

APRENDIENDO
A CONTAR.
SU RELEVANCIA
EN LA COMPRENSION
Y FUNDAMENTACION
DE LOS PRIMEROS
CONCEPTOS
MATEMATICOS

VICENTE BERMEJO
M^a OLIVA LAGO

C·I·D·E·

APRENDIENDO
A CONTAR.
SU RELEVANCIA
EN LA COMPRENSION
Y FUNDAMENTACION
DE LOS PRIMEROS
CONCEPTOS
MATEMATICOS

VICENTE BERMEJO
M^a OLIVA LAGO

C·I·D·E·

**APRENDIENDO A CONTAR.
SU RELEVANCIA EN LA
COMPRESION Y
FUNDAMENTACION DE LOS
PRIMEROS CONCEPTOS
MATEMATICOS**

**Vicente Bermejo
M^a Oliva Lago**

**ESTUDIO FINANCIADO CON CARGO A LA CONVOCATORIA DE
AYUDAS A LA INVESTIGACION DEL C.I.D.E.**

BERMEJO FERNANDEZ, Vicente

Aprendiendo a contar : su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos / Vicente Bermejo Fernández, M^a Oliva Lago Marcos. – Madrid : Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia : C.I.D.E., 1991.

1. Matemáticas 2. Cálculo 3. Proceso de aprendizaje 4. Educación, de la primera infancia
I. Lago Marcos, María Oliva

© MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA

C.I.D.E. Dirección General de Renovación Pedagógica.
Secretaría de Estado de Educación.

EDITA: CENTRO DE PUBLICACIONES - Secretaría General Técnica.
Ministerio de Educación y Ciencia.

Tirada: 1.000 ej.

Depósito Legal: M-32921-1991

NIPO: 176-91-124-6

I.S.B.N.: 84-369-2017-1

Imprime: GRAFICAS JUMA

Plaza de Ribadco, 7-I. 28029 MADRID

INDICE

INTRODUCCION	5
PARTE I: MARCO TEORICO	11
1.1. LOS PRINCIPIOS DEL CONTEO	11
1.1.1. El principio de correspondencia uno-a-uno	11
1.1.2. El principio de orden estable	22
1.1.3. El principio de cardinalidad	27
1.1.4. El principio de abstracción	35
1.1.5. El principio de irrelevancia del orden	36
1.2. MODELOS DE CONTEO	37
1.3. OPERADORES DE CUANTIFICACION	46
1.3.1. El "subitizing" o percepción inmediata	46
1.3.2. La estimación	53
1.4. ESTUDIOS SOBRE EL CARACTER FUNCIONAL DEL CONTEO	55
1.5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	65
PARTE II: PLANTEAMIENTO EXPERIMENTAL Y DISCUSION DE RESULTADOS	75
2.1. DISEÑO EXPERIMENTAL	75
2.2. ANALISIS Y DISCUSION DE RESULTADOS	78
2.2.1. Análisis estadísticos	78
2.2.2. Discusión de resultados	85
2.2.3. Estudio de estrategias	91
CONCLUSIONES	106
BIBLIOGRAFIA	109
ANEXO	117

INTRODUCCION

Cada día se insiste más en la necesidad de fundamentar convenientemente las primeras adquisiciones del niño, con el fin de facilitar y garantizar un desarrollo posterior firme y equilibrado. En este sentido, no sólo existe un consenso unánime de todos los psicólogos infantiles sobre la relevancia de los primeros años del niño, tal como puede constatarse en la abundancia de estudios aparecidos últimamente en torno al desarrollo temprano; sino que la misma sociedad está prestando cada vez más atención, hasta ahora insuficiente sin embargo, a los primeros años del niño y a los años que preceden la escolaridad formal. Igualmente, las teorías del aprendizaje resaltan en general la importancia de asentar convenientemente los primeros aprendizajes que van a apuntalar las adquisiciones posteriores.

Desde esta óptica, venimos realizando, desde hace pronto una década, una serie de trabajos sobre el aprendizaje de las primeras nociones o conceptos matemáticos que pretenden responder al reto del alto fracaso escolar en este área. Así, hemos analizado minuciosamente cómo cuentan los niños, identificando los errores típicos, sus dificultades y estrategias que utilizan más frecuentemente en situaciones de cuantificación (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1989). Hemos presentado igualmente una secuencia de etapas, novedosas en la literatura en torno a este tema, que seguirían los niños normalmente en la adquisición de la noción de cardinalidad (Bermejo y Lago, 1990). En el ámbito de la adición hemos llevado a cabo un conjunto de investigaciones que estudian diferentes aspectos de esta operación, tal como sus fundamentos cognitivos (Bermejo y Rodríguez, 1987b), modo de representar los sumandos (Bermejo y Lago, 1988), la estructura semántica de los problemas verbales de adición (Bermejo y Rodríguez, 1987a), errores típicos, principales estrategias y factores más relevantes que inciden en la

resolución de las tareas aditivas (Bermejo y Rodríguez, 1990). Para tener una visión general de nuestras investigaciones en relación con los trabajos más interesantes realizados en la comunidad científica internacional, remitimos al lector a nuestro libro *El niño y la aritmética* (1990).

El trabajo de investigación que presentamos aquí está estrechamente relacionado con los estudios que hemos realizados hasta ahora, siguiendo un enfoque y unas líneas teóricas similares. Una vez más pretendemos aportar soluciones que contrarresten las escandalosas cotas de fracaso escolar en este área y, de algún modo, respondan al interrogante que hace dos décadas planteaba Bereiter (1971) como título de uno de sus trabajos: "¿Por qué son tan horribles las matemáticas?" En concreto, nos centramos en torno a la habilidad de contar para examinar, no tanto *cómo* cuentan los niños, sobre lo cual existen numerosos trabajos y nosotros mismos ya hemos analizado anteriormente, sino *cómo* y *cuándo* aplican el conteo. En otras palabras, nos interesa menos aquí el *saber cómo* que el *saber para qué* sirve esta habilidad. Dicho de otro modo, pretendemos analizar *cómo* y *cuándo* los niños saben que el conteo es un medio de cuantificación, o, en términos de Klahr y Wallace (1976), un operador cuantificador. Este aspecto está muy poco estudiado y, sin embargo, tiene una importancia capital, como vamos a ver.

En el ámbito escolar y fuera de él podemos observar que los niños recurren frecuentemente al conteo cuando realizan cualquier actividad aritmética. Así, por ejemplo, constatamos este uso en situaciones de reparto, de adición, de substracción, etc. Por tanto, parece razonable suponer que la habilidad de contar desempeña un importante papel en las primeras adquisiciones numéricas de los niños. En este sentido apuntan las investigaciones que se han venido realizando en los últimos años, tanto las que se centran exclusivamente en torno al conteo, como las que pretenden determinar la capacidad de los niños para resolver problemas verbales o simplemente algoritmos de suma y resta. Aunque los primeros estudios no precisaron de esta segunda línea de trabajo para profundizar en el estudio de las habilidades numéricas informales de los niños, encuentran, no obstante, en ella la vertiente práctica, a nivel de escolarización formal, que justifica aún más si cabe su estudio. De hecho, las primeras habilidades numéricas de los niños consti-

tuyen procedimientos verdaderamente flexibles y robustos, capaces de rebasar el nivel informal y contribuir notablemente en la adquisición de los contenidos aritméticos elementales.

Desde esta óptica, existen posiciones diversas, tanto favorables como desfavorables, acerca de los efectos del conteo sobre las adquisiciones formales de los niños. Veamos las aportaciones más significativas de dos trabajos, que van a servirnos para ilustrar este desacuerdo (Ashfield, 1989; Clements y Callahan, 1983). El primer autor considera impresionante el tipo de trabajos y de tareas que los niños son capaces de realizar cuando inician su escolaridad. Sin embargo, "cuando se pide a estos niños de manera individual que realicen sumas como '8 + 5' les lleva algún tiempo responder, debido a que cuentan a partir de 8 con los dedos, llegando en algunas ocasiones a contar 8 dedos antes de comenzar a añadir los otros 5" (i.e., usan las estrategias comúnmente conocidas por "count-on" y "count-all". Ver, por ejemplo: Bermejo y Rodríguez, 1987a, 1987b, 1988, 1989; Carpenter y Moser, 1982, 1983; Fuson, 1986; Fuson y Secada, 1986; Fuson y Willis, 1988). Ashfield (1989) defiende sin reservas que "este 'laborioso' proceso es el que siguen (los niños) cuando resuelven las tareas escolares que figuran en sus libros".

En la experiencia llevada a cabo por este autor se pone claramente de manifiesto que el conteo es un procedimiento que persiste largo tiempo después de la etapa preescolar, para solucionar problemas sencillos de suma y resta. Sin embargo, Ashfield aconseja a los maestros que erradiquen esta estrategia, presentando a cambio alternativas basadas en la utilización de los dobles y las reglas en función del 10 (i.e., las combinaciones binarias del 10), para "integrarlos en los métodos mentales de suma y resta que los mismos niños inventan" (ver también Hatano, 1982). Este consejo ofrecido a los enseñantes se apoya en la creencia de que el conteo refuerza la concepción del número como la acumulación de "unos", rechazando posibles distribuciones alternativas que podrían realizarse en función de las características de cada situación concreta. En otras palabras, el hábito del conteo podría llevar a reforzar la concepción de los números como una colección de "unos"; de modo que los escolares considerarían el 5, por ejemplo, sólo como $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, en vez de entenderlo como un conjunto de alternativas como $4 + 1$, $2 + 3$, etc.).

Desde esta óptica, Ashfield (1989) considera, por un lado, que el conteo es una importante habilidad en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y, por otro, que puede obstaculizar o retrasar el cálculo mental eficiente, si persiste en su forma "original" en niños evolutivamente más desarrollados. En este sentido, resulta obvio que las estrategias de conteo serían ineficaces tanto en términos de precisión como en términos de tiempo de ejecución. Ahora bien, la evolución del conteo no se refiere sólo a la comprensión de los principios de conteo y su nivel de coordinación, sino también al modo de aplicarlo en diversas estrategias más o menos complejas, como en la suma y resta, tal como se refleja en los resultados de múltiples investigaciones (ver, por ejemplo, Bermejo, 1990; Bermejo y Lago, 1988; Bermejo y Rodríguez, 1987a, 1987b, 1988, 1990; Fuson, 1982).

En una línea diferente, Clements y Callahan (1983) muestran cómo pueden aprovecharse diversas situaciones de conteo, debidamente estructuradas y significativas, para fomentar la comprensión y el uso del conteo, que a su vez mejoraría el nivel de rendimiento de los sujetos tanto en tareas numéricas como en tareas lógicas. Según estos autores, los maestros no tienen necesidad de escoger entre los modelos que rechazan la utilización del conteo y los que reivindican su posición en el marco escolar. Al contrario, sostiene que el entrenamiento en tareas racionales de conteo o en tareas que implican la resolución de operaciones lógicas (clasificación y orden), da lugar a una mejor ejecución del grupo entrenado en las primeras tareas en todas las pruebas utilizadas para su evaluación. En consecuencia, los autores concluyen que los programas escolares deberían incluir tanto tareas de conteo, debidamente estructuradas y claramente significativas para los niños, como otras actividades de índole lógico, de medición, etc.

En consecuencia, parece claro que no es adecuado afirmar de modo taxativo y global que el uso del conteo sea bueno o contraproducente para el aprendizaje matemático en el niño. Al igual que probamos en otro trabajo (Bermejo y Lago, 1988b) que la presencia de material concreto puede favorecer o resultar negativa en la resolución de tareas aditivas, dependiendo entre otros factores de la edad o nivel cognitivo específico de los niños; aquí podría ocurrir algo similar. Por tanto, puede que los niños utilicen generalmente el conteo a una cierta edad, mientras que a otras edades

podrían preferir el uso de otros medios de cuantificación. O puede que esta preferencia se limite a la ejecución de determinadas tareas en contextos más o menos precisos. Puede igualmente que el niño use la estrategia de contar para resolver ciertas tareas, cuando en realidad posee ya otros procedimientos más eficaces, y quizá más precisos, para alcanzar la misma solución. O puede incluso que en edades tempranas los niños cuenten correctamente, pero aún no posean la madurez y flexibilidad suficientes para utilizar el conteo en diferentes situaciones de cuantificación. Este trabajo pretende ofrecer una respuesta a las dudas e interrogantes que acabamos de plantear. En definitiva, trataremos de analizar la presencia probable de diferentes niveles de comprensión de esta habilidad por parte de los niños, centrándonos especialmente en la relativa eficiencia del conteo como operador cuantificador.

Desde esta óptica, los contenidos de este estudio se organizan en dos bloques principales: el contexto teórico en el que se plantea y define el problema o los objetivos perseguidos por esta investigación; y, en segundo lugar, se recoge el diseño experimental, así como los resultados obtenidos de las experiencias o pruebas realizadas con los niños. La primera parte se inicia con el análisis minucioso de los diferentes principios que constituyen la habilidad de contar, insistiendo en aquellos que, a nuestro juicio, son más relevantes. Esta habilidad no es tan simple como pudiera parecer desde la perspectiva adulta, sino que, al contrario, encierra una gran complejidad. De hecho, supone la integración y coordinación adecuada de los diferentes principios que aquí se examinan. Después presentamos algunos de los modelos más significativos propuestos para explicar los procesos que intervienen en la ejecución de esta habilidad, resaltando los que se sitúan en la perspectiva del procesamiento de la información. En un siguiente apartado, examinamos los distintos procedimientos de cuantificación u “operadores cuantificadores” que, junto con el conteo, sirven para determinar la cantidad de elementos existentes en un conjunto concreto. Dando un paso más, estudiamos con detenimiento la funcionalidad del conteo, diferenciando pues el *saber cómo* contar, o como cuentan los niños, del *saber para qué* contar. Esta habilidad no tiene su meta en sí misma, sino que se trata de un comportamiento instrumental; es decir, de una estrategia, extraordinariamente importante en el desarrollo matemático del niño, para determinar o

cuantificar un conjunto de elementos. Finalmente, planteamos el problema que va a ser analizado experimentalmente, indicando las tareas que vamos a utilizar para verificar los aspectos más relevantes del mismo.

En la segunda parte presentamos primeramente el diseño experimental en todos sus detalles, especificando los niños que han intervenido en esta investigación, así como los materiales precisos y el procedimiento utilizado. Igualmente, proponemos los resultados obtenidos en los diferentes tratamientos estadísticos aplicados en el análisis de los datos experimentales. Después se interpretan y discuten estos resultados a la luz del contexto teórico y las hipótesis planteadas en la primera parte de este estudio. Finalmente, cerramos esta segunda parte examinando las diferentes estrategias empleadas por los niños para resolver las tareas empíricas propuestas. El análisis de los errores como el de las estrategias suelen ser de un gran interés para identificar los procesos cognitivos que puedan intervenir en la ejecución de una tarea o problema determinado. Un conjunto de conclusiones, —sólo aquellas que nos han parecido más relevantes—, ponen fin a este trabajo.

No queremos terminar esta introducción sin antes agradecer la disponibilidad y colaboración de la Dirección y Profesorado de los colegios en que hemos llevado a cabo las experiencias recogidas en este estudio. Pero sobre todo, merecen toda nuestra gratitud los niños que con su participación y generosa colaboración han hecho posible la realización de esta investigación.

PARTE I

MARCO TEORICO

1.1. Los principios del conteo

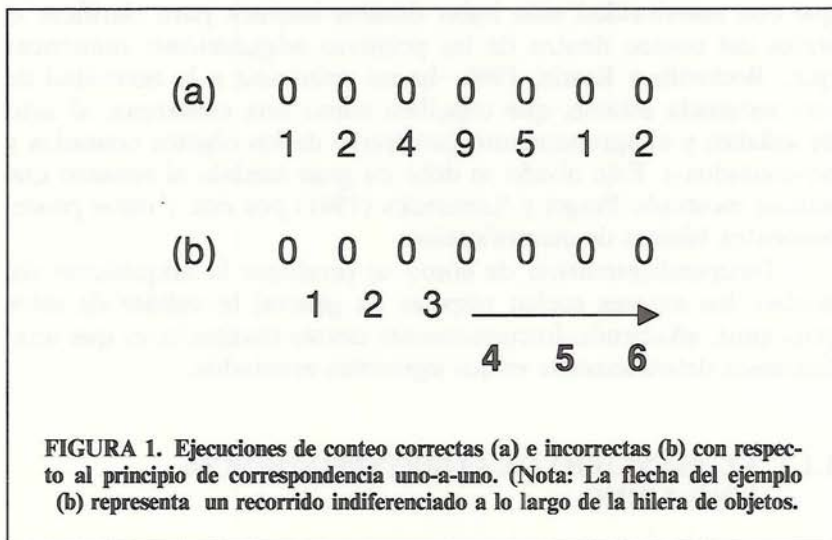
En este apartado recogeremos los 5 principios del conteo que originalmente fueron descritos por Gelman y Gallistel (1978), ya que con anterioridad sólo hubo tímidos intentos para clarificar el status del conteo dentro de las primeras adquisiciones numéricas (p.e., Beckwith y Restle, 1966 –hacen referencia a la necesidad de una secuencia estable, que conciben como una cantarena; al acto de señalar; y al agrupamiento perceptivo de los objetos contados y no-contados–). Este olvido se debe en gran medida al rechazo que habían mostrado Piaget y Szeminska (1941) por éste y otros procedimientos básicos de cuantificación.

Independientemente de cómo se produzca la adquisición del conteo, los autores suelen respetar en general la validez de estos principios, añadiendo frecuentemente ciertas matizaciones que analizaremos detenidamente en los siguientes apartados.

1.1.1. EL PRINCIPIO DE CORRESPONDENCIA UNO-A-UNO

De acuerdo con el modelo de conteo de Gelman y Gallistel (1978), el principio de correspondencia uno-a-uno conlleva la coordinación de dos procesos: el de partición y el de etiquetación. El primero se concibe como el mantenimiento, paso a paso, de dos categorías de elementos u objetos: los que ya han sido contados y los que aún tienen que ser contados. El traspaso de los elementos de una de estas categorías a la otra puede efectuarse mediante separación física o realizando señalamientos, bien físicamente o externamente, bien mentalmente interiorizando el acto de señalar. En

cuanto al proceso de etiquetación, es necesario disponer de una serie de etiquetas, de modo que cada una de ellas corresponda con un objeto del conjunto contado. No nos extendemos aquí sobre las características de las etiquetas, ya que este aspecto quedará recogido en el apartado correspondiente al principio de orden estable. Gelman y Gallistel consideran que los niños se ajustan a los requisitos del principio de correspondencia uno-a-uno si señalan una sola vez cada elemento y al mismo tiempo que lo hacen le asignan una única etiqueta. Cuando analizan exclusivamente este principio no tienen en cuenta si las etiquetas están o no repetidas dentro de la secuencia, o si se utiliza siempre en el mismo orden (ver Fig. 1).



Los resultados empíricos encontrados por Gelman y Gallistel (1978) respecto a este principio muestran que si bien los errores de etiquetación son escasos, los errores de partición son más frecuentes, abundando especialmente ante la presencia de conjuntos grandes. Estos errores se agrupan en 4 categorías:

- 1) omisiones;
- 2) repeticiones;

- 3) tendencia a regresar a un item cuando ese item y los próximos a él ya habían sido contados; y
- 4) dar por finalizado el conteo antes de haber tenido en cuenta todos los elementos del conjunto.

Por otra parte, los errores de coordinación de ambos procesos (partición y etiquetación) son también fundamentalmente de 4 tipos:

- 1) los que se producen al comienzo del conteo;
- 2) los que tienen lugar hacia el final del conteo;
- 3) los que consisten en seguir con el proceso de etiquetación cuando ya no quedan elementos que contar; y
- 4) los errores de asincronía.

El análisis y categorización pormenorizados de los errores lleva a los autores a concluir que los errores cometidos contra este principio son fruto de la peculiaridad de las demandas de ejecución y no de la falta de competencia conceptual propiamente dicha por parte de los niños. Este planteamiento dará lugar a otra serie de trabajos basados en el paradigma de detección de errores (Gelman y Meck, 1983, 1986; Gelman Meck y Merkin, 1986). Más concretamente, estos trabajos están motivados por la creencia de que las demandas de ejecución pueden enmascarar el conocimiento implícito que tienen los niños de los principios mencionados. De ahí que fuera una marioneta la encargada de realizar el conteo y los niños tuvieran que limitarse a juzgar como correcta o incorrecta su actuación. Los errores de conteo realizados por la marioneta con respecto al principio de correspondencia uno-a-uno son los siguientes: de omisión, de repetición, y dos pseudoerrores (i.e., (1) la marioneta comienza a contar por la zona central de la hilera pero sin omitir o repetir elementos, y (2) los elementos de la hilera son de dos colores y la marioneta cuenta primero los de un color y omite los elementos del otro color, a continuación vuelve sobre la hilera nuevamente para contar los elementos del color que no había sido tenido en cuenta en la primera pasada).

Los resultados muestran que los juicios de los niños superan el porcentaje esperable por azar, confirmando la posición de Gel-

man y sus colaboradores, en los términos que se recogen en el modelo de conteo de Greeno, Riley y Gelman (1984) y posteriormente el de Gelman y Greeno (1989). En consecuencia, la competencia de utilización y de procedimiento enmascaran la verdadera competencia conceptual de los niños con motivo de las demandas impuestas por las tareas.

Briars y Siegler (1984) obtienen resultados muy inferiores a los encontrados por Gelman y Meck (1983). No obstante, esta situación sirve para reforzar la postura defendida por Gelman, atribuyendo la falta de acuerdo de los datos a la ambigüedad de los ensayos presentados por Briars y Siegler. A juicio de Gelman y Meck (1986) esta ambigüedad impone mayores demandas a la competencia de utilización de los niños, de manera que se ven obligados a descifrar las intenciones no explícitas del experimentador.

Otra línea de trabajo muy próxima a la que acabamos de presentar es la encabezada por Fuson (p.e., Fuson, 1988; Fuson y Hall, 1983; Fuson, Pergament, Lyons y Hall, 1985; Fuson, Secada y Hall, 1983), ya que estos autores también analizan el concepto de número en términos de principios básicos o habilidades componentes que subyacen al conteo. No obstante, los trabajos de Fuson (1988) conllevan una conceptualización más compleja del principio de correspondencia uno-a-uno, al igual que suponen un análisis más exhaustivo de los errores. Para esta autora, las correspondencias entre un conjunto de objetos y un conjunto de etiquetas verbales supone una actividad mucho más compleja de lo indicado por Gelman y Gallistel (1978). Resalta la existencia de diferencias espacio-temporales entre los elementos de estos dos conjuntos (i.e., de objetos y de etiquetas verbales), ya que el conteo tiene que ver con el establecimiento de una correspondencia uno-a-uno entre las "palabras" producidas en el tiempo y los objetos situados en el espacio (las primeras carecen de coordenadas espaciales y los segundos de una localización en el tiempo). Esta compleja correspondencia es posible llevarla a cabo mediante los "actos de indicación". Cada acto de indicación (el señalamiento por regla general) es el nexo entre la "palabra" emitida en el tiempo y el objeto situado en el espacio mediante la correspondencia tiempo-espacial (palabra-objeto). Conforme a esta definición de la correspondencia uno-a-uno, los errores pueden tener lugar a nivel de la correspondencia tem-

poral (i.e., numeral-señalamiento), a nivel de la correspondencia espacial (i.e., señalamiento-objeto) o en ambos niveles simultáneamente. La categorización de los errores realizada por Fuson (1988) también es independiente de las secuencias de etiquetas empleadas. Esta autora distingue cuatro categorías principales que a su vez se subdividen en otras categorías secundarias:

1. Errores cometidos en la correspondencia temporal (i.e., numeral-señalamiento).
 - 1.1. No se etiqueta un objeto correctamente señalado (ver Fig. 2).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	3		4

FIGURA 2. Ejemplo de error temporal 1.1.

