24,0	23,0	
Algún nivel A en matemáticas ²	93,8	89,0	92,6	92,3	93,0	93,9	94,6	
Ciencias Físicas								
Nivel A en mat. como asignatura simple	64,0	64,1	63,4	63,6	64,9	66,3	66,3	
Nivel A en mat. como asignatura doble	25,2	20,9	21,4	20,9	18,8	19,4	20,0	
Algún nivel A en matemáticas	89,2	85,0	84,8	84,5	83,7	85,7	86,3	
Estudios de Matemáticas								
Nivel A en mat. como asignatura simple	20,4	25,0	26,1	27,5	38,3	42,2	43,9	
Nivel A en mat. como asignatura doble	79,4	73,7	73,7	71,8	60,4	57,0	55,0	
Algún nivel A en matemáticas	99,8	98,7	99,8	99,3	98,7	99,2	98,9	
Estudios Médicos y Dentales								
Nivel A en mat. como asignatura simple	29,8	32,2	30,9	32,7	34,0	37,2	40,6	
Nivel A en mat. como asignatura doble	3,6	3,1	3,2	3,2	2,5	2,9	3,4	
Algún nivel A en matemáticas	33,4	35,4	34,2	35,9	36,5	40,1	44,0	
Ciencias Biológicas								
Nivel A en mat. como asignatura simple	27,5	25,6	26,5	27,1	29,5	31,0	32,7	
Nivel A en mat. como asignatura doble	1,6	1,2	1,4	1,3	0,9	1,1	1,0	
Algún nivel A en matemáticas	29,1	26,8	27,8	28,5	30,5	32,1	33,7	
Otras Ciencias								
Nivel A en mat. como asignatura simple	38,1	37,9	39,2	39,4	40,5	40,6	43,9	
Nivel A en mat. como asignatura doble	14,8	11,1	10,8	10,1	7,3	6,5	9,0	
Algún nivel A en matemáticas	52,9	48,9	50,0	49,5	47,7	47,0	53,0	
Estudios Empresariales								
Nivel A en mat. como asignatura simple	32,9	37,3	38,3	37,0	44,5	45,0	48,4	
Nivel A en mat. como asignatura doble	9,0	8,1	9,2	7,6	5,7	5,4	5,9	
Algún nivel A en matemáticas	41,9	45,4	47,5	44,6	50,1	50,4	54,3	
Geografía								
Nivel A en mat. como asignatura simple	22,4	20,2	23,5	24,5	25,0	22,0	23,9	
Nivel A en mat. como asignatura doble	2,3	1,8	1,9	1,1	1,3	0,9	1,0	
Algún nivel A en matemáticas	24,7	22,0	25,4	25,6	26,3	22,9	24,9	
Otras materias								
Nivel A en mat. como asignatura simple	10,0	10,3	10,5	10,8	10,7	11,4	12,4	
Nivel A en mat. como asignatura doble	2,1	1,7	1,6	1,6	1,2	1,0	1,0	
Algún nivel A en matemáticas	12,2	12,0	12,2	12,4	11,9	12,4	13,4	
Todos los grupos de materias								
Nivel A en mat. como asignatura simple	28,4	28,2	27,8	29,3	31,0	32,3	34,1	
Nivel A en mat. como asignatura doble	13,2	11,0	10,7	10,5	8,8	9,0	9,2	
Algún nivel A en matemáticas	41,7	39,1	39,5	39,8	39,9	41,3	43,3	

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Véase apartado A21.

³ Porcentaje de nuevos matriculados en los grupos de materias, que tienen esta calificación.

Destino de los licenciados en matemáticas

A22 Las tablas 31 a 33 suministran información sobre el destino de quienes terminaron su licenciatura en matemáticas (véase apartado A16 y nota del apartado 150), en las universidades de Inglaterra y Gales, en los años 1977, 1978 y 1979 (la información no se limita a los que tenían estatus de nativo). En cada uno de estos años la proporción total de estudiantes de licenciatura con dicho estatus era del 90 por ciento en los hombres, y más del 95 por ciento en las mujeres.

Tabla 31. *Destinos de los licenciados en matemáticas*¹.

	Universidades de Inglaterra y Gales					
	Año de terminación de la licenciatura					
	1977		1978		1979	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
Destino:						
Estudios posteriores o formación profesional (no en enseñanza)	280	71	309	68	299	69
Formación del profesorado	156	165	111	100	109	108
Total (Estudios o formación profesional)	436	236	420	168	408	177
Empleo estable en el Reino Unido ²	934	406	1.080	404	1.102	419
Ya empleado o no disponible ³	134	67	139	71	143	93
Empleo temporal o en paro	117	26	72	22	89	19
No se sabe	152	30	135	34	192	48
Total	1.773	765	1.846	699	1.934	756

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Véase apartado A22.

² Analizado con mayor detalle en la tabla 32.

³ Incluye a los que vuelven al extranjero o empleados en otros países.

Tabla 32. Tipos de empleo estable en el Reino Unido de los licenciados en matemáticas¹.

Universidades de Inglaterra y Gales						
Año de terminación de la licenciatura						
1977		1978		1979		
Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	
Tipo de trabajo:						
Investigación, diseño en ingeniería/tecnología						
78	26	101	27	121	43	
Servicios de gestión ²						
462	182	560	191	589	192	
Trabajo financiero						
255	108	269	118	265	105	
Enseñanza (no sólo en las escuelas)						
19	18	20	14	11	15	
Otros						
120	72	130	54	116	64	
Total						
934	406	1.080	404	1.102	419	

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Véase apartado A22.

² Analizado más ampliamente en la tabla 33.

Tabla 33. Servicios de gestión y trabajo financiero de los licenciados en matemáticas.

Universidades de Inglaterra y Gales						
Año de terminación de la licenciatura						
1977		1978		1979		
Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	
Servicios de gestión:						
Programación de ordenadores						
318	127	420	134	440	144	
Análisis de sistemas						
50	21	53	17	58	18	
Investigación operativa						
20	6	22	15	27	13	
Otros						
74	28	65	25	64	17	
Total						
462	182	560	191	589	192	
Trabajo financiero:						
Contabilidad de artículos						
110	56	146	80	123	59	
Otras contabilidades						
43	25	15	15	39	16	
Actuarial						
68	7	74	13	75	15	
Bancos						
15	8	12	1	18	9	
Otros						
19	12	22	9	10	7	
Total						
255	108	269	118	265	105	

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Véase apartado A22.


A23 La tabla 34 compara el número de licenciados en matemáticas que consiguieron empleo en programación de ordenadores con el número de licenciados en otras materias que lograron el mismo empleo.

Tabla 34. Empleo de licenciados en programación de ordenadores: por grupos de materias.

	Universidades de Inglaterra y Gales					
	Año de terminación de la licenciatura					
	1977		1978		1979	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
Grupo de materias: ¹						
Ingeniería y Tecnología	50	5	74	6	95	6
Ciencias físicas	98	21	115	24	151	35
Estudios de matemáticas	318	127	420	134	440	144
Estudios médicos y dentales	1	0	4	1	1	2
Ciencias biológicas	22	17	47	39	56	39
Otras ciencias	53	38	75	31	73	39
Estudios empresariales	24	8	42	18	41	11
Geografía	11	7	18	18	27	17
Otras materias	39	33	71	71	91	74
Total	616	256	866	342	975	367
% de licenciados en matemáticas	51,6	49,6	48,5	39,2	45,1	39,2

Fuente: Registro Estadístico de Universidades.

¹ Véase apartado A21.



Apéndice 2. Diferencias en rendimiento matemático entre chicos y chicas

B1 Frecuentemente, se clasifica a los alumnos en las escuelas de acuerdo con su sexo, y el planteamiento de los programas educativos puede tenerlo en cuenta, bien directamente o a causa de una costumbre social. Hasta hace muy poco en Gran Bretaña, estaba muy generalizado tratar de modo independiente la educación de los chicos y chicas, incluyendo los cursos de matemáticas que debían realizar, y las expectativas en cuanto a su rendimiento eran diferentes. En este apéndice, se describen las diferencias de rendimiento matemático, y se tratan las posibles causas de éstas. Se expone el testimonio histórico y estadístico, así como gran cantidad de investigación sobre las diferencias educativas entre los sexos. Se hacen sugerencias sobre las medidas que podrían ayudar a una mejora del rendimiento matemático en las chicas.

Antecedentes históricos

B2 Las matemáticas se introdujeron en el currículo de las escuelas secundarias masculinas en la primera mitad del siglo XIX, y cuando se empezaron a crear escuelas secundarias femeninas con posterioridad, los pioneros de la educación femenina desearon introducir su estudio en los centros. En una conferencia en 1848, el profesor F.D. Maurice disertó sobre el curriculum del recientemente inaugurado Queen's College; sus observaciones sobre las matemáticas con frecuencia han sido citadas, fuera de contexto, como un convencimiento de «que las mujeres difícilmente llegarían muy allá en matemáticas»¹. A pesar de que la opinión que entonces expresó fue que, aunque «somos conscientes de que nuestras alumnas probablemente no progresen mucho en matemáticas», había ventajas que las chicas obtendrían de su estudio, y «una pizca de conocimiento... es provechosa»². En otra nueva escuela de chicas, Cheltenham Ladies' College, Miss Dorothea Beacle reconocía que, aunque deseaba introducir las matemáticas en el currículo, no lo hacía porque representaría la ruina económica del centro, puesto que los padres no deseaban que sus hijas las estudiaran. Incluso se recelaba de la aritmética; hacia 1860 un padre escribió a Miss Beacle, porque estaba

pensando enviar a sus hijas a otra escuela, «Querida señora, si mis hijas quisieran ser banqueros, sería estupendo enseñarles aritmética como usted hace, pero verdaderamente no hay ninguna necesidad»³. Sin embargo, la aparición de los Exámenes Locales de Cambridge destinados a chicas en 1863 dio muchos bríos a la enseñanza de la aritmética y las matemáticas en las escuelas secundarias femeninas. De las 25 primeras participantes del North London Collegiate School, 10 suspendieron la aritmética; la directora, Miss Buss, estaba horrorizada, y la enseñanza de las matemáticas se convirtió enseguida en una cuestión de suma importancia en su escuela³. Sólo tres años después, las chicas rendían en matemáticas al mismo nivel que en las demás asignaturas, en los Exámenes Locales de Cambridge, y cuando se creó un número mayor de escuelas secundarias para chicas, después de 1873, las matemáticas se convirtieron en una materia más del currículo. Al principio hubo muchas dificultades a causa de la inadecuada dotación de profesorado; esto fue mejorando lentamente conforme iban saliendo más mujeres licenciadas de la universidad, pero en 1912 se estimaba que, de unas 900 mujeres enseñando matemáticas en las escuelas secundarias, sólo un tercio aproximadamente había estudiado cálculo. Sin embargo, las escuelas de chicos no quedaban mejor libradas, pues los hombres profesores de matemáticas en escuelas secundarias habían estudiado cálculo casi en la misma proporción¹.

B3 En las escuelas elementales, los chicos y chicas aprendían aritmética, pero, como afirmaba el informe de la Comisión Real sobre las Leyes de la Enseñanza Elemental, en 1888, «puesto que las chicas ocupan gran parte de su tiempo en la costura, el que pueden dedicar a la aritmética es menor que el dedicado por los muchachos». Por consiguiente, recomendaba que, en el caso de las chicas, las exigencias aritméticas del currículo se modificasen.

B4 En el Informe de 1912 sobre la enseñanza de las matemáticas en Gran Bretaña, Miss E.R. Gwatkin, directora del Queen Mary High School, de Liverpool, señalaba que las matemáticas ocupaban una buena posición en el currículo de la mayor parte de las escuelas secundarias femeninas, pero la presión producida por la incorporación de una mayor gama de materias en el currículo estaba provocando que se cuestionase dicha posición. Entre las objeciones a las matemáticas como asignatura importante para las chicas, estaban: que no resultaban interesantes a la mayoría de ellas, que su utilidad para las mujeres era insignificante, lo que explicaría la falta de interés, y que su dificultad exigía un gran esfuerzo a las alumnas, no compensado por las ventajas que obtenían. Miss Gwatkin hizo frente a estas objeciones, utilizando argumentos como los que siguen:

Todas las chicas deben desarrollarse como seres razonables, y muchas no lo hacen; todas deben adquirir un conocimiento del significado de la lengua, y la capacidad de usarla con precisión, y muchas no lo logran. Las matemáticas, correctamente enseñadas, contribuirán a ambos fines. En todas las ramas de las matemáticas, aunque quizá más especialmente en geometría, es necesario tener las ideas claras.

Se dice que las mujeres son inconsistentes y, además, que son poco capaces de reconocer su falta de lógica. No hay ningún lugar donde las consecuencias de esto sean más llamativas que en la clase de matemáticas.

Las matemáticas... ofrecen oportunidades extraordinarias para que el profesor reconozca y estimule el pensamiento independiente... Quizás las chicas necesitan más el estímulo que los chicos para lograr un pensamiento independiente.

Se hace mucho daño al valorar demasiado la capacidad de una muchacha para obtener, de una forma u otra, la solución correcta de una suma determinada, y debería prestarse más atención al estilo, y atribuir más mérito a las explicaciones inteligibles y coherentes, tanto orales como escritas.

Una profesora de chicas se siente contenta, quizás con demasiada facilidad, cuando sus alumnas trabajan regular y escrupulosamente siguiendo las líneas que ha establecido; un chico es casi seguro que se sale por la tangente... la rutina le hace menos daño, porque él es menos susceptible a su influencia. Probablemente una de las debilidades de las chicas es que se someterán a tanta monotonía sin protestar... Muchas niñas que aparentemente son trabajadoras, en realidad mentalmente son perezosas, reproducen, pero no crean. La profesora tiene que ser consciente de este peligro, y darse cuenta de que es tarea suya estimular la curiosidad intelectual, el deseo de saber, y no sólo conocer, sino descubrir por sí mismas; las matemáticas ofrecen todas estas oportunidades, pues casi ninguna tarea es reproductiva.

Los hechos que se citan posteriormente en este apéndice muestran que algunas de las razones aportadas para que las matemáticas formasen parte de la educación de las chicas en 1912, son ahora utilizadas como justificaciones de su fracaso en la asignatura.

B5 En 1923, cuando la Comisión Consultiva del Consejo de Educación informó sobre la diferenciación del currículum

para los chicos y chicas⁵, el Reglamento de las Escuelas Secundarias disponía que:

Un curso basado en una combinación de estas materias (domésticas) para chicas de 15 años cumplidos sustituiría parcial o completamente a las ciencias y las matemáticas, aunque no a la aritmética.

Además, de 230 Cursos Avanzados de Matemáticas y Ciencias impartidos en escuelas secundarias, menos de un cuarto lo eran en centros femeninos. Sin embargo, la Comisión apuntó que:

El grado actual de inferioridad de las chicas en esta materia no se debe considerar como permanente, ya que en parte es debido a una enseñanza torpe, y en parte a la creencia de los padres, que ha influido en el horario, de que las matemáticas son inapropiadas para las chicas.

B6 De vez en cuando entre 1905 y 1937, el Consejo de Educación publicó Manuales de Sugerencias para la Orientación de los Profesores⁶. Estas sugerencias iban dirigidas a los profesores de escuelas primarias, incluyendo la edición de 1937 las escuelas «senior», que fueron el antecedente de las actuales escuelas secundarias. En las primeras ediciones había pocas indicaciones en cuanto a que el currículo aritmético para chicos y chicas debiera ser diferente, pero cuando los niveles aumentaron y los niños permanecían más tiempo en la escuela, aparecieron los comentarios sobre diferencias del currículo según el sexo. De 1918 en adelante se indicó que «la diferencia de sexo debe afectar al nivel de tratamiento de muchas materias del currículo»; así, por ejemplo, en aritmética, «un curso apropiado para chicos a menudo requiere modificaciones si queremos que satisfaga las necesidades y el interés de las chicas». Las niñas deben ocuparse de «operaciones relacionadas con la compra y las tareas domésticas», mientras los chicos «harán demostraciones, mediante métodos experimentales, de alguno de los más importantes teoremas de la geometría elemental». En 1927 se indicaba que en las clases de mayores, las muchachas dedicaban menos tiempo a las matemáticas, y era menos probable que las utilizaran en otras materias. Sin embargo, ello aumentó la responsabilidad del profesor en orden a prever una base realista para el trabajo matemático de las muchachas:

El hecho de que las chicas fallen en el dibujo a escala y en el trabajo de «planta y alzado» en el curso de manualidades, no debe ser razón para hacer menos sino para hacer más de dicho trabajo en matemáticas, y el mismo planteamiento se aplica a la medición práctica, donde las niñas fallan por no estudiar la física elemental.

Cuando apareció la edición del Manual en 1937, la educación de las muchachas y muchachos se había hecho muy pareja, y esta edición afirmó que:

Tienen mucho en común en cuanto a capacidad mental e intereses intelectuales, siendo las diferencias dentro de cada sexo mayores que la diferencia entre sexos.

Pero en la primera adolescencia, los pensamientos de los chicos y chicas se vuelven con tanta fuerza hacia sus futuros roles de hombres y mujeres, que sería totalmente erróneo basar su educación solamente en su similitud intelectual.