- 1.2. Se asignan múltiples etiquetas a un objeto correctamente señalado (ver Fig. 3).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	3 4	5	6

FIGURA 3. Ejemplo de error temporal 1.2.

1.3. Fraccionamiento de la etiqueta y señalamiento adecuado de los items (ver Fig. 4).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	TRE	ES	4

FIGURA 4. Ejemplo de error temporal 1.3.

1.4. Se etiqueta un lugar de la muestra en el que no hay elementos (ver Fig. 5).

	0	0	0	0	0	
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑	
Etiquetación:	1	2	3	4	5	6

FIGURA 5. Ejemplo de error temporal 1.4.

2. Errores cometidos en la correspondencia espacial (i.e., señalamiento-objeto).

2.1. Omisión de objetos, de modo que no son señalados ni etiquetados (ver Fig. 6).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑		↑	↑
Etiquetación:	1	2		3	4

FIGURA 6. Ejemplo de error espacial 2.1.

2.2. Repetición de objetos, que son etiquetados y señalados en múltiples ocasiones (ver Fig. 7).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑↑	L	↑
Etiquetación:	1	2	3 4	5	6

FIGURA 7. Ejemplo de error espacial 2.2.

2.3. Se señala y etiqueta un lugar de la muestra en el que no hay elementos (ver Fig. 8).

3. Errores duales, que transgreden tanto la correspondencia temporal como la espacial.

3.1. Señalamientos múltiples de un mismo objeto y asignación de una sola etiqueta (ver Fig. 9).

3.2. Señalamientos múltiples de un mismo elemento sin asignación de etiquetas (ver Fig. 10).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	3	4	5

FIGURA 8. Ejemplo de error espacial 2.3.

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	3	4	5

FIGURA 9. Ejemplo de error dual 3.1.

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑↑	↑
Etiquetación:	1	2	3	4	

FIGURA 10. Ejemplo de error dual 3.2.

3.3. Asignación de etiqueta sin señalamiento del objeto (ver Fig. 11).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑		↑
Etiquetación:	1	2	3	4	5

FIGURA 11. Ejemplo de error dual 3.3.

3.4. Gesto rasante a lo largo del conjunto de objetos y emisión continua de etiquetas (ver Fig. 12).

	0	0	0	0	0				
Señalamiento:	—————→								
Etiquetación:	1	2	3	4	5	6	7	8	9

FIGURA 12. Ejemplo de error dual 3.4.

3.5. Señalamiento no específico de cada elemento sino totalmente irregular al tiempo que se emiten etiquetas sin conexión con los señalamientos (ver Fig. 13).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑		↑
Etiquetación:		1	2	3	4

FIGURA 13. Ejemplo de error dual 3.5.

4. Errores por contar dos veces el mismo objeto después de haber contado otros que venían a continuación.

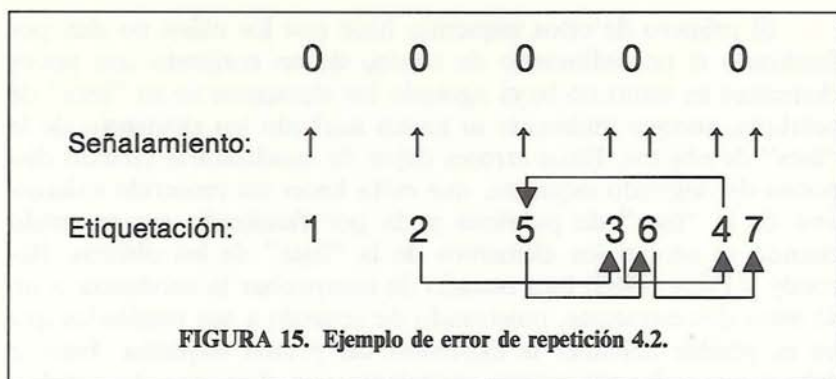
4.1. Invertir el conteo para contar nuevamente un elemento que ya había sido contado y proseguir correctamente (ver Fig. 14).

	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑ ↑	↑ ↑
Etiquetación:	1	2	3	4 6	5 7

FIGURA 14. Ejemplo de error de repetición 4.1.

4.2. Recontar después de contar un elemento que había sido omitido y al que se regresará para corregir la omisión (ver Fig. 15).

A los niños evaluados (con edades comprendidas entre los 3,6 y los 6,0 años) les resulta más difícil el manejo de la correspondencia espacial que la temporal. Por tanto, la mayoría de los errores observados caen dentro de la categoría 2 (i.e., señalamiento-objeto)



y es menor el porcentaje de sujetos que comete errores en la correspondencia temporal o categoría 1 (83% vs. 61%). Las tres clases de errores más frecuentes corresponden a las subcategorías: 2.2, 2.1 y 1.1 (71%, 66% y 58% de los niños cometen estos errores, respectivamente).

Uno de los pocos estudios longitudinales con que contamos en este ámbito es el de Wagner y Walters (1982), quienes ofrecen no sólo una interesante descripción de ciertos paralelismos entre el desarrollo de patrones de correspondencia en diversos ámbitos y su relación con los errores de conteo, sino que también proponen dos esquemas para explicarlos. Los patrones a que se refieren estos autores son aquellos evolutivamente anteriores a la correspondencia uno-a-uno como por ejemplo: patrones de correspondencia muchos-a-uno, uno-a-uno obsesivo o uno-a-muchos. Estos patrones evolutivamente anteriores al de correspondencia uno-a-uno encuentran su correlato en determinados tipos de errores de conteo cometidos por los niños. Por ejemplo, los patrones de correspondencia muchos-a-uno y uno-a-muchos subyacen a las siguientes ejecuciones erróneas de conteo: “1, 2, 3 y 4” cuando se trata de un conjunto con 3 elementos, y el error de reciclaje, respectivamente. Los dos interesantes esquemas explicativos que proponen son los siguientes:

- 1) el esquema encargado de efectuar el recorrido exhaustivo a lo largo de la “lista” de los numerales y la “lista” de los objetos (o “list exhaustion scheme”); y
- 2) el esquema de la regla del stop (“stop-rule scheme”).

El primero de estos esquemas hace que los niños no den por finalizado el procedimiento de conteo de un conjunto con pocos elementos en tanto no haya agotado los elementos de su "lista" de palabras, aunque realmente se hayan acabado los elementos de la "lista" de objetos. Estos errores dejan de manifestarse cuando disponen del segundo esquema, que evita hacer un recorrido exhaustivo de la "lista" de palabras y da por finalizado ese recorrido cuando se agotan los elementos de la "lista" de los objetos. Ba-roody y Price (1983) han tratado de comprobar la existencia o no de estos dos esquemas, mostrando de acuerdo a sus resultados que no es posible defender la existencia del primer esquema. Esto se debe a que todos sus sujetos consideran que el proceso ha concluido una vez que etiquetan el último elemento de la muestra, empleando el segundo esquema, que conforme a Wagner y Walters (1982) sería bastante tardío.

El interés didáctico de los resultados comentados es obvio. Convendría que los libros que se utilizan para enseñar a contar tuvieran en cuenta los errores, dificultades y, en general, las características del proceso que el niño sigue para contar correctamente. Ello sería un modo de empezar con buen pie los primeros pasos en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

1.1.2. EL PRINCIPIO DE ORDEN ESTABLE

Gelman y Gallistel (1978) indican que es posible aplicar correctamente este principio sin emplear la secuencia convencional de numerales. Este principio sólo establece que la secuencia debe ser repetible y estar integrada por etiquetas únicas. Estos mismos autores no defienden que los niños tengan un conocimiento innato de la secuencia de numerales, sino que la lista convencional de numerales tiene que ser aprendida. No obstante, este aprendizaje estaría dirigido y sería facilitado por el principio de orden estable. Son varios los argumentos que esgrimen a favor de la presencia de los principios, como, por ejemplo, las listas idiosincrásicas (ver Figura 16) utilizadas por los niños, así como la capacidad incluso en niños de 3 años de detectar algunos tipos de errores cometidos contra este principio (Gelman y Meck, 1983). Así, niños de corta edad son capaces de detectar el error que consiste en invertir dos

a) Secuencia convencional pero no en el orden estándar:					
	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	5	7	4
b) Secuencia convencional con omisiones:					
	0	0	0	0	0
Señalamiento:	↑	↑	↑	↑	↑
Etiquetación:	1	2	4	6	7

FIGURA 16. Tipos de listas idiosincrásicas.

elementos de la secuencia convencional, y su capacidad aumenta cuando el error consiste en utilizar secuencias totalmente aleatorias. En otras palabras, los niños se muestran tanto más capaces de detectar errores cuanto más se alejan éstos de la secuencia convencional. También se muestran menos competentes cuando el error que deben detectar lo cometen ellos mismos cuando cuentan. Gelman y Meck (1986) defienden que si los niños no dispusieran de este principio de orden estable, el aprendizaje de la secuencia de numerales sería memorístico y carente de sentido, lo que no sólo dificultaría el aprendizaje, sino que lo convertiría en una tarea de aprendizaje lento y costoso. Además, la presencia del principio justifica las secuencias que se desvían de la convencional (i.e., las se-

cuencias idiosincrásicas), puesto que el principio se ocupa de dirigir la atención del niño hacia los aspectos relevantes del entorno y de especificar las características que deben poseer los inputs.

En relación con la adquisición de la secuencia estándar de numerales destaca el trabajo longitudinal-transversal de Fuson, Richards y Briars (1982). Estos autores consideran que aunque la fase de adquisición y la de elaboración de la secuencia son fases distintas, en algún momento llegan a solaparse por ser lento y largo el proceso de adquisición y consolidación de la secuencia estándar. Durante la fase de adquisición se realiza el aprendizaje de la secuencia convencional y el niño comienza a aplicarla en el procedimiento de conteo, mientras que en la fase de elaboración surgen nuevos nexos entre los numerales para dejar de constituir un bloque compacto.

Durante la fase de adquisición la secuencia de numerales funciona como una estructura global unidireccional, que consta de los siguientes fragmentos: una parte inicial estable y convencional; a continuación un fragmento estable no-convencional; y, la parte final, compuesta por fragmentos que no son ni convencionales ni estables.

En la fase de elaboración también se aprecia la existencia de cinco niveles, a medida que surgen nuevos vínculos entre los elementos de la secuencia y se fortalecen los ya establecidos. La primera fase, considerando un orden de menor a mayor elaboración, simplemente permite emitir los numerales ordenadamente, pero aún no han sido objeto de reflexión por parte de los niños. En la segunda fase, se inicia el proceso de diferenciación de los numerales. El tercer nivel permite la emisión fragmentaria de la secuencia, ya no es preciso emitirla en bloque, sino que es posible comenzar por cualquier punto de la secuencia sin que deba ser necesariamente su primer elemento. El cuarto nivel de elaboración comporta un mayor grado de abstracción de los numerales, en el sentido de que se convierten en unidades susceptibles de ser contadas. El quinto y último nivel de elaboración representa la culminación del proceso de elaboración, permitiendo la emisión fluida y sin tropiezos de la secuencia y con entera flexibilidad respecto a la dirección (i.e., creciente o decreciente).

Fuson (1988) añade a esta caracterización de la adquisición y elaboración de la secuencia de numerales la observación de que al

comienzo lo que verdaderamente comprenden los niños es que para contar se precisa una “lista especial de palabras de conteo”. Llega a esta conclusión tras considerar cuatro hechos:

- 1) que los niños no consideran que la lista de numerales es sustituible por cualquier otra lista estable;
- 2) que los niños siempre consideran erróneos los conteos de una marioneta que no aplica correctamente la secuencia de conteo;
- 3) que el encabezamiento de todas las secuencias de conteo de los niños, muestran su afán por aprender la “lista especial” de conteo; y
- 4) que las secuencias estables son anteriores a la comprensión de la cardinalidad e incluso a la regla de cardinalidad.

Wagner y Walters (1982) distinguen a partir de sus datos longitudinales una forma “fuerte” y “débil” del principio de orden estable. La forma “fuerte” postula que si un niño cuenta empleando una lista idiosincrásica los elementos de esa secuencia que correspondan a las muestras de distintos tamaños deberán seguirse empleando en el mismo orden. La forma “débil” consiste simplemente en contar empleando siempre los mismos elementos en la secuencia de conteo cuando las muestras sean equivalentes. Wagner y Walters (1982) no encuentran evidencia en apoyo de la forma “fuerte” pero sí para la forma “débil” a lo largo de los 5 años que dura su estudio.

En relación a este principio hay que considerar las aportaciones de los estudios transculturales por su referencia a la naturaleza de los elementos de las secuencias de conteo, así como a la estructura de esas secuencias. Cabe destacar el trabajo de Song y Ginsburg (1988) en el que se observa que en casi todos los lenguajes los numerales hasta 100 se producen a través de un sistema basado en 3 reglas:

- 1) denominación de las unidades (1 a 9);
- 2) denominación de las decenas (10 a 90);
- 3) reglas para combinar las unidades y las decenas.

Song y Ginsburg (1988) proponen asimismo que los pasos que han de dar los niños para aprender estas secuencias serían los siguientes:

- a) memorizar los términos de las unidades;
- b) generar las decenas a partir de las denominaciones de las unidades;
- c) aprender las reglas de generación que combinan las unidades y las decenas para formar números mayores.

Por último, Saxe, Becker, Sadeghpour y Sicilian (1989) realizan un interesante trabajo para determinar las diferencias evolutivas en la comprensión mostrada por los niños acerca de la naturaleza arbitraria de los numerales en tanto que son símbolos culturales. Con este fin presentan a niños con edades comprendidas entre los 3 y 12 años tareas en las que deben juzgar:

- 1) la adecuación de las actividades de conteo de una marioneta cuando emplea secuencias de conteo:
 - a) estándar, y
 - b) no estándar; y
- 2) la adecuación de los intercambios de fichas cuando los valores de las fichas corresponden a distintos sistemas numéricos.

A juicio de Saxe et al. (1989) lo que marca el distanciamiento de los símbolos numéricos y las funciones que desempeñan es la comprensión de los dos aspectos siguientes:

- a) el carácter arbitrario de los numerales; y
- b) el hecho de que en el sistema de numeración occidental los mismos símbolos pueden representar diferentes valores dependiendo de su valor posicional (i.e., el uno puede representar la unidad, decena, centena, etc., dependiendo de su posición).

Saxe et al. (1989) realizan este trabajo porque consideran que los llevados a cabo por Briars y Siegler (1984) y Gelman y Meck (1983) no han incidido directamente sobre la comprensión por

parte de los niños de que los numerales son símbolos convencionales arbitrarios y de que, por tanto, no es imprescindible emplearlos en el conteo. Dicho de otro modo, no analizan directamente la comprensión mostrada por los niños respecto a la posibilidad de sustituir la lista de numerales estándar por una lista de símbolos diferenciables (el alfabeto, por ejemplo).

Los resultados de Saxe et al. revelan que la mayoría de los niños de 6 años son capaces de apreciar la necesidad de la correspondencia uno-a-uno y la arbitrariedad de los símbolos numéricos, de modo que los niños advierten progresivamente que en tanto se preserve el principio de correspondencia uno-a-uno cualquier lista de símbolos puede servir para realizar el conteo. Asimismo, con respecto a la comprensión del valor posicional de los números, también encuentran que gradualmente los niños consideran que las mismas fichas pueden representar diferentes valores en los distintos sistemas empleados.

1.1.3. EL PRINCIPIO DE CARDINALIDAD

Este principio es el encargado de asignar un significado especial a la última etiqueta de la secuencia de conteo empleada, que a diferencia de las anteriores representa además al conjunto como un todo por ser el cardinal del mismo.

Gelman y Gallistel (1978) consideran suficiente cualquiera de las siguientes manifestaciones conductuales para atribuir a los niños la comprensión de este principio:

- a) repetir el último elemento de la secuencia de conteo;
- b) poner un énfasis especial en el último elemento de la secuencia de conteo;
- c) repetición espontánea del último numeral una vez que finalizan el conteo.

El trabajo realizado por estos autores revela que incluso los niños de 2,6 años son capaces de aplicar este principio, aunque esta capacidad no conlleva una comprensión plena del mismo. En efecto, proponen la existencia de tres estadios en la comprensión del principio de cardinalidad:

- 1) los niños sólo saben repetir la última etiqueta después de haber contado un conjunto;
- 2) comienzan a darse cuenta de que el cardinal del conjunto se mantiene a lo largo de varios conteos de la muestra; y
- 3) pueden basarse exclusivamente en una regla de correspondencia uno-a-uno para determinar la equivalencia numérica entre dos conjuntos sin necesidad de contar.

El análisis de los orígenes de la respuesta de cardinalidad llevado a cabo por Fuson (1988) ofrece resultados que confirman y amplían las predicciones de los modelos desarrollados hasta ese momento. El primero de ellos, defendido por Schaeffer, Eggleston y Scott (1974), mantiene que el aprendizaje de la regla de cardinalidad puede realizarse de dos maneras:

- 1) mediante el entrenamiento directo por parte de los adultos; y
- 2) mediante la integración jerárquica de las habilidades de cuantificación anteriores (i.e., la percepción inmediata –subitizing– y el conteo).

El segundo modelo corresponde a la teoría de Gelman y Gallistel (1978), según la cual la aplicación del principio de cardinalidad depende de la capacidad de ejecutar correctamente el conteo antes de responder a la pregunta de cardinalidad. Expresado en otras palabras, si un niño no aplica correctamente el principio de correspondencia uno-a-uno y el de orden estable, no aplicará tampoco adecuadamente el principio de cardinalidad. El tercer modelo, cuya defensa corre a cargo de Fuson y Hall (1983), considera la existencia de un primer nivel de adquisición relativo a una regla mecánica de cardinalidad (i.e., la regla del cuántos) y un segundo nivel en el que el cardinal hace referencia al conjunto como un todo. Este segundo nivel de adquisición supone la transición “conteo-a-cardinal” (Fuson, 1982). El cuarto modelo destaca el papel desempeñado por un posible déficit de memoria, en el sentido de que los niños pequeños quizás no dispongan del suficiente espacio de procesamiento como para ejecutar el conteo y recordar el último elemento de su secuencia. El quinto y último modelo guarda relación con los argumentos del primero, ya que propone que la

respuesta de cardinalidad puede ser enseñada directamente al niño por sus padres, hermanos, o personal del entorno inmediato del niño.

Fuson (1988) indica explícitamente que no existe una única ruta evolutiva para la adquisición de la cardinalidad. Los datos que encuentra a lo largo de sus múltiples trabajos avalan esta creencia porque ratifican parcialmente los modelos recogidos líneas más arriba.

Recientemente Frye, Braisby, Lowe, Maroudas y Nicholls (1989) realizan dos experimentos para analizar el significado de las respuestas de cardinalidad de los preescolares. En el primero de ellos formulan distintas preguntas relativas a la cardinalidad (i.e., "¿Cuántos objetos hay ahí?", "¿Hay ahí X objetos?" y "Dame X objetos"), presentándolas en tres momentos diferentes: antes, después y antes-después de que los niños contaran. Sus resultados muestran que los niños se comportan de manera distinta dependiendo del tipo de pregunta que se les haga; de modo que, en general, responden correctamente a la pregunta del cuántos, su ejecución es moderada en la pregunta de verificación y sus niveles de acierto son pobres en la tarea del dame. También encuentran un efecto del momento en que se formula la pregunta sobre las tareas del cuántos y de verificación, de modo que cuando se realiza la pregunta a los niños antes de que cuenten desciende su rendimiento en ambas tareas. No obstante, este efecto se produce para la tarea del cuántos sólo ante conjuntos grandes.

En el segundo experimento de Frye et al. (1989) intentan desarrollar una nueva prueba para evaluar la comprensión de los preescolares respecto a la cardinalidad. Para estos autores el paradigma de detección de errores no basta para determinar si la respuesta de cardinalidad de los niños es o no una respuesta puramente mecánica, que no implica comprensión alguna de la cardinalidad. Más concretamente, estos autores consideran que si los niños conocen la regla del cuántos la aplicarán en las tareas de detección de errores juzgando como errónea la ejecución de la marioneta por el mero hecho de que el cardinal que indica no se corresponde con el último elemento de la secuencia de conteo empleada. Asimismo, defienden que no se ha establecido la necesaria distinción entre ejecución de conteo y ejecución de cardinalidad. En consecuencia, el procedimiento experimental que siguen consis-

te en presentar a los niños dos conjuntos idénticos de ensayos de detección de errores, para que respondan acerca de la validez del conteo y de la cardinalidad en cada uno de esos conjuntos separadamente. A partir del análisis conjunto de estos dos juicios Frye et al. determinan si los niños admiten o no como válida la posibilidad de dar un cardinal después de un procedimiento erróneo de conteo, sin realizar directamente esta pregunta a los niños. Sus resultados muestran que no existe relación entre las respuestas de conteo y de cardinalidad, ya que las ejecuciones de los niños son superiores cuando se trata de emitir juicios acerca de la corrección o no del conteo que cuando esos juicios se refieren al aspecto cardinal. En consecuencia, concluyen que los niños no comprenden inicialmente el principio de cardinalidad, ya que sus datos se ajustan al patrón esperable en caso de que lo que realmente apliquen sea una regla de cardinalidad. En efecto, para estos autores los niños emiten sus juicios no en función de la precisión del conteo, sino en función de la adecuación del cardinal a la última etiqueta de la secuencia de conteo. Esta conclusión resulta especialmente firme porque encuentran un doble patrón de respuestas. Por un lado, los niños realizan mejores ejecuciones cuando se trata de determinar la corrección o no de un conteo que sobre los juicios de cardinalidad correctos respecto a ese mismo conteo, y, por otro lado, encuentran que cuando los niños se enfrentan con ensayos relativos al principio de irrelevancia del orden disminuye notablemente su nivel de acierto en los juicios de conteo, mientras que se mantiene estable el relativo a la cardinalidad.

El trabajo planteado por Frye et al. (1989) trataría en última instancia de verificar experimentalmente la validez de las predicciones que se derivan del modelo de Gelman y Gallistel (1978). En efecto, uno de sus intereses primordiales parece consistir en analizar la relación entre el principio de cardinalidad por una parte y los principios de correspondencia uno-a-uno y orden estable por otra parte. Como hemos indicado anteriormente las conclusiones alcanzadas por estos autores revelan la existencia de cierta independencia entre el conocimiento del conteo y la cardinalidad, basándose este último, referido a la cardinalidad, en una regla.