Así pues, hacia 1937 los educadores veían a chicas y chicos como semejantes intelectualmente, aunque con intereses diferentes.

Diferencias actuales en el rendimiento en los exámenes de chicos y chicas

B7 Hoy, casi todas las chicas y chicos estudian matemáticas hasta los 16 años, pero las chicas no alcanzan todavía el mismo éxito en los exámenes de matemáticas que los chicos. La proporción de matrícula femenina para los exámenes oficiales de matemáticas disminuye conforme aumenta el nivel del examen. En el CSE ingresan casi el mismo número de unos y de otras⁷, aunque no sucedía lo mismo en los primeros años. En las matemáticas de nivel 0 sólo el 44 por ciento de la matrícula de 1979 correspondía a chicas, mientras que en el nivel A la proporción era del 26 por ciento. Sin embargo, la situación está mejorando; en 1968, el 37 por ciento de la matrícula del nivel 0 de matemáticas correspondía a chicas, y sólo el 17 por ciento de la del nivel A de matemáticas.

B8 También se ha obtenido información sobre el rendimiento relativo de los varones y mujeres, de la Encuesta del DES sobre el 10 por ciento de los alumnos que salen de la escuela, expuesta en el Apéndice 1. Estos datos son relativos a alumnos que dejaron la escuela en 1979, por lo que no todos los resultados de sus exámenes se obtuvieron en el mismo año. En el nivel 0, el 24,5 por ciento de los varones que dejaron la escuela en 1979 tenía aprobadas las matemáticas con el grado A, B ó C, pero sólo el 17,6 por ciento de las mujeres, y en el grado superior, el A, el doble de varones (5,5 por ciento) que de mujeres (2,6 por ciento) obtuvo este grado. Esto es importante para sus carreras futuras, ya que entre los alumnos que accedieron al examen de matemáticas del nivel A, el 91 por ciento global de los que habían aprobado el nivel 0 con grado A, aprobó el examen de nivel A; mientras que sólo el 48 por ciento de los chicos y el 36 por ciento de las chicas que tenían el grado C en el nivel 0 alcanzaban el aprobado en el nivel A. Sin embargo, una menor proporción de chicas con el grado A en el nivel 0, continuó sus estudios de matemáticas hasta el examen de nivel A; los porcentajes eran del 48,6 por

ciento de las mujeres contra el 66,9 por ciento de los varones. En resumen, una menor proporción de chicas se examina en el nivel O de matemáticas; de éstas, una menor proporción logra grados altos; y de las que obtienen grados altos, una menor proporción de chicas que de chicos pasa a estudiar el nivel A. El resultado es que se examinaron casi tres veces más chicos que chicas en las matemáticas del nivel A en 1979: 12.350 chicas por 34.670 chicos. Aunque los porcentajes de aprobados eran muy semejantes para ambos (chicos 73,4 por ciento, chicas 73 por ciento), en los grados más altos los chicos rendían más; el grado A del nivel A lo obtuvo el 10,1 por ciento de chicas, y el 15,4 por ciento de chicos.

B9 Aunque los alumnos superan a las alumnas en los exámenes oficiales de matemáticas, se produce lo contrario en Inglés, como muestra el Apéndice 1. Esta pauta tiene su continuación en las carreras docentes de hombres y mujeres, por lo que en 1978, de entre las 258.811 profesoras y 180.000 profesores en escuelas públicas, había 2.484 mujeres licenciadas en matemáticas por 5.264 hombres⁷. El mismo modelo se presenta entre los estudiantes que siguen la vía BEd para la enseñanza; los porcentajes de los nuevos matriculados en 1980 en los cursos BEd que eligieron matemáticas como asignatura principal, fueron: el 17,4 por ciento de hombres y el 8 por ciento de mujeres.

Detalles de las diferencias en el rendimiento en matemáticas

B10 Con el fin de ver cómo podría mejorarse el rendimiento de las chicas en matemáticas, es necesario fijarse en los detalles de las diferencias. Esta información se puede recoger en diversas fuentes a diferentes niveles de edad. Se han hecho más trabajos en USA que en Gran Bretaña sobre las diferencias de rendimiento en matemáticas según el sexo; la situación en los dos países parece ser más o menos similar, y los estudios de uno y otro país son, por tanto, aplicables a ambos.

B11 En el proyecto presentado en «Mathematics and the 10 Year-old» (Las matemáticas y el niño de 10 años), Ward⁸ sometió a una prueba a 2.296 niños de Inglaterra y Gales; cada cuestión fue aplicada a más de 550 niños. Las chicas rindieron significativamente más que los chicos en 11 de las 91 cuestiones. Estas se relacionaban con el cálculo con números enteros y dinero, y con cuestiones enteramente verbales que requerían denominar formas geométricas y hacer una deducción a partir de una información (no numérica) verbal dada. Las chicas también obtuvieron mejores resultados en una cuestión lógica que requería trabajo en mapas. Los chicos obtuvieron resultados significativamente mejores en 14 de las 91 cuestiones. Cuatro de éstas trataban del valor de posición, y de las otras cinco cuestiones sobre el mismo tema, los chicos rindieron mejor en 4. Las otras cuestiones en que los niños superaron significativamente a las niñas implicaban medición y visualización, problemas de enunciado, e invertir una

operación, por ejemplo 105: $\Delta = 21$. Los ítems significativamente favorables a las chicas eran más fáciles, con una proporción media de acierto del 64 por ciento, por un 49 por ciento de media en las cuestiones en que los chicos obtuvieron mejor resultado. Los ítems en los que las chicas rindieron más, eran estimados como más importantes por sus profesores, como se puso de manifiesto en un estudio realizado como parte del proyecto. Los tipos de cuestiones en las que los chicos obtuvieron mejores resultados a los 10 años se hacen más importantes conforme aumenta la edad. La comprensión del valor de posición, la capacidad de razonar un problema e invertir una operación, aumentan en importancia cuando los alumnos se acercan al nivel 0, momento en que el cálculo rutinario es menos importante que la capacidad de resolver problemas.

B12 La primera Encuesta sobre la Enseñanza Primaria, del APU, en 1978⁹, encontró algunas diferencias entre los chicos y chicas en cuanto a los resultados de sus pruebas escritas a los 11 años.

La puntuación media de las chicas es significativamente más alta en cálculo (números enteros y decimales). La de los chicos es significativamente más alta en tres subcategorías: longitud, superficie, volumen y capacidad; aplicaciones del número; y razón y proporción.

Sin embargo, en la Encuesta sobre la Enseñanza Primaria de 1979¹⁰, las chicas no estaban de modo significativo por delante de los chicos en cálculo, mientras había dos categorías adicionales en las que estos tenían una puntuación mucho mayor: la medición del dinero, tiempo, peso y temperatura; y los conceptos de decimales y quebrados. Ambas Encuestas, la de 1978 y la de 1979, también encontraron diferencias entre los sexos al poner una prueba práctica. Los chicos obtuvieron un resultado significativamente mejor al construir, a partir de un diagrama, un modelo que necesitaba cuatro bloques ocultos para tenerse en pie; en 1979, el 82 por ciento de los chicos lo realizó con éxito, por sólo el 63 por ciento de las chicas. Aunque el 71 por ciento de las chicas en el primer estudio, supo partir por la mitad un trozo de cuerda dado y luego cortar un cuarto de este trozo, mientras que de los chicos sólo lo hizo el 60 por ciento, los porcentajes de quienes sabían qué fracción de la cuerda total tenían ahora, fueron: el 43 por ciento de los chicos y el 40 por ciento de las chicas; el año siguiente el resultado se repitió más o menos. Hubo también dos diferencias significativas a favor de los niños entre las cuestiones sobre el peso. Por otra parte, las chicas eran ligeramente superiores al dar el cambio de una cantidad de dinero; hubo una diferencia entre el 6 y el 9 por ciento en cada una de las cuestiones de este tema.

B13 La primera Encuesta sobre la Enseñanza Secundaria, del APU, puso de manifiesto que hacia los 15/16 años, la composición del 10 por ciento superior en resultados era: chicos el 61,5 por ciento, y chicas el 38,5 por ciento. Sin embargo, la diferencia entre las proporciones de chicos y chicas que se encontraban en el 10 por ciento medio de rendimiento y en el 10 por ciento bajo, era pequeña. En todas las pruebas escritas, los chicos obtuvieron calificaciones más altas que las chicas en cada subcategoría, y destacaban más en geometría descriptiva (un porcentaje del 7 por ciento de éxito más que las chicas), razón y proporción (el 6 por ciento), y medición (el 5 por ciento). Hubo también diferencias considerables en las pruebas prácticas, principalmente en el tema masa/peso, en el que un 19 por ciento más de chicos consiguió hallar la masa de una pinza, a partir de una bolsa de pinzas iguales entre sí, disponiendo sólo de una pesa de 20 gramos y una balanza. Este tema fue una ampliación de la prueba sobre pesos utilizada en las encuestas de primaria.

B14 En 1973 y 1974, Wood¹² analizó el rendimiento tomando como base los resultados de los exámenes de nivel 0 del Tribunal de Londres. En las pruebas de elección múltiple encontró que, además de que las chicas por lo general rendían menos que los chicos, especialmente eran flojas en cuestiones de escala, diagramas de sectores y probabilidad, y dominaban muy poco cuestiones sobre magnitudes, y los gráficos de distancia-tiempo. Conocían bien los conjuntos, los diagramas de Venn, las matrices, la recta real y los segmentos, y la suma de vectores sencillos. En las preguntas opcionales, la probabilidad y la geometría aparecían mucho más entre los chicos, y el peor resultado relativo de las chicas se obtuvo en una cuestión sobre el tamaño y estimación. Las muchachas de escuelas femeninas obtenían mejores resultados que las de escuelas mixtas, aunque las cuestiones en que las chicas de escuelas femeninas superaban a las de las mixtas trataban sobre sustitución, intersección de conjuntos, reflexión y definición de matrices. El rendimiento en las «cuestiones en las que destacaban los chicos», permanecía bajo. La comparación entre las escuelas femeninas y mixtas tiene que ser tratada con cierta precaución, pues en 1973-74 muchas escuelas femeninas eran selectivas y, por tanto, no está claro qué es lo que se compara. Wood resume:

Ninguna de las cuestiones en las que las chicas superaban a los chicos exigía lo que podríamos denominar una «conducta de resolución de problemas»; por el contrario, lo que estas cuestiones piden es reconocimiento o clasificación, definiciones, aplicación de técnicas, sustitución de números en una expresión algebraica y cosas semejantes, es decir, la clase de operaciones más susceptible de ejercitación repetitiva.

Wood propuso dos hipótesis para explicar las diferencias. La primera es la diferencia entre los sexos en cuanto a capacidad de visualización espacial, que está bien documentada, y que se discute en el apartado B18. La segunda es lo que él llama en otro artículo¹³ «Cable's Comparison Factor». Utiliza el término «factor de comparación» para designar un número que se usa para establecer cómo una cantidad se compara con otra, y aprecia la existencia de un factor de comparación como un hilo conductor de los aspectos difíciles (para las chicas) de las fracciones, la proporción y la medida.

B15 Algunos estudios similares se han realizado en USA. Muchos de los que trataban sobre niños de edades entre los 10 y 14 años, fueron examinados por Fennema en 1974¹⁴.

Ella concluyó:

Las chicas rindieron ligeramente mejor que los chicos en las destrezas menos complejas (cálculo)... En las 77 pruebas de destrezas cognitivas más complejas (comprensión, aplicación y análisis) cinco pruebas dieron resultados favorables a las chicas, mientras que 54 mostraron diferencias significativas a favor de los chicos. La conclusión inevitable es que los chicos de estas poblaciones aprendieron las matemáticas implicadas en estas pruebas mejor que las chicas... En cuanto al rendimiento global en las pruebas que miden el aprendizaje matemático, no hay diferencias significativas que aparezcan con firmeza, entre el aprendizaje de los chicos y las chicas del cuarto al noveno grado... Si alguna diferencia existe es que las chicas por lo general rinden más en las pruebas de cálculo matemático, y los chicos en las de razonamiento matemático.

B16 Fennema también analizó la prueba de matemáticas de 1978, de la Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP)¹⁵, en USA. La prueba fue aplicada a alumnos de 9, 13 y 17 años, y fue analizada mediante puntuaciones en conocimientos, destrezas, comprensión y aplicaciones. Se comprobó que con la excepción de la puntuación en destrezas en 9 y 13 años, los chicos obtuvieron mejores resultados que las chicas en todos los casos, y a mayor nivel cognoscitivo, mayor diferencia entre los sexos. Además, en ítems relacionados con la geometría y cuestiones sobre el perímetro, área y volumen, las diferencias eran particularmente grandes.

B17 La prueba realizada en 1964 como parte del Estudio Internacional sobre Aprovechamiento en Matemáticas¹⁶, mostró un cuadro similar. En los doce países desarrollados que tomaron parte en el estudio, el rendimiento de los chicos era superior al de las chicas a los 13 años, y la diferencia era mayor en los problemas de razonamiento matemático que en los de cálculo. Sin embargo, hubo importantes diferencias

entre los países, siendo mayores las diferencias entre sexos en Bélgica y Japón, y menores en USA y Suecia.

B18 Ha habido abundante investigación sobre el tema del rendimiento diferencial entre los sexos, mediante pruebas no matemáticas de diversos tipos, y está bien demostrado que los hombres superan a las mujeres en pruebas de visualización espacial, que exigen la capacidad de hacer y girar objetos mentalmente y de orientarse uno mismo y orientar otros objetos en el espacio¹⁷. Evidentemente, algunas facetas de las matemáticas hacen uso de esta capacidad, pero todavía no está claro como se relaciona directamente la visualización espacial con el aprendizaje de las matemáticas. En las pruebas de capacidad verbal, por otra parte, la media del rendimiento de las chicas es mayor que la de los chicos, pero no se sabe hasta qué punto ello es importante en el aprendizaje de las matemáticas. En todas las pruebas, sin embargo, la imbricación entre los sexos es muy grande, y sería un gran error esperar que la mayoría de los chicos superen a la mayoría de las chicas en, por ejemplo, tareas que impliquen visualización espacial.

**Razones
propuestas para
las diferencias
de rendimiento
entre los chicos
y las chicas**

B19 Se han propuesto algunas teorías biológicas para explicar las diferencias entre los sexos en cuanto a visualización espacial. Tres de estas teorías aluden a un gene recesivo del cromosoma X, el papel de las hormonas sexuales y las diferencias en la lateralización cerebral¹⁸. La cuestión de las diferencias biológicas, sea en la visualización espacial o en la capacidad matemática general, no se comprende bien todavía, pero, a la vista del hecho de que tales diferencias son más marcadas en unos países que en otros¹⁶, debe haber otros factores, aparte de la capacidad de visualización espacial, que influyen en las diferencias de rendimiento matemático. Estos factores se pueden clasificar como sigue: primero, se pueden producir pautas específicas de socialización según los tipos de crianza del niño y las presiones de grupo; en segundo lugar, las expectativas de las escuelas y profesores pueden afectar al rendimiento de los alumnos; finalmente, la propia motivación de los alumnos puede tener efectos significativos. Se puede suponer que todos estos factores interactúan entre ellos y con algún otro para influir en el rendimiento matemático de chicos y chicas. A continuación examinamos estos factores, y damos referencia de los estudios de investigación que los han tratado.

**Pautas
de socialización**

B20 Una costumbre de crianza del niño que puede tener efectos en el rendimiento matemático es el hecho de que a los niños se les dan más juguetes espaciales y científicos, en lugar de las muñecas que las niñas reciben¹⁷. Un estudio británico reciente encontró diferencias significativas entre los juegos espontáneos de los niños y niñas en una guardería infantil; las niñas se dedicaban más a juegos creativos y de

fantasía, mientras los niños elegían más juegos de construcción y juegos con arena y agua. Durante la infancia, los niños juegan más con juguetes de construcción y toman parte en más juegos físicos; ambos estimulan la consciencia espacial y la actividad de resolución de problemas. A los chicos se les anima a ser independientes, una característica importante para resolver problemas, mientras que de las chicas se espera que sean más pasivas y conformistas, y ayuden a la madre en las cosas de la casa, más bien que al padre en tareas de bricolaje o en el coche, que están más directamente relacionadas con la medida, la forma y el cálculo, que fregar, cocinar y coser. Los chicos parecen recibir más atención, más castigos y más elogios de los adultos, y éstos les responden como si los encontrasen más interesantes que las chicas. Así, las ideas de los chicos parecen ser más valoradas por los adultos, lo que les permite exponerlas con más facilidad. Esto puede tener algunas consecuencias en el posterior aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

B21 Las presiones de grupo (amigos, pandillas, etc.) se centran en la formación de estereotipos sexuales, y en la opinión que tienen de las matemáticas quienes conviven con el niño. La presión de grupo aumenta en la adolescencia, y se incrementa por la influencia de la cultura pop, los medios de comunicación y las revistas juveniles, algunas de las cuales todavía presentan estereotipos que confirman la imagen estrecha de la mujer que se compromete a los 16 ó 17 años, y se casa a los 20²⁰. Por eso, el estudio de las matemáticas puede parecer sin sentido para las jóvenes que están influenciadas por estas presiones.