Sin embargo, la relación entre la ejecución de conteo y la cardinalidad no tiene que existir necesariamente para que se de una auténtica comprensión de la cardinalidad. El conteo no es más que

uno de los procedimientos que permite la obtención del cardinal. Lo que tratamos de determinar en este apartado con los trabajos recogidos es si una vez que el niño sabe contar y aplica el principio de cardinalidad su respuesta se ajusta verdaderamente o no a una comprensión cardinal o a una regla mecánica carente de sentido. En este sentido hemos realizado recientemente un trabajo, Bermejo y Lago (1990), en el que conjugando la naturaleza de los elementos, la dirección de la secuencia de conteo, así como la utilización de dos situaciones de cardinalidad, hemos encontrado que existe una relación de independencia entre el conteo y la cardinalidad. Dado que las respuestas de los niños en situaciones familiares pueden constituir auténticos mecanismos automatizados, presentamos situaciones novedosas a fin de facilitar, por un lado, la manifestación de los procesos cognitivos subyacentes y, por otro, las inferencias relativas a estos procesos de comprensión. Para ello utilizamos dos secuencias de etiquetas no estándar:

- 1) una tarea de conteo hacia atrás con los numerales convencionales a fin de diferenciar empíricamente la regla del "cuántos" y el principio de cardinalidad, y
- 2) empleamos también la secuencia estándar de vocales con objeto de estudiar además la flexibilidad y robustez del conteo en los mismos sujetos.

Asimismo, a partir de la utilización de dos situaciones complementarias (i.e., elementos-cardinal y cardinal-elementos) intentamos determinar la existencia de distintos niveles en la comprensión de la cardinalidad. En la primera situación el niño cuenta y responde después a la pregunta ¿cuántos hay? En cambio, en la segunda (cardinal-elementos) se pide primeramente al niño un número determinado de objetos, empleando un numeral o una vocal.

Nuestros resultados muestran, en general, que las tareas con números son más fáciles para los niños que las tareas con vocales, de modo que las diferencias entre los dos grupos, correspondientes a niños de primero y segundo de preescolar, se incrementan en las tareas con vocales. En relación a las tareas numéricas observamos que, a pesar de trabajar con conjuntos pequeños, la tarea de contar hacia atrás resulta notablemente más compleja. Asimismo encontramos diferentes comportamientos y rendimientos ante los

conjuntos de 3 y 4 elementos a pesar de la reducida diferencia entre ellos. Más concretamente, los aciertos en el primero de estos conjuntos parece ser fruto de un procedimiento de “subitizing”, mientras que en el segundo caso encontramos diversos patrones de comportamiento (ver Tabla 1). El más destacado consiste en la repetición del primer elemento de la secuencia de conteo para responder a la pregunta de cardinalidad. Esta respuesta, mayoritaria en el grupo de más edad, es contraria a la posición que defiende la aplicación de una regla de cardinalidad después de contar un conjunto para indicar el cardinal del mismo. No sólo es contraria, sino que implica una modificación del procedimiento habitual, de

TABLA 1.— Respuestas de cardinalidad correctas en la tarea de contar hacia atrás.

	TRES OBJETOS		CUATRO OBJETOS	
	G. I	G. II	G. I	G. II
Cardinal	40,6	71,9	6,3	31,3
Ultimo número	40,6	21,9	50,0	18,8
Primer número	6,3	3,1	34,4	46,9
Volver a contar	6,3	3,1	6,3	3,1
Repetir secuencia	3,1	—	3,1	—
Número al azar	3,1	—	—	—

modo que dicha modificación sólo es esperable en el caso de que los niños comprendan realmente que, cuando se les pregunta por el cardinal, deben hacer referencia a todos los elementos. No obstante, algunos niños se comportan como si se tratara de un conteo estándar y repiten el último numeral. Esta ejecución se ajusta mejor a una conceptualización de la cardinalidad basada en la regla del “cuántos”, pero en ningún momento representa una prueba para defender la existencia de la cardinalidad. De hecho, los niños parecen capaces de indicar la cardinalidad de un conjunto de 3 elementos, independientemente del resultado del procedimiento de conteo, gracias al uso del “subitizing”. No obstante, cuando se

presenta un conjunto de 4 elementos, no disponen de un procedimiento alternativo de cuantificación y emplean el procedimiento de conteo en su modalidad estándar, al no disponer de un conocimiento lo suficientemente robusto como para introducir las modificaciones necesarias en el mismo. Sin embargo, este último comportamiento está más próximo al que podría atribuirse a una aplicación mecánica de la regla del cuántos.

La tarea de contar con las vocales enriquece el acervo de comportamientos infantiles respecto a la cardinalidad, mostrando un patrón regresivo de respuestas que, aunque primitivas, reflejan de alguna manera la necesidad que sienten los niños de aludir a todos los componentes del conjunto que han contado cuando se les interroga acerca de su cardinalidad. Encontramos, por ejemplo, que los niños se muestran especialmente propensos a repetir la secuencia de conteo o bien a volver a contar. Además, la tarea con vocales también revela un importante aspecto relativo a la cuestión de los significados atribuidos a los "términos" empleados a lo largo del conteo. Más concretamente, los niños parecen considerar los nuevos elementos de la secuencia como meras etiquetas que carecen de significado cardinal y/o ordinal. Este punto está de acuerdo con el precedente, ya que, si es este el caso, lo más natural es que deseen hacer referencia a todos los elementos, siendo la opción más sencilla la de volver a contar los elementos del conjunto o bien repetir la secuencia de conteo utilizada por razones similares a las anteriores. Tanto en las tareas de conteo con números como con vocales, e independientemente de la dirección de conteo, nuestros sujetos obtienen en general mejores ejecuciones respecto al conteo que a la cardinalidad, habiendo no obstante niños que ejecutan mal el conteo y, sin embargo, responden correctamente en la situación de cardinalidad. A partir de estos datos parece correcto concluir que existe una cierta independencia entre conteo y cardinalidad, como indicamos más arriba.

Con respecto al segundo bloque de tareas (cardinal-elementos), encontramos que los niños de ambos grupos (con independencia de la naturaleza de los elementos de la secuencia de conteo) se mostraban más competentes cuando la instrucción se presenta verbalmente (¿puedes darme 4 fichas?) que cuando se presenta visualmente (la cantidad aparecía escrita en una cartulina). Este hecho parece guardar relación con el mencionado anterior-

mente con respecto a las vocales, aunque en este caso se trate de asignar significado numérico a un símbolo. Asimismo, encontramos un tipo de respuesta especialmente interesante que consiste en entregar sólo el elemento al que se le asigna el último elemento de la secuencia de conteo. Este comportamiento parece contrario a la aplicación del principio de cardinalidad, siendo, en cambio, un comportamiento predecible por la regla del cuántos. Sin embargo, consideramos que las circunstancias que propician estas respuestas no descartan la comprensión del significado de un cardinal en estos niños concretos. En otras palabras, estos comportamientos son comunes en las situaciones más difíciles (i.e., presentación visual y sustitución de los numerales por vocales), de modo que puede tratarse del único modo que encuentran los niños de adaptar sus conocimientos a situaciones tan inusuales. Esta creencia la basamos en el hecho de que estas conductas no se manifiestan en las presentaciones verbales de los cardinales (cuando éstos consisten en numerales), situaciones en las que nunca se limitaron a entregar un sólo elemento, específico o no, aunque no emplearan sistema de cuantificación alguno.

Pero uno de los datos más relevantes y novedosos de esta investigación reside en el hecho de haber identificado seis etapas evolutivas en la adquisición de la cardinalidad:

- 1) incomprensión de la situación y respuesta al azar;
- 2) repetición integral de la secuencia de conteo;
- 3) volver a contar;
- 4) aplicación de la regla del "cuántos";
- 5) responder con el numeral mayor de la secuencia de conteo; y
- 6) respuesta de cardinalidad.

Esta secuencia de etapas es nueva en la literatura en torno al tema y actualmente seguimos perfilando y profundizando en torno a cada una de ellas.

En suma, nuestros datos no apoyan la existencia de un nexo teórico entre el conteo y la cardinalidad. Los niños no aplican en todas las ocasiones la regla del cuántos (que consiste en repetir

simplemente el último elemento de la secuencia que resulta tras la aplicación del conteo), sino que introducen modificaciones en la respuesta de cardinalidad e incluso se apoyan en un procedimiento diferente al conteo ("subitizing"). Además, consideramos que resulta altamente probable que la utilización de la regla del cuántos conviva en el niño con una cierta comprensión de la cardinalidad durante la fase de adquisición y coordinación de los componentes de la habilidad de contar.

Una vez más, no queremos terminar este apartado sin resaltar los notorios beneficios que se alcanzarían si los contenidos comentados en las páginas anteriores tuvieran la incidencia debida en la práctica educativa.

1.1.4. EL PRINCIPIO DE ABSTRACCION

Conforme a la definición de Gelman y Gallistel (1978) este principio determina que los principios de correspondencia uno-a-uno, orden estable y cardinalidad pueden ser aplicados a cualquier muestra o colección de entidades. En otras palabras, el principio de abstracción determina los elementos que pueden ser contados, estableciendo que el conteo puede ser aplicado a cualquier colección de objetos reales o imaginarios.

Este principio no ha despertado gran interés entre los investigadores y, en general, sólo se han hecho trabajos para determinar si los niños consideran que es posible contar conjuntos heterogéneos o sólo conjuntos homogéneos (p.e., Fuson, 1988). Los resultados muestran que los niños consideran contable los conjuntos heterogéneos, abordándolos de igual modo que a los homogéneos. Gelman y Tucker (1975) han observado que los cambios de identidad o color de los objetos no redundan negativamente en los juicios cuantitativos de los niños.

Wagner y Walters (1982) también consideran que los niños pequeños muestran semejantes dificultades cuando cuentan conjuntos homogéneos o heterogéneos. Estos autores defienden que los niños categorizan los elementos de los conjuntos heterogéneos como "objetos físicos". Este argumento es similar al ofrecido por

Gelman y Tucker (1975) cuando indican que para contar conjuntos heterogéneos basta con que los niños traten los objetos como “cosas”, sin necesidad de que conozcan que esas “cosas” pueden ser asignadas a diversos niveles jerárquicos.

1.1.5. EL PRINCIPIO DE IRRELEVANCIA DEL ORDEN

A juicio de Gelman y Gallistel (1978) este principio indica que el orden de conteo es irrelevante. El niño que actúa conforme a este principio sabe, consciente o inconscientemente, que:

- a) el item contado es una “cosa” y no un “1” o un “2” (principio de abstracción);
- b) que las etiquetas de conteo son asignadas de modo arbitrario y temporal a los objetos; y
- c) que se obtiene el mismo cardinal independientemente del orden de conteo de los elementos.

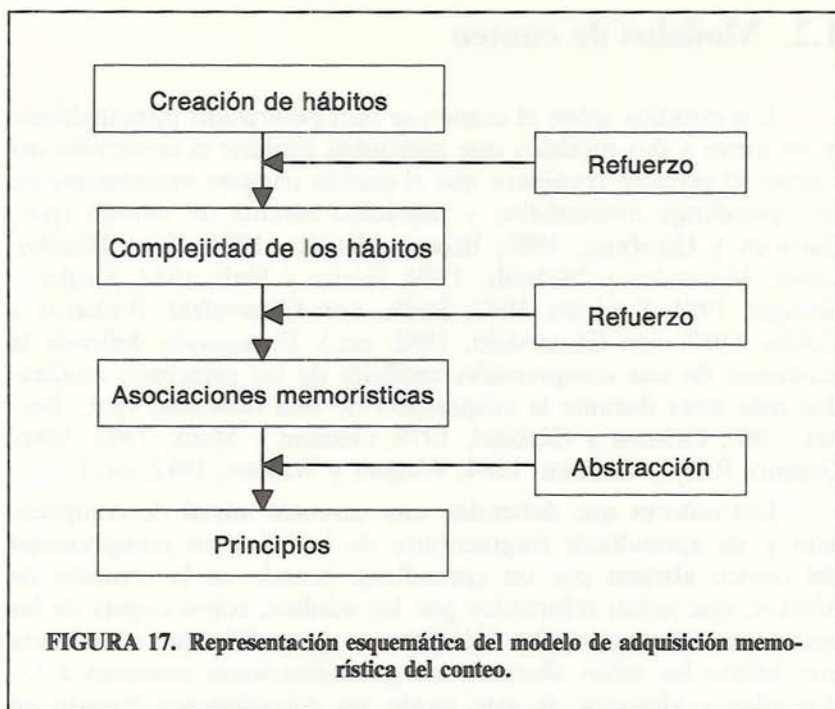
La tarea empleada para evaluar la comprensión de este principio revela que aunque este principio guarda relación con la habilidad de conteo, no es suficiente saber contar para resolverla correctamente. Gelman y Meck (1986) consideran que es preciso que los niños sean capaces de contar de modo no estándar para tener éxito en esta tarea. Por ejemplo, realizar saltos sobre la muestra para contar todos los elementos; trasladar el numeral designado con una etiqueta a priori a la posición ordinal que le corresponde al numeral; y contar ordenadamente si se aprecia de antemano que el objeto ya ocupa la posición ordinal correcta del numeral que se le va a asignar. Las tres estrategias de resolución que proponen estos autores conllevan la comprensión del significado ordinal de los elementos de la secuencia de conteo y la relación de éstos con el orden serial de los items en una muestra lineal. Por tanto, estos datos están acordes con el planteamiento de que los dos últimos principios de conteo sirven para generalizar y flexibilizar el rango de aplicación de los principios procesuales (i.e., los tres primeros).

1.2. Modelos de conteo

Los estudios sobre el conteo se han polarizado principalmente en torno a dos modelos que pretenden explicar el desarrollo del conteo: el primero considera que el conteo consiste inicialmente en un aprendizaje memorístico y mecánico carente de sentido (p.e., Baroody y Ginsburg, 1986; Briars y Siegler, 1984; Frye, Braisby, Lowe, Maroudas y Nicholls, 1989; Fuson y Hall, 1983; Siegler y Shrager, 1984; Sophian, 1987; Steffe, von Glasersfeld, Richards y Cobbs, 1983; von Glasersfeld, 1982; etc.). El segundo defiende la existencia de una comprensión implícita de los principios analizados más atrás durante la adquisición de esta habilidad (p.e., Becker, 1989; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983, 1986; Greeno, Riley y Gelman, 1984; Wagner y Walters, 1982; etc.).

Los autores que defienden una carencia inicial de comprensión y un aprendizaje fragmentario de los diversos componentes del conteo abogan por un aprendizaje basado en la creación de hábitos, que serían reforzados por los adultos, como copias de las ejecuciones convencionales del entorno. A medida que se refuerza este hábito los niños abstraen las generalizaciones comunes a todos ellos y alcanzan de este modo un conocimiento basado en principios (ver Figura 17) (p.e., Baroody, 1984; Briars y Siegler, 1984; Fuson y Hall, 1983). No obstante, como los hábitos son inicialmente débiles, los niveles de ejecución y generalización son también bajos.

Los partidarios del segundo modelo esgrimen tres argumentos principales para defender sus posiciones (Gelman et al., 1986). En primer lugar, el nivel de competencia atribuido a los niños depende del carácter más o menos estricto de los criterios empleados para evaluarlos. Ilustran este punto, con un ejemplo relativo a la exigencia de que niños de 3 años utilicen tantos elementos en la secuencia de conteo (N) como items tienen que ser contados (X). Bajo estas condiciones menos del 40% de los sujetos que tratan de contar una muestra con 7 elementos tienen éxito. Sin embargo, si el criterio consiste en aceptar como correcta la siguiente relación $X = N \pm 1$ elementos en la secuencia de conteo el 70% de los sujetos tendrá éxito al contar conjuntos con 7, 9 y 11 elementos. En segundo lugar, consideran que cuando no se permite que las



demandas de la tarea enmascaren la competencia real de los niños, éstos se muestran más competentes (p.e., Gelman y Meck, 1983). En tercer y último lugar, consideran la evidencia proveniente de tareas nuevas para los niños; ya que las tareas que precisan la invención de soluciones que satisfagan los principios de conteo sólo podrán ser resueltas con éxito si los niños tienen un conocimiento implícito de los principios (Greeno et al., 1984).

Los autores contrarios al modelo de los principios consideran que los errores cometidos por los niños (más numerosos cuanto menor es su edad) y su ejecución inconsistente son fenómenos claramente favorables a su modelo. Estos autores defienden que no hay razón alguna para considerar que los niños pequeños poseen una comprensión regida por principios si bajo ciertas condiciones no se muestran competentes. La réplica por parte de los defensores del modelo de los principios consiste en tratar de mostrar que la ejecución variable de los niños, tanto dentro de una tarea como

entre tareas relacionadas, no proporciona una evidencia favorable en apoyo del modelo del aprendizaje memorístico, sino que esta variabilidad se explica perfectamente desde el marco del modelo de los principios, ya que éstos no constituyen recetas para la ejecución de los procedimientos (Gelman et al., 1986).

Para terminar, hay otros modelos que no encajan dentro de cualquiera de estas dos posiciones. A modo de ejemplo podemos citar el modelo de Steffe, Von Glasersfeld, Richards y Cobb (1983) de inspiración piagetiana; o los modelos encaminados a explicar el tránsito del estado de conocimiento inicial (no- conocimiento) al estado intermedio y de éste al estado final (comprensión plena del conocimiento de que se trate) (p.e., Bergan, Stone y Feld, 1984; Wilkinson, 1984). Asimismo, existen tres importantes modelos del conteo (i.e., Gelman y Greeno, 1989; Greeno, Riley y Gelman, 1984; Siegler y Robinson, 1982) que pasamos a describir brevemente (para una descripción más detallada, ver Bermejo y Lago, 1987).

En primer lugar, el modelo de Greeno et al. (1984) (ver Figura 18) tiene por objeto caracterizar el conocimiento de conteo en niños de 5 años. Para determinar la comprensión de estos niños realizan un análisis de los tres componentes de su competencia: conceptual, de procedimiento y de utilización.

La competencia conceptual representa la comprensión de los principios procesuales del conteo. Por tanto, esta competencia es la que permite efectuar una planificación de los pasos que han de darse durante el procedimiento de conteo. Este tipo de competencia se manifiesta a través de esquemas de acción (que adoptan la forma de sistemas de producción), siendo posible que cada esquema de lugar a una o más consecuencias como resultado de la aplicación de una acción (i.e., siempre que se hayan cumplido las condiciones previas a la misma). La competencia de procedimiento recoge los aspectos relativos a las relaciones entre las metas fijadas, las acciones realizadas para alcanzarlas y las condiciones que han de satisfacerse para que sea posible la aplicación de las acciones. En definitiva, esta competencia incluye:

- 1) las reglas heurísticas de planificación (i.e., los procedimientos que reconocen las diversas metas, los esquemas de acción adecuados a las mismas);

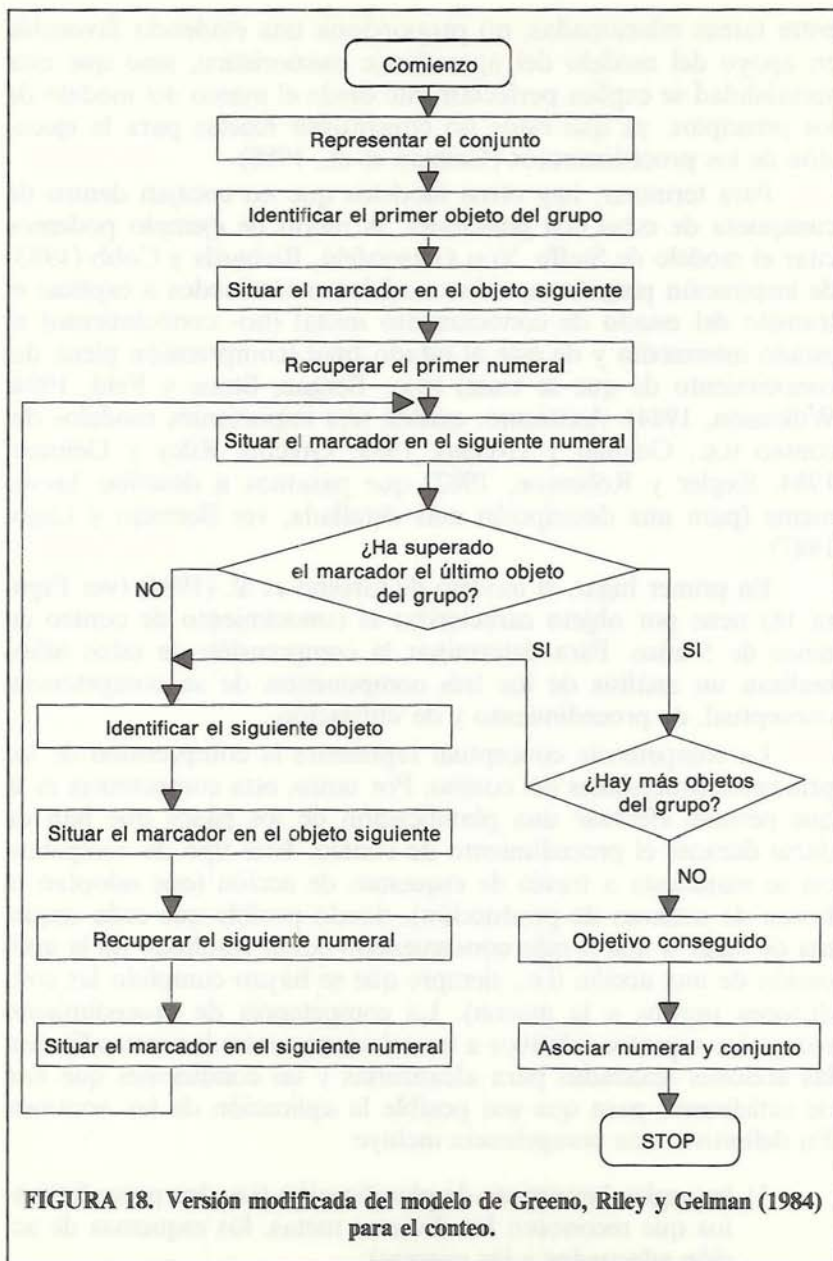
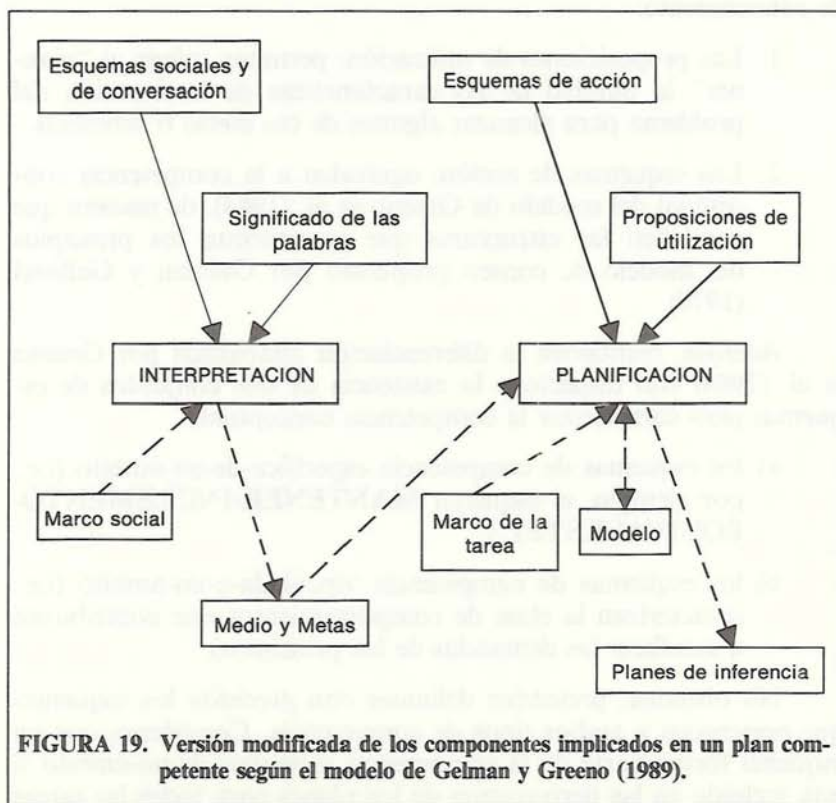


FIGURA 18. Versión modificada del modelo de Greeno, Riley y Gelman (1984) para el conteo.

- 2) los métodos de comprobación de teoremas; y
- 3) heurísticos adicionales que hacen uso de los métodos de comprobación cuando es preciso.

Por último, la competencia de utilización hace referencia al conocimiento presente en los métodos de comprobación de teoremas a fin de orquestar las características del marco en que se ubica la tarea y las metas fijadas durante la planificación.

En el modelo de Gelman y Greeno (1989) (ver Fig. 19) se considera que la adquisición de conocimiento proviene de la acción conjunta de los principios de ámbito específico y de los mecanismos de aprendizaje de ámbito general. Más específicamente, los principios desempeñan varias funciones:



- a) delimitan el ámbito;
- b) identifican la información o entradas relevantes para este ámbito concreto; y
- c) estructuran de modo coherente los contenidos de los aprendizajes realizados.

Además, la validez predictiva de la información considerada como relevante mediante los principios debe ser sancionada por los mecanismos de aprendizaje de ámbito general, que también intervienen activamente en el proceso de desarrollo cognitivo temprano.

En este modelo una vez establecida una meta se transmite al “planner”, y éste desempeña su función apoyándose en dos fuentes de conocimiento:

1. Las proposiciones de utilización: permiten inferir al “planner” la utilidad de las características de la situación del problema para alcanzar algunas de sus metas o submetas.
2. Los esquemas de acción: equivalen a la competencia conceptual del modelo de Greeno et al. (1984), de manera que contienen las estructuras que caracterizan los principios del modelo de conteo propuesto por Gelman y Gallistel (1978).

Además, mantienen la diferenciación establecida por Greeno et al. (1984) con respecto a la existencia de dos conjuntos de esquemas para caracterizar la competencia conceptual:

- a) los esquemas de competencia específica-de-un-ámbito (i.e., por ejemplo, el esquema MANTENER-INCREMENTO-EQUIVALENTE); y
- b) los esquemas de competencia vinculada-a-un-ámbito (i.e., caracterizan la clase de comportamientos que contribuyen a satisfacer las demandas de los principios).

No obstante, pretenden delimitar con precisión los esquemas que pertenecen a ambos tipos de competencia. Consideran que un esquema forma parte de la competencia específica-de-un-ámbito si está incluido en las derivaciones de los planes para todas las tareas

del ámbito y si su eliminación da como fruto la derivación de planes que llevan a una ejecución incorrecta. Por tanto, diferencian entre lo que denominan esquemas:

- 1) **Universales:** si se emplean en las derivaciones de todas las tareas de un ámbito.
- 2) **Necesarios:** si su eliminación conduce a la generación de planes incorrectos.

Tras su revisión, ocho de los doce esquemas que integran la competencia de conteo según Greeno et al. (1984) se consideran propios de la competencia específica:

Conteo: Es un esquema de alto nivel que relaciona el conjunto de las etiquetas con el conjunto de los objetos. Demanda la utilización de numerales e identifica el número de un conjunto como resultado de la operación de contar.

Emparejamiento: Crea un subconjunto de etiquetas igual al conjunto de objetos.

Mantener-incremento-equivalente: Requiere que cada vez que se añade un numeral al conjunto que ha sido utilizado, se traslade un objeto del conjunto de los que aún no han sido etiquetados al conjunto de los que ya han sido etiquetados.

Inicializar: Incluye miembros dentro de un subconjunto de un conjunto ordenado.

Incrementar: Incluye miembros dentro de un subconjunto de un conjunto ordenado.

Asignar: Asocia una propiedad con un objeto.

Recuperar-primero: Dispone los miembros en un conjunto ordenado.

Recuperar-a continuación: Dispone los miembros en un conjunto ordenado.

Con respecto a la competencia de interpretación (i.e., la competencia para comprender e interpretar las situaciones), Gelman y Greeno (1989) ponen de relieve la existencia de dos diferencias entre competencia y ejecución:

1. La distinción entre competencia específica-del-ámbito y competencia para generar planes de acciones adecuados para una tarea concreta. Un sujeto podría tener la competencia correspondiente a todos los principios de conteo, pero carecer de alguna de las proposiciones de utilización o esquemas de acción necesarios para generar planes competentes, que permitan la ejecución correcta de los procedimientos de conteo en una situación dada.
2. La distinción entre la generación de un plan adecuado y la ejecución exitosa del mismo.

Como consecuencia de la diferente naturaleza de los fracasos, surge una nueva subcategorización de la competencia conceptual:

- 1) competencia de conteo; y
- 2) competencia vinculada-al-conteo.

A su vez, esta distinción conduce a una evaluación de la competencia de utilización mediante un análisis más amplio de la competencia interpretativa. Más detalladamente, consideran los procesos de:

- 1) Interpretación social: el marco social crea un contexto para la interacción entre el niño y el entrevistador. La comprensión del niño de este marco se enraíza en las interacciones sociales con los adultos, ya que le permiten construir sus esquemas sociales.
- 2) Interpretación lingüística: se encarga del proceso de interpretar la información relevante para la resolución de la tarea que presenta, así como las preguntas relativas a dicha información.

En síntesis, Gelman y Greeno (1989) consideran la existencia de la denominada competencia interpretativa. Entienden por este tipo de competencia la capacidad de comprender diferentes clases

de marcos sociales, de sintáxis y de reglas de conversación que contribuyen a la competencia comunicativa, aunque ésta no depende directamente de la competencia conceptual del conteo. Para hacer referencia a estos aspectos de la interpretación añaden a su análisis de los componentes de la competencia los esquemas sociales, los esquemas conversacionales, y el conocimiento esquemático de los significados de las palabras. Además, enfatizan de manera particular el aspecto referido a la comprensión del lenguaje, tanto en lo referido al lenguaje cuantitativo como al de expresión en general, sobre el nivel de ejecución de los niños.

En tercer y último lugar, el modelo de Siegler y Robinson (1982) hace referencia a las representaciones y procesos implicados en las tareas de conteo, comparación de magnitudes, adición y conservación del número. Para nuestros propósitos nos limitaremos a la competencia de conteo, cuyo análisis arranca de las siguientes tareas: conteo abstracto y conteo a partir de un elemento de la secuencia distinto de "1". A partir de la primera observan la existencia de tres patrones de comportamientos:

- 1) el de los niños cuyo rango de conteo alcanza hasta 19;
- 2) el de aquellos capaces de llegar hasta 20-99;
- 3) el de los niños cuyo rango de conteo sobrepasa la centena.

Los datos registrados en relación a la segunda tarea permiten matizar esta categorización, ya que los sujetos cuyo comportamiento se ajusta al primer patrón no son capaces de proseguir con la secuencia de numerales si se les presenta uno que esté por encima de 19. Por el contrario, aquellos cuyo rango de conteo fluctúa entre 20-99 son capaces de proseguir la secuencia hasta que el numeral correspondiente a las unidades es "9", pero no más allá porque aún no manejan correctamente las conexiones interdecena. Los sujetos categorizados dentro del tercer patrón de comportamiento se comportan de modo semejante a los sujetos que acabamos de describir, ya que conocen perfectamente las conexiones intradecena pero aún no dominan las conexiones interdecena.

Siegler y Robinson (1982) consideran que no es posible que los niños se percaten de la estructura inherente a los elementos más avanzados de la secuencia en tanto no manejen correctamente los primeros elementos de la misma. Esta creencia aparece refleja-

da en los tres modelos que proponen y que se ajustan a los tres patrones de comportamiento que recogemos líneas más arriba. Por tanto, el Modelo I caracteriza el comportamiento de los niños del primer patrón de conteo. En efecto, la representación de este modelo sólo consta de conexiones de “siguiente”. El Modelo II comporta, a nivel de representación, dos listas a las que se adscriben los numerales: la lista de repetición de dígitos y la lista de aplicabilidad de la regla generativa. La primera de ellas se refiere al valor de las unidades (i.e., de 1 a 9), y su función consistiría en indicar los valores que han de irse anexionando progresivamente a las denominaciones de las decenas, evitando de este modo la necesidad de conexiones individuales entre cada par de números sucesivos. La segunda lista serviría para indicar cuando debe aplicarse la regla generativa. Por último, en el Modelo III no se aprecian grandes diferencias con respecto al Modelo II, ya que sólo incorpora un cambio relacionado con la adición de una nueva lista (i.e., la de las centenas), y manifiesta una mayor grado de elaboración de las dos listas ya presentes en el Modelo II.

1.3. Operadores de cuantificación: “subitizing” y estimación

Cuando los diversos autores destacan la importancia de las habilidades numéricas tempranas, no sólo consideran el conteo como un medio de cuantificación sino también el “subitizing” (i.e., percepción inmediata de la cantidad) y la estimación. Por ello, efectuaremos un breve estudio de las posturas más significativas en torno a estas habilidades numéricas.

1.3.1. EL “SUBITIZING” O PERCEPCION INMEDIATA

Aunque el uso del término “subitizing” es frecuente, los autores no se han puesto de acuerdo con respecto a su contenido psicológico. Steffe, von Glasersfeld, Richards y Cobb (1983) defienden la existencia de patrones espaciales, haciendo referencia a patrones geométricos estables susceptibles de ser percibidos inme-

diatamente o a conjuntos que son rápidamente reconocidos como colecciones cuyos nombres son numerales. A juicio de estos autores se trata de patrones de elementos unitarios espacial y temporalmente estables que los niños pueden representar memorísticamente y de los que conocen el numeral. Este numeral puede desempeñar una doble función: sirve de nombre al conjunto y permite indicar la cantidad de elementos contables que contiene el patrón. No obstante, Steffe et al. (1983) consideran que la denominación de esos conjuntos mediante numerales es fruto de un proceso asociativo carente de significado cuantitativo. En efecto, los patrones no son considerados como colecciones de unidades, ya que esto sólo ocurre cuando el niño llega a contar los elementos que constituyen las partes del patrón como unidades discretas. Von Glasersfeld (1982) adopta una postura semejante en un trabajo específicamente centrado en torno al "subitizing". Más concretamente sugiere, por ejemplo, que en el curso del desarrollo se aprenden las asociaciones directas entre patrones de objetos y los numerales. Por tanto, la velocidad y precisión de la cuantificación dependerá principalmente de la familiaridad con los patrones concretos.

Gelman y Gallistel (1978) en el capítulo que dedican al modo en que los niños obtienen una representación de la cantidad numérica, señalan que la capacidad de abstracción del número en los niños pequeños se limita a conjuntos pequeños y que este hecho ha sido el origen de la creencia de que el concepto de número de los niños pequeños es "intuitivo" o "perceptivo" (p.e., Piaget y Szeminska, 1941). Gelman y Gallistel no se muestran partícipes de la caracterización de los procesos perceptivos como procesos de bajo nivel, ya que son tenidos por meros procesos de reconocimiento de patrones. También se muestran contrarios a la creencia de que los niños pequeños aplican el "subitizing" en vez de contar. Añaden que esta creencia proviene de los datos que indican que la capacidad de los niños para abstraer la cantidad numérica de un conjunto se corresponde con el rango de cantidades en las que los adultos utilizan el "subitizing" antes de cambiar al procedimiento de conteo (p.e., Klahr, 1973). Para Gelman y Gallistel esta postura debería ser sustentada por la evidencia de que los niños aplican el "subitizing" con anterioridad al conteo, y que escasamente cuentan para poder obtener una representación numérica de conjuntos pequeños. Sin embargo, los datos empíricos recogidos hasta ese

momento no parecen apoyar estas previsiones. Más concretamente, estos autores hacen hincapié en que el conteo es un comportamiento destacado siempre que las condiciones experimentales lo permitan (p.e., las prolongadas exposiciones del material, sin recortes de tiempo). Destacan igualmente el trabajo realizado por Beckman (1924), que, según ellos, fue el primero en sugerir que los niños pequeños aplican el conteo con anterioridad al "subitizing" o al agrupamiento perceptivo para obtener una representación numérica de conjuntos pequeños. En este sentido, Gelman y Tucker (1975) encuentran que los niños pequeños son más capaces de cuantificar conjuntos pequeños bajo condiciones que maximizan sus oportunidades de utilizar un procedimiento de conteo. Encuentran además una triple interacción que afecta al nivel de precisión en la ejecución de los niños y que tiene que ver con los siguientes factores: edad de los sujetos, tamaño de los conjuntos y tiempo de exposición. Gelman y Gallistel (1978) proponen dos explicaciones para justificar esta interacción. En la primera de ellas plantean que Beckman (1924) podía estar en lo cierto al defender que los niños precisaban contar antes de emplear el "subitizing", ya que los conjuntos por pequeños que sean (p.e., 2 ó 3 elementos) deben ser contados repetidas veces hasta que se establece un "chunk" que permite a los niños prescindir del conteo. Esta caracterización otorga al "subitizing" un importante papel organizativo, superando su posible status de simple proceso de bajo nivel. La segunda explicación defiende la existencia de un rápido conteo subvocal, considerando que esta habilidad estaría presente en niños de 4 y 5 años para conjuntos de 2 y 3 elementos. Sin embargo, los autores no se posicionan al final por una u otra de las dos posibles explicaciones.

En relación a los tamaños de los conjuntos indican que los niños de 2 y 3 años se muestran inclinados a contar muestras con 3 ó 4 elementos, pero rehusan contar muestras que contienen 7, 11 ó 19 ítems. Las manifestaciones de conteo en los niños lleva a Gelman y Gallistel (1978) a redefinir el "subitizing", indicando que los preescolares desarrollan la habilidad de utilizar estrategias perceptivas a medida que están seguros de los resultados del procedimiento de conteo. Además, consideran que el "subitizing" debería ser considerado como un procedimiento para agrupar los elementos del conjunto y favorecer de este modo la aplicación del

conteo. En este mismo sentido apuntan los resultados encontrados por Silverman y Rose (1980), ya que el nivel de aplicación del “subitizing” no es consistentemente superior al del conteo, incluso ante conjuntos de 2 y 3 elementos. Por otra parte, los niños se muestran más favorables al uso del conteo que al del “subitizing”.

Gelman y Gallistel (1978) rechazan la idea de que el “subitizing” sea un método de abstracción numérico que opere independientemente del procedimiento de conteo, fundándose en las siguientes razones:

- a) Primero, en que no existen datos consistentes con la idea de que el “subitizing” implica la aprehensión perceptiva directa de la cantidad numérica.
- b) En segundo lugar, indican que es posible explicar el modo en que los niños razonan acerca de cantidades pequeñas asumiendo la presencia del procedimiento de conteo, pero no suponiendo que el proceso de “subitizing” es el único modo por el que los niños representan las cantidades numéricas.
- c) Y en tercer lugar consideran que hasta el momento no ha sido posible especificar un proceso de “subitizing” que no implique conteo en algún nivel y pueda, no obstante, explicar los diversos datos sobre las habilidades numéricas de los niños pequeños. La cuestión de un mecanismo de “subitizing” como una alternativa al conteo seguirá siendo una cuestión a debatir o discutir.

Sin embargo, estos autores consideran también la posibilidad de que los niños puedan ser capaces de representar la cantidad numérica de un conjunto a través del “subitizing” y con anterioridad al conteo, pero sitúan ese tipo de ejecuciones antes de los dos años, porque a esa edad los niños ya disponen de los rudimentos del conteo. Asimismo, entienden que aunque los niños menores de 2 años puedan reconocer diferencias en cuanto a la cantidad numérica sin contar, las representaciones de la cantidad numérica obtenidas por percepción directa no parecen desempeñar un papel significativo en el razonamiento aritmético.

Por su parte, Russac (1983) establece la distinción entre procesos de discriminación cuantitativa y habilidad cuantitativa. La

primera antecede con mucho a la segunda. Además, sugiere la posibilidad de que los niños sean capaces de discriminar entre conjuntos pequeños sin que al mismo tiempo sean capaces de etiquetarlos. Desde esta perspectiva, Russac propone que se diferencie el reconocimiento perceptivo de los bebés y los niños muy pequeños de la habilidad más tardía de etiquetar cardinales obtenidos perceptivamente (i.e., subitizing), ya que en este caso los niños precisarían de habilidades de cuantificación, tal como sugieren Gelman y Gallistel (1978).

Fuson (1988) destaca que existen procedimientos alternativos al conteo para asignar numerales en las situaciones cardinales, ordinales y de medición. Así, con respecto a los números pequeños, concretamente 2, 3 y probablemente 4 y 5, encontramos el "subitizing" o asignación directa del numeral adecuado en una situación cardinal o de medición. Esta autora anota que sigue sin esclarecerse la naturaleza exacta del "subitizing" y se hace eco del desacuerdo que existe en relación a la secuencia evolutiva del "subitizing" y el conteo. No obstante, es contraria a la postura de Gelman y Gallistel (1978) según la cual el conteo proporcionaría a los niños representaciones de cantidades pequeñas, pero no de números grandes. Y se basa en los siguientes argumentos:

- 1) Se han realizado múltiples experiencias en las que se muestra que la capacidad de conteo de niños de 3 años es muy superior al límite de 3 elementos. Igualmente, los niños de 4;6 años son capaces de contar conjuntos grandes distribuidos en hilera (hasta 20 elementos) con una considerable precisión.
- 2) Los niños de 4 años muestran cierta capacidad para emplear el conteo en conjuntos con más de 3 elementos y para establecer las relaciones de equivalencia y orden en situaciones cardinales, así como para sumar y restar situaciones cardinales.
- 3) La precoz competencia con números pequeños (i.e., que sobrepasa a la competencia con números grandes en un año o más) no depende del conteo sino de los métodos perceptivos especiales para obtener o representar las cantidades numéricas específicas en estas situaciones.

Estos métodos perceptivos especiales incluyen el “subitizing” y la utilización de patrones auditivos, visuales o kinestésicos” (o genéricamente los “figural patterns”).

Por tanto, Fuson (1988) considera que la competencia mostrada por los niños ante conjuntos pequeños deriva de procesos especiales no generalizables a los números grandes, llegando a manifestar que guarda semejanzas con los procesos perceptivos empleados por los bebés y por ciertos animales (i.e., primates, pájaros, ratones, gatos, etc.) en tareas numéricas. Considera que incluso los niños de 2 años pueden resolver problemas de suma y resta cuando se trata de cantidades muy pequeñas, pero atribuye estas ejecuciones a procesos perceptivos especiales no aplicables a conjuntos grandes. Sin embargo, esta misma autora encuentra una estrategia dentro de las situaciones de cuantificación relativa que denomina “subitize and add” (percepción inmediata y suma), en la que los niños aplican el “subitizing” a dos cantidades que conocen para cada hilera de la situación y realizan una suma para determinar la equivalencia o no de las dos hileras. Además considera el “subitizing” como un rápido proceso para determinar la cantidad numérica específica de conjuntos muy pequeños.

Wolters, van Kempen y Wijnhuizen (1987) trabajan sobre la cuantificación de pequeños conjuntos de puntos y se plantean si se trata de un puro reconocimiento de patrones o de un fenómeno de “subitizing”. La revisión de los trabajos realizados hasta ese momento sugiere más bien, según estos autores, una explicación de reconocimiento de patrones para el “subitizing”. Por otra parte, el modelo de reconocimiento de patrones supone que, en principio, el “subitizing” debería ser independiente del número de puntos o de objetos.

Los resultados de la condición de patrón-constante (en la que se mostraban las mismas configuraciones aleatorias a lo largo del experimento, patrones de 4 a 18 puntos) de Wolters et al. (1987) parecen indicar que los patrones mayores se aprenden con mayor rapidez que los patrones con un número intermedio de puntos. Los autores sugieren que esto puede estar provocado por el hecho de que los patrones mayores tienen una probabilidad más elevada de contener características distintivas. Si la característica distintiva está presente y es detectada, el aprendizaje será más rápido y el

“subitizing” se mostrará antes en el curso de las sesiones experimentales.

Recientemente hemos realizado un trabajo, Bermejo, Lago y Rodríguez (1989), en el que encontramos, contrariamente a la postura defendida por Silverman y Rose (1980), que los niños son más propensos a emplear el “subitizing” ante conjuntos pequeños (i.e., 2 y 3 elementos) que el conteo, y que éste último sólo lo aplican cuando la situación experimental les fuerza a hacerlo. Además, constatamos que los niños son capaces de emplear este procedimiento de cuantificación en diferentes situaciones. En concreto presentamos tres tareas que permiten su utilización: reconocimiento, dar y reproducir. En todas ellas se observa una notable diferencia en el número de ensayos correctos correspondientes a tamaños de conjunto de 2-3 elementos frente a los rendimientos en las mismas tareas con 4-5 objetos. Estos datos no apoyan la postura de los autores que consideran el “subitizing” como un mero reconocimiento de patrones. Al contrario, la ejecución de los niños revela que el “subitizing” tiene realmente carácter cuantificador, a pesar de lo defendido por algunos autores (p.e., Mandler y Shebo, 1982; Steffe et al., 1983; von Glasersfeld, 1982). Nuestros datos permiten conjeturar que el “subitizing” constituye un procedimiento flexible de cuantificación aunque limitado a conjuntos muy pequeños. Así se refleja, por ejemplo, en la formación correcta de conjuntos de 2 y 3 elementos, a través de la estrategia de apartar todos los elementos globalmente o uno a uno hasta que se alcanza el tamaño solicitado. Por otra parte, nuestros sujetos se muestran competentes en la detección de la cantidad numérica de conjuntos de 3 elementos dispuestos en hilera, sin configurar patrón o forma alguna (p.e., un triángulo). Además, nuestra postura está avalada por el uso de la estrategia “dedos cardinal” (i.e., el niño muestra tantos dedos como objetos contiene el modelo, dando inmediatamente su cardinal sin contar), que podría constituir un paso previo a la respuesta de “subitizing”.

Por tanto, consideramos posible que el “subitizing” provenga de la coordinación de otros componentes que también son progresivamente interiorizados. En este sentido apuntan también las estrategias encontradas por Fuson (1988) en niños de 2;4 y 3;11 años. Estos sujetos indican mejor el cardinal de conjuntos pequeños mediante sus dedos que verbalmente.

1.3.2. LA ESTIMACION

Además del “subitizing” y el conteo existe otro procedimiento para determinar la cantidad de un conjunto: la estimación. Este cuantificador no consiste simplemente en indicar que un conjunto tiene más elementos que otro, es decir, determinar la relación de orden existente entre dos conjuntos, sino que constituye un auténtico operador de cuantificación. Ahora bien, parece probable que esta habilidad sea posterior al conteo y al “subitizing”, y por tanto que se beneficie de los resultados de la práctica de estos dos procedimientos de cuantificación.

Existen dos modelos principales en relación a los procesos de estimación:

- 1) La estimación basada en la aplicación repetida de una fragmentación o unidad estándar conocida por el sujeto, siendo posible emplear tanto una unidad global (que abarque toda la cantidad a ser estimada) como fraccionaria (i.e., benchmark estimation).
- 2) El modelo de descomposición/composición, ya que primero se descompone el todo que ha de ser estimado para buscar una unidad de medición y acto seguido se vuelve a recomponer la muestra para realizar la estimación (para una revisión de estos modelos ver Siegel, Goldsmith y Madson, 1982).