B22 Estudios recientes indican que la tipificación sexual de las matemáticas está disminuyendo, pero que el prejuicio masculino contra la dedicación de las chicas a las matemáticas, todavía existe, o al menos ellas lo creen así²¹. También se ha demostrado que las chicas matemáticamente dotadas temen que su éxito tenga consecuencias negativas en su relación con los chicos²², y que aquéllas que fracasan en matemáticas ven la realización intelectual como apropiada sólo para hombres²¹. Las pruebas relativas a si los chicos hacen de las matemáticas un estereotipo de dominio masculino son algo confusas^{23,21}. Al proporcionar oportunidades para los alumnos matemáticamente dotados de Baltimore, Fox²⁴ observó que más chicos que chicas de 13 años estaban deseosos de matricularse en un curso especial de matemáticas, y que muchas alumnas abandonaban el curso. Parecía como si tuviesen miedo de que su participación les acarrase consecuencias negativas socialmente.

Factores dentro de la escuela

B23 Está muy extendida la creencia en USA de que lo que más influye en el aprendizaje y éxito en matemáticas es la cantidad de oportunidades que tenga el alumno para apren-

der matemáticas, y que los chicos hacen más cursos avanzados de matemáticas que las chicas, por lo que tienen más oportunidades para aprender. Sin embargo, la Evaluación Nacional del Progreso Educativo en USA¹⁵, de 1978, muestra sólo muy pequeñas diferencias en cuanto a la elección de cursos de matemáticas entre los sexos. No es esto lo que sucede en Inglaterra y Gales, donde más chicos que chicas hacen el nivel O en perjuicio de los cursos CSE, y donde esta pauta se ve muy incrementada en el nivel A. Por lo tanto, en la aplicación de las pruebas de la APU sobre el rendimiento matemático en Inglaterra y Gales a los 16 años, podía esperarse que los hombres lograsen calificaciones bastante más altas que las mujeres.

B24 Las matemáticas no se aprenden sólo en las clases de matemáticas; gran parte de ellas se utiliza y aprende en ciencias, especialmente en las ciencias físicas, y en el dibujo técnico. En estas materias, no sólo se aprenden y practican matemáticas en un contexto práctico, sino que se transmite el mensaje de que las matemáticas son útiles en el mundo técnico, científico y del trabajo, particularmente en los campos tradicionales de interés y empleo de los varones. En las ciencias físicas y el dibujo técnico hay una gran diferencia entre el número de chicos y chicas que eligen estas materias.

B25 En las escuelas mixtas, en los grupos en que chicos y chicas siguen el mismo curso, existen algunos indicios de que los chicos tienen todavía más oportunidades de aprender que las chicas. Se ha puesto de manifiesto que los profesores de escuelas secundarias dedican más atención a los chicos que a las chicas, y prestan mayor consideración a las ideas de éstos²⁰; también les conceden más oportunidades de responder a cuestiones de nivel cognitivo superior²⁶. Las chicas de rendimiento alto se ha comprobado que reciben significativamente menos atención en las clases de matemáticas que los chicos del mismo tipo²⁷.

B26 Incluso en la escuela primaria hay diferencias entre el tratamiento dado a niños y niñas. En un estudio²⁸ de 1973, el HMI observó que:

...Los niños se dedican a un abanico más amplio de trabajos que requieren el uso de diversas herramientas y materiales para la realización de modelos tridimensionales y construcciones, y el uso de medidas... la experiencia de los niños les ayuda a familiarizarse con las ideas geométricas...

Sin embargo, el HMI observó también que, en las escuelas intermedias, estaban incrementándose las oportunidades de hacer trabajos manuales en las clases mixtas. Esta tendencia hacia una experiencia común para chicos y chicas en manualidades, se está realizando ininterrumpidamente desde 1973.

B27 También en las escuelas se espera que los chicos se comporten de modo presumiblemente apropiado a su sexo. En la clase se requiere la ayuda de chicos y chicas de modos diferentes; los chicos se encargan de los aparatos de Educación Física y de los embalajes, mientras ellas ordenan y arreglan las exposiciones²⁹. Los profesores de primaria ven a las chicas más sensibles, obedientes, buenas trabajadoras y serviciales, mientras que los chicos son nerviosos y charlatanes, y exigen más supervisión y atención²⁰. Así, sin duda, los profesores dedican más tiempo a los niños que a las niñas.

B28 Dweck ha investigado el fenómeno que ella llama «incapacidad aprendida»³⁰. La «incapacidad aprendida» se produce cuando una persona cree que le es imposible realizar una tarea concreta de forma correcta, y va acompañada por un deterioro en el rendimiento. Dweck comprobó que algunos niños se convierten en incompetentes como consecuencia de un fracaso, mientras otros aceptan el reto, persisten y mejoran su rendimiento. Observó que la interpretación que hace el niño de su fracaso, lo que piensa que lo provocó y si estima que puede superarlo, predice su respuesta. Consiguió enseñar a los niños a atribuir su fracaso a un esfuerzo insuficiente, antes que a una incapacidad innata; después, la mayoría de ellos presentaban mejoras en una tarea de resolución de problemas a partir de un fracaso. Por el contrario, los niños que preparó para que sólo tuviesen experiencias positivas en la resolución de problemas, no mejoraron su capacidad para enfrentarse al fracaso, cuando éste se producía. Luego investigó, mediante la observación en clase (en los Estados Unidos), los modos en que los profesores de escuelas elementales comentaban los fallos de los alumnos. Comprobó que las correcciones recibidas por los varones se referían más a la conducta que a la capacidad intelectual, e incluso las orientaciones sobre el trabajo eran en su mayor parte referidas a la limpieza, seguimiento de instrucciones o al estilo de presentación. Por otra parte, gran parte de las correcciones que las chicas recibían por su trabajo se refería a sus aspectos intelectuales. Sin embargo, Fennema³¹ estudió situaciones similares de alumnos de 12 años en las clases de matemáticas, y encontró relativamente pocos casos en los que el profesor atribuyese el éxito o el fracaso de los chicos o las chicas a tales causas de tipo intelectual. Fennema, no obstante, indicó que los muchachos con confianza en sí mismos recibían mucha más atención por parte de sus profesores de matemáticas que cualquier chica, fuese o no segura, y que los chicos menos seguros de sí. En otro estudio reciente³², Fennema ha encontrado diferencias significativas entre chicos y chicas, en cuanto a las causas a las que ellos atribuyen su éxito o fracaso en el aprendizaje de las matemáticas. La gente puede atribuirlo a razones estables e inmutables tales como su propia capacidad (o falta de ella), o a causas relativamente inestables y variables como la falta de esfuerzo, la dificultad o facilidad

de la tarea, la injusticia del profesor, o la suerte. El trabajo de Fennema confirmó, en el aprendizaje de las matemáticas, los resultados obtenidos por investigadores de otras áreas, según los cuales los chicos tienden a atribuir sus éxitos a causas estables tales como la capacidad, y sus fracasos a causas coyunturales tales como la falta de esfuerzo, mientras que las chicas atribuyen sus éxitos a causas inestables como el esfuerzo, y sus fracasos a motivos fijos como su falta de capacidad.

Motivación
y actitudes
hacia las
matemáticas

B29 Existen algunas pruebas de que los chicos ven con más claridad que las chicas que las matemáticas les serán útiles en sus vidas y trabajos futuros. Fox, al examinar la investigación americana de 1977²², encontró muchos estudios que indicaban que las muchachas se dirigen menos que los chicos hacia profesiones ajenas al hogar, y que la utilidad de las matemáticas en los trabajos tradicionales de mujeres en los negocios, trabajos de enfermera, enseñanza y servicios sociales, es menos evidente que en las profesiones tradicionales de los hombres. Fennema, sin embargo, ha informado que, en la encuesta NAEP de 1978¹⁵, no se encontraron diferencias significativas entre chicos y chicas en cuanto a la valoración de la utilidad de las matemáticas. Esto nos hace pensar que las actitudes de los americanos pueden estar cambiando. La investigación británica reciente sobre este punto es poco concluyente. Un estudio de las actitudes de los escolares de 13 años en Sheffield³³, encontró una pequeña aunque significativa diferencia en las puntuaciones medias de chicos y chicas en las escalas de actitud, mostrando los muchachos una mayor vinculación con las matemáticas. También se puso de manifiesto que la razón más frecuente para estudiar matemáticas es su utilidad para conseguir un puesto de trabajo, para desempeñarlo, o para la vida cotidiana; se cita a un chico que afirmaba «te ayudan a conseguir un mejor empleo, con buen sueldo, a pesar de que las clases pueden ser aburridas y confusas.»

B30 La APU ha analizado las actitudes de los niños de 11 años hacia las matemáticas. En el primer estudio⁹, se comprobó que la mayoría de los niños estaban de acuerdo con los planteamientos sobre la utilidad de las matemáticas, y que no existían diferencias de sexo. No obstante, las matemáticas de primaria están claramente relacionadas con la vida cotidiana, mientras que las de secundaria están menos orientadas en esta dirección, y más hacia las calificaciones en exámenes públicos, estudios superiores y uso en la ciencia y la tecnología. En el segundo estudio, en 1979¹⁰, se observó que significativamente más chicos que chicas creían que habitualmente entendían una nueva idea matemática con bastante rapidez, que normalmente hacían bien su trabajo y que las matemáticas eran una de sus asignaturas favoritas. Sin embargo, de manera significativa, más chicas que chicos afirmaban que a

menudo tenían dificultades con las matemáticas y se sorprendían cuando conseguían tener éxito. Así pues, las muchachas de 11 años mostraban ya una tendencia a atribuir el fracaso a causas estables tales como la falta de capacidad, mientras que los chicos presentaban una mayor seguridad en sus conocimientos matemáticos. En sus comentarios sobre temas concretos de la asignatura, a más chicos que chicas les gustaban y encontraban fáciles temas como la medida y la geometría, mientras las chicas preferían temas numéricos tales como los factores y las tablas de multiplicar.

B31 Mucha gente considera también las matemáticas como propias de hombres. Weiner²⁰ mantiene que:

...Las matemáticas son consideradas por los alumnos de todas las edades, tanto de primaria como de secundaria (y por los profesores), como una asignatura en la que sobresalen los chicos.

Los profesores de matemáticas de las escuelas secundarias por lo general son hombres, y en las primarias los hombres se decían normalmente a las clases de los mayores, donde las matemáticas son más complicadas, mientras que las profesoras se centran en los grupos de menor edad, donde es mayor el énfasis sobre la lengua y la lectura.

B32 Los niños adquieren de sus padres muchas de sus actitudes. Todavía hay muchos padres que tienen aspiraciones educativas más bajas para las chicas que para los chicos, y se ha comprobado en los Estados Unidos que los padres aceptan más fácilmente en las niñas que en los niños un bajo nivel de rendimiento en matemáticas³⁴. Inconscientemente, los profesores también pueden colaborar en la formación de un estereotipo sexual que refuerza las actitudes infantiles hacia las matemáticas. Es bien sabido que los libros infantiles refuerzan las imágenes tradicionales de los roles sexuales; y a veces sucede lo mismo con los textos de matemáticas y las pruebas de examen. Se ha dicho que en una popular serie británica de textos de matemáticas de secundaria todas las compras las hacen mujeres, mientras que, en otro ejemplo, las chicas hacen punto mientras los chicos preparan hormigón o juegan al fútbol³⁵.

B33 La confianza en sí mismo de los alumnos y la auto-estima puede afectar su rendimiento en matemáticas, y diferencias entre sexos en cuanto a la seguridad en sí mismo respecto a las matemáticas, se han puesto de manifiesto en varios estudios²¹. En una investigación³⁶, la mayoría de los estudiantes de ambos sexos achacaba a la falta de esfuerzo el porqué de su fracaso en muchas asignaturas del currículo. En matemáticas, sin embargo, el 26 por ciento de las chicas daban su falta de capacidad como razón, por sólo el 15 por ciento de los

chicos. Fennema³² afirma que con frecuencia las mujeres se sienten inadecuadas para las actividades intelectuales, o de resolución de problemas, y subestiman su capacidad para resolver los de matemáticas. Los estudios de la APU sobre primaria confirman que existe una falta similar de confianza en sí mismas, entre las chicas inglesas a partir de los 11 años. La ansiedad también va asociada al bajo rendimiento en matemáticas, y se ha observado que, a lo largo de los años escolares, las chicas americanas exhiben mayor ansiedad. El reciente trabajo de Buxton³⁷, así como el informe del estudio emprendido por ACACE para nuestra investigación, indica que la ansiedad respecto a las matemáticas se presenta también frecuentemente en Gran Bretaña.

Comunicaciones presentadas a la Comisión

B34 En vista de las pruebas citadas con anterioridad, que muestran las diferencias de rendimiento en el examen de matemáticas entre chicos y chicas de Inglaterra y Gales, y del hecho de que exista un gran volumen de investigaciones sobre las diferencias entre sexos en matemáticas, es sorprendente que hayan sido muy pocas las comunicaciones presentadas a la Comisión sobre este tema. Sin embargo, la Comisión de estudio de «las Chicas y las Matemáticas» nos señalaba que:

El debate sobre los niveles, especialmente el relativo a las necesidades matemáticas de la industria, frecuentemente parecía estar dirigido sobre todo a los chicos. Las escuelas, los servicios de orientación profesional y la industria, han mostrado muy poco interés en alentar y atraer a las chicas con capacidad matemática hacia alguno de los campos donde hay escasez de buenos aspirantes.

Estrategias para la mejora

B35 La documentación analizada en este apéndice sugiere algunas estrategias que podrían mejorar las actitudes y el rendimiento de las chicas en matemáticas. Se les debe ayudar a darse cuenta de que las matemáticas son tan importantes en su vida diaria, y en sus trabajos futuros, como lo son para los varones. Las investigaciones sobre el uso de las matemáticas en el trabajo han mostrado la importancia de su conocimiento, por ejemplo, en una profesión tradicional de mujer como la de enfermera, mientras que el fracaso en obtener un certificado de nivel O con grado C o superior, representa una barrera para acceder a la enseñanza. En profesiones de menor tradición femenina, está aumentado la conciencia pública de igualdad de oportunidades para las mujeres, y más chicas están ingresando en estos trabajos. Será una consecuencia de este desarrollo el que se exijan más matemáticas a las chicas. Los chicos, tanto como las chicas, han de ser conscientes de la importancia de las matemáticas en los trabajos femeninos y en la vida diaria, de modo que no acentúen inconscientemente estereotipos anticuados en sus expectativas acerca de las chicas.

B36 Los profesores deben asegurarse de que las chicas reciben ayuda adicional y aliento en las áreas de medida, de trabajo espacial y con diagramas, y en la resolución de problemas, así como de que consigan un buen dominio de los principios del valor de posición. Las chicas deben ser estimuladas para que afronten tareas de nivel cognitivo superior, y no conformarse con el éxito en tareas de nivel bajo, tales como el cálculo rutinario.

B37 Los profesores tienen que ser conscientes de que, sin darse cuenta, pueden dar pautas, tanto a los chicos como a las chicas, que afecten, no sólo a las actitudes respecto a las matemáticas, sino también al aprendizaje. Si un profesor responde a sus alumnos de modo que a un chico le transmite el mensaje de que las matemáticas son importantes para él, que su posible fracaso se debe a un esfuerzo insuficiente, mientras que una chica recibe el mensaje de que su fracaso se debe a la falta de capacidad, y que la poca capacidad matemática es común y no tiene importancia en las chicas, no debe sorprendernos que las chicas renuncien, mientras los chicos se esfuerzan con más ahinco. Por eso, los profesores necesitan ser conscientes de la importancia de ayudar a las chicas para que vean sus éxitos en matemáticas como el resultado de su capacidad, y no solamente debido a su gran esfuerzo. Los profesores deben conocer también las áreas concretas de las matemáticas en las que las chicas pueden necesitar más ayuda y experiencia, y asegurarse de que se dan a las chicas las oportunidades necesarias.

B38 Autores, editores, examinadores y profesores, deben asegurarse de que el material impreso no refuerza el estereotipo de los chicos como activos, resolutores de problemas, mientras las chicas son retratadas como pasivas colaboradoras cuyo interés no va más allá de la moda y el hogar. Las aplicaciones de las matemáticas deben englobar aquéllas con las que unos y otras puedan identificarse. También deben asegurarse de que las matemáticas no se presentan como un campo de actividad masculina durante el trabajo de cada clase, así como en los materiales escritos.

B39 Al elegir opciones en la escuela secundaria, las chicas deben ser animadas a que estudien más asignaturas en las que haga pleno uso de las matemáticas. Además de las asignaturas tradicionales de física y dibujo técnico, la más moderna de Artesanía, Diseño y Tecnología, y la informática, pueden alentar un enfoque de resolución de problemas que es relevante en el mundo de hoy.