Son escasos los trabajos realizados en torno a esta habilidad numérica y especialmente con sujetos de corta edad, quizás como consecuencia directa de su probable dependencia de las otras dos habilidades básicas de cuantificación. Uno de los trabajos más significativos realizados con niños es el de Newman y Berger (1984). Estos autores tratan de comprobar el modo en que influye la precisión y las estrategias de conteo sobre las habilidades de estimación de los niños, conceptualizando esta última habilidad como un tipo de resolución de problemas matemáticos que permite establecer juicios relativos sobre cantidades numéricas. Consideran además que el resultado alcanzado es semejante al proporcionado por el conteo y el “subitizing”, aunque los procesos implicados en cada uno de estos procedimientos sean muy distintos entre sí. Más con-

cretamente, indican que la estimación constituye el reflejo de procesos cognitivos de alto-nivel. También consideran que la estimación conlleva un alto grado de subjetividad y novedad por lo que se convierte en un importante instrumento para estudiar el modo en que los niños aplican sus habilidades numéricas básicas.

Newman y Berger presentan una tarea en la que los niños tienen que indicar la posición de un punto en una línea vertical en la que sólo figuran numerales en los dos extremos. Para resolver esta tarea deben emplear el conteo creando para ello unidades de medición que serán contadas para estimar la posición del punto móvil en el continuo. Los autores esperan que el nivel de rendimiento en esta tarea será tanto mayor cuanto mayor sea el número de subhabilidades de conteo, debidamente coordinadas y mecanizadas, en el repertorio de los niños. Por ejemplo, consideran que los componentes del conteo contenidos en los principios de correspondencia uno-a-uno y orden estable proporcionarán a los niños un sentido subjetivo de la magnitud y el orden numéricos. Asimismo resulta extremadamente útil para resolver correctamente esta tarea de estimación la habilidad de contar hacia atrás y de ajustar la dirección y el punto de partida del conteo.

En concreto, sus datos muestran que las ejecuciones de los niños son asimilables a 4 reglas:

- 1) no consideran la utilización del conteo;
- 2) cuentan sólo en dirección creciente;
- 3) reconocen el valor del conteo flexible, es decir, en sentido creciente y decreciente;
- 4) además de las habilidades mostradas por los sujetos de la regla 3, son capaces de fijar sus propios puntos de referencia.

Estos sujetos seleccionan tanto la dirección como el punto de partida de su conteo para minimizar el número de veces que ha de incrementarse la unidad que generan. Por tanto, sus datos indican que los niños utilizan en general el conteo, aunque es entre los 6 y 9 años el momento en que los niños cuentan estratégicamente como soporte de la estimación.

Por último, Newman y Berger (1984) consideran que sus resultados son consistentes con los de Klahr y Wallace (1976), ya que, a su juicio, los sujetos han contado una representación interna que constituye un fragmento del continuo de la tarea (i.e., benchmark estimation). Esta explicación es semejante a la de Klahr y Wallace (1976), quienes proponen la existencia de una unidad interna subjetiva que es aplicada repetidamente a la cantidad que debe ser medida. No obstante, Newman y Berger (1984) advierten que es preciso realizar investigaciones directamente encaminadas a determinar cómo crean los sujetos esa unidad interna de carácter subjetivo y de qué proceso se valen para mantener sus dimensiones a lo largo de las sucesivas "aplicaciones" sobre los materiales de la tarea.

1.4. Estudios sobre el carácter funcional del conteo

En las páginas precedentes nos hemos centrado en torno al procedimiento de conteo per se, estudiando cómo los niños comprenden y coordinan cada uno de sus componentes, así como el curso evolutivo que suelen seguir para adquirir esta habilidad. Ahora bien, es igualmente relevante analizar cuándo y cómo comprenden que el conteo es un procedimiento y que, como tal, sirve para algo. Por tanto, en este apartado describiremos y analizaremos la capacidad de los niños para emplear el conteo en diversas situaciones de cuantificación. El carácter funcional de esta habilidad se ha convertido últimamente en un pujante tema de estudio, debido, entre otras cosas, a que la principal evidencia de que existen sustanciales limitaciones en la comprensión del conteo por parte de los niños pequeños arranca de investigaciones en las que los niños tienen que contar para resolver distintas clases de tareas cuantitativas. De ahí que en los últimos años se haya iniciado una nueva vía de investigación que consiste básicamente en determinar por qué y cuándo dan los niños prioridad a la información proveniente del conteo sobre la que procede de otros procedimientos, basados fundamentalmente en consideraciones perceptivas.

Las posiciones desarrolladas recientemente respecto a la utilidad del conteo en las situaciones de cuantificación relativa, aunque constituyen una línea de estudio alternativa, se inspiran en modelos que otorgan al conteo un papel destacado en el desarrollo numérico de los niños. Así, por ejemplo, cabe destacar el trabajo de Sophian (1988a) en el que se plantea el estudio de la correspondencia uno-a-uno al margen de un contexto de conteo, con el fin de que las ejecuciones correctas no puedan ser atribuidas a la ejecución de una mera habilidad memorística carente de sentido. Aunque excluye el conteo, trata de analizar los lazos que unen la información relativa originada en la correspondencia y la que se origina tras la aplicación del conteo.

El procedimiento que sigue dentro de la tarea "inferencia del número" consiste en presentar uno de los conjuntos dispuesto circularmente y el otro dentro de un recipiente. Las indicaciones verbales son las siguientes: "Cada taza tiene su propia cucharilla. Hay N tazas. ¿Hay N cucharillas?" Sophian (1988a) considera que los niños de 3 años pueden encontrar la tarea de inferencia del número más sencilla que la de inferencia de la correspondencia, debido a la presencia de información acerca de los emparejamientos concretos entre los objetos en vez de tener que confiar en la información numérica. Por el contrario, los niños de 4 años, con mayor experiencia de conteo, pueden encontrar más fácil la tarea de inferencia de la correspondencia, aunque no indica en qué sentido y tampoco ofrece argumentos en favor de este aserto. El procedimiento que sigue esta autora en la tarea de "inferencia de la correspondencia" consiste en situar un conjunto de tazas sobre una bandeja y un conjunto de cucharillas dentro de un recipiente, haciendo después la siguiente pregunta: "Hay N tazas. Hay N cucharillas. ¿Puede tener cada taza su cucharilla?"

Los resultados alcanzados en este primer estudio pretenden ser corroborados por Sophian en un segundo trabajo en el que modifica el procedimiento al introducir objetos concretos para representar los conjuntos y evitar o reducir así la dependencia entre las ejecuciones de los niños y su habilidad para procesar la información verbal. Los resultados ratifican la conclusión de que los niños de 3 y 4 años tienen ciertos conocimientos de la relación entre cantidad numérica y la correspondencia uno-a-uno. Sin embargo, estos datos no están de acuerdo con los obtenidos por la misma

autora con anterioridad (Sophian, 1987), ya que entonces la presencia de apoyos perceptivos mejoraba el rendimiento de los niños, mientras que en el trabajo que presentamos no ocurre así. Una de las explicaciones propuestas por Sophian para justificar estos datos discordantes es que en el trabajo de 1987 los objetos de ambas hileras estaban muy próximos, llegando incluso a tocarse, por lo que los pares de elementos podrían constituir los agrupamientos perceptivos más sobresalientes para los niños. En cambio, en la situación experimental de 1988 las distancias inter- e intra-hilera eran idénticas, de modo que habría sido más fácil para los niños observar el agrupamiento relativo a cada hilera. Esta justificación presenta al menos dos problemas. El primero de ellos, que nos parece crucial, radica en que esta autora en ningún momento permite que los niños aprecien la relación de correspondencia entre los dos conjuntos de manera global y permanente. Esta tarea, que recuerda el intercambio de monedas y chocolatinas de Piaget y Szeminska (1941) como apunta Becker (1989), dará lugar a un menor porcentaje de éxito por la dificultad que encuentran los niños para construir la correspondencia uno-a-uno entre los conjuntos a partir de los intercambios individuales secuenciados temporalmente. El segundo problema tiene que ver con un aspecto no sopesado por Sophian y que podría guardar relación con los datos que encuentra. Nos referimos a que el 50% de los tamaños de las muestras empleados por esta autora serían cuando menos cuestionables. En efecto, por un lado rechaza la eventual utilización del conteo por si se tratase de una habilidad memorística y, por otro, acepta la más que posible utilización de un procedimiento que por el momento es considerado como básicamente perceptivo por la mayoría de los autores (p.e., Mandler y Shebo, 1982; Schaeffer et al., 1974; Steffe et al., 1983; von Glasersfeld, 1982).

Por otra parte, Sophian (1988a) encuentra diferencias entre las tareas con conjuntos equivalentes y no-equivalentes, interpretándolas como una manifestación de que los niños están desarrollando aún su conocimiento sobre la correspondencia uno-a-uno. El hecho de que los niños obtengan un nivel de rendimiento superior ante conjuntos equivalentes que ante conjuntos no-equivalentes lleva a Sophian a la conclusión de que los niños probablemente aprenden primero las implicaciones de los conjuntos equivalentes que las correspondientes a los conjuntos con cardinales distintos.

Ello se debería, entre otras razones, a que cuando dos conjuntos no son equivalentes son diversas las relaciones numéricas (i.e., de orden) que pueden establecerse entre ellos. Esta diferencia se haya generalizada en todos los estudios que se ocupan de este tipo de relación. Así, en este mismo sentido cabe interpretar los resultados de Fuson (1988) cuando encuentra que los niños obtienen niveles de éxito superiores en los ensayos en los que los conjuntos son equivalentes. Fuson considera que esta diferencia podría deberse a que para los niños es altamente llamativo el hecho de obtener el mismo número al contar los dos conjuntos y que esta información coincidente discrepe de la información perceptiva. En otras palabras, dos numerales iguales entran en mayor conflicto con los indicios perceptivos contrarios a esa información cuantitativa que dos numerales distintos, uno para cada conjunto. Además, cuando se obtienen distintos numerales al contar dos conjuntos el niño tiene que elegir entre las relaciones "mayor que" y "menor que" para esos numerales y decidir cuál es la relación pertinente, mientras que en la situación de equivalencia los dos numerales son iguales y no es necesario establecer relación de orden alguna. Cowan (1987) no comparte los argumentos de Fuson (1988) y Sophian (1988a), ya que defiende que para los niños no es complejo determinar la existencia de una relación de equivalencia o de no-equivalencia, sino indicar cuál de los conjuntos es el mayor como veremos a continuación más detalladamente.

En este sentido, Becker (1989) pretende determinar si los niños emplean los numerales como cardinales en situaciones de cuantificación relativa. Se propone además evitar las situaciones en las que los niños puedan contar y comparar correctamente los últimos elementos de las dos secuencias de conteo sin que realmente comprendan que existe una relación de correspondencia uno-a-uno entre los dos conjuntos. Partiendo de la afirmación de Sophian (1987) relativa a que los niños utilizan el conteo de manera muy limitada, busca tareas que no requieran una estrategia de conteo excesivamente sofisticada. Concretamente utiliza una tarea en la que se proporciona a los niños información respecto a la existencia o no de una relación de correspondencia uno-a-uno entre los dos elementos de los conjuntos y se les pide un juicio acerca de la equivalencia o no de los conjuntos. Específicamente, se daba al niño una bolsa con 5 ó 6 objetos que debían ser extraídos de la mis-

ma. Se pedía al niño que entregara un elemento a cada una de las muñecas de la muestra. Una vez que lo había hecho se le decía: "Cada muñeca tiene una taza. Hay 6 muñecas. ¿Hay el mismo número de tazas?" También utiliza una segunda tarea en la que se proporciona a los niños el cardinal de cada uno de los dos conjuntos empleados y se les pregunta si sus respectivos elementos pueden ser puestos en correspondencia uno-a-uno. Se daba al niño una bolsa con 5 ó 6 objetos, le pedía que los sacara de la bolsa y le preguntaba: "¿Cuántos platillos (tazas, etc.) hay?" Una vez que el niño responde se pregunta nuevamente: "Hay 6 muñecas y 5 (ó 6) tazas (platillos, flores, etc.). ¿Hay una taza para cada muñeca?"

Como puede observarse este trabajo es muy similar al que hemos recogido anteriormente de Sophian (1988a). No obstante, Becker (1989) considera que son varias las diferencias entre ambos. En primer lugar, destaca que mientras que en el trabajo de Sophian (1988a) los niños tienen que basar sus juicios en las afirmaciones verbales realizadas por el experimentador, en este trabajo los basan en su propia experiencia con los materiales de la tarea. Y, en segundo lugar, defiende que en las tareas de Sophian (1988a) los niños pueden alcanzar el criterio que les atribuye el éxito en la tareas respondiendo correctamente sólo en los juicios de equivalencia, y no así en los de no-equivalencia, dando lugar a una valoración inflada de la capacidad de los niños para emplear correctamente los numerales en estas situaciones de cuantificación relativa.

Sus resultados parecen indicar que para algunos niños mayores el conteo ha llegado a predominar como método para comparar el valor cardinal, y que el emparejamiento directo asume un papel secundario. Aunque podría tratarse de un efecto contaminante del conteo previo de las muñecas de la muestra, no obstante, sus resultados reflejan una mayor capacidad de los niños para emplear los numerales apropiadamente, tanto en situaciones de equivalencia como de no-equivalencia, que la encontrada por Sophian (1988a). Más concretamente, Becker (1989) observa que los niños pequeños tienden a emplear el mismo numeral para designar los conjuntos aunque éstos no sean realmente equivalentes. Por tanto, una ejecución de éxito completo en las situaciones de conjuntos equivalentes y un éxito parcial en las situaciones de no-equivalencia mostraría, a juicio de Becker (1989), que los niños sólo están

comenzando a comprender la utilidad de los numerales para denotar la correspondencia uno-a-uno en cada situación.

Sophian (1988b) emplea un procedimiento de detección de errores para examinar si los niños comprenden la utilidad del conteo cuando la tarea consiste en efectuar una comparación entre dos conjuntos, o cuando, por el contrario, consiste en indicar el cardinal global de esos dos conjuntos. Sus datos muestran que cuando la tarea consiste en comparar dos conjuntos el nivel de acierto de los juicios de los niños desciende a niveles de azar. De ahí, que la autora proponga que los niños pequeños aún no comprenden cómo puede ser empleado el conteo para comparar conjuntos.

En este sentido, Cowan (1987) propone cuatro explicaciones para el hecho de que los juicios emitidos por los niños en las situaciones de cuantificación relativa no sean consistentes con su capacidad de conteo:

1. Carencia de soltura de conteo.
2. Desconocimiento de cómo adaptar el conteo para determinar la cardinalidad de dos colecciones simultáneamente presentes.
3. Incapacidad para establecer comparaciones de magnitud correctas.
4. Problemas de memoria, de modo que cuando se pide a los niños que emitan un juicio pueden haber olvidado el número de elementos de una de las colecciones o de las dos.

Sin embargo, discute cada una de estas explicaciones y las va desechando en función de los datos obtenidos en su propia investigación o en otras investigaciones. Cowan (1987) pretende comprobar el efecto del conflicto longitud/cantidad sobre la aplicación o no del conteo, diferenciando la relación conteo y equivalencia de la relación información del conteo y magnitud relativa (aunque no está aludiendo directamente a una comparación de los cardinales obtenidos a partir del conteo, sino a la determinación de la no equivalencia entre los dos conjuntos). Por tanto, no sería correcto inferir a partir de la ejecución de los niños en las diversas situaciones (i.e., equivalencia numérica vs. diferente longitud; no equiva-

lencia numérica vs. igual longitud; y no equivalencia numérica vs. distinta longitud, en este orden creciente de dificultad) que es más robusto su conocimiento cuando el resultado al contar dos conjuntos es el mismo, siendo esos conjuntos equivalentes, que cuando el resultado después de contar dos conjuntos es diferente, siendo los conjuntos desiguales. Lo que realmente crea problemas a los niños es la relación conteo-magnitud relativa, porque aunque son capaces de identificar la no-equivalencia, no son capaces de identificar el conjunto más numeroso, especialmente cuando la longitud ofrece información opuesta a la numérica (p.e., no equivalencia numérica vs. diferente longitud). En definitiva, Cowan (1987) considera la siguiente secuencia en la aplicación del conteo sobre la estimación (definida como una fuente de inconsistencia por basarse en atributos perceptivos globales y unidimensionales de los conjuntos):

- 1) igual número vs distinta longitud, y
- 2) distinto número vs diferente longitud.

Fuson (1988) también analiza los usos del conteo en situaciones de equivalencia, considerando las siguientes situaciones:

- 1) la comparación estática de dos situaciones cardinales;
- 2) la transformación dinámica de una sola situación cardinal;
y
- 3) la transformación dinámica de una situación cardinal dentro de una situación estática de comparación.

En líneas generales, considera que la utilización del conteo para efectuar juicios de equivalencia requiere tres clases de habilidades:

- a) contar con precisión los dos conjuntos;
- b) recordar los cardinales de cada uno de ellos; y
- c) conocer la relación específica entre las cantidades numéricas y la relación de equivalencia en el caso de que se trate de conjuntos con el mismo número de elementos.

Sus datos muestran que la existencia de indicios engañosos proporcionados por la longitud incide notablemente en las estrategias empleadas por los niños, que pasan a ser básicamente perceptivas. Sin embargo, cuando la longitud no está presente la mayor parte de los juicios de equivalencia se realiza utilizando la información del conteo. También en esta misma línea observa que los niños propenden a contar o a utilizar el emparejamiento de los elementos de las dos hileras para indicar que "realmente tienen los mismo" y a utilizar la longitud para determinar el conjunto que "parece mayor". Igualmente encuentra diferencias en cuanto al nivel de acierto ante situaciones de equivalencia y de no-equivalencia como hemos recogido anteriormente.

Los resultados del trabajo realizado por Russac (1978) muestran que los niños de corta edad pueden emplear el conteo para comparar de modo efectivo dos conjuntos pequeños (pero no pertenecientes al rango de las cantidades directamente perceptibles) y que comprenden las relaciones de equivalencia antes que las relaciones asimétricas. Asimismo encuentra que los niños pueden centrarse en el número cuando se les pide que comparen colecciones pequeñas mediante el conteo y que pueden hacer estas mismas comparaciones antes con el conteo que con la correspondencia. Russac (1983) realiza otro interesante trabajo con niños de 2, 3 y 4 años para probar si son capaces de discriminar entre pequeñas colecciones de objetos. Son varios los hechos que constata y nos gustaría dejar constancia de algunos de ellos. Por ejemplo, encuentra que la capacidad de los niños para discriminar entre dos conjuntos pequeños aumenta notablemente entre los 2 y los 3 años, siendo este incremento paralelo al desarrollo de su habilidad cuantitativa (i.e., la eficiencia de conteo, el empleo de la regla de cardinalidad, la capacidad de recitar de manera abstracta la secuencia de numerales). También encuentra que los niños de 2 años basan sus discriminaciones cuantitativas en indicios relacionales, pero sin utilizar ningún procedimiento de cuantificación.

En una línea de trabajo muy próxima a la de Russac (1978), Fuson, Secada y Hall (1983) realizan un trabajo sobre el papel desempeñado por el emparejamiento y el conteo en la conservación de la equivalencia numérica. Estos autores encuentran que para un elevado porcentaje de niños son más relevantes la cantidad numérica específica y la información proporcionada por la correspon-

dencia que la longitud de las muestras, aunque los niños no apliquen por iniciativa propia estos procedimientos. No obstante, la conclusión a la que llegan estos autores es que los niños aprenden la siguiente regla: "la misma palabra de conteo implica la misma cantidad numérica".

Un aspecto importante estrechamente relacionado con el conocimiento de conteo necesario para su correcta aplicación, dentro de una tarea de cuantificación relativa, es el referido a la comparación de magnitudes. No obstante, la magnitud de los cardinales ha sido objeto de estudio riguroso principalmente dentro del ámbito de los procesos implicados en la resolución de los problemas aritméticos de suma y resta. En esta línea ha sido un foco de interés propio de comienzos de siglo (p.e., Knight y Beherens, 1928), si bien su estudio ha sido retomado y reavivado recientemente por los estudios cronométricos (p.e., Ashcraft, 1982, 1983; Baroody, 1983; Groen y Parkman, 1972; Svenson, 1975; Svenson y Broquist, 1975). Sin embargo, con independencia del número de estudios que analizan directamente el efecto de los tamaños, la relación que existe entre los sumandos de un problema aditivo desempeña un importante papel en el desarrollo de las estrategias de adición y sustracción y así se pone de manifiesto en numerosas investigaciones (p.e., Bermejo y Lago, 1988; Bermejo y Rodríguez, 1987a, 1987b, 1987c, 1988; Carpenter y Moser, 1982, 1983; Carpenter, Hiebert y Moser, 1983; Secada, Fuson y Hall, 1983).

Centrándonos en los trabajos que se ocupan exclusivamente de tareas de comparación de magnitudes cabe destacar los realizados por Siegler y Robinson (1982) y Murray y Mayer (1988).

Siegler y Robinson (1982) emplean tanto una tarea de comparación (el niño debe indicar qué número del par que se le presenta es mayor) como de clasificación (el niño tiene que categorizar un número como "pequeño" "mediano" o "grande") para determinar la comprensión de los niños acerca de las magnitudes de los números comprendidos de 1 hasta 9. Participan en este trabajo sujetos de 3, 4 y 5 años. Los primeros tienen un rango de conteo que alcanza hasta 19 (algunos sujetos saben contar hasta 29); los de 4 y 5 años cuentan todos hasta 29 y algunos de ellos superan la centena. Dicho esto, cabe indicar que cuando los niños se enfrentan a una tarea de comparación (en la que se presentan

los 36 pares de dígitos entre 1 y 9, invirtiendo la posición de los mismos de manera que en unas ocasiones se presenta en primer lugar el mayor y en otras se presenta en primer lugar el menor) obtienen el siguiente nivel de ejecución: los niños de 3 años conocen el 12% de las comparaciones, porcentaje que se eleva al 62% en el caso de los niños de 4 años y al 80% para los niños de 5 años. Estos porcentajes tienen en cuenta la corrección para evitar el sesgo que introduce la probabilidad de acertar por azar.

Por lo que se refiere a la tarea de etiquetación, Siegler y Robinson (1982) encuentran que incluso los niños de 3 años realizan etiquetamientos bastante precisos. La mayoría de los niños de 3 años se muestran más propensos a etiquetar los números 1, 2 y 3 como pequeños que como grandes. También es mayor el porcentaje de sujetos que etiquetan los números 7, 8 y 9 como grandes y no como pequeños. No obstante, los etiquetamientos que realizan los niños de 4 y 5 años son mucho más diferenciados. Por ejemplo, los niños de 5 años asignan los siguientes valores medios a las categorías pequeño, mediano, grande: 2.16, 5.12 y 7.75. A partir de las ejecuciones de estos sujetos, Siegler y Robinson (1982) presentan 3 modelos del desarrollo de las habilidades de comparación de magnitudes que tienen su interés.