B40 La orientación profesional debe exponer con claridad a las chicas, al principio de la escuela secundaria, las calificaciones necesarias para acceder a diferentes ocupaciones, y la importancia que tienen las matemáticas en dichas calificaciones.

nes. A menudo, las matemáticas son como un «filtro», y el no poseer calificación en ellas puede excluir a las chicas de muchos campos de empleo, formación profesional y enseñanza postsecundaria.

B41 Es necesario que en Gran Bretaña se realicen investigaciones sobre las causas del bajo rendimiento relativo en matemáticas de las chicas. Gran parte de la investigación citada en los párrafos precedentes se realizó en los Estados Unidos, y no está claro hasta qué punto es rigurosa su aplicación al sistema educativo británico, y a una sociedad cuyas expectativas no son exactamente las mismas que las de la sociedad americana. No obstante, está claro a partir de las estadísticas de los exámenes públicos en Inglaterra y Gales que, incluso en los últimos años, muchas menos chicas que chicos estaban estudiando matemáticas en los niveles superiores, y que las que continuaban sus estudios no rendían como los chicos en los grados más altos.

Referencias

¹ Special Reports on Educational Subjects: Volume 26, *The teaching of mathematics in the United Kingdom*, HMSO, 1912.

² Maurice, F.D.; *Queen's College, London: its objects and methods*, Londres 1948.

³ Kamm, J.; *How different from US*, Bodley Head, 1958.

⁴ *Final Report of the Commissioners appointed to Inquire into the Elementary Education Acts, England and Wales*, (the Cross Report), HMSO, 1980.

⁵ Board of Education, *Report of the Consultative Committee on Differentiation of the Curriculum for Boys and Girls respectively in Secondary Schools*, HMSO, 1923.

⁶ Board of Education, *Suggestions for the consideration of Teachers and others concerned in the Work of Public Elementary Schools*, HMSO. First issue 1905. The handbook was re-issued in 1909, 1912, 1918, 1922, 1923, 1927 and 1937. There were substantial changes to the section on mathematics in 1915, 1927 and 1937.

⁷ DES, *Statistics of Education*, HMSO, 1978.

⁸ Ward, M.; *Mathematical and the 10 year-old*, Schools Council Working Paper 61, Evans/Moethen Educational, 1979.

⁹ Assessment of Performance Unit, *Mathematical Development, Primary survey report n.º 1*, HMSO, 1980.

¹⁰ Assessment of Performance Unit, *Mathematical Development, Primary Survey report n.º 2*, HMSO, 1981.

¹¹ Assessment of Performance Unit, *Mathematical Development, Primary Survey report n.º 1*, HMSO, 1980.

¹¹ Assessment of Performance Unit, *Mathematical Development, Primary Survey report n.º 1*, HMSO, 1980.

¹² Wood, R.; Sex differences in mathematics attainment at GCE Ordinary Level, *Educational Studies*, 2, 2, 1976, 141-160.

¹³ Wood, R.; Cable's Comparison Factor: is this where girls' troubles start? *Mathematics in School*, 6, 4, septiembre 1977, 18-21.

- ¹⁴ Fennema, E.; Mathematics learning and the sexes: a review, *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 1971, 126.
- ¹⁵ Fennema, E.; Carpenter, T.; Sex-related differences in mathematics: Results from national assessment, *Mathematics teacher*, 74, 7 de octubre, 1981, 555-559.
- ¹⁶ Husen, T.; (edit.), *International Study of Achievement in Mathematics*, Volumen I y II, John Wiley and Sons, 1967.
- ¹⁷ Maccoby, E.E., Jackhin, C.N.; *the psychology of sex differences*, OUP, 1975.
- ¹⁸ Sherman, J.; Effects of Biological Factors on Sex-Related Differences in Mathematics Attainment, in *NIE Papers in Education and Work: n.º 8, Women and mathematics: reserarch perspectives for change*, National Institute of Education, Washington, D.C., 1977.
- ¹⁹ Eynard, R, Walkerdine, V.; *The Practice of reason, Vol. 2: Girls and Mathematics*, Univ. of London, Institute of Education, 1981.
- ²⁰ Weiner, G.; in Deem, R.; *Schooling for women's work*, Routledge and Kegan Paul, 1980.
- ²¹ Schild Kamp-Kündiger, E.; Mathematics and Gender, in *Comparative Studies of Mathematics Curricula - Change and Stably 1960-80*, Materichieu und Studien, Band 19, Institut für Didaktik der mathematik der Universität Bielefeld, 1980.
- ²² Fox, L.H.; The effects of sex role socialization on mathematics participation and achievement, in *NIE Papers in Education and Work n.º 8* (Véase referencia 18).
- ²³ Fennema, E.; Women and girls in mathematics - Equity in mathematical education, *Educational Studies in Mathematics*, 10, 1979, 384-401.
- ²⁴ Fox, L.H., Brody, L.; Tobin, D., (eds.), *Women and the mathematical nystique*, Yohns Hopkins, U.P., 1980.
- ²⁵ Becker, J.; *A Study of differential treatment of females and males in mathematics classes*, un-published doctoral dissertation, University of Maryland, 1979.
- ²⁶ Sears, J., *Development of Gender Role*, in Beach, F.; *Sex and behaviour*, John Wiley, 1965.
- ²⁷ Good, T.L., Sykes, J.N., Brophy, J.E.; Effects of teacher sex and student ses on class-room interaction, *Journal of Educational Psychology*, 65, 1, 1973, 74-87.
- ²⁸ Ministerio de Educación y Ciencia, *Curricular differences for boys and girls in mixed and single schools*, Education Survey 21, HMSO, 1975.
- ²⁹ Lobban, G.; Sexism in primary Schools, *Women Speaking*, 4, 1975.
- ³⁰ Dweck, C.S., Bush, E.S.; Sex differences in learned helplessness I, *Developmental Psychology*, 12, 2, 1976, 147-156.
- Dweck, C.S., Davidson, W., Nelson, S., Enna, B.; Sex differences in learned helplessness, II and III, *Developmental Psychology*, 14, 3, 1978, 268-276.
- ³¹ Fennema, E.; Attribution theory and achievement in mathematics, in Yssen, S.R. (ed.), *Development of Reflection*, New York, Academic Press, 1981.
- ³² Fennema, E.; The sex factor: real o not in Mathematics Education, in Fennema, E. (ed.), *Mathematics education research: Implications for the 80s*. Association for supervision and Curriculum Development, Washington, D.C. 1981.
- ³³ Preece, M.; Sturgeon, S.; *Mathematics education and girls*, draft report of BP project, Sheffield City Polytechnics (sin publicar), 1981.

³⁴ Levine, M.; *Identification of reason why qualified women do not pursue mathematical careers*, report to the National Science Foundation, USA, 1976.

³⁵ Berrill, R., Wallis, P.; Sex roles in mathematics, *Mathematics in School*, 5, 2, marzo 1976, 28.

³⁶ Dornbusch, S.; To try o not to try, *Stanford Magazine*, 2, 2, 1974, 50-54.

³⁷ Buxton, L.; *Do yoy panic about Maths?*, Hainemann, 1981.

Apéndice 3. Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión

* Indica a quienes se han reunido con miembros de la Comisión.

Mr J Abramsky	Psychologists
Mr G Adlam	Association of Graduate
Advisory Unit For Computer	Careers Advisory Services
Based Education	Association of
Professor M Aitken	Headmistresses of
Mr A G Aitken & Mrs N E	Preparatory Schools
Hughes	* Associated Lancashire
Staff of Albemarle Primary	Schools Examining Board
School, London SW 19	Association of Polytechnic
Rotary Club of Aldridge	Teachers
Mrs E F Allan	Association of Teachers of
Mrs J H Allen	Domestic Science Limited
Amersham (Old Town)	Association of Teachers of
Women's Institute	Geology
Ms M L Andison	* Association of Teachers of
Mr D Armer	Mathematics
Professor A M Arthurs	Association of University
Ash & Lacy Limited	Teachers
Mrs S Ashby	Mr R Atherton
Mr E R Ashley	Mr G M Austin
* Assistant Masters &	Miss M E Austin
Mistresses Association	Avery Hill Collage
Associated Examining Board	Mr J K Backhouse
for the General Certificate of	Mr C W Baker
Education	Mr D Ball
Association for Science	Rotary Club of Bangor
Education, Education	Banking Information Service
(Co-ordination) Committee	Mr B Banks
Association of British	* Barbers of Fulham
Chambers of Commerce	Mr J K Barnes
Association of Career	Barnet LEA
Teachers	Rotary Club of Barnet and
Association of Educational	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

East Barnet	Rotary Club of Bornemouth
Rotary Club of Barnstaple	Mrs C Bowler
Miss Julia Barrett	Boxfoldia Limited
Barton Conduits Limited	Mrs V R Bradbury
Bath College of Higher Education	Bradford College
Rotary Club of Bath	City of Bradford LEA
University of Bath, School of Education	University of Bradford, Undergraduate School of Studies in Mathematical Sciences
Mr E Bathgate	Rotary Club of Braintree & Bocking
Miss J S Batty	Mr F T Brawn and Mr G Johns
Professor Dr H Bauersfeld	Mr S E Bray
Mr S R Beaumont	Mrs S Brennard
Mr T Beck	Brent LEA
Bedford College of Higher Education	Bretton Hall College
Rotary Club of Bedford	Brighton Polytechnic
Bedfordshire LEA	Rotary Club of Brihton
Mr K M Bedwell	University of Bristol, School of Education
* Dr A W Bell	Bristol Polytechnic Faculty of Education
Mr J A Bell	Rotary Club of Bristol
Mr B D Bennett	British Airports Authority
Mr D H Bennett	British Airways
Mr D Bent	British Association for Early Child hood Education
Berkshire LEA	British Broadcasting Corporation, BBC Education
Miss B J Berry	* British Broadcasting Coporation Open University Productions
Rotary Club of Beverley	British Council
J Bibby & Sons Limited	British Petroleum Company Limited
Mr R G Biddlecombe	British Rail
Bifurcated Engineering Limited	British Society for the History o Mathematics
* Miss E Biggs	British Society for the Psychology of Learning Mathematics
Rotary Club of Billingham	British Steel Corporation
Mr D Bird	Mr W R Broderick
Ms M H Bird	* W Brooks and Sons
Mr J G Birkett	Bromley LEA
City of Birmingham LEA	Mr J Brown
Rotary Club of Birmingham	* Mrs M L Brown
Bishop Burton College of Agriculture	
Bishop Grosseteste College	
Rotary Klub of Bishop's Stortford	
* Dr A J Bishop	
Rotary Club of Blackpool	
Bolton LEA	
Mr C L Boltz	
Boots Company Limited	
* Mir J W G Boucher	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Mr R V G Brown	Chatham
Professor M Bruckheimer	Chelmer Institute of Higher
Brunel University	Education, Faculty of
Department of Education	Education, Arts and
Rotary Club of Buckingham	Humanities
Buckinghamshire College of	Rotary Club of Chelmsford
Higher Education	Rotary Club of Cheltenham
Buckinghamshire LEA	Chemical and Allied
Professor H Burkhardt	Products
Bury LEA	Industry Training Board
Business Education Council	Chemical Society
Mr L G Buxton	Cheshire LEA
C & A Modes	* Rotary Club of Chester
Mr J Cable	Staff of the Mathematics
* Mr J Cain	Department, Chipping
Calderdale LEA	Sodbury School, Bristol
Cambridge Institute of	Christ's College, Liverpool
Education, Academic Board	City and Guilds of London
Cambridgeshire LEA	Institute
University of Cambridge,	City University
Department of Education	Civil Service Commission
University of Cambridge,	Staff of Claphorne Church
General Board of the	of England Primary School,
Faculties	Peterborough
University of Cambridge	Ms S I Clark
Local Examinations	Mr C G Clayton
Syndicate	Mr H F Claves
University College, Cardiff,	Cleveland LEA
Department of Education	MR C Cleveland
Careers Service Advisory	Rotary Club of Cligheroe
Council for Wales	Clothing and Allied
Mr J B Carmel	Products Industry Training
Carpet Industry Training	Board
Board	Clwyd Country Council
Mrs J E Carrick	College of Preceptors
Centre for Science	Mr A P W Collins
Education, Chelsea College	Commercial Union Assurance
Centre for Statistical	Company Limited
Education	Committee for Girls and
Ceramics, Glass & Mineral	Mathematics
Products Industry Training	Committee of Heads of
Board	University Geological
Mrs M Chadwick	Departments
Mr B R Chapman	Committee of Professors of
Chartered Institute of Public	Sttistics
Finance and Accountancy	Commitee of Vice-Chancellors
Chartered Institute of	and Pincipals of the
Transport	Universities of the United
Rotary Club of	Kingdom

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

*Confederation for British Industry	Cumbria LEA Mr D M Cundy Mr H J Curtis
*Confederation of British Industry (Wales)	Dacorum Education and Training Forum
Confederation for the Advancement of State Education	Mrs E Daincey Rotary Club of Darlington Rotary Club of Dartford
Conference of Professors of Applied Mathematics	Mr J R M Davies *Mr J D Dawson
Contraction Industry Training Board	Mrs D M Dean Debenhams Limited
Professor D E Conway	*Mr J A Deft
Mrs F Conway	Delta Metal Company Limited
Mr E C Cooper	Staff of the Mathematics Department, Denstone College, Uttoxeter
Mrs J Cooper	Derby College of Further Education, Mathematics Study Group
Dr M G Cooper	Derby Lonsdale College of Higher Education, Division of Mathematics Education
Rotary Club of Corby	Derbyshire LEA
Mr M L Cornelius	Development of Ideas in Mathematical Education (DIME) Project
Cornwall LEA	Rotary Club of Devizes
Mr G B Corston	Ms D M Diamond
Cotton and Allied Textiles Industry Training Board	Mrs A Disney
Council for National Academic Awards	*Distributive Industry Training Board
*Council of Engineering Institutions	Mr C Dixon
*Council of Local Education Authorities	Dr M H Dodson
Council of Science & Technology Institutes Limited	Dr M M Dodson
Council of Subject Teaching Associations	Doncaster LEA
Cortaulds Limited	Rotary Club of Dorchester
Coventry & District Engineering Employers' Association	Dorset Institute of Higher Education
Coventry LEA	Dorset LEA
Rotary Club of Coventry	Ms E Drury
Professor J Crank	Rotary Club of Dudley
Ms A Crawshaw	Miss J M Duffin
Mr M B Cresswell	Mr J Dunford
Crewe & Alsager College of Higher Education	Mrs A Dunn
Rotary Club of Crompton & Royton Mr G T Cross	Durham Industry Commerce Education Association
Croydon LEA	University of Durham Board of Studies in Engineering
Rotary Club of Croydon	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Science Dyfed LEA	Rotary Club of Falmouth
Ms M R Eagle	Mrs P Farndell
University of East Anglia	Mr M D Fellows
East Anglian Examinations Board	Mr D S Fielker
East Anglian Regional Advisory Council for Further Education	Dr C R Fletcher and Dr I Danicic
East Midland Educational Union	Food, Drink & Tobacco Industry Training Board
*East Midland Regional Examinations Board	Mrs B Foord
Rotary Club of Eastbourne	Mr A G Foot
Eaton Hall College of Education	Mr S Forbes
Edge Hill College of Higher Education	Ford Motor Company Limited
Mr N A Edney	Mrs M A Fowler
Educational Publishers Council	Mrs R E Fraser
Mr M N Edwards	*Mr D W French
Dr R Edwards	Professor M J French
Profesor A S C Ehrenberg	Staff of Friarswood County Primary School, Newcastle-under-Lyme
Mrs E R Ehrdt	Mr C Frisby
Electricity Supply Industry Training Committee	Furniture & Timber Industry Training Board
Rotary Club of Ellesmere Port	*Gaines and Gaines (Overseas) Limited
Mr R C Ellis	Mrs D Gale
Mr H Elston	Miss S Gale
Professor L R B Elton	Mr A Gallant
EMI Limited	Mrs T Gant
Enfield LEA	Mr A Gardiner
*Engineering Industry Training Board	Garnett Collage
*Engineering Professors' Conference	Rotary Club of Garston
English China Clays Limited	Staff of Gastrells Country Primary School, Stroud
Equal Opportunities Commission	Gateshead LEA
Rotary Club of Erith	Gateshead LEA
Rotary Club of Esher	General Electric Company Limited
Essex LEA	GEC-Marconi Electronics Limited
Mr D M Esterson	General Nursing Council for England and Wales
Mr I Evans	Geographical Association
Rotary Club of Exeter	Miss R F Gibbons
University of Exeter, School of Education	Mr F D Gibson
Mr J C Fair	Dr W G Gilchrist
	Mr G Giles
	Rotary Club of Gillingham

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Mid Glamorgan LEA	Mrs A Haworth
South Glamorgan LEA	Mrs M Hayman
South Glamorgan Institute of Higher Education	Mr J Hayter & Miss J Yates
West Glamorgan LEA	Mr S Hayward
West Glamorgan Institute of Higher Education	*Headmasters' Conference
Mr J A Glenn	Mrs S Heaney
Gloucestershire LEA	Rotary Club of Hemel Hempstead
Ms R Goldhawk	Mr J M Hepplewhite
Mrs S J Gowar	Dr J Herbert
Mr J D Graham	Hereford & Worcester LEA
Mr M J Graham	*HM Inspectorate of Schools
*Dr M A Grant	Hertfordshire College of Higher Education
Mrs O J Gray	Herefordshire LEA
Ms A D Green	Profesor J Heywood
Mr L J Green	Master Callum Hickey
*Mr F Gregory	Mrs P Hickey
Mr B Griffiths	Hillingdon LEA
Mr D Griffiths	Dr S Hilsum
Mr E N Griffiths	Dr B Hiton
*Professor H B Griffiths	Dr D Hilton
*Mr M Griffiths	Mr D Hindson
Mr P L Griffiths	Mr M Hiscox
*Mr A G Gronow	Mr G Hitch
Gwent College of Higher Education	Mr B E Holley
Gwent LEA	Mr K Holling
Gwynedd LEA	Miss B Hollinshead
Mr G Haig	Mrs M Holloway
Rotary Club of Hailsham	Rotary Club of Honiton
Rotary Club of Halesworth	Homerton Collage
Staff of Halifax Primary School, Ipswich	Mr R Hooper
Mr F Hall	Hotel & Catering Industry Training Board
Mr P J D Halpenny	Hotel, Catering & Institutional Management Association
Hampshire, Sixth Form Colleges, Heads of Mathematics	Hounslow LEA
Mr A Hanley	Dr A G Howson
Ms T Hardy	Mr G Hubbard
Haringey LEA	Rotary Club of Hucknall
Mrs M Harris	Hull Collage of Higher Education
Rotary Club of Harrogate	Hull, Senior High Schools, Heads of Mathematics
*Dr K M Hart	Rotary Club of Hull
Mr J R Hartley	University of Hull Department of Educational Studies
Mrs J R Harvey	Humberside LEA
Rotary Club of Haverfordwest	
Havering LEA	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Humberside, East, Riding Division, Heads of Mathematics	Dr I C Irmiler Staff of Irthlingborough Infant School, Northants Isle of Wight LEA
IBM United Kingdom Ltd Ilkley College	Mr H Jackson
*Imperial Chemical Industries Limited	Dr. H L W Jackson
Incorporated Association of Preparatory Schools	Mr D Jacobs
Independent Broadcasting Austhority	Mr P E Jaynes
Mrs D M Ingham	Mr P G Jenkins
Inner London Education Author ILEA Division 10, Heads of Mathematics	Ms L Joffe
Institute of Actuaries	Mrs A Johncock
Institute of Bankers	Staff of Hohn Ruskin School (Infants Department), London SE5
Institute of Biology	Profesor D C Johnson
Institute of Careers Officers	Mr F T Johnson
Institute of Chartered Accountar in England and Wales	Mr J R Johnson
Institute of Chartered Secretari and Administrators	Mr H T Joint
Institute of Geologists	Joint Mathematical Council of the United Kingdom
*Institute of Mathematics and its Applications	Joint Matriculación Board
Institute of Personnel Managemer	*Miss A D Jones
Institute of Purchasing and Supp	Mr A P Jones
Institute of Quantity Surveyors	*Mr E Jones
Einstitution of Civil Engineers	Mr E G Jones
Institution of Mechanical Engineers, North Midlands Branch	Mr P Kaner
Institution of Mining Engineers	Mr C Keal & Mr J D Warren
Institution of Mining and Metallrurgy	Mr D A Keane
Institution of Structural Engineers	Kent LEA
International Association of Lion Clubs	Kent Mathematics Project
International Computers Limited Rotary Club of Ipswich	*Mr J M Kenyon
	Mr J K Kerley
	Miss D Kerslake
	Rotary Club of Kidderminster
	Ms P Kilmister
	King Alfred's College, Winchester
	Rotary Club of King's Lynn
	Dr B M Kingston
	Mr C Kralfy
	Mr John Kirkham
	Kirklees LEA
	Profesor Dr U Knauer
	Knitting, Lace and Net Industryñ Training Board
	Mrs E Knott
	Knowsley LEA

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Mr C W Lamble	(Commercial Education Scheme)
M. Mathieu Lambrecht	Rotary Club of London
Lancashire LEA	London Transport Executive
Rotary Club of Lancaster	University of London
University of Lancaster	Entrance and School Examinations Council
Department of Environmental Sciences	West London Institute of Higher Education
Profesor F W Land	Loughborough University of Technology, Department of Education
Mr N Langdon	Miss M Louis
Mr D Laycock	Mr E Love
Leapfrogs Group	Mr A W Lupton
Leeds LEA	
University of Leeds, School of Education	Miss S M Macaskill
Mr D J Lee	Miss M I McClure
Rotary Club of Leicester	Mrs J McConachie
University of Leicester, School of Education	Miss M J McConnell
Leicestershire LEA	Mr G McFarlane
Rotary Club Leighton Buzzard	Mr H McMahan
Mr J M Letchford	Mr P J McVey
Rotary Club of Letchworth	Mr K Madgett
Garden City	Rotary Club of Maidstone
Mr A Levy	Mr A F Makinson
Mr R Lewis	Man-Made Fibres Producing Industry Training Board
Mr W H Lewis	City of Manchester LEA
Rotary Club of Lichfield	Manchester Polytechnic, Didsbury School of Education
*Sir James Lighthill	Rotary Club of Manchester
Mr G H Littler	University of Manchester, Faculty of Technology
Littlewoods organisation Limited Lincolnshire LEA	Mr M J Mapleton
City of Liverpool College of Higher Education, Department of Mathematics	Mr R J Margetts
City of Liverpool LEA	*Marks and Spencer Limited
Rotary Club of Liverpool	Mr J Marshall
University of Liverpool, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics	Mrs M M Massey
Mr A H Livingstone	*Mathematical Association
Rotary Club of Llandudno	*Mathematical Association, Diploma (Mathematical Education) Board
Rotary Club of Llangollen	Mathematical Association, Schools and Industry Committee
Mr A S Llewellyn	Mathematics Advisory Unit
Mr J Lockett	
London Mathematical Society	
*London Chamber of Commerce and Industry	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Mathematics Applicabale Group	Inspectors and Educational Advisers
Mathematics Education on Merseyside	*National Association of Mathematics Advisers
Mathematics Teachers' Group (Coventry)	*National Association of Schoolmaters/Union of Women Teachers
Matlock College of Education	National Association of Teachers in Further and Higher Education
Professor G Matthews and Mrs J Matthews	*National Association of Teachers in Further and Higher Education,
Mr P Matts	Mathematical Dducation Section
*Miss S Maughan	National Coal Board
Mr D J Maxwell	*National Coal Board (Wales)
Mr J M Maxwell	National Conference of Teachers Centre Leaders
Merchant Navy Training Board	National Extension College
Profesor J E Merritt	National Federation of Women' Institutes
Rotary Club of Mertyr Tydfil	National Institute of Adult Education
Merton LEA	National Institute for Careers Education and Counselling
Metal Box Limited	National Scientific Society of Wales
Metrication Board	*National Union of Teachers
Metropolitan Regional Examinations Board	Mrs P Neal
Rotary Club of Middlesbrough	Nene College
Middlesex Polytechnic	City of Newcastle upon Tyne LEA
Mathematical Education Group	Newcastle upon Tyne Polytechnic Faculty of Education and Libraroanship and St May's College, Fenham
Middlesex Regional Examining Board	University of Newcastle upon Tyne School of Education
Milton Keyñnes College of Education	University of Newcastle upon Tyne Faculties of Engineering ad Science
Mr B Molloy	Newham LEA
Mr R Moon	Rotary Club of Newport (Mon)
Mr D I Morgan	*Mr M D Noddings
*Profesor A O Morris	Norfolk College of Arts and Techology
Mr B Morris	Norfolk LEA
Mr R W Morris	
Mullard Limited	
Mr A Murphy	
National Association for Gifted Children	
National Association for Remedial Education	
National Association for the Teaching of English	
*National Association of Head Teachers	
National Association of	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Normal College of Education, Bangor	Oxfordshire LEA
North East London Polytechnic	Parke-Davis and Company Mr A R Parr
North Oxfordshire Technical College and School of Art North Regional Examinations Board	Miss D M Parry Mrs P Parsonson Mrs M E Payne Mr A Peace
University College of North Wales, School of Mathematics and Computer Science	Mrs M Pearson Mr J L Pearson *Mr J Peel
North Yorkshire LEA	Staff of Mathematics Department, POeers School, Oxford
North Western Regional Advisory Council for Further Education	Mr G Pemberton Rotary Club of Pembroke Rotary Club of Penarth
Northamptonshire LEA	Mr D J Pentecost
Northern Counties Technical Examinations Council	Rotary Club of Penzance
Northumberland College of Higher Education	Miss D M Perry Peter Brotherhood Limited
Northumberland LEA	Mr H W Pettman
Staff of Northumberland Park Secondary School, London	Philips Industries Limited Pilkington Brothers Limited
Nottinghamshire LEA	Mr B S Pinfield
University of Nottingham	Sister Mary Timothy Pinner
University of Nottingham School of Education	Pirelli Limited Mr D Pitman
Nuffield Mathematics National Committee	Mrs P D Playle-Mitchell Plenty Group Limited
*Rotary Club of Nuneaton	Mr S P O Plunkett Plymouth Rotary Club Mr G E Pohu
Rotary Club of Oadby	Rotary Club of Porthcawl
Mrs P Odogwn	Portsmouth Polytechnic, Faculty of Educational Studies
Oldham LEA	Rotary Club of Portsmouth & Southsea
Mr A J Oldknow	Post Office
*Open University	Powys LEA
Mr C Ormell	Rotary Club of Preston
Oxford and Cambridge Schools Examination Board	Professional Association of Teachers
Oxford Delegacy of Local Examinations	Professors of Mechanical Engineering in the Northern Universities
University of Oxford Department of Educational Studies	*Professors of Statistics
University of Oxford Department of Physics	Provident Mutual Life
University of Oxford Board of the Faculty of Mathematics	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Assurance Association	Mrs L Roland
Prudential Assurance Company Limited	Rolls Royce Limited, Aero Division
Mr D W Prudy	Mr D J Rooke
Dr C W Puritz	Professor A M Ross
Mr F J Purkiss	Mr T D Ross
*Mr D A Quadling	Rotary International in Great Britain and Ireland
Miss E Quartly	Rotherham LEA
Miss V Quin	Royal Institution of Chartered Surveyors
Mr N Radcliffe	Royal Institution of Naval Architects
Mr N F Radford	Royal Navy
Staff of Revenstone Infant School, London SW12	Royal Society
Mr J W M Read	Royal Society of Arts Examinations Board
University of Reading School of Education	Royal Statistical Society/Institute of Statisticians Education Committee
Redbridge LEA	Rugby District Chamber of Commerce
Rotary Club of Redcar	Rotary Club of Ruislip & Northwood
Mr D L Rees	Staff of Ruskin Country Junior School, Welligborough
Profesor C M Reeves	Profesor W R Russell
Regional Advisory Council for Technological Education, London and Home Counties	
Regional Council for Further Education for the South West	
Mr S J Relf	
Mrs A I G Renton	
Staff of La Retraite High School, London SW12	
*Mr P Reynolds	Mrs M J Sadler
Mr F Rhodes	J Sainsbury Limited
Ms K Rich	Rotary Club of St Austell
Mr A Richards	St Helens LEA
Sir Alan Richmond	Staff of St John's Church of England School, Bristol
Staff of Ripley Country Junior School, Derby	St Katharine's College, Lancaster
Miss D Roake	Colleges of St Mary and St Paul, Cheltenham
Mr P T Robbins	St May's College, Strawberry Hill
Mr A Roberts	Rotary Club of St Pancras City of Salford LEA
Dr H G F Roberts Rochdale Borough Council	University of Salford
Rotary Club of Rochester	Rotary Club of Salisbury
Staff of Rodford Junior School, Bristol	Mrs B Sanders
Mr A Rodgman	Sandwell LEA
Mr G W Rodda	Mr G J Sasse
Roehampton Institute of Higher Education	School Broadcasting Council for the United Kingdom

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

*School Mathematics Project	Mr J H Smith
Schools Calculators Working Party	Mr J J Smith
*Schools Council	W H Smith & Son Limited
*Schools Council Project	Society of Company and Commercial Accountants
<i>Learning trough science</i>	Society of Education Officers
Schools Council Project <i>Low Attainment in mathematics</i>	Society of Headmasters of Independent Schools
Schools Council Project on Statistical Education	Solihull LEA
*Professor R L E Schwarzenberger	Rotary Club of Solihull
Scottish Mathematical Council	Somerset Country Council
Rotary Club of Scunthorpe	*South-East Hampshire Chamber of Commerce and Industry
*Secondary Heads Association	South-East Regional Examinations Board
Sentra Engineering Training Limited	South Nottinghamshire Project
Mr K E Selkirk	South Western Examinations Board
Miss B E Severs	Rotary Club of Southampton
Mr T R Sharma	Sothern Regional Council for Further Education
Dr M J R Shave	*Sothern Regional Examinations Board
Mr R W Shaw	Southern Universities Joint Board for School Examinations
Mrs Sheaney	Stafford College of Further Education
City of Sheffield LEA	Rotary Club of Stafford
Sheffield City Polytechnic	Staffordshire LEA
Sheffield and District Engineering Group Training Association	Mr M A Stamp
University of Sheffield (Careers Advisory Service)	Standard Telephone and Cables Limited
Shell UK Limited	Stading Conference of Heads of Department of Mathematics in Polytechnics and Major Colleges
Shipbuilding Industry Training Board	Standing Conference on University Entrance
Mrs J Shoenberg	Staveley Industries Limited
Shoreditch College	*Mrs J Stephens
Mr G Short	Rotary Club of Stevenage
Miss H B Shuard, Mr A Rothery and Mr M Holt	Ms S Stewart
Mr A R Shuttleworth	Stockport LEA
Mrs E Shuttleworth	Rotary Club of Stockport
Rotary Club of Silloth on Solway	Mr E L Stocks
Professor R R Skemp	Major (Rtd) A R Stockton
Miss S L Skuba	
Mr D K Sledge	
Rotary Club of Slough	
Professor C A B Smith	
Mr C H Smith	

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Mr R J Stone	Mr C Todd
Rotary Club of Stratford-upon-Avon	Mr D Toeman
Mr R T Street	Rotary Club of Tonbridge
Mr D Strong	Mr J Towers
Mrs S B Sturgeon	Trades Union Congress
Mr D A Sturgess	Trafford LEA
Suffolk LEA	Mr D Traviss
Dr R Sumner	Mrs S B Sturgeon
Sunderland Polytechnic	Mr D A Sturgess
Faculty of Education	Suffolk LEA
Rotary Club of Sunderland	Dr R Sumner
Surrey LEA	Sunderland Polytechnic
East Sussex LEA	Faculty of Education
West Sussex LEA	Rotary Club of Sunderland
Sutton Coldfield Teachers' Centre, Mathematics School/Employment Interface Working Party	Surrey LEA
Swan Hunter Shipbuilders Limited	East Sussex LEA
Rotary Club of Swanage & Pubeck	West Sussex LEA
Rotary Club of Swansea	Wutton Coldfield Teachers' Centre, Mathematics School/Employment Interface Working Party
Department of Education	Swan Hunter Shipbuilders Limited
Mr J C B Sweeten	Rotary Club of Swanage & Pubeck
Mr K Swinbourne	Rotary Club of Swansea
Rotary Club of Swindon	University College of Swansea
Sir Peter Swinnerton-Dyer	Department of Education
	Mr J C B Sweeten
Dr W Tagg	Mr K Swinbourne
Mr D G Tahta	Rotary Club of Swindon
Tameside LEA	Sir Peter Swinnerton-Dyer
Rotary Club of Taunton	
Mrs G Taylor	Dr W Tagg
Mr G V Taylor	Mr D G Tahta
Mr H Taylor	Tameside LEA
Mrs J Taylor	Rotary Club of Taunton
Mr P Taylor	Mrs G Taylor
Mr Peter Taylor	Mr G Taylor
Mr R M Taylor	Mr H Taylor
Technician Education Council	Mrs J Taylor
Tesco Stores Limited	Mr P Taylor
Thames Polytechnic	Mr Peter Taylor
Mr M Thirlby	Mr R M Taylor
Dr B Thwaites	Technician Education Council
Mr B Tillbrook	Tesco Stores Limited
Mrs B A Tilling	Thames Polytechnic
Mr J D Tinsley	Mr M Thirlby

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Dr B Thwaites	*Professor C T C Wall
Mr B Tillbrook	Wall Walsall LEA
Mrs B A Tilling	Ms M Warden
Mr J D Tinsley	Mrs C Warm
Mr C Todd	University of Warwick,
Mr D Toeman	Department of Science
Rotary Club of Tombridge	Education University of
Mr J Towers	Warwick, Mathematics
Trades Union Congress	Institute
Trafford LEA	Warwickshire LEA
Mr D Traviss	Mr N C C Webb
Trent Polytechnic Department	Mr J M Weseen
of Education	Mr D Wells
Trent Polytechnic, Department	*Welsh Joint Education
of Mathematical Sciences	Committee
Trinity College, Carmarthen	Welsh Secondary Schools
Trinity and All Saints'	Association
Colleges, Division of	Rotary Club of Welshpool
Mathematics and Science	Mr P M West
Rotary Club of Truro	West Cumbria Careers
North Tyneside LEA	Association, Working Party
South Tyneside LEA	on Mathematics and
*Understanding British	Industry
Industry Unilever UK	West London Institute of
Holdings Limited United	Higher Education
Kingdom Atomic Energy	West Midlands Collage
Authority	West Midlands Examinations
Universities Council for the	Board
Education of Teachers	West Midlands Mathematics
*University Departments of	Advisers/HMI Group
Education Mathematics	Westhill Callage
Study Group	Rotary Club of Whitchurch,
University Grants Committee	Salop
Mr A Unsworth	Mrs E R B White
	Mr G M Whitehad
*Mr P Vallon	Mr M N Whitley
Staff of Vicarage Infant	Rotary Club of Whitley Bay
School, London E6	Wigan LEA
	Staff of Wiliam Shrewsbury
Mr F Wade	Primary School, Bruton-on-
Mr G T Wain	Trent
Wakefield LEA	*Mrs B Williams
Mr A A G Walbridge	Mr D L Williams
University College of Wales,	Mrs J Williams
Aberystwyth, Faculty of	Mr M Williams
Education	Mr R S Williams
Mr M C Wales	Mr B J Wilson
Mr T W Wales	Wiltshire LEA
Miss R Walker	Wirral LEA

Apéndice 3 Lista de organizaciones y personas que han presentado comunicaciones a la Comisión.