El trabajo realizado por Murray y Mayer (1988) es una réplica al de Siegler y Robinson (1982), aunque sólo emplean grupos de 3 y 4 años, prescindiendo del grupo de 5 años. Estos autores encuentran con respecto a la tarea de comparación que las comparaciones entre números pequeños (menores o igual a 5) son más fáciles que las comparaciones entre números grandes. Los sujetos de 3 años presentan la misma tasa de error para los valores grandes y pequeños, mientras que los sujetos mayores obtienen rendimientos superiores cuando se trata de comparaciones entre números pequeños. Por otra parte, los niños de 4 años realizan discriminaciones pobres entre dígitos de tamaño medio-grande, y discriminaciones muy precisas en las siguientes comparaciones: entre dígitos pequeños-medios, pequeños-grandes, y medios-grandes. En la tarea de clasificación encuentran resultados semejantes a los de Siegler y Robinson (1982).

Por tanto, aunque todos los sujetos que participan en el trabajo de Murray y Mayer (1988) cuentan correctamente hasta 10 y los de Siegler y Robinson (1982) alcanzan cuando menos hasta 19,

observamos que este conocimiento no garantiza un perfecto manejo de los elementos individuales de la secuencia (ver apartado 1.1.2).

1.5. Planteamiento del problema

Como hemos visto en las páginas precedentes, las posiciones de los autores discrepan frecuentemente con respecto al modo de conceptualizar y utilizar el conteo por niños de diversas edades. Asimismo, también se aprecia que el estudio del conteo ha registrado en los últimos años un notable auge, convirtiéndose directa o indirectamente en uno de los focos de estudio más atractivos en el ámbito de la aritmética. No obstante, son múltiples las cuestiones que aun no tienen respuesta, entre las que destacamos dos fundamentales:

1. Si los niños comprenden el conteo o si se trata de ejecuciones puramente memorísticas.
2. Si los niños comprenden la funcionalidad del procedimiento de conteo como instrumento para resolver tareas numéricas y aritméticas.

La controversia en torno al primero de estos aspectos se concretiza en la existencia de dos modelos que defienden posturas contrarias y que han sido recogidos en el apartado 1.2. El primero considera que la adquisición del conteo tiene lugar a través de un proceso de aprendizaje memorístico totalmente carente de sentido, y que paulatinamente va dotando de contenidos conceptuales a esas rutinas de ejecución adquiridas con mucha anterioridad (p.e., Baroody y Ginsburg, 1986; Briars y Siegler, 1984; Frye et al., 1989; Fuson y Hall, 1983; Siegler, en prensa; Siegler y Shrager, 1984; Sophian, 1987; Steffe et al., 1983; von Glasersfeld, 1982; etc.). El segundo modelo postula la existencia de principios que subyacen a la ejecución del conteo de los niños; por tanto, consideran que la comprensión es anterior a la ejecución, contrariamente a lo defendido por los seguidores del primer modelo (p.e., Becker, 1989; Gelman y Gallistel, 1978; Gelman y Meck, 1983, 1986; Greeno et al., 1984; Wagner y Walters, 1982; etc.).

La segunda cuestión es de crucial importancia porque es la fuente principal de argumentos esgrimidos para ratificar la conceptualización del conteo como procedimiento basado en puras rutinas memorísticas. Por tanto, contrariamente a las múltiples investigaciones que se han venido desarrollando en las dos últimas décadas que consideran el conteo como un complejo proceso cognitivo, los estudios que buscan determinar el conocimiento de su valor funcional parecen inducir un nuevo giro hacia posturas tradicionales, como la encabezada por Piaget y Szeminska (1941).

No obstante, la propia diferenciación de estas dos cuestiones pone claramente de manifiesto que es preciso diferenciar los conceptos: "comprensión memorística" y "no funcionalidad" del conteo, ya que no son necesariamente asimilables. En efecto, el hecho de que los niños apliquen el conteo para resolver una tarea en la que esté implicada cualquier relación numérica no garantiza sin más una verdadera comprensión del conteo, y viceversa. Por tanto, aunque sea relativamente frecuente la inferencia de una comprensión memorística del conteo a partir de ejecuciones en la que los niños no dan muestras de comprender su valor funcional, no resulta acertada.

Otro importante aspecto que nos gustaría destacar es que gran parte de los trabajos que se han interesado específicamente por el carácter funcional del conteo lo han hecho desde paradigmas de verificación (p.e., Becker, 1989; Sophian, 1988a, 1988b), más que de producción (p.e., Cowan, 1987; Cowan y Daniels, 1989; Fuson et al., 1983). Es por ello que nosotros hemos tratado de orientar nuestro estudio desde el paradigma de producción, ya que también estamos interesados tanto en el tipo de estrategias empleadas como en los errores que cometen los sujetos. Asimismo todos ellos suelen analizar la funcionalidad del conteo desde el punto de vista de su utilidad para determinar relaciones de equivalencia, esto es, de la funcionalidad del conteo en situaciones de correspondencia uno-a-uno. Nosotros, sin embargo, consideramos imprescindible verificar qué ocurre en otras relaciones numéricas elementales tales como las de orden y de cardinalidad.

En consecuencia, para intentar profundidad en torno a la comprensión de la funcionalidad del conteo en los niños, emplearemos dos tipos de situaciones (i.e., de conteo y de no-conteo), que nos permitirán precisar si los niños conocen o no cuál es el valor

funcional de esta habilidad. No obstante, ante la posibilidad de que no se trate de un proceso de todo-o-nada, presentamos diversas tareas dentro de cada una de las situaciones experimentales, a fin de establecer si los niños poseen una comprensión parcial de la funcionalidad del conteo. Entendemos la comprensión parcial de la funcionalidad del conteo en el mismo sentido que lo hace Wilkinson (1984) con respecto a la caracterización de los primeros momentos de adquisición del conteo. Este autor se inclina por el modelo de conocimiento variable, defendiendo la existencia de una estructura cognitiva integrada por un conjunto de componentes modulares, cuya evolución depende del proceso de coordinación de tales componentes. En contra de las predicciones que este autor realiza para el modelo de conocimiento variable del conteo, en nuestro caso consideramos que las manifestaciones conductuales de los niños, para ajustarse al modelo de conocimiento parcial, deberían consistir en aciertos en unas relaciones numéricas y fracasos en otras.

En resumen, los objetivos que perseguimos en la presente investigación son los siguientes:

1. ¿Existen diferentes patrones de comportamiento entre la situación de conteo y de no-conteo dentro y entre los distintos grupos de edad?
2. ¿Se muestran los sujetos de los diferentes grupos igualmente capaces de emplear el conteo para resolver diversas tareas numéricas elementales?
3. ¿Es memorístico el conocimiento mostrado por los niños acerca del conteo?

Las características de las tareas que hemos empleado nos permiten profundizar en el conocimiento que tienen los niños acerca del valor funcional del conteo, ya que implican diferentes relaciones numéricas elementales. Pasamos, por tanto, a describir y justificar las tres tareas presentadas (correspondencia, orden y cardinalidad) dentro de cada una de las dos situaciones experimentales (conteo vs no-conteo).

En primer lugar, con respecto a la tarea de correspondencia uno- a-uno empleamos las tareas habituales en la literatura sobre esta relación. No obstante, en ningún momento efectuamos trans-

formaciones (p.e., Brainerd, 1979; Piaget y Szeminska, 1941), ya que sólo estamos interesados en analizar la capacidad de los niños para aplicarla y razonar sobre ella con el menor número posible de indicios perceptivos (muestras no perceptibles inmediatamente, muestras con objetos distintos para que sean claramente diferenciables sin efectos de zig-zag o similares, una única hilera como modelo). Frydman y Bryant (1988) han realizado un interesante trabajo en el que identifican la "repartición" con el emparejamiento temporal de pares individuales de dos conjuntos y las pruebas tradicionales de correspondencia uno-a-uno (con o sin transformación) con pruebas espaciales, ya que cobran especial importancia aspectos tales como la longitud o densidad de las hileras. Estos autores defienden que mientras que el primer tipo de tareas tiende a infravalorar la capacidad de los niños, el segundo tipo propende a sobrevalorarla. Por tanto, hacen hincapié en la necesidad de ser cautelosos en la interpretación de estos resultados, ya que, por ejemplo, a través de las tareas de repartir se encuentra que incluso niños de 3 años son extremadamente competentes. Sin embargo, este resultado no supone necesariamente una relación entre la comprensión de la correspondencia uno-a-uno y del concepto de cantidad. Frydman y Bryant (1988) consideran que una solución a este conflicto consiste en solicitar a los niños que realicen una inferencia de la cantidad de elementos en un conjunto a partir de la repartición que han efectuado y de la cantidad que conocen del otro conjunto resultante de la repartición. Sus datos muestran que los preescolares pueden efectuar reparticiones con gran eficiencia, pero, sin embargo, no saben aprovechar la correspondencia uno-a-uno temporal para realizar la inferencia.

Fuson et al. (1983) encuentran que los niños son capaces de emplear el "emparejamiento" (i.e., "matching"), aunque no tienden a aplicarlo por iniciativa propia y cuando se les pide que justifiquen su actuación no saben hacer referencia a él. En cualquier caso, no queda claro si este procedimiento de "matching" es o no en realidad un procedimiento más primitivo que el de correspondencia uno-a-uno; puesto que a partir de éste se realizan inferencias cuantitativas y también permite establecer la relación entre los elementos de dos conjuntos independientemente de su naturaleza (i.e., en el "matching" parece necesario la utilización de materiales concretos). Por tanto, quizás algunos niños se limitan a aplicar un

procedimiento de "matching" en las situaciones de correspondencia y no comprenden verdaderamente el primer principio del conteo, porque aún no comprenden la correspondencia uno-a-uno.

Antes de describir la tarea concreta que hemos presentado a los niños, nos gustaría destacar que en la situación de conteo, para facilitar la comprensión de la tarea por parte de los niños, utilizamos la formulación propuesta por Hudson (1983), que se reveló como altamente satisfactoria para elevar el rendimiento de los niños.

La tarea de correspondencia uno-a-uno, dentro de la situación de conteo, consiste en inferir un cardinal a partir de la relación cuantitativa de equivalencia entre dos conjuntos, que previamente se ha determinado, y del conteo de una de las hileras de la muestra. Esta misma tarea, dentro de la situación de no-conteo, permite elegir al niño el procedimiento que crea más oportuno para crear un conjunto equivalente a una hilera que se ofrece como modelo. Por tanto, no se presenta exactamente la misma tarea para las dos situaciones experimentales, ya que la correspondencia uno-a-uno constituye en sí misma un procedimiento de cuantificación y para verificar si los niños comprenden el valor funcional del conteo respecto a esta relación es preciso recurrir a la inferencia mencionada.

La tarea de orden que presentamos a los niños es exactamente la misma en la situación de conteo y de no-conteo. La muestra la componen dos hileras de círculos de igual color, dispuestas en correspondencia uno-a-uno y entre las que existe una diferencia cuantitativa de 3 elementos. En la situación de no conteo simplemente se pide al niño que cree otra hilera menor que la mayor del modelo y mayor que la menor del mismo modelo. En la situación de conteo se pide al niño que cuente en primer lugar la hilera grande, que responda a la pregunta de cardinalidad, que cuente a continuación la hilera pequeña y que indique su cardinal. A continuación, se le repiten al niño los cardinales que él mismo ha obtenido señalando a las correspondientes hileras al tiempo que se le pide que cree una hilera menor que la del cardinal mayor y mayor que la del cardinal menor. A pesar de la aparente complejidad de esta tarea, nos gustaría señalar que simplemente se corresponde con la tarea comúnmente empleada en las comparaciones de magnitudes. Se ha considerado necesaria la presencia de ob-

jetos para asegurar que las respuestas de los niños no son fruto del azar o de un conocimiento puramente memorístico de la secuencia de numerales.

Conviene tener presente que para analizar la comprensión del orden mediante la secuencia de numerales, ya sea medido a través de esta tarea o la habitual de comparación de magnitudes, no es suficiente considerar el criterio dicotómico de posesión o no de la secuencia estándar, sino que hay que prestar atención a las estrategias que lleva aparejada cada ejecución, así como a la utilización que de ellas se hace en múltiples situaciones para caracterizar mejor el nivel de elaboración de la secuencia de numerales.

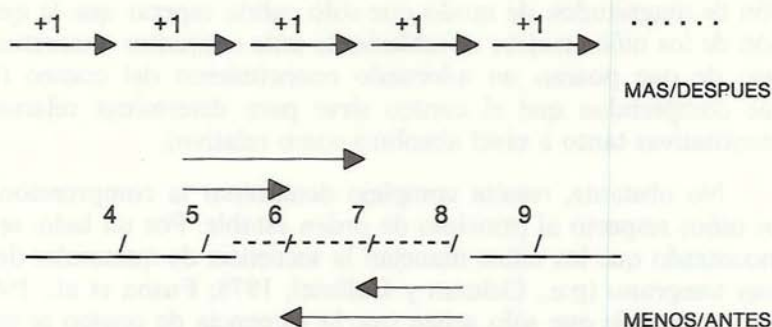
Conforme al estudio de Fuson et al. (1982), la tarea de orden dentro de nuestro trabajo adoptaría la forma de una relación "entre" los dos numerales que resultan del conteo. Como se desprende del estudio realizado por estos autores la relación "entre" es una de las más complejas y tardíamente adquiridas por los niños. Sin embargo, consideramos que existen estrategias alternativas que son anteriores y también permiten resolver con éxito la tarea. Nos referimos a la capacidad de los niños para contar a partir de cualquiera de los elementos de la secuencia (i.e., sin que sea necesariamente a partir de "1"), y al conocimiento de la relación más/después o menos/antes. Estas estrategias más sencillas deberían ser inducidas tanto por la presencia como por las características de las muestras. Lo mismo cabría apuntar para la relación "entre", ya que la información perceptiva que se proporciona no presenta conflicto alguno entre la longitud/densidad y la relación numérica de las muestras, y conocen la diferencia entre ambos conjuntos inmediatamente a través del "subitizing". En relación a la presencia y características de las muestras, y contrariamente a lo encontrado por Michie (1984), esperamos que la presencia de los objetos no empeore el rendimiento de los niños en la situación de conteo o inhiba su manifestación. En efecto, Michie (1984) indica que es superior la eficacia del conteo cuando se ocultan los elementos de los dos conjuntos comparados después de haber sido contados, que cuando se encuentran a la vista de los niños. No obstante, emplea conjuntos en los que existe conflicto entre la información numérica y perceptiva, y esta circunstancia incide notablemente sobre las ejecuciones de los niños, en el sentido de que triunfan los indicios perceptivos sobre los resultados del conteo.

Asimismo, los datos recogidos por diversos autores parecen mostrar una escasa o nula utilización de la secuencia en situaciones de conteo abstracto así como dentro de las tareas de comparación de magnitudes; de modo que sólo cabría esperar que la ejecución de los niños mejore notablemente ante conjuntos concretos en caso de que posean un adecuado conocimiento del conteo (i.e., que comprendan que el conteo sirve para determinar relaciones cuantitativas tanto a nivel absoluto como relativo).

No obstante, resulta complejo determinar la comprensión de los niños respecto al principio de orden estable. Por un lado, se ha encontrado que los niños manejan la secuencia de numerales desde muy temprano (p.e., Gelman y Gallistel, 1978; Fuson et al., 1982), pero es posible que sólo sepan que la secuencia de conteo se compone de números, y que éstos han de repetirse siempre en el mismo orden (p.e., Baroody, 1986; Fuson, 1988). Y, por otro lado, la coordinación de los dos principios de correspondencia uno-a-uno y de orden estable tampoco representa una tarea sencilla para los niños. Uno de los rasgos definitorios del principio de correspondencia uno-a-uno es que todos los elementos gozan de igual status (i.e., no tienen propiedades, o las pierden, que permitan a un elemento constituirse en distinto o diferenciable de los demás cuando va a ser etiquetado), mientras que en el principio de orden estable los elementos se caracterizan por las relaciones de orden que mantienen con los inmediatamente anteriores y posteriores, que los hacen únicos e irrepetibles.

La tarea de orden presentada en la situación de conteo ofrece la posibilidad de comprobar hacia donde se decantan los comportamientos reales de los niños. En esta tarea los niños llegan a tener dos cardinales, aunque quizás no sean considerados como tales por su parte, y sea más adecuado indicar que llegan a tener dos números. No obstante, es preciso ordenarlos y buscar a continuación un tercer número a partir del mayor o del menor que se sitúe entre ambos. Como indicamos anteriormente, no es preciso utilizar la relación "entre" y bastaría con emplear otra más sencilla: más/después o menos/antes. Consideramos que la segunda relación (i.e., menos/antes) sería menos probable debido fundamentalmente a que los niños suelen defender que "hay que contar seguido". Esta justificación está perfectamente acorde con el carácter unitario

del conteo (p.e., Resnick, 1983 –“mental line”–), que está a su vez vinculado con un orden creciente:



Esta conceptualización del conteo explicaría los comportamientos inadecuados de los niños en esta tarea, de modo que cuando son “forzados” a contar cada hilera por separado, ignoran después la información que extrajeron al considerarla incorrecta. También es posible una segunda explicación, ya que una vez que los niños determinan la relación (presumiblemente optarán por “mayor”), ya no se ocuparán de precisar la magnitud de la diferencia que marca la relación para evitar que su conjunto sea mayor que los dos del modelo.

La tarea que hemos empleado, además de permitir obtener una información más precisa que la proporcionada por las tareas de comparación de magnitudes, también permitirá esclarecer algunas de las dudas que han persistido hasta el momento. Más concretamente, se trata de clarificar si las respuestas de los niños en las tareas de cuantificación relativa son inconsistentes o no con su capacidad de conteo. Y en caso de que se produzca tal inconsistencia buscar las causas que motivan el fenómeno siguiendo a Cowan (1987), que identificó de manera exhaustiva 4 fuentes, que siendo más o menos genéricas, pueden dar cuenta de los hechos. Expresado en términos de Saxe (1979), se trata de verificar si los niños muestran una aproximación cuantitativa (i.e., emplean el conteo para determinar la relación entre dos conjuntos) o precuantitativa (i.e., emplean otros procedimientos distintos al conteo) para determinar la relación entre dos conjuntos.

El estudio de la cardinalidad dentro del ámbito del conteo ha derivado en la discusión del principio de cardinalidad. Aún cuando este aspecto sea especialmente interesante, nos gustaría abordar este apartado final expresando claramente que el principio de cardinalidad no es sino una manifestación de la cardinalidad (Bermejo et al., 1989). Más explícitamente, el conteo es uno de los procedimientos que permiten especificar la cardinalidad de un conjunto a través de la aplicación consecutiva de la correspondencia objeto-numeral hasta que se agotan los elementos del conjunto que queremos cuantificar y extrayendo los numerales de una secuencia previamente conocida. Una vez finalizado este proceso estamos en disposición de indicar el cardinal mediante el principio de cardinalidad. No obstante, la cardinalidad también puede determinarse por otros procedimientos distintos al conteo como el "subitizing" y la estimación. Ahora bien, el conteo no sólo sirve para obtener una representación abstracta de un conjunto, sino también para generar un conjunto concreto a partir de un cardinal abstracto. Para ello presentamos una tarea que precisa la aplicación inexcusable del conteo para su resolución.

La tarea de cardinalidad utilizada en este trabajo es similar para la situación de conteo y de no-conteo. El procedimiento seguido consiste en presentar una hilera y pedir, en la situación de no-conteo, que creen otra hilera que tenga tantos elementos como la que sirve de muestra y "X" elementos más. En la situación de conteo se inicia la experiencia pidiendo a los sujetos que en primer lugar cuenten la hilera y que indiquen su cardinal. Una vez hecho esto, se repite al sujeto su cardinal y se le pide que construya un conjunto equivalente a ese cardinal y que le añada "X" elementos más. Por una parte, esta situación sólo puede ser resuelta correctamente aplicando el conteo. No obstante, esperamos encontrar distintas estrategias en función del conocimiento que tengan los sujetos de esta habilidad. Por otra parte, esta tarea es especialmente propicia para registrar el tipo de rechazo al conteo fraccionario que mencionamos en la tarea de orden. Desde el punto de vista de los niños, este conteo violaría tanto el principio de correspondencia uno-a-uno como el de orden estable y, por tanto, no sería en absoluto válido para precisar la cuantía de un conjunto (un todo). Asimismo, este fenómeno guardaría relación con la concepción unitaria del conteo que no admite la creación de subconjuntos re-

lacionales, por ejemplo, para los niños no sería lo mismo $7 + 7$ que 14.

Nos gustaría destacar que en caso de confirmarse que los niños conceptualizan el conteo como un procedimiento unitario, al margen de la profunda huella que esta conceptualización imprimiría a su comprensión conceptual y a sus ejecuciones, podría constituirse en una alternativa a los dos modelos existentes, que si bien han tenido en cuenta las semejanzas del conteo con otras adquisiciones, como por ejemplo las lingüísticas, parecen haber desatendido la naturaleza misma del contenido cuyo aprendizaje tratan de explicar.

PARTE II

PLANTEAMIENTO EXPERIMENTAL Y DISCUSION DE RESULTADOS

2.1. Diseño experimental

SUJETOS

Tomaron parte en esta investigación 72 niños tomados al azar de dos colegios nacionales de Madrid de zonas de clase socio-cultural media. Se formaron tres grupos: el primero se componía de 24 sujetos de 1º de EGB con edades comprendidas entre los 6,9 y los 8,3 años ($M: 7,3$); el segundo grupo estaba formado por 24 sujetos correspondientes al nivel escolar de 2º de preescolar, estando comprendidas sus edades entre los 5,6 y los 6,4 años ($M: 5,10$); y el tercer grupo lo integraban 24 sujetos de 1º de preescolar, con un rango de edad que se extiende desde los 4,4 hasta los 5,4 años ($M: 4,10$). En cada uno de los grupos el número de niñas y niños era igual.

MATERIAL

Los materiales empleados consistieron en láminas de acetato (29,5 x 21 cm) en las que se adhirieron círculos de 1 cm de diámetro de diversos colores para poder presentar los modelos correspondientes a cada tarea. De este modo, para la Tarea 1 se presentaron 3 láminas de acetato en las que figuraban dos hileras de círculos, una roja y otra negra situada debajo de la roja, existiendo una distancia interhilera de 2 cm; por otra parte, la distancia intra-

hilara es de 1 cm entre cada uno de los círculos. En la Tarea 2 se utilizaron igualmente otras 3 láminas con 4-7, 5-8 y 6-9 círculos dispuestos en dos hileras que tenían igual origen en el margen izquierdo y guardaban una relación de correspondencia uno-a-uno entre sus elementos, en tanto lo permitían los tamaños de los conjuntos. En esta tarea se mantuvo constante la distancia inter e intrahilar, siendo de 2 cm para la primera y de 1 cm para la segunda. Además, los círculos de las dos hileras eran del mismo color, rojos. En la Tarea 3 se presentaron también 3 acetatos con una única hilera de círculos azules entre los que mediaba siempre 1 cm de distancia, siendo el tamaño de los conjuntos presentados de 7, 8 y 9 círculos.

Por último, en la Tarea 1 la situación de no-conteo presentaba diferencias con respecto a los materiales empleados en la situación de conteo, ya que sólo se mostraba una hilera de puntos azules idénticos a los de la Tarea 3.