Rotary Club of Wisbhech	Ms J Yates
Wolverhampton Polytechnic	Rotary Club of York
Mr P G Wood	University of York
Dr D Woodrow	Department of Education
Mrs M D Woods & Mr P A Rodgers	Yorkshire & Humberside Council for Further Education
Wool, Jute and Flax Industry Training Board	Yorkshire Regional Examinations Board
Worcester College of Higher Education	Miss J O Young
Working Mathematics Group	
Mr R Wort	*Profesor E C Zeeman
Mr A E Wright	
Mr D Wright	
Professor J Wrigley and Mr D D Malvern	



Apéndice 4. Visitas a escuelas, empresas industriales y comercios: Reuniones con profesores

Escuelas

Albury Manor Comprehensive School, Surrey	Holyhead Country Secondary School, Gwynedd
Bishop Perwne Church of England Secondary Sechool, Hereford and Worcester	Houghton Country Primary School, Cambridgeshire
Bodedern School, Gwynedd	howden Clough High School, Kirklees
Cavendish School, Hert fordshire	Hylton Red House Junior Scholl, Sunderland
Chipping Norton Comprehensive School, Oxfordshire	Islington Creen Comprehensive School, ILEA
City Road Junior and Infants School, Birmingham	Light Hall Schooll, Solihull
Crescent Junior School, Leicesterhire	Liverpool Parkhill Primary School, Liverpool
Daubeney CP Junior School, ILEA	Manor Field First School, Norfolk
Daynecouñrt Comprehensive School, Nottinghamshire	Mead Junior School, Havering
Downsend School, Leatherhead	Okehampton School and Community College, Devon
Creat Cornard Middle School, Suffolk	Oulder Hill Comunity School, Rochdle
Haberdasher' Aske's School, Elstree	Page Hill Country Middle School, Buckinghamshire
Hammersmith County Girls' School, ILEA	Parsloes Manor School, Barking
Hermitage Comprehensive School, Durham	Peasedown St Hohn Primary School, Avon
Highbury Secondary School, Wiltshire	Peter La Junior School, South Glamorgan
Hipperholme Grammar School, Cañderdale	Prior Western Country Primary School, ILEA
Holloway Boys' School, ILEA	Rhodes Avenue Junior Mixed and Infants School, Haringey
	Ripley County Junior School, Derbyshire

Riverside School, Bexley
 St Asaph VC Infants School,
 Clwyd
 St Oswald's Roman Catholic
 Primary School, Newcastle
 upon Tyne St Wilfrid's
 Roman Catholic High
 School, Sefton
 Sandylands Country Primary
 School, Lancashire
 Shaftesbury Church of
 England Primary School,
 Dorset
 Stirling Junior School,
 Doncaster
 Stokesley Comprehensive
 School, Cleveland
 Thomas Telford High School,
 Sandwell
 Tinsley Junior School,
 Sheffield Upwood County
 Primary School, Cambridge
 William Shrewsbury School,
 Staffordshire
 Winstanley Country Primary
 School, Wigan
 Wombewell High School,
 Cheshire
 Wyndham School, Cumbria
 Ysgol Cymerau Pwllheli,
 Gwynedd
 Ysgol Esgob Morgan Junior,
 Clwyd
 Ysgol Gyfun Llanhari, Mid
 Glamorgan

Industria y Comercio
 Abbey Panels
 Barclays Bank Limited
 Baugh and Wedon Limited
 British Airways
 British Rail
 British Steel Corporation

Clarks Limited
 Coral Leisure Group Limited
 Debenhams Limited
 Delta Metal Company Limited
 English China Clays Limited
 Ford Motor Company Limited
 John Williams of Cardiff
 Limited
 Littlewoods Organisation
 Limited
 Marks and Spencer Limited
 Metal Box Limited
 Mid Glamorgan Health
 Authority
 Mullards Mitcham
 Porth Testiles Limited
 Post Office
 Prudential Assurance
 Company Limited
 Sheffield Industrial Training
 Company
 Standard Life Insurance
 Comapany
 Swan-Hunter Shipbuilders
 Limited
 Wickers Limited
 Wales Gas (Nwy Cymru)
 William Walkerdine Limited

Reuniones con Profesores
 The Lamorbey Park Teachers'
 Centre, Bexley
 Matematics Teachers' Centre,
 Brunel University
 William Tyndale Mathematics
 Centre, ILEA
 Ogmore Residential
 Education Centre, Mid
 Glamorgan
 Goxlodge Teachers' Centre,
 Newcastle upon Tyne
 The Reading Centre,
 University of Reading



Apéndice 5. Abreviaturas usadas en el texto del Informe

ACACE	Advisory Council for Adult and Continuing Education (Consejo Asesor de la Enseñanza Permanente y de Adultos).
AFE	Advanced Further Education (Enseñanza Postsecundaria Superior)
AGCAS	Association of Graduate Careers Advisory Services (Asociación de Servicios de Orientación de Carreras Universitarias)
APU	Assessment of Performance Unit (Unidad de Evaluación del Rendimiento)
BBC	British Broadcasting Corporation (Corporación Británica de Radiodifusión)
BEC	Business Education Council (Consejo de Enseñanza Empresarial)
BEEd	Bachelor of Education (Licenciado en Educación)
CBI	Confederación of British Industry (Confederación de la Industria Británica)
CEE	Certificate of Extended Education (Certificado de Enseñanza Ampliada)
CGLI	City and Guilds of London Institute (Municipio y Gremios del Instituto de Londres)
CNAA	Council for National Academic Awards (Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales)
CSE	Certificate of Secondary Education (Certificado de Enseñanza Secundaria)
CSMS	Concepts in Secondary Mathematics and Science (Conceptos en Ciencias y Matemáticas de Enseñanza Secundaria)
DES	Departement of Education and Science (Departamento de Educación y Ciencia)
EITB	Engineering Industry Training Board (Consejo de Fomación de Ingeniería)
FE	Further Education (Enseñanza Postsecundaria)
CGE	General Certificate of Education (Certificado General de Educación)
HMI	Her Majesty's Inspectorate (Inspección Escolar de Su Majestad)

HNC	Higher National Certificate (Certificado Nacional Superior)
HND	Higher National Diploma (Diploma Nacional Superior)
IMA	Institute of Mathematics and its Applications (Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones)
IBA	Independent Broadcasting Authority (Autoridad de Radiodifusión Independiente)
LEA	Local Education Authority (Autoridad Educativa Local)
MEI	Mathematics in Education and Industry (Matemáticas en la Enseñanza y en la Industria)
NFER	National Foundation for Educational Research (Fundación Nacional para la Investigación Educativa)
ONC	Ordinary National Certificate (Certificado Nacional Ordinario)
OND	Ordinary National Diploma (Diploma Nacional Ordinario)
PGCE	Postgraduate Certificate in Education (Certificado de Educación para Postgraduados)
POSE	Schools Council Project on Statistical Education (Proyecto del Consejo de Escuelas sobre la Enseñanza de la Estadística)
RSA	Royal Society of Arts (Real Sociedad de Letras)
SCUE	Standing Conference on University Entrance (Conferencia Permanente sobre el Ingreso en la Universidad)
SEN	State Enrolled Nurse (Auxiliar de Clínica)
SI	Système International d'Unités (Sistema Internacional de Unidades)
SLAPONS	School Leaver's Attainment Profile of Numerical Skills (Perfil de Rendimiento en Destrezas Numéricas de los Alumnos que salen de la Escuela)
SMP	School Mathematics Project (Proyecto de Matemáticas Escolares)
SRN	State Registered Nurse (Enfermero(a) Titulado(a))
TEC	Technical Education Council (Consejo de Enseñanza Técnica)
UCCA	Universities Central Council on Admissions (Consejo Central Universitario para Admisiones)
USR	University Statistical Record (Registro Estadístico de Universidades)
IVA	Value Added Tax (Impuesto sobre el Valor Añadido)

Índice alfabético

Salvo que se especifique otra cosa, las referencias se hacen a los apartados del cuerpo principal del informe. Se encontrará un esquema de los contenidos de cada capítulo bajo la entrada correspondiente al título de dicho capítulo.

A

- Actitudes hacia las matemáticas
 - de los alumnos 205-206, 345-347, de los empleados jóvenes 198-204, de los padres 24, 207
- Agricultura 135-137
- Alemania Federal 783, 785, 788, 790, 791
- Álgebra 201, 294, 318, 451, 461
 - uso en el trabajo 77
- Aparatos estructurales 299, 610, 613
- Aprendizaje de las matemáticas 225-275
- Asignatura doble, matemáticas en el nivel A como 173, 177-182, 558, 586-589
- Asociación de Profesores de Matemáticas 730-731
- Asociaciones profesionales, necesidades matemáticas de las 183-186
- Aulas
 - acomodación 603-607, equipamiento 608-613, materiales relacionados con la industria 107-109
- Ayuda al perfeccionamiento de los profesores de matemáticas **Capítulo 15**
 - Razones de su necesidad 715-718
 - Tipos de ayuda al perfeccionamiento 719-758
 - ayuda por parte de la escuela 720-724, reuniones con otros profesores 725-727, visitas a otras escuelas 728-729, las asociaciones profesionales de profesores de matemáticas 730-731, personal asesor de matemáticas 732-739, centros de enseñanza superior

- 740-743, cursos de perfeccionamiento 744-749, Diploma de Enseñanza de las Matemáticas 750-751, Open University 752-753, radio y televisión 754-755, la investigación didáctica 756-757, centros para la enseñanza de las matemáticas 738
- Ayuda financiera 759-766

B

- Banco de objetivos (TEC) 152
- Bath, estudio de 45, 59-66, 68-69, 71, 73, 77, 104, 166, 199-204, 446
- Becas para los estudiantes durante su formación como profesores 652-653
- Bibliotecas
 - provisión de 615, uso de 563-564

C

- Calculadoras y Ordenadores **Capítulo 7**
 - disponibilidad creciente 372-373, implicaciones en la enseñanza de las matemáticas 374
- Calculadoras 376-395
 - no perjudican la capacidad de cálculo 377, sigue siendo necesaria la comprensión matemática 378, motivan a los alumnos 379-380, esencial que se tengan buenos hábitos de uso 381, uso en la enseñanza primaria 384-388,

- uso en la enseñanza secundaria 389-392, deben reemplazar las tablas de logaritmos 391, provisión de calculadoras en las escuelas secundarias 393-394, uso en los exámenes 395
- Informática 396-401
no forma parte de las matemáticas 397, demanda de profesores de matemáticas 398-400, demanda de personal asesor 401
- Ordenadores 402-413
pueden ayudar en la enseñanza de las matemáticas 402-406, se necesita más software 407, uso en la enseñanza primaria 408-409, uso en la enseñanza secundaria 410-411, uso por alumnos individuales 412-413
- Calculadoras, uso en el trabajo de 73-74, 133, 134
- Calculadoras en los exámenes, uso de 395
- Cálculo 70-72, 263-268, 298-303
comienzos de 304-305, mental 70, 254-256, 316, del tiempo 301
- Cambio de escuela 428-435
- Canadá 790
- Certificado de Educación para Postgraduados (PGCE) 666-667, 680-684
- Certificado de Enseñanza Secundaria (CSE) 68, 105, 150, 162, 189, 194-197, 440-441, 443-447, 470, 472, 519-520, 535, 537, 541, 599-601, Figura E
- Certificado General de Educación (CGE) Cap. 10, Cap. 11
- Ciudad y Gremios del Instituto de Londres (CGLI) 115, 149, 151, 159-160, 165
- Competencia numérica (Numeracy) 35-39
- Comprensión 231-233
- Confederación de la Industria Británica (CBI) 43, 50
- Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, Cuarto 209, 212
- Consejo de Enseñanza Empresarial (BEC) 113, 115, 149, 154-158, 164, 168
- Consejo de Enseñanza Técnica (TEC) 113, 115, 149-153
- Consejo de Titulaciones Académicas Nacionales (CNAA) 167, 577, 670, 686
- Consejo Asesor de la Enseñanza Permanente y de Adultos (ACACE) 14-15, 18
- Consolidación y práctica 248
- Construcción 138-140
- Continuidad 427-435
- Coordinador de matemáticas, el 354-358, 723, 772-773
- Coordinación escuela/trabajo 99-116
- Corrección de las pruebas de selección de los empresarios 95
- Corrección del trabajo de los alumnos 415-417
- Cualificación de los profesores, niveles de 625-631
- Cualificación matemática de los estudiantes universitarios 170-182
- Currículo
primaria 286-324, secundaria 451-482, las matemáticas en el 325-329, 483-485
- Currículo, cursos de 676-686
- Curso, sexto ver las matemáticas en el sexto curso
- Cursos BEC 154-158
- Cursos CGLI 159-160
- Cursos de currículo y cursos de metodología en la formación inicial 676-686
- Cursos Enlace 114
- Cursos de formación inicial** Capítulo 14
Vías para la docencia 666-667
Titulaciones requeridas para estos cursos 668-669
Cambios recientes en la formación del profesorado 670
Opiniones de los profesores recientemente formados 671-674
Formación profesional 675-691
cursos de currículo y de metodología 676-686, preparación para la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias e intermedias 679-680, preparación para la enseñanza especializada de matemáticas 681-684, asignación de tiempo a los cursos de currículo y de metodología 685-686, experiencia escolar 687-691
Requisitos para emprender la formación inicial 692-694
Cursos de especialización en matemáticas del BEd 695-699
tamaño de los grupos 696-698
Equilibrio dentro de los cursos de formación inicial 700-701
Iniciación 702-706
Evolución futura 707-713
necesidad de revisar y evaluar los cursos 708
supervisión por parte de la Inspección Escolar 710
- Cursos de Licenciatura en los estudios de matemáticas 180-181
- Cursos de Licenciatura en ingeniería y tecnología 182
- Cursos de Licenciatura en las universidades 642-647
- Cursos RSA 161
- Cursos TEC 150-153

CH

Chicas

rendimiento matemático 208-216, necesidad de aumentar el número de las que cursan nivel A en matemáticas 647, *ver también* Ap. 2

D

Departamento de Educación y Ciencia (DES) estudio sobre la escasez de profesores en la escuela secundaria 621, estudio del 10% de alumnos que salen de la escuela 193-195, Apéndice 1, estudio de 1977 sobre el personal de las escuelas secundarias 623-633, Apéndice 1

Departamento de matemáticas, director del 507-517, 721, 723

Desempleo entre los alumnos que salen de la escuela 51-52, figura A

«Diferencia de 7 años» 342, 436

Dinamarca 783, 788, 790

Directrices para la enseñanza de las matemáticas 359-362

Discusión 246

Distribución del personal docente 502-506

E

Edad de escolarización obligatoria, aumento de la 52, 440

Elementos en la enseñanza de las matemáticas 240-241

Encuestas del DES

sobre el diez por ciento de Alumnos que salen de la Escuela 193-195, Apéndice 1, sobre el Personal de Escuelas Secundarias 623-633, Apéndice 1, sobre la Escasez de Profesores en las Escuelas Secundarias 621

Enfermería, Puericultura y 145-148

Enseñanza de las matemáticas 225-241

a los alumnos cuya primera lengua no es el inglés 221-224, enseñanza compartida 505, enseñanza en equipo en las escuelas primarias 351, en Gales 217-220, medios para *ver* Medios, organización de los grupos 348-352, 491-501, práctica en el aula 242-252

Enseñanza de las matemáticas en otros países 782-792

Enseñanza primaria *ver* Matemáticas en la enseñanza primaria

Enseñanza secundaria *ver* Matemáticas en la enseñanza secundaria

Enseñanza superior y postsecundaria, necesidades matemáticas en la *ver* Necesidades matemáticas en la enseñanza superior y postsecundaria