Al margen de las láminas utilizadas para introducir las tareas, los niños disponían de 29 caramelos –en forma de cuadrados de 1 cm de lado aproximadamente– de dos colores, amarillos y marrones, que los niños empleaban con total libertad para ejecutar las tareas indicadas en el procedimiento experimental.

PROCEDIMIENTO

Las diversas tareas fueron presentadas individualmente a cada niño en una entrevista que tenía una duración promedio de 20 minutos, realizada siempre dentro de las horas lectivas del centro escolar.

La mitad de los sujetos, dentro de cada grupo, pasó en primer lugar las pruebas en las que se pedía que contaran y a continuación las tareas correspondientes a la situación de no-conteo, mientras que la mitad restante lo hizo en el orden inverso. Asimismo, se practicó un contrabalanceo de las diversas tareas dando lugar a un total de 12 órdenes distintos a los que se sometieron dos sujetos dentro de cada grupo. Con respecto al tamaño de los conjuntos se efectuó una ordenación al azar y se mantuvo constante para todos los órdenes que resultaron de la combinación de las distintas tareas.

Las tres tareas presentadas mantenían constantes sus características en la situación de conteo y de no-conteo excepto la Tarea 1, en la que fue necesario introducir leves cambios para acceder a informaciones paralelas en ambas situaciones. Así, la Tarea 1, dentro de la situación de conteo, consistía en presentar dos hileras de círculos, claramente diferenciadas por el color y la situación en la lámina, y se pedía al niño en primer lugar, que comprobara si “hay alguna ficha roja que no tenga su ficha negra”. Una vez que el niño llegaba a la conclusión de que eran equivalentes, se le pedía que contase la hilera de los círculos rojos, tras lo cual se le planteaba la pregunta de cardinalidad. Finalmente, se le interrogaba sobre el número de fichas negras que hay en el modelo: “Y ¿cuántas fichas negras hay?” Esta tarea es considerada como correcta, cuando el niño respondía con el cardinal atribuido a la hilera de círculos rojos después de haberlos contado, es decir, cuando no precisaba contar la hilera de círculos negros para responder cuántos elementos la componían. Esta tarea difiere de la utilizada dentro de la situación de no-conteo, ya que en este caso figuraba simplemente una hilera con un número determinado de puntos azules, y el niño tenía que “hacer una fila que tenga tantos caramelos como esta”. Sin embargo, también se preguntaba al niño, una vez que había construido su hilera del modo que considerara oportuno, si “hay alguna ficha que no tenga su caramelo”. Igualmente se hacía otra pregunta con el fin de comprobar si para el niño existía una relación de equivalencia entre el modelo y la hilera que él mismo había creado. Esta tarea se considera correcta cuando la hilera de los niños contiene realmente el mismo número de elementos que el modelo, aunque este resultado se alcance después de un reajuste debido a las preguntas que se formulaban una vez construida su hilera.

La Tarea 2 consiste en la presentación de dos hileras que guardaban una relación de equivalencia hasta que concluían los elementos del conjunto menor. En la situación de conteo se pedía, en primer lugar, que contase la hilera de menor tamaño y acto seguido se interrogaba sobre su cardinal. Después se repite el mismo procedimiento con respecto a la hilera mayor. Una vez recogida esta información, se pedía al niño que hiciera “otra fila que tenga más caramelos que ésta y menos que ésta” señalando al mismo tiempo la hilera correspondiente (independientemente de que al-

canzaran o no el resultado correcto). En la situación de no-conteo se seguía el mismo procedimiento, pero sin pedir en ningún momento al niño que contase las hileras del modelo. En esta tarea se considera correcta la ejecución de un niño cuando la hilera creada por él cumple estrictamente las condiciones impuestas por la tarea.

Por último, la Tarea 3 consistía en pedir al niño que construyera una hilera que tuviera X elementos más que el modelo (7, 6 y 5 caramelos para los conjuntos de 7, 8 y 9 círculos respectivamente). En la situación de conteo, antes de solicitar al niño que construyera su propia hilera, se le pedía que contase el modelo y, a continuación, que respondiera a la pregunta de cardinalidad. En esta tarea se consideran correctas las respuestas que ofrecen la cantidad exacta indicada en las instrucciones.

En cuanto al tamaño de los conjuntos, se manejaron cantidades que estaban fuera del rango considerado como inmediatamente perceptible. Así, en la Tarea 1 se presentaron conjuntos de 7, 8 y 9 círculos; en la Tarea 2 los pares: 4-7, 5-8 y 6-9, y en la Tarea 3 hileras de 7, 8, y 9 círculos que debían ser incrementados en 7, 6 y 5 caramelos, respectivamente. En el caso de la Tarea 2 se consideró oportuno aceptar la utilización de una hilera con 4 elementos y no hacer uso de cantidades innecesariamente grandes que sólo dilatarían el procedimiento experimental infructuosamente.

2.2. Análisis y discusión de resultados

Para simplificar la descripción del análisis de los resultados y, sobre todo, para facilitar su lectura y comprensión por parte del lector, presentaremos diferentes apartados caracterizados fundamentalmente por la incidencia de lo cuantitativo o cualitativo.

2.2.1. ANALISIS CUANTITATIVO

El análisis de varianza 3 (1° de preescolar vs 2° de preescolar vs 1° de EGB) x 2 (Situación de conteo vs Situación de no-conteo) x 3 (Correspondencia vs Orden vs Cardinalidad) con medidas repetidas en los dos últimos factores muestra que son significativos

los efectos principales de los tres factores: grupo ($F_{2,69} = 17,95$, $p = 0.0000$); situación ($F_{1,69} = 23,34$, $p = 0.0126$); y tarea ($F_{2, 138} = 23,34$, $p = 0.0000$). Por tanto, estos estadísticos muestran que globalmente la diferencia de edad entre los grupos es significativa, que los niños se comportan diferentemente en las dos situaciones experimentales, y que las tres tareas propuestas motivan respuestas significativamente diferentes. Pero, analizando más en detalle estos resultados se observa que la situación de no- conteo resulta significativamente más sencilla que la de conteo. Igualmente, las comparaciones realizadas con la prueba de Tukey muestran que los sujetos de 1° de EGB obtienen resultados significativamente superiores a los de 1° de preescolar ($p < 0.05$), pero no así con respecto a los de 2° de preescolar. Asimismo, tampoco los niños de 2° de preescolar ejecutan sus tareas significativamente mejor que los de 1° de preescolar. En relación a las tareas, la prueba de Tukey revela que

TABLA 2. Medias y desviaciones típicas del ANOVA.

	CONTEO			NO-CONTEO		
	G. I	G. II	G. III	G. I	G. II	G. III
Correspondencia	1,75 (1,45)	2,17 (1,20)	1,67 (1,37)	2,17 (1,13)	2,17 (1,24)	2,88 (0,61)
Orden	0,38 (0,82)	1,42 (1,41)	1,63 (1,47)	0,42 (0,93)	1,50 (1,38)	1,71 (1,37)
Cardinalidad	0,38 (0,92)	1,50 (1,44)	2,79 (0,72)	0,38 (1,01)	1,33 (1,31)	2,75 (0,61)

Puntuación media máxima: 3,00.

Las puntuaciones entre paréntesis corresponden a las desviaciones típicas.

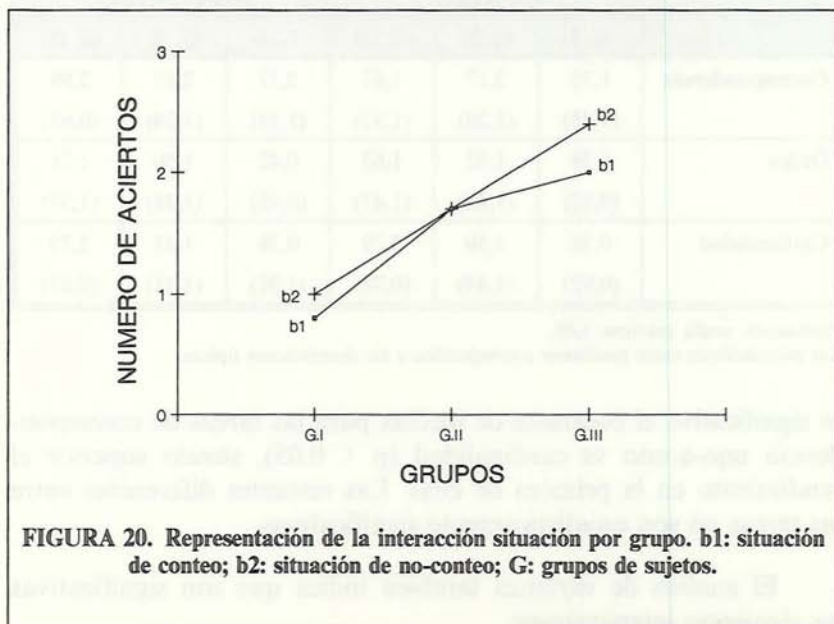
es significativo el contraste de medias para las tareas de correspondencia uno-a-uno vs cardinalidad ($p < 0.05$), siendo superior el rendimiento en la primera de ellas. Las restantes diferencias entre las tareas no son estadísticamente significativas.

El análisis de varianza también indica que son significativas las siguientes interacciones:

- 1) situación por grupo ($F_{2, 69} = 3,35, p = 0.0409$);
- 2) tarea por grupo ($F_{4, 138} = 9,95, p = 0.0000$); y
- 3) tarea por situación ($F_{2, 138} = 6,05, p = 0.0030$).

A continuación nos centraremos en el análisis de las interacciones que han sido representadas gráficamente en las figuras 20, 21 y 22.

El análisis de los efectos simples para la interacción situación por grupo revela la existencia de efectos significativos del factor grupo en la situación de conteo ($F_{2, 69} = 152,82067, p < 0.001$) y también en la situación de no-conteo ($F_{2, 69} = 214,20246, p < 0.001$). Más concretamente, dentro de la situación de conteo las comparaciones simples realizadas con la prueba de Scheffé muestran que es significativo el contraste de medias entre los grupos de 1º y 2º de preescolar ($F_{1, 69} = 16,572043, p < 0.01$). De igual modo también resulta significativo el contraste de medias entre los grupos de 1º de preescolar y 1º de EGB ($F_{1, 69} = 31,885192, p < 0.01$).



Por tanto, el comportamiento de los niños es significativamente diferente en la situación de conteo, excepto para los grupos II y III, es decir, para 2° de preescolar y 1° de EGB.

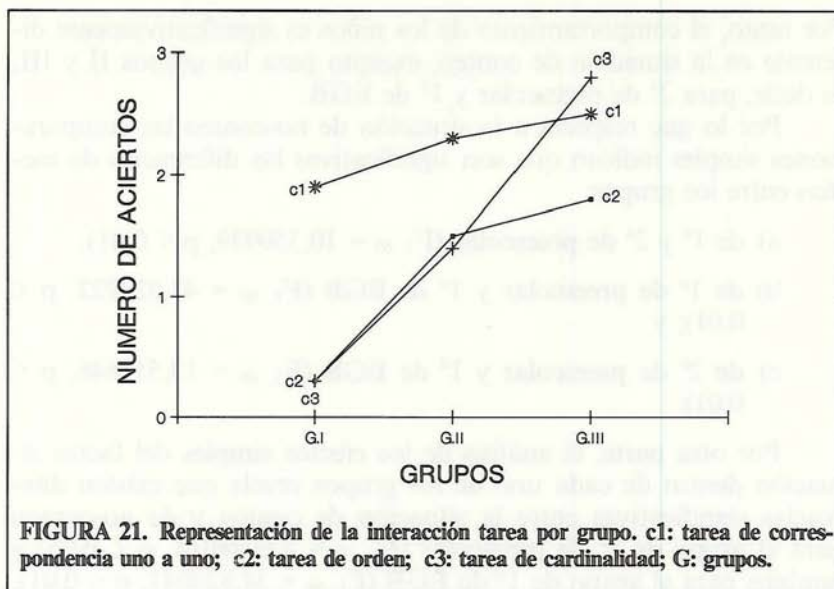
Por lo que respecta a la situación de no-conteo las comparaciones simples indican que son significativas las diferencias de medias entre los grupos:

- a) de 1° y 2° de preescolar ($F_{1, 69} = 10,350939$, $p < 0.01$);
- b) de 1° de preescolar y 1° de EGB ($F_{1, 69} = 47,529922$, $p < 0.01$); y
- c) de 2° de preescolar y 1° de EGB ($F_{1, 69} = 13,519646$, $p < 0.01$).

Por otra parte, el análisis de los efectos simples del factor situación dentro de cada uno de los grupos revela que existen diferencias significativas entre la situación de conteo y de no-conteo para el grupo de 1° de preescolar ($F_{1, 69} = 4,6948014$, $p < 0.05$) y también para el grupo de 1° de EGB ($F_{1, 69} = 34,920041$, $p < 0.01$), siendo en ambos casos superior el rendimiento para la situación de no-conteo. Sin embargo, dentro del grupo de 2° de preescolar el nivel de rendimiento en las situaciones de conteo y de no-conteo es muy semejante, de modo que este contraste de medias no resulta estadísticamente significativo.

Las comparaciones de interacción, realizadas con la prueba de Scheffé, para el análisis de la interacción tarea por grupo, muestran la existencia de diferencias significativas entre los rendimientos de las tareas correspondencia uno-a-uno vs orden ($F_{2, 138} = 11,382924$, $p < 0.001$), y correspondencia uno-a-uno vs cardinalidad ($F_{2, 138} = 9,085288$, $p < 0.001$) para los distintos niveles del factor grupo.

El análisis más detallado de esta interacción, realizado mediante los contrastes de interacción con la prueba de Scheffé, para ahondar en las combinaciones concretas de los niveles de los factores responsables de la significatividad de la interacción revelan lo siguiente. En primer lugar, se encuentra que resultan significativas las diferencias de medias entre los grupos de 1° y 2° de preescolar para las tareas de correspondencia uno-a-uno vs orden ($F_{1, 138} = 21,304387$, $p < 0.01$) y correspondencia uno-a-uno vs cardinalidad ($F_{1, 138} = 22,49334$, $p < 0.01$). Las ejecuciones en la tareas de co-

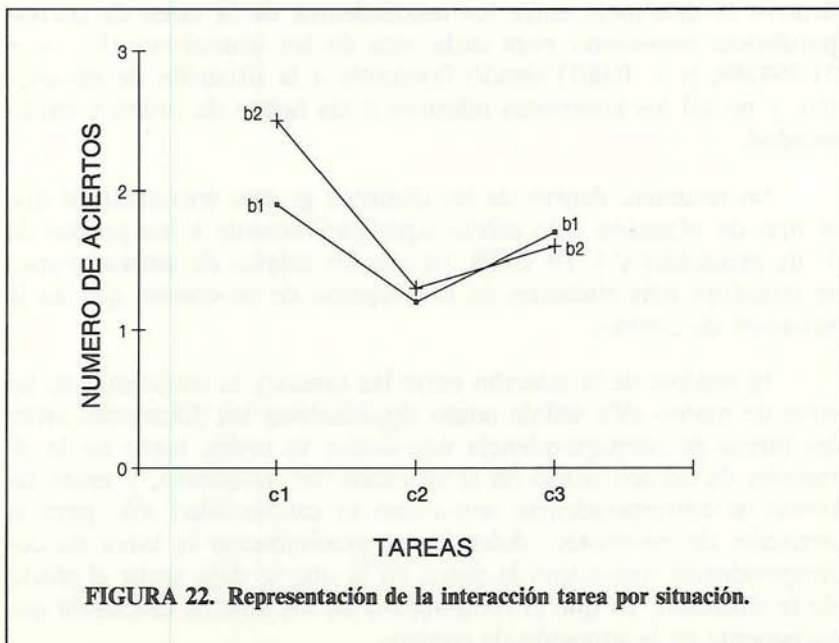


rrrespondencia uno-a-uno se encuentran bastante próximas para ambos grupos pero se alejan notablemente respecto a las tareas de orden y cardinalidad. Este efecto se produce a pesar de que tanto en el grupo de 1º como de 2º de preescolar desciende el rendimiento de los sujetos en las tareas de orden y cardinalidad.

En segundo lugar, cuando se analizan las diferencias de medias entre los grupos de 1º de preescolar y 1º de EGB se encuentra que resultan significativas las diferencias entre las tareas de correspondencia uno-a-uno vs orden ($F_{1, 138} = 19,394716$, $p < 0.01$) y correspondencia uno-a-uno vs cardinalidad ($F_{1, 138} = 4,8486792$, $p < 0.05$). Respecto al primer contraste, la diferencia de rendimiento de los dos grupos en la tarea de correspondencia uno-a-uno es reducida, pero se produce un alejamiento en la tarea de orden. No obstante, tanto en el grupo 1º de preescolar como en el de 1º de EGB se observa una tendencia a disminuir el nivel de rendimiento en la tarea de orden. En cuanto a la significatividad del contraste de interacción para las tareas de correspondencia uno-a-uno y cardinalidad se observa que en la primera de estas tareas no es elevada la diferencia entre el rendimiento de los grupos de 1º de preescolar y

1° de EGB, pero se incrementa notablemente para la tarea de cardinalidad, ya que mientras que el grupo de 1° de EGB eleva su rendimiento en esta tarea hasta niveles próximos a un efecto techo, el grupo 1° de preescolar lo hace disminuir hasta niveles próximos al efecto suelo.

En tercer y último lugar, las diferencias de medias entre los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB en relación a las distintas tareas resultan significativas para las de correspondencia uno-a-uno y cardinalidad ($F_{1, 138} = 7,117047$, $p < 0.01$), ya que la diferencia entre los rendimientos de estos dos grupos se acentúa para la tarea de cardinalidad, debido fundamentalmente a que en el grupo de 2° de preescolar desciende el nivel de rendimiento y se eleva para el grupo de 1° de EGB. Por el contrario, la diferencia entre las tareas de correspondencia uno-a-uno y orden para estos mismos grupos no alcanza la significatividad, debido a que la diferencia entre ambos se mantiene aproximadamente constante a lo largo de estas dos tareas.



Respecto a la interacción tarea por situación el análisis de los efectos simples revela la existencia de diferencias significativas del factor tarea para la situación de conteo ($F_{2, 138} = 46,469838$, $p < 0.001$) y de no-conteo ($F_{2, 138} = 138,13634$, $p < 0.001$). Más concretamente, las comparaciones simples realizadas mediante la prueba de Scheffé arrojan como significativos los contrastes de medias de las tareas correspondencia uno-a-uno y orden en la situación de conteo ($F_{1, 138} = 10,245732$, $p < 0.01$) y de no-conteo ($F_{1, 138} = 28,024634$, $p < 0.01$). Las tareas de correspondencia uno-a-uno y cardinalidad sólo muestran diferencias significativas para la situación de no-conteo ($F_{1, 138} = 16,505551$, $p < 0.01$). En ambos casos la tarea de correspondencia uno-a-uno obtiene siempre los resultados más elevados. Por último, entre las tareas de orden y cardinalidad no existen diferencias significativas en ninguna de las situaciones experimentales.

Asimismo, el análisis de los efectos simples realizados en cada uno de los niveles del factor tarea en relación a los niveles del factor situación (i.e., conteo, no-conteo) indica que resulta significativa la diferencia entre los rendimientos de la tarea de correspondencia uno-a-uno para cada una de las situaciones ($F_{1, 138} = 51,864288$, $p < 0.001$) siendo favorable a la situación de no conteo, y no así los contrastes relativos a las tareas de orden y cardinalidad.

En resumen, dentro de los distintos grupos encontramos que el tipo de situación sólo afecta significativamente a los grupos de 1º de preescolar y 1º de EGB, ya que los sujetos de ambos grupos se muestran más eficientes en la situación de no-conteo que en la situación de conteo.

El análisis de la relación entre las tareas y la situación que les sirve de marco sólo señala como significativas las diferencias entre las tareas de correspondencia uno-a-uno vs orden tanto en la situación de conteo como en la situación de no-conteo, y entre las tareas de correspondencia uno-a-uno vs cardinalidad sólo para la situación de no-conteo. Además, es precisamente la tarea de correspondencia uno-a-uno la única en la que se deja sentir el efecto de la situación, ya que el rendimiento de los sujetos desciende notoriamente en la situación de conteo.

2.2.2. DISCUSION DE RESULTADOS

Recordemos que nuestros objetivos fundamentales iban encaminados a determinar:

- 1) ¿conocen o no los niños el valor funcional del conteo?;
- 2) ¿se manifiesta antes la comprensión del valor funcional del conteo en unas relaciones numéricas que en otras?; y
- 3) ¿es memorístico el conocimiento mostrado por los niños acerca del conteo?

Con respecto al primer interrogante, nuestros datos evidencian que las ejecuciones de los grupos de 1° de preescolar y 1° de EGB son significativamente inferiores en la situación de conteo que en la de no-conteo, y que los sujetos del grupo de 2° de preescolar no manifiestan efecto alguno de mejora o empeoramiento en sus logros con respecto a las dos situaciones. Como consecuencia, las diferencias entre los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB no son significativas, debido a que los sujetos de preescolar mantienen constante su nivel de rendimiento, mientras que los de 1° de EGB lo reducen en la situación de conteo. En cambio, el nivel de éxito de estos dos grupos en relación al grupo de 1° de preescolar es significativamente superior.

En relación a la segunda cuestión, cabe destacar que aunque por el momento los resultados parecen indicar que los sujetos desconocen en general el valor funcional del conteo (i.e., los rendimientos son peores en la situación de conteo), el proceso implicado en la comprensión de la funcionalidad no tiene que consistir en un proceso de todo o nada. De ahí que sea conveniente practicar un análisis más detallado que se ocupe de determinar si los sujetos comprenden el valor funcional del conteo antes para unas relaciones numéricas que otras, ya que como hemos indicado anteriormente, la situación podría influir de algún modo sobre la ejecución de los sujetos. O, como sostiene Gelman (1982), la situación concreta puede facilitar u obstaculizar la aparición de una competencia ya existente.

Más concretamente, la superioridad de la situación de no-conteo sobre la de conteo se manifiesta nuevamente en relación a las tareas como se comprueba en la de correspondencia uno-a-uno.

Además, dentro de la situación de no-conteo es mayor la discriminación entre las tareas que dentro de la situación de conteo, en la que las tres obtienen resultados muy parejos. Este dato parece indicar que las ejecuciones de los sujetos se vuelven más homogéneas para la situación de conteo. Por tanto, el conteo incidiría sobre el rendimiento de los sujetos de modo negativo. En otras palabras, la eficiencia del conteo como instrumento cuantificador no parece revelarse en estas edades y para estas tareas.