Escocia 748, 785

Escolaridad obligatoria, aumento de la 52, 440

Escuelas Intermedias 629, 768-773

Especialistas 125-127

Especialización en matemáticas en el BEd, cursos de 695-699

Estadística relativa a la enseñanza de las matemáticas, información 793-797, Apéndice 1

Estadística, cursos de nivel A 566-575, nivel I 597

Estadística, enseñanza de la 774-781

Estados Unidos de América 783, 788, 790, 791

Estimación 78, 257-262

Evaluación y continuidad Capítulo 8

Evaluación 414-426

corrección 415-417, debe ser diagnóstica y formativa 415-416, no es posible corregir cada trabajo 417, registro del proceso 418-419, exámenes 420-423, propósito de los exámenes 420, pruebas estandarizadas 421-423, evaluación 424, Unidad de Evaluación del Rendimiento 425-426, exámenes prácticos 426

Continuidad 427-435

dentro de la escuela 427, el cambiar de escuela 428-435

Evaluación del Rendimiento, Unidad de (APU) 205-206, 340, 425-426, 453, 534

Exámenes a los 16 años, los Capítulo 10

Principios fundamentales 521

Sistema de examen único 522-530

propuesta 524-530, ejercicios «centrados» 524-526, niveles de referencia 530

Evaluación por el profesor 531-536

necesidad de ésta 535, necesidad de formación de los profesores 536

Acreditación del aprovechamiento de los alumnos de rendimiento inferior 537-556, esquemas actualmente aplicados 541-545, nuestra opinión 545-556, pruebas graduadas 547-556, recomendación de un estudio de factibilidad 553, pruebas graduadas en relación con el sistema único 555

Exámenes en la escuela 420-423

Experiencia escolar 687-691

Exposición por el profesor 245

F

- Forma y espacio 292
- Formación inicial ver Cursos de formación inicial
- Formación profesional de los profesores 675-694
- Formación reparadora, provisión por los empresarios de 56-58
- Formularios, uso en el nivel A de 590-594
- Fraciones 75-76, 300
- Francia 785
- Fundación Nacional para la Investigación Educativa (NFER) 640, 671-674, 704
- Fundamentos, los 276-278

G

- Gales
 - Enseñanza de las matemáticas en 217-220
 - Escasez de materiales didácticos 218-220
- Gráficas, trabajo en 293-294
- Grupos de alumnos, organización de los 348-352, 491-501
- Grupos de capacidades dispares 495-498

H

- Holanda 783, 785, 788
- Hostelería 141-143

I

- Incentivos económicos para los profesores de matemáticas 654-664
- Individual, planes de trabajo 499-501
- Informe Crowther 36
- Ingeniería, aprendices de
 - crítica de los candidatos 54-55
 - necesidades matemáticas 126-131
- Ingeniería, Consejo de Formación de la 41, 43, 55
- Ingeniería y Tecnología, estudiantes de 182
- Inglés, resultados en los exámenes de 193-197
- Iniciación, período de
 - para los profesores 702-706, para el personal asesor 736
- Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones (IMA) 655
- Investigación de los alumnos, trabajo de 250-252
- Investigación en enseñanza de las matemáticas 756-757

Investigación en enseñanza de las matemáticas, análisis de la 188, 205-206, 234-237, 240, 241

Investigaciones

Conceptos en Ciencias y Matemáticas de Enseñanza Secundaria (CSMS) 341, 453, 757, *Make it count* 13, necesidades matemáticas en la vida adulta 16-18, necesidades matemáticas en el trabajo ver estudio de Bath y estudio de Nottingham, *las matemáticas y los jóvenes que solicitan empleo* 104, *Proyecto de Enseñanza de la Estadística* (POSE) 775, *Análisis de la investigación en la enseñanza de las matemáticas* 188, 205-206, 234-237, 240-241, opiniones de los profesores recientemente formados 671-674, *gente joven y empleo* 48

J

Jóvenes y empleo 48

L

- Lenguaje, uso en las matemáticas del 306-311
- Libros, uso de 312-314, 476, 563, 615
- Licenciatura, cursos de 642-647
- Lista básica de temas de matemáticas 455-458
- Lógica 295

M

- Matemáticas en la escuela, las** Capítulo 5
 - Rendimiento en matemáticas 189
 - Comparación de resultados de examen en inglés y matemáticas 193-197
 - Actitudes hacia las matemáticas 198-206
 - empleados jóvenes 199-204, discusión en *Análisis de la Investigación* 205-206
 - Padres y escuelas 207
 - Rendimiento matemático de las chicas 208-216
 - las chicas obtienen peores resultados 210, diferentes expectativas entre chicos y chicas 211-213, necesidad de tener en cuenta las diferencias 215
 - Enseñanza de las matemáticas en Gales 217-220
 - Enseñanza de las matemáticas a aquéllos

- cuya primera lengua no es el inglés 221-224
- Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas 225-275
- esencial la confianza 225, materia para usar y divertirse 226-227, dificultades de enseñar y de aprender 228-230
- Comprensión 231-233
- Memoria 234-237
- Aprender de memoria 238-239
- Métodos de enseñanza 240-241
- Práctica en el aula 242-252
- exposición 245, discusión 246, trabajo práctico 247, consolidación y práctica 248, resolución de problemas 249, investigación 250-252
- Cálculo mental 254-256
- Estimación 257-262
- Métodos de cálculo 263-268
- Medida 269-272
- Sistema métrico decimal 273-275
- Fundamentos 276-278
- Matemáticas modernas 279-283
- Matemáticas en la enseñanza primaria, las**
Capítulo 6
- Curriculo de matemáticas en primaria 286-324
- los métodos prácticos no son nuevos 286, trabajo práctico 289-297, medida 291, espacio y forma 292, trabajo gráfico 293-294, lógica 295, actividades generales 296, números y cálculo 298-303, fracciones 300, cálculo del tiempo 301, comienzos del cálculo 304-305, lenguaje 306-311, indicios verbales 309, uso de libros 312-314, matemáticas mentales 315-320, resolución de problemas 321-324
- Vínculos con otras áreas curriculares 325-329
- Alumnos de rendimiento alto 330-333
- Alumnos de rendimiento bajo 334-338
- El rendimiento a los 11 años 339-344
- «diferencia de 7 años» 342
- Actitudes hacia las matemáticas 345-347
- Organización de los grupos de enseñanza 348-352
- agrupamiento vertical 349, agrupamiento basado en el rendimiento 350, enseñanza en equipo 351
- Tiempo semanal dedicado a las matemáticas 353
- El coordinador de matemáticas 354-358
- Directrices para la enseñanza de las matemáticas 359-362
- Programaciones 363-364
- Escuelas pequeñas 365-366
- Metas y objetivos 367-371
- Matemáticas en la enseñanza secundaria, las**
Capítulo 9
- Diferencia en rendimiento entre los alumnos 436-437
- Diferencia entre programa y currículo 438
- Cambios en los últimos veinte años 439-441
- Influencia de los programas de los exámenes nacionales 442-450
- Cursos para los alumnos de 11 a 16 años 451-482
- lista básica de temas de matemáticas 458, medidas para los alumnos de bajo rendimiento 459-466, medidas para los alumnos de muy bajo rendimiento 467-469, medidas para aquellos alumnos a quienes está dirigido el nivel 0 y el CSE 470-473, medidas para los alumnos de alto rendimiento 474-481, ejercicio extraordinario de matemáticas 480-481, medidas para los alumnos de muy alto rendimiento 482
- Matemáticas en el currículo 483-485
- Horario 486-490
- Organización de los grupos de enseñanza 491-501
- enseñanza en grupos homogéneos 493-494, enseñanza en grupos de capacidades dispares 495-498, planes de enseñanza individualizada 499-501
- Distribución del personal docente 502-506
- El director de departamento 507-517
- Matemáticas en el sexto curso, las**
Capítulo 11
- Las matemáticas en el nivel A 558-594
- proporción de estudiantes que prosiguen sus estudios 559, necesidad de que el curso sea equilibrado y coherente 560, la enseñanza en los cursos de nivel A 561-564, aplicaciones de las matemáticas 565-575, núcleo de nivel A 576-578, variedad de programas de nivel A 579-585, control de programas y exámenes 585, matemáticas como asignatura doble 586-589, uso de formularios 590-594
- Las matemáticas de nivel I 595-597
- Cursos de nivel Sub-I 598-601
- Material de referencia para los profesores 616
- Medios para la enseñanza de las matemáticas**
Capítulo 12

Aulas 603-607
 Equipo 608-613
 Exposición de los materiales y trabajos 614
 Bibliotecas 615
 Material de consulta para los profesores 616
 Mecanismos financieros 617
 Mecánica, como parte del curso de matemáticas de nivel A 566-575
 Medida 79-81, 269-272, 291
 Memoria 234-237
 Memoria, aprendizaje de 238-239
 Mental, cálculo 202, 254-256, 316
 Mentales, matemáticas 315-320
 Metas y objetivos en la enseñanza primaria 367-371
 Metodología, cursos de 676-686
 Métodos de cálculo 263-268
 Métrico decimal, sistema 273-275
 Microordenadores *ver* Calculadoras y Ordenadores
 Modernas, matemáticas 279-283
 Mujeres y matemáticas 216

N

Necesidades matemáticas en el trabajo, las
 Capítulo 3
 Opiniones expresadas antes de la formación de la Comisión 40-44
 Opiniones de los empresarios expresadas a la Comisión 45-58
 poco descontento real 46, cambio en los niveles de reclutamiento 50, relación entre críticas y desempleo 51-52, formación reparadora 56-58
 Investigaciones 59-66
 Resultados de las investigaciones 67-82
 rango de las matemáticas necesarias 68, métodos de cálculo 70-72, uso de calculadoras 73-74, fracciones 75-76, álgebra 77, estimación 78, medida 79-81, unidades métricas e imperiales de medida 82
 Implicaciones para el aula 83-86
 Pruebas de selección de los empresarios 87-98
 razones para usarlas 88, falta de formación de quienes las aplican 91, nivel de las pruebas 92-93, preguntas ambiguas 94, métodos de corrección 95, proporcionar modelos de examen 96, pruebas compartidas por grupos de empresarios 97 *ver también* SLAPONS

Coordinación 99-116
 escuelas/empresarios 99-112, grupos locales 103, identificación de las necesidades matemáticas 104-106, materiales de clase 107-109, visitas 110, comisiones para profesores 111-112, escuelas/FE 113-115, cursos enlace 114, necesidad esfuerzos para mantener la coordinación 116
 Futuro 117-119
 Necesidades matemáticas de algunas áreas de empleo 120-148
 obreros 122-124, especialistas 125-127, técnicos 128-132, trabajo de oficinas 133, venta al pormenor 134, agricultura 135-137, construcción 138-140, hostelería 141-143, trabajo con ordenadores 144, puericultura y enfermería 145-148
Necesidades matemáticas en la enseñanza superior y postsecundaria, las Capítulo 4
 Enseñanza postsecundaria 149-166
 cursos TEC 150-153, cursos BEC 154-158, cursos CGLI 159-160, cursos RSA 161
 Ajuste entre escuela, trabajo y enseñanza postsecundaria 162-166
 Enseñanza superior 167-182
 sector no universitario 167-169, sector universitario 170-182, Registro Estadístico de Universidades 170, universitarios con nivel A en matemáticas 173-179, universitarios con matemáticas de nivel A como asignatura doble 177-179, cursos de licenciatura en los estudios de matemáticas 180-181, disminución de quienes tienen nivel A como asignatura doble 180, cursos de licenciatura en ingeniería y tecnología 182
 Las necesidades matemáticas de las asociaciones profesionales 183-186
Necesidades matemáticas en la vida adulta, las Capítulo 2
 La investigación 16-18
 Resultados de la investigación 19-30
 sentimientos de ansiedad 20-22, uso de aproximaciones 23, antipatía por las matemáticas 24-25, comprensión de los porcentajes 26-27, lectura de gráficas y tablas 28, uso de calculadoras 29, estrategias para enfrentarse a las situaciones 30
 Necesidades matemáticas en la vida adulta 31-34
 Competencia numérica 35-39
 Nivel A, matemáticas en el *ver* Sexto curso

Nivel I, matemáticas en el 595-597
Nivel O, matemáticas en el 150, 162, 189,
194-197, 439-441, 448, 470-472, 519-
520, 535, 599-601, figura E, figura F
Nottingham, estudio de 45, 59-66, 68-69,
71, 73, 77, 104, 166, 199, 446
Núcleo común en el nivel A 576-578
Núcleo común de 11 a 16 años 451-452
Nuffield, proyecto de matemáticas 286, 725
Numérica, competencia (Numeracy) 35-39
Números y el cálculo, los 298-303

O

Objetivos en la enseñanza primaria, metas y
367-371
Obreros 122-124
Oferta de profesores de matemáticas, la Capí-
tulo 13
La situación presente 620-633
escuelas primarias 620, secundarias
621-633, encuesta del DES sobre per-
sonal de escuelas secundarias 623-
633, niveles de titulación de los profe-
sores 625-631, el profesorado de las
escuelas intermedias 629, la ense-
ñanza de los alumnos más pequeños
en las escuelas integradas 630, distri-
bución de los profesores con titulación
adecuada 632-633
Tasas de incorporación y abandono de la
docencia 634-636
Métodos para aumentar la oferta 637-650
mejorar imagen pública 640, mayores
esfuerzos para reclutar profesores 641,
cursos de licenciatura 642-647, alen-
tar a las mujeres a que estudien mate-
máticas 647, acceso a la enseñanza
desde otras ocupaciones 648-649,
cursos de formación y perfecciona-
miento 650
El empleo de profesores de primaria para
secundaria 651
Ayudas durante la formación 652-653
Incentivos financieros 654-664
retribución adicional a los profesores
de matemáticas 655-664
Necesidad de contratar profesores de
matemáticas recientemente formados 665
Oficina, trabajo de 133
Open University 752-753, 762
Opiniones de los profesores recientemente
formados 671-674
Ordenadores 402-413
informática 396-401, empleo en cálcu-

los 144, *ver también* Calculadoras y
Ordenadores

Organización de grupos de enseñanza
primaria 348-352, secundaria 491-
501

Otras cuestiones Capítulo 16
escuelas intermedias 768-773, ense-
ñanza de la estadística 774-781, la
enseñanza de las matemáticas en otros
países 782-792, información estadís-
tica relativa a la enseñanza de las
matemáticas 793-797

P

Padres, actitudes de los 24, 207
Pasos para avanzar Capítulo 17
cambios en los últimos años 799,
necesidad de grandes cambios en la
enseñanza de las matemáticas 800-
801, necesidad de mejorar la cualifi-
cación global del profesorado 802,
grupos y entidades a quienes se
requiere una respuesta 803-809, ne-
cesidad de apoyar y animar la puesta
en práctica del cambio 810
Perfeccionamiento de los profesores de
matemáticas *ver* Ayuda al perfecciona-
miento
¿Por qué enseñar matemáticas? Capítulo 1
Razones de su enseñanza 2-8
medio de comunicación 3-4, uso en
otros campos 5, interés inherente 7
Dificultades en su aprendizaje 10-11
Consecuencias para los profesores 12
Porcentajes 26-27, 72, 266
Posición, valor de 298-299, 341-342
Postsecundaria, enseñanza *ver* Necesidades
matemáticas de la
Práctica y consolidación 248
Práctico, Trabajo 247, 289-297
Primaria, enseñanza *ver* Matemáticas en la
enseñanza primaria, las
Profesores de matemáticas
afiliación a asociaciones profesionales
730-731, ayuda al perfeccionamiento
Cap 15, comisiones en la industria y el
comercio 111-112, distribución dentro
del departamento de matemáticas 502-
506, formación inicial cap. 14, incen-
tivos financieros 654-664, materiales
de referencia para 616, métodos para
aumentar la oferta 637-650, necesidad
de mejorar la imagen pública 640,
necesidad de mayores esfuerzos de
reclutamiento 641, niveles de titula-

ción 625-631, reuniones con otros profesores 725-729, tasas de incorporación y abandono 634-636, transferencia desde otros empleos 648-649, utilización de profesores recientemente formados 665, utilización para enseñar otras materias 632-633

Probabilidad y estadística en el nivel A 566-575

Problemas, resolución de 249, 321-324
Profesional para profesores, formación 675-694

Profesionales, necesidades matemáticas de las asociaciones 183-186

Profesores, niveles de cualificación de los 625-631

Programaciones 363-364, 510

Proyecto de Enseñanza de la Estadística (POSE) 775

Proyecto de Matemáticas Escolares (SMP) 108, 279-281, 581

Pruebas del APU *ver* Evaluación del Rendimiento, Unidad de

Pruebas estandarizadas en las escuelas 421-423

Pruebas graduadas en matemáticas 547-556

Pruebas de selección de los empresarios 87-98

Puericultura y enfermería 145-148

Puestos de trabajo para los alumnos que salen de la escuela 51-52, figura A

Puras en el nivel A, matemáticas 565, 576-578

R

Radio y televisión 754-755

Real Sociedad de Letras (RSA) 98, 149, 161

Recuperación, clases de 337-338, 467-469

Referencia en los exámenes a los 16 años, niveles de 472, 530

Referencia para los profesores, material de 616

Registro del progreso de los alumnos 418-419

Registro Estadístico de Universidades 170, 180 (notas), 795

Rendimiento, alumnos de alto 330-33, 474-482

Rendimiento, alumnos de bajo 334-338, 459-469

Rendimiento en matemáticas

a los 11 años 339-344, niveles esperables 189, «perfil» 190, alumnos de alto rendimiento 330-333, 474-481, alumnos de bajo rendimiento 334-

338, 459-466, alumnos de muy alto rendimiento 331, 482, alumnos de muy bajo rendimiento 337-338, 467-469

Resolución de problemas 249, 321-324

S

Salarios, escala Burnham de 654, 658-662, 750

Secundaria, enseñanza *ver* Matemáticas en la enseñanza secundaria, las

Sexto Curso, las matemáticas en el *ver* Matemáticas en el sexto curso, las

Sistema métrico decimal 273-275

SLAPONS (Perfil de Conocimientos Numéricos de los alumnos que salen de la Escuela) 98, 541, 543

Software para ordenadores 407, 409, 411

Superior, enseñanza *ver* Matemáticas en la enseñanza superior y postsecundaria

T

Tablas de logaritmos, uso de las 391

Técnicos 128-132

Televisión y radio 754-755

Trabajo, las necesidades matemáticas en el *ver* Necesidades matemáticas en el trabajo, las

Trabajo con ordenadores 144

U

Unidad de Evaluación del Rendimiento (APU) 205-206, 340, 425-426, 453, 534

Unidades Imperiales 82, 273-275

Universidad Abierta (Open University) 752-753, 762

Uso de calculadoras en los exámenes 395

Uso de formularios en el nivel A 590-594

Uso de las matemáticas por los adultos en la vida diaria 16 (nota)

V

Valoración 424

Venta al pormenor 53, 134

Vida adulta, las necesidades matemáticas en la *ver* Necesidades matemáticas en la vida adulta, las

Visitas de profesores a otras escuelas 728

Visitas escuela/industria 110



Apéndice de la Edición Española

Con el fin de facilitar la comprensión de algunos aspectos del informe, se da aquí una descripción breve de algunos rasgos del sistema educativo de Inglaterra y Gales.

Características generales

En el nivel de enseñanza a que se refiere el informe, hay en Inglaterra y Gales un amplio predominio del sector público. A este sector se refieren, en general, las opiniones y recomendaciones del informe. Sin embargo, el sector privado, más selectivo y caro, tiene una influencia social apreciable.

La administración educativa está fuertemente descentralizada. Comparten la responsabilidad de la educación en las escuelas del sector público, el gobierno central, a través del Departamento de Educación y Ciencia (DES) —en Gales, a través de la Secretaría de Estado para Gales—, y los gobiernos locales al nivel de condado, a través de las Autoridades Educativas Locales (LEA). El gobierno central es responsable del control de las construcciones escolares, de la oferta y formación del profesorado y del mantenimiento de niveles mínimos de rendimiento. En esta última tarea le ayuda la Inspección Escolar de Su Majestad (HMI), cuyos miembros supervisan la eficiencia de las escuelas y *colleges* (incluyendo el sector privado) y asesoran al gobierno.

Por su parte, los gobiernos locales son responsables del funcionamiento de las escuelas, incluyendo personal y currículo, y tienen la iniciativa de las construcciones escolares (sujeta ésta a la aprobación del gobierno central). Realizan más del 80 por ciento del gasto nacional en educación, pero el dinero correspondiente a algo más de la mitad de este gasto lo reciben del gobierno central. El resto procede de impuestos locales. Cada LEA tiene sus propios inspectores y asesores.

Al mismo tiempo, cada centro conserva un amplio margen de autonomía respecto al currículo y al funcionamiento diario, y gran capacidad de decisión respecto a la contratación de personal.

Fruto en gran medida de la descentralización y autonomía antes mencionadas, existe en Inglaterra y Gales una gran

diversidad curricular, que se traduce en el elevado número de asignaturas que se imparten, de opciones que se ofrecen al alumno, de programas y de métodos. Este ambiente es naturalmente propicio a la innovación didáctica y, en particular, a la aparición de «proyectos de desarrollo curricular», que es uno de los modos allí habituales de manifestarse tal innovación.

Se observa en los últimos años una amplia y rica discusión sobre la educación, con muchos aspectos conflictivos. En la base de gran parte de esta discusión se encuentra el concepto de «responsabilidad» (*accountability*), según el cual los agentes del sistema educativo, y en particular los profesores, son responsables ante la sociedad del buen funcionamiento de dicho sistema y, por tanto, han de dar cuenta a ella de su labor y de sus resultados. La idea así expresada es de sentido común, pero su realización práctica —a quién, de qué, y mediante qué procedimientos, hay que dar cuenta— es inevitablemente política¹. En Gran Bretaña, la discusión referente a esta idea se ha centrado en cuatro aspectos: niveles de rendimiento, contenido del currículo, participación de los padres y funcionamiento de los centros de enseñanza. Ha producido algunos efectos beneficiosos, entre ellos una profunda reflexión sobre muchos aspectos de la educación, y especialmente sobre el currículo. También ha causado perjuicios, concretamente al sacrificar muchas posibilidades de experimentación y reflexión en las aulas, debido a una tendencia a controlar y valorar, sólo en sus resultados inmediatos y medibles, la enseñanza impartida a los alumnos.

(1) Cf. Michael Eraut. *Accountability and Evaluation*, en B. Simon and W. Taylor (ed.). *Education in the eighties*; págs. 146-162. London, Batsford Academic and Educational Ltd. 1981.

Exámenes nacionales

(2) Véase glosario de términos al final de este apéndice.

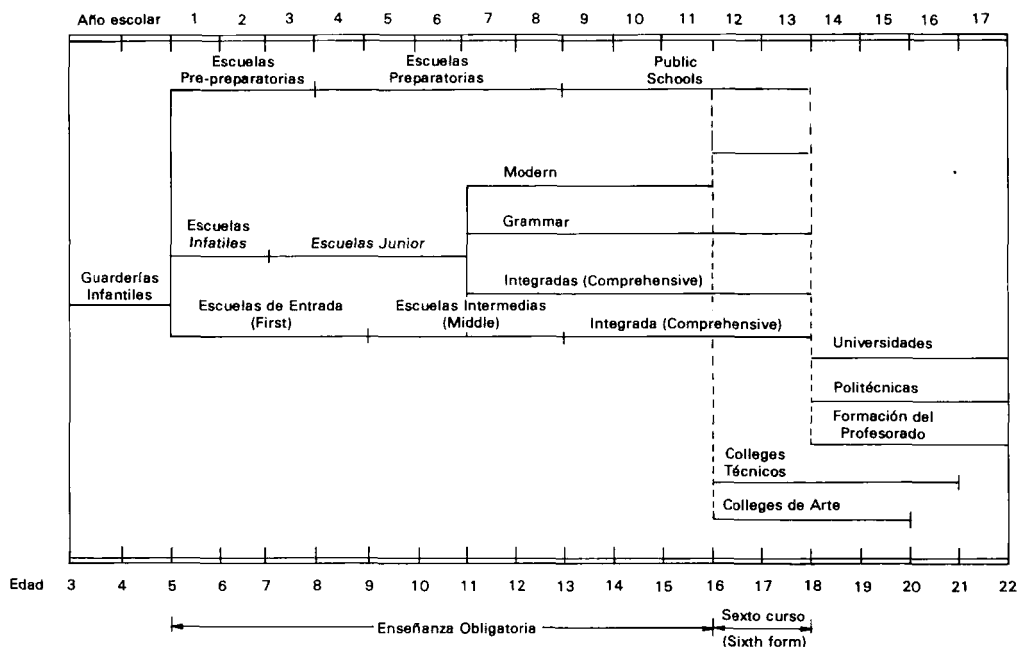
Los exámenes nacionales públicos (principalmente los correspondientes al GCE nivel O, al CSE y al GCE nivel A² tienen una gran importancia en Inglaterra y Gales. Aparte de su papel obvio de selección académica y de acreditación, mediante el correspondiente certificado, del rendimiento de los alumnos en las diferentes asignaturas, ejercen una fuerte influencia sobre la enseñanza impartida, como se señala en el informe, constituyéndose así en un factor de homogeneización de contenidos y de métodos. El sistema de exámenes está actualmente en revisión, en el sentido de las propuestas hechas en este informe.

Centros

(3) Véase figura 1.

Frente a la sencillez terminológica y funcional de los centros educativos de primera y media en España, se da en Inglaterra y Gales una gran variabilidad³, atribuible en parte a circunstancias políticas recientes. Los centros varían, tanto en el rango de edades de sus alumnos, como en el carácter más o menos académico de la enseñanza que imparten y en el hecho de que la admisión de alumnos sea selectiva o no. Los centros más numerosos y representativos de la enseñanza secundaria pública son las Escuelas Integradas (**Comprehensive Schools**), que atienden a más del 80 por ciento del alumnado de esta

Figura 1. La educación en Gran Bretaña, según la edad.



edad (de 11 a 18 años). Ofrecen a todos los alumnos de su zona una amplia variedad de cursos, tanto de carácter académico como de carácter práctico. Su puesta en marcha, en virtud de una ley presentada en 1976 por el gobierno laborista, significó un esfuerzo integrador y democratizador frente al sistema selectivo antes imperante. No obstante, quedan aún varios cientos de centros del anterior sistema, **Grammar Schools** (académicos y selectivos), **Modern Schools** (prácticos) y unas pocas **Technical Schools**.

La gestión de los centros públicos es distinta a la existente en España. El director (**headteacher**) no es un profesor impartiendo clases en el centro, sino un profesor que, habiendo alcanzado la categoría profesional de director, es contratado por la LEA para dirigir un centro. Sus competencias y autonomía son mayores que las de sus homólogos españoles, especialmente en la contratación de personal. El órgano que allí se correspondería con el Consejo de Dirección en España, tiene una composición más ajena al propio centro y más dependiente de la LEA. Sólo recientemente, desde el año 1980, hay padres y profesores del centro en él, pero constituyen una pequeña proporción en dicho órgano. Actualmente,

la composición y competencias de esta institución son objeto de debate, en el marco de la discusión general sobre «responsabilidad».

Profesores

Los profesores están sometidos a una legislación laboral parecida a la del resto de los trabajadores. Su estatus profesional y salarial es muy variable. Definido mediante escalas y grados, se traduce en notables diferencias de sueldo, pero ligadas éstas más a los cometidos desempeñados que a la antigüedad. Como ejemplo, un director gana aproximadamente el doble que un profesor medio.

La afiliación de los profesores a asociaciones profesionales y sindicatos es casi total. Un solo sindicato de profesores, el NUT, vinculado a las **Trade Union**, tiene más de 200.000 afiliados.

En los últimos años se da una escasez apremiante de profesores de matemáticas (también de física). Incluso los centros de formación inicial están viendo disminuir su matrícula en lo que se refiere a aspirantes a profesor de matemáticas. Esta situación, ya patente cuando se realizó el informe, aunque quizá más grave en la actualidad, motivó la criticada propuesta del informe, según la cual se ofrecerían a los profesores de matemáticas incentivos adicionales, tanto económicos como profesionales.



Glosario de términos

Comisión de Investigación

Comisión ad hoc nombrada por el Gobierno para investigar y hacer recomendaciones en un área de interés. Los miembros suelen proceder de asociaciones profesionales, universidades, gobierno local y personas de experiencia relevante en esa área. Representan un modo de proceder habitual en Gran Bretaña. En el campo de la educación ha habido muchas en los últimos años. Aparte de la Comisión Cockcroft, cuyo informe es el objeto de este libro, son conocidas la Comisión Crowther (aumento de la edad de escolarización obligatoria hasta los 16 años, 1959), la Comisión James (reorganización del profesorado, 1972), y la Comisión Bullock (enseñanza de la lengua inglesa, 1975), entre otras.

CSE (Certificado de Enseñanza Secundaria)

Examen nacional público, por asignaturas individuales, realizado a los 16 años (puede hacerse después de los 16 años, sin limitaciones de edad). Está previsto para alumnos de capacidad media. La nota se expresa en Grados del 1 al 5. El Grado 1, el más alto, es equivalente a un aprobado en el examen de nivel 0 del GCE. Actualmente, está revisándose el sistema de exámenes nacionales a esta edad (CSE y GCE nivel 0) para establecer un examen único.

Enseñanza Postsecundaria

Traducción de la expresión inglesa **Further Education**. Estrictamente hablando, la Enseñanza Postsecundaria incluye a toda la Enseñanza Superior, pero habitualmente se usa el término Enseñanza Postsecundaria para referirse a toda la enseñanza impartida a un alumno tras salir de la escuela, exceptuando la impartida en las universidades (sí incluye, sin embargo, la cursada en las Politécnicas). Su orientación es, en general, de tipo profesional.

Escuelas Independientes

No reciben ayuda económica del estado. Son autónomas en su funcionamiento, estando sometidas únicamente a la inspección del HMI. Las más famosas de este tipo son las llamadas «**Public Schools**», muy caras y selectivas, y de gran prestigio social.

Escuelas Mantenidas

Con esta denominación, traducción del término **maintained schools**, se conoce a las escuelas del sector público. Aunque la mayor parte han sido creadas por las LEA, también se deno-

minan así algunas escuelas regidas por órdenes religiosas pero vinculadas legalmente a la LEA.

Se dividen en Escuelas de Condado (**County Schools**) y Escuelas Voluntarias (**Voluntary Schools**). Las primeras son estrictamente públicas y constituyen dos tercios del total. Las segundas pueden ser, a su vez, Escuelas Controladas (**Controlled Schools**), Escuelas Ayudadas (**Aided Schools**) y Escuelas de Acuerdo Especial (**Special Agreement Schools**) y varían en el número de personas designadas por la LEA en el **Body of Managers** (en primaria) o **Body of Governors** (en secundaria) —órganos correspondientes al Consejo de Dirección en España—, y en la parte del gasto correspondiente a la LEA. En todos los casos, la LEA paga a los profesores.

GCE (Certificado General de Educación)

Examen nacional público, realizado por asignaturas individuales. Sus dos niveles más importantes son el Ordinario (nivel O) y el Avanzado (nivel A). El nivel O se aborda a los 16 años, aunque puede hacerse después de esa edad, sin limitación. Está previsto para los alumnos de mayor rendimiento (el 20 por ciento superior de la escala). La nota se expresa en Grados que van del A al E. Los grados A, B y C corresponden al aprobado. El examen de nivel A se hace habitualmente a los 18 años, tras el sexto curso (**sixth form**). Para acceder a estudios superiores, es requisito necesario tener unos resultados satisfactorios en los exámenes de nivel O y de nivel A de las asignaturas pertinentes.

HMI (Inspección Escolar de Su Majestad)

La constituyen funcionarios cualificados del Departamento de Educación y Ciencia. Tienen bastante influencia e independencia profesional. Inspeccionan regularmente las escuelas y **colleges** e informan al Secretario de Estado. Los centros privados caen también dentro de su ámbito de acción.

Licenciatura

Traducción en este libro del término inglés **first degree course**. Su significado no es exactamente el mismo que en España. Aunque el número de años del **first degree** varía según las carreras, suele ser de 3 ó 4. El título resultante se llama, salvo en Escocia, **Bachelor**. Al estudiante que ha completado un **first degree** se le llama **graduate**, traducido aquí por «licenciado».

Hay dos clases de licenciatura. La primera cubre más materias y se llama **ordinaria** o **general**, y la segunda, más especializada, recibe el nombre de **honours**. Como requisitos de entrada suelen exigirse dos o tres certificados de nivel A. Titulaciones para postgraduados superiores al **first degree**, son el **mastership** y el **doctorado**.

El informe Cockcroft es el estudio más completo publicado sobre la enseñanza de las matemáticas que se haya publicado en cualquier país.

Ha sido fruto del trabajo de tres años de una amplia comisión investigadora y en él se trata exhaustivamente la situación de esta enseñanza en Inglaterra y Gales.

Centrado en los niveles primario y secundario, la cuestión principal que se plantea es: **QUÉ MATEMÁTICAS HAN DE APRENDER LOS ALUMNOS y CÓMO HAN DE ENSEÑARSE.** Ningún aspecto relevante de esta cuestión se omite en el informe.

Analiza con claridad los aspectos sociales, didácticos y organizativos, y, apoyado en una sólida visión de conjunto, realiza recomendaciones certeras y propuestas coherentes que se refieren a programas (diferentes programas para diferentes alumnos, a partir de una interesante lista de contenidos básicos), a métodos (flexibilidad y variedad), a exámenes (cambio en el sistema de exámenes de nivel 0) y a personal docente entre otros asuntos.

La publicación del Informe ha sido muy bien acogida en el Reino Unido, y se acepta en general como un buen marco de referencia para la discusión de los problemas, y un punto de partida válido para afrontarlos.

También en España será de gran utilidad para todas las personas interesadas en la enseñanza de las matemáticas.