En cuanto a la repercusión de la familiaridad de las situaciones para los sujetos podemos observar que, considerando independientemente las puntuaciones de cada uno de los grupos (ver Tabla 2), en el grupo de 1º de EGB la tarea más sencilla es la de cardinalidad con niveles de éxito similares para la situación de conteo y de no-conteo. Precisamente esta tarea es común dentro de las actividades escolares de estos niños tal como puede constatare en las tareas o aditivas o resolución de problemas de sumar. Por el contrario, los grupos de 1º y 2º de preescolar obtienen sus mejores puntuaciones en las tareas de correspondencia, de nuevo las tareas que habitualmente tienen ocasión de practicar en sus actividades curriculares. Además, conforme a los resultados obtenidos en otros trabajos la comprensión de la correspondencia así como de su significado cuantitativo es una de las adquisiciones más tempranas de los niños. No obstante, son diversos los aspectos que favorecen la aparición más temprana de la correspondencia uno-a-uno frente a la utilización flexible del conteo, resaltando sobre todo su importante apoyatura perceptiva. Además, contrariamente a lo defendido por Wagner y Walters (1982) (una secuencia evolutiva en la que se manifiestan antes los patrones de correspondencia muchos-a-uno, uno-a-muchos) las implicaciones de la correspondencia uno-a-uno (en los casos en los que no existe conflicto entre la información perceptiva y propiamente numérica) son las que primero reconocen los niños de corta edad, en contraposición a lo que ocurre con respecto a las correspondencias muchos-a-uno o uno-a-muchos o aquellas en las que no existe consistencia entre la información perceptiva y la relación numérica entre los conjuntos (p.e., Cowan y Daniels, 1989). En efecto, tal como han puesto de manifiesto diversas investigaciones, la relación de equivalencia es la que manejan los niños con mayor precisión y prontitud (ver, por ejemplo, Cowan, 1987; Fuson, 1988; etc.).

Con respecto a los distintos niveles de complejidad que implican las tareas en cada una de las situaciones, observamos que para la tarea de correspondencia uno-a-uno sólo el grupo de 2º de preescolar parece hallarse igualmente capacitado para resolverla en las dos situaciones, mientras que los dos grupos restantes ven disminuir notablemente sus rendimientos en la situación de conteo. Una posible justificación de las diferencias entre las dos situaciones podría residir en que ésta es la única tarea cuya presentación varía sustancialmente entre la condición de conteo y de no-conteo. Asimismo, en la situación de conteo empleamos la instrucción de Hudson (1983) para fomentar la utilización de la correspondencia uno-a-uno. Sin embargo, los niños de preescolar dentro de la situación de conteo obtienen resultados superiores a los sujetos del grupo de 1º de E.G.B., dato que permite sospechar que los niños de preescolar disponen de la forma instrumental del concepto. No obstante, podrían estar utilizando simplemente la regla cuya existencia defienden Fuson et al. (1983), aunque debería ser invertida y adoptar la siguiente forma: “la misma cantidad numérica implica la misma palabra de conteo”, y la actividad misma de inversión delataría un cierto grado de comprensión (ver, Bergan, Stone y Feld, 1984). Otra posibilidad congruente con su comportamiento en las restantes tareas consiste en que sólo conozcan las implicaciones de equivalencia. Son capaces de crear y reconocer esta relación pero no necesariamente de manipularla. Una justificación más remota es la que considera que estos niños no comprenden verdaderamente la correspondencia uno-a-uno y aplican meramente la noción de “matching” defendida por Fuson et al. (1983), ya que lo que parecen desconocer son las relaciones de no-equivalencia. En definitiva, los sujetos de 1º de preescolar muestran aún un conocimiento muy restringido de la correspondencia uno-a-uno.

En el caso de los niños mayores observamos que son los que muestran una mejor comprensión del valor funcional de la correspondencia uno-a-uno en las tres tareas presentadas, y del conteo en las dos últimas (orden y cardinalidad). En consecuencia, este grupo o bien no ha creado o bien no practica el tipo de vínculos que pueden establecerse entre los resultados de los dos tipos de procedimientos de cuantificación.

En la tarea de orden no se encuentran diferencias entre las situaciones de conteo y de no-conteo, ya que los sujetos de todos los

grupos obtienen rendimientos muy bajos y parejos en ambas. Por tanto, cuando la tarea resulta muy compleja los resultados descienden con independencia de la presencia o no del conteo, si bien éste agudiza ligeramente la complejidad inherente a la tarea. Por un lado, este dato concuerda con el tipo de estrategias elegidas por los sujetos, de modo que los del grupo de 1° de preescolar propenden a construir réplicas de los modelos, fundamentalmente de la hilera mayor, apreciándose también un notable incremento en el número de estrategias basadas en la longitud de los modelos. Por otro lado, como recogemos líneas más arriba, este tipo de ejecución contrasta con el conocimiento que muestran en torno a la correspondencia uno-a-uno y su significado cuantitativo (i.e., de equivalencia). La dificultad de los sujetos de todos los grupos en esta tarea podría guardar relación con el hecho de que no han tenido ocasión de experimentar la utilidad de contrastar y elaborar los resultados de la aplicación sucesiva de un mismo procedimiento. Así los niños consideran este tipo de procedimiento como de verificación (i.e., para comprobar si en las dos o diversas ocasiones se obtienen los mismos resultados) y no como un procedimiento de resolución del problema. Asimismo, hay que tener en cuenta que si sólo manejan la relación de equivalencia resulta extremadamente razonable que encuentren más dificultades en esta tarea que precisa de la concurrencia de cualquiera de las relaciones de orden (i.e., “mayor que” o “menor que”).

Por último, la no utilización de estrategias correctamente orientadas a la meta de las tareas propuestas no permite entrar en la discusión de los puntos destacados en el planteamiento del problema.

En la tarea de cardinalidad se observa que la presencia del conteo puede ser provechosa, ya que el grupo de 1° de preescolar no hace descender por primera y única vez sus rendimientos en la situación de conteo; y los sujetos de los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB obtienen niveles de éxito levemente superiores para la situación de conteo. Estos resultados son coherentes con la concepción unitaria del conteo y también con el tipo de utilización que hacen del conteo para crear conjuntos (ver, p.e., Bermejo y Lago, 1990; para la prueba de “dar”). Más concretamente, los niños son capaces de aplicar el conteo después de haber creado una hilera equivalente a la del modelo, pero conforme a la concepción

unitaria no son capaces de emplear el conteo en las tareas de orden, porque en esa tarea se verían obligados a considerar cada conjunto como subconjuntos relacionales.

El tercer y último aspecto, relativo a la comprensión puramente memorística del conteo, resulta difícil de comentar a partir de los datos recogidos. Son varias las razones que nos fuerzan a ser muy cautelosos en la interpretación de nuestros resultados entre las que destacamos las que siguen a continuación. En primer lugar, ya hemos expresado nuestro deseo de no asimilar la concepción "memorística" del conteo con un desconocimiento, total o parcial, de la "funcionalidad" del conteo. En efecto, no es posible inferir, a partir de la ejecución de los sujetos en la situación de conteo, que los niños manifiestan un conteo puramente memorístico, inferencia también incierta en el caso de la situación de no-conteo. No obstante, este tipo de inferencias —más o menos explícitamente— están bastante difundidas en los trabajos que recientemente se han venido realizando en torno a la funcionalidad del conteo.

Nuestros datos muestran que incluso dentro de la situación de conteo existen diferencias significativas entre las tareas de correspondencia uno-a-uno y orden; de ahí que no sea correcto identificar la comprensión memorística con el desconocimiento del valor funcional del conteo, porque la ejecución de los sujetos puede variar dependiendo del tipo de relación numérica de que se trate. En efecto, los datos parecen apoyar la interpretación de la comprensión parcial respecto a la funcionalidad del conteo, de modo que los niños pueden conocer "para qué" vale el conteo, pero en situaciones aún muy restringidas. Esta justificación, sin embargo, queda limitada por el hecho de que precisamente la tarea de correspondencia uno-a-uno parece ser la única que comprende niveles de éxito significativamente distintos entre ambas situaciones, siendo superior para la situación de no-conteo. No obstante, sigue prevaleciendo el dato que pone de relieve que los niños no son totalmente indiferentes al tipo de situación, a pesar de que la de conteo ejerza influencias negativas sobre su nivel de rendimiento.

En segundo lugar, la escasa utilización que hacen nuestros sujetos del conteo nos impide determinar si su comprensión del mismo es o no mecánica. Por un lado, constatamos que los sujetos de todos los grupos se muestran competentes en el conteo y emisión del cardinal de los conjuntos, aunque hagan caso omiso del

resultado. Por otra parte, y dejando al margen al grupo de 1° de preescolar debido a su bajo porcentaje de utilización del conteo, dentro de la situación de no-conteo y de conteo la utilización del conteo es muy semejante para los dos grupos restantes. De modo que la situación de conteo no provoca una mayor utilización, correcta o incorrecta, del conteo. La cuestión que se nos plantea entonces es: ¿por qué provoca entonces un descenso en el rendimiento de los sujetos?

En definitiva, la concepción del conteo como una rutina memorística no encuentra una sólida base en estos resultados, ya que en caso de tratarse de una verdadera rutina memorística la emplearían sin más (y sin cuidarse de su corrección o no) mayoritariamente en la situación de conteo. Este dato quedaría avalado por el recogido anteriormente que revela que los niños pueden contar correctamente los tamaños de conjunto empleados como muestras, de modo que si no aplican "indiscriminadamente" el procedimiento de conteo (i.e., respecto a la situación y el tipo de tarea) es porque se trata de un proceso que se va completando conceptualmente de manera gradual, en función de sus experiencias y la dificultad misma de la situación en que se pretende que lo utilicen.

Igualmente, la inferencia que realizan en la tarea de correspondencia dentro de la situación de conteo es contraria a lo esperable conforme a un modelo memorístico, porque vendría a significar que pueden utilizar y generalizar el resultado del conteo en función de otra relación cuantitativa que ya comprenden.

Otro importante aspecto, que serviría para determinar la concepción del conteo en los niños, así como para clarificar si se trata de un conocimiento memorístico o no, es el relativo a la validez o no de los conteos fraccionarios, es decir, si los niños consideran que es imprescindible "contar seguido". Este análisis sólo es factible dentro de la tarea de cardinalidad, especialmente en la situación de conteo. Para ello analizamos en primer lugar la estrategia empleada en la tarea de cardinalidad dentro de la situación de conteo denominada C/C; es decir, se trata de un conteo fraccionario en el que los niños cuentan en primer lugar para hacer un conjunto equivalente al modelo y vuelven a contar por segunda vez para añadir los elementos indicados en las instrucciones. Nuestros resultados apuntan en el mismo sentido que los recogidos por Sophian (1988b), ya que esta autora encuentra que el porcentaje

de acierto de los juicios de los niños acerca de la ejecución de una marioneta, cuando su tarea consiste en comparar dos conjuntos descendiendo a niveles de azar. En nuestro trabajo, como se puede observar en la Tabla 9 los niños de los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB aplican este conteo "fraccionario" en un considerable porcentaje de ensayos a lo largo de la tarea de cardinalidad. Más concretamente, los niños de los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB emplean este conteo en el 18,05% y 27,78% de ensayos dentro de la situación de conteo (consiguiendo resultados correctos en el 69,23% y 80% de esos ensayos). No obstante, en la situación de no-conteo estos porcentajes de utilización disminuyen al 8,34% de los ensayos en el grupo de 2° de preescolar y se mantiene en un 20,83% de los ensayos en el grupo de 1° de EGB (elevándose su nivel de acierto en el grupo de 2° de preescolar al 100% de los ensayos y descendiendo al 73,33% en el grupo de 1° de EGB). Los sujetos del grupo de 1° de preescolar nunca hacen uso de una estrategia de conteo fraccionario, debido quizás a que su conocimiento del conteo es muy poco flexible y por tanto no consideran válido empezar de nuevo. Esta restricción, por otra parte, resulta útil cuando los niños están adquiriendo el procedimiento de conteo, ya que se trata de un procedimiento de cuantificación en términos absolutos y ese tipo de práctica no serviría más que para entorpecer y contradecir los principios procesuales del conteo.

2.2.3. ESTUDIO DE ESTRATEGIAS

En este apartado analizaremos los comportamientos de los sujetos en cada una de las situaciones presentadas, así como las estrategias que emplean los niños en las distintas tareas, dentro de las situaciones de conteo y de no-conteo.

Las diferencias entre de los grupos revelan que en el caso de los sujetos de 1° de preescolar el porcentaje de ensayos correctos es equivalente para las situaciones de conteo (12,5% de los ensayos correctos) independientemente del orden de presentación, pero no así para las de no-conteo, ya que es superior su porcentaje de acierto cuando pasan la situación de no-conteo en segundo lugar (22,22% vs 37,96%, respectivamente para la situación de conteo en segundo y primer lugar). Contrariamente a lo que ocurre en el

grupo de menor edad, en los dos grupos restantes se aprecia la existencia de un patrón común según el cual el rendimiento de los sujetos en la situación de conteo es superior, cuando ésta se pasa a continuación de la situación de no-conteo, y es superior en la situación de no-conteo cuando ésta antecede a la de conteo. En definitiva, los sujetos de los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB rinden más cuando pasan en primer lugar la situación de no-conteo que cuando pasan en primer lugar la situación de conteo (i.e., 48,15% vs 56,95% y 66,49% vs 80,33% de ensayos correctos respectivamente para los grupos de 2° de preescolar y 1° de EGB).

Con respecto a las estrategias, el grado de acuerdo de las mismas en las dos situaciones es más elevado para los grupos de preescolar (87,06% y 74,38% para los grupos de 1° y 2° de preescolar respectivamente) que para el de 1° de EGB (56,73%). Asimismo, dentro de los dos grupos de menor edad también se observan diferencias, ya que corresponde al grupo de 1° de preescolar el mayor grado de acuerdo entre las estrategias de las dos situaciones.

En relación a los preescolares observamos, por un lado, que emplean un número equivalente, tanto cuantitativa como cualitativamente, de estrategias en las dos situaciones. Por otro lado, ninguno de estos grupos manifiesta en sus estrategias indicios de la influencia de la situación de conteo. En efecto, tal como se refleja en el alto porcentaje de acuerdo entre las estrategias de las dos situaciones, no parece que el orden de presentación de las situaciones determine en modo alguno las ejecuciones de los sujetos. Más concretamente, las estrategias utilizadas por los sujetos cuando la primera situación es la de conteo no difieren de las que emplean cuando pasan en primer lugar la situación de no-conteo.

Con respecto al grupo de sujetos de 1° de EGB encontramos que cuantitativamente es semejante el número de estrategias observadas en cada uno de los órdenes de presentación (17 vs 14 estrategias para el conteo en primer y segundo lugar, respectivamente). Pero, a nivel cualitativo las estrategias empleadas cuando el conteo es la primera situación son muy semejantes a las utilizadas en la situación de no-conteo, aunque no ocurre así cuando la situación de no-conteo antecede a la de conteo.

Otro dato llamativo se produce con respecto al grado de acuerdo de las estrategias a nivel inter e intra situación; de manera

que, en general, es superior el porcentaje de acuerdo a nivel inter-que intra-situación. Por tanto, las tareas ejercen una notable influencia sobre el tipo de estrategia elegida por los niños, quienes se dejan influir en menor medida por la situación. Este dato no parece constituir un argumento favorable al modelo memorístico del conteo, ya que revela que los sujetos no actúan mecánica e indiferenciadamente en los tres tipos de tareas propuestas. Por tanto, si los sujetos no parecen mostrar una ejecución mecánica en los conceptos que subyacen al conteo, ¿por qué habría de ser mecánica su ejecución del conteo?

También en relación con la diferencia entre las dos situaciones, pero aludiendo a la consistencia del comportamiento de los sujetos, hay que destacar que es ligeramente mayor el cambio de estrategias en la situación de conteo que en la situación de no-conteo para todos los grupos (i.e., 47,22% vs 35,19%; 43,75% vs 41,21%; y 45,17% vs 37,5% para los grupos de 1° y 2° de preescolar y 1° de EGB, respectivamente). Esto nos lleva a considerar si esta mayor inconsistencia es la responsable del descenso en el nivel de éxito de los sujetos. En primer lugar, la mayor variabilidad no implica, y de hecho no lo hace, que existan diferencias entre las estrategias de las dos situaciones. Y, en segundo lugar, este aumento de la variabilidad además de destacarse como un efecto de la situación de conteo, permite entrever que los comportamientos de los sujetos no parecen ajustarse a un modelo memorístico por las mismas razones que venimos esgrimiendo a lo largo de estas páginas. Asimismo revela que quizás juzguen como adecuada la utilización del conteo aunque no puedan llevar a buen término su creencia por no poseer una comprensión del conteo lo suficientemente elaborada.

En la Tablas 3 a 12 recogemos de manera exhaustiva los diferentes tipos de estrategias empleadas por los sujetos en las distintas tareas. En la tarea de correspondencia uno-a-uno para la situación de no-conteo, como puede observarse en la Tabla 3, el 76,39%, 76,39% y 72,22% de los ensayos recaen en estrategias de correspondencia uno-a-uno para los grupos de 1° y 2° de preescolar, y 1° de EGB respectivamente. Por otra parte, estos mismos grupos aplican el conteo en el 8,34%, 30,55% y 27,78% de los ensayos. En el grupo de los pequeños el porcentaje de ensayos restantes se distribuye en diversas estrategias más o menos azarosas, que tam-

TABLA 3. Estrategias empleadas en c1 (b2). Porcentajes de ensayos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
TODOS	4,17	8,33	–
AZAR	9,72	1,39	1,39
P = LONGITUD	8,72	5,55	–
C/P1	4,17	11,11	1,39
UIC	4,17	11,11	26,39
P1	68,05	54,17	68,05
P1 + X	–	–	2,78
C	–	8,33	–

P: respuesta perceptiva; C/P1: el conteo no tiene carácter cuantificador, sólo acompaña a la realización de la correspondencia uno-a-uno con el modelo; UIC: utiliza la información del conteo; P1: correspondencia con los círculos del modelo; P1 + X: primero establece una correspondencia uno-a-uno y luego deshace la equivalencia añadiendo una serie más de objetos; C: cuenta al mismo tiempo que construye su hilera.

TABLA 4. Estrategias empleadas en c1 (b2). Porcentajes de ensayos correctos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
TODOS	*****		–
AZAR	*****		*****
P = LONGITUD	14,29		–
C/P1	100,00	100,00	100,00
UIC	66,17	11,11	26,39
P1	68,67	87,50	100,00
P1 + X	–	–	*****
C	–	*****	–

*****: Estrategias utilizadas durante la tarea pero que no obtienen éxito alguno.

bién se observan en una proporción similar de ensayos en el grupo de 2° de preescolar y que están casi erradicadas del grupo de 1° de EGB.

Una estrategia especialmente llamativa es la que consiste en contar al mismo tiempo que se realiza la correspondencia uno-a-uno, puesto que el conteo no tiene carácter cuantificador. Esta estrategia es escasamente empleada por los niños pequeños, se incrementa su utilización en el grupo de 2° de preescolar y prácticamente se extingue en el grupo de 1° de EGB. Consideramos que esta combinación de dos procedimientos de cuantificación puede estar reflejando el modo en que los niños llegan a coordinar e incluso sustituir unos procedimientos de cuantificación por otros más complejos y versátiles. En efecto, cabe suponer que en principio los niños reaccionarán ante este tipo de tareas emitiendo respuestas puramente azarosas para tener más tarde en cuenta los indicios perceptivos. Estos indicios son extremadamente sobresalientes y los niños tardan en desasirse de ellos. Son varias las razones que fomentan este tipo de ejecución, entre las que destacamos, que en ocasiones los indicios perceptivos covarían realmente con las cantidades tanto continuas como discontinuas, y, además, los juicios basados en estos indicios perceptivos son menos complejos, constan de menos dimensiones y de menos relaciones entre ellas que un procedimiento de cuantificación como tal. Por ejemplo, en el caso de la correspondencia uno-a-uno es preciso coordinar los emparejamientos cuyos elementos incluso pueden pertenecer a planos diferentes, o basarse cada uno de los emparejamientos en unidades diferentes para cada uno de los conjuntos utilizados, etc. Una vez que los niños pueden emparejar elementos tendrán ocasión de experimentar el significado cuantitativo de la equivalencia y las diversas relaciones de orden, constituyendo éste el momento que cierra el período de adquisición de la correspondencia uno-a-uno. Probablemente mucho antes de que el niño dé fin a este aprendizaje estará inmerso en la adquisición del conteo, que no sólo abarca sino que amplía el rango de aplicación de la correspondencia uno-a-uno y conlleva además la utilización de conjuntos que no permiten la aplicación del "matching" y supone la necesidad adicional de coordinar otros componentes. En definitiva, los niños que emplean la estrategia C/P1 están haciendo un esfuerzo por integrar dos procedimientos excluyentes. Esta redundancia en el comporta-

miento infantil podría interpretarse como una especie de transición entre la utilización de la correspondencia y la utilización de la información obtenida en el conteo; sin embargo, más que redundante este procedimiento parece ser el más adecuado para verificar la homogeneidad de resultados. Por otra parte, se hace evidente que la ejecución simultánea de ambos procedimientos no entorpece la ejecución de los niños que obtienen con ella un 100% de acierto. Esto podría apuntar a que este comportamiento es propio de los niños que manejan perfectamente la correspondencia uno-a-uno y ejecutan con igual facilidad el conteo.

La estrategia que consiste en utilizar la información del conteo implica una laboriosa actuación por parte de los niños, que como vemos en la Tabla 3 incrementa su presencia en los grupos de mayor edad. En primer lugar han de contar el modelo, extraer el cardinal y a partir de él reproducir el modelo creando un conjunto equivalente nuevamente mediante el conteo. El uso más extendido del conteo en los niños parece estar relacionado con el "dame". No obstante, con esta estrategia queda patente que los niños no sólo comprenden la cardinalidad, sino que consideran el conteo como un procedimiento adecuado para determinarla en cualquiera de sus sentidos (i.e., de las partes al todo o del todo a las partes).

Como se evidencia en la Tabla 5, en la tarea utilizada para analizar la comprensión del orden son muy variadas las ejecuciones de los niños, aunque su nivel de acierto es muy escaso. En esta tarea parece que las estrategias de los niños tratan de ser coherentes, por un lado, con su comprensión de la correspondencia uno-a-uno y, por otro, con las instrucciones de la tarea que, en general, no saben como solucionarlas. Esta tarea no presenta diferentes niveles de éxito en la situación de conteo y de no-conteo, ni tampoco fluctúan notablemente las estrategias que emplean los sujetos de los distintos grupos en cada una de las situaciones. Por tanto, es muy reducido el porcentaje de ensayos en los que está presente el conteo en cualquiera de las situaciones. Este dato confirma que existe diferenciación entre las tareas (en las de correspondencia uno-a-uno y cardinalidad se emplea más) y la no-aplicación mecánica e indiscriminada del conteo. Los sujetos sólo parecen sentirse inclinados a su aplicación cuando conocen en alguna medida el efecto de su aplicación.

TABLA 5. Estrategias empleadas en la tarea c2 (b1). Porcentajes de ensayos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
P _{1P} + X	6,94	19,44	47,22
UIC	4,17	8,33	4,17
C	–	6,94	5,55
C/P _{1P} + X	–	11,11	5,55
C/P ₁	–	5,55	–
P _{1P}	12,50	1,39	–
P _{1G}	22,22	–	–
P _{1G} + X	1,39	–	–
H _P + X	11,11	11,11	6,94
2H _{-/=}	2,78	13,89	12,50
2H _M	4,17	2,78	4,17
2H ₋	2,78	–	–
P = LONGITUD	16,67	4,17	–
SUMAN HILERAS	–	–	8,33
TODOS	11,11	8,33	–
AZAR	4,17	6,94	5,55

P_{1P} + X: correspondencia con la hilera pequeña del modelo y deshacer la equivalencia añadiendo una serie de elementos; UIC: utiliza la información del conteo, el conteo actúa como operador de cuantificación propiamente dicho; C: cuentan a medida que hacen su hilera, pueden contar hasta el cardinal de una de las hileras del modelo o contar atendiendo sólo a su hilera; C/P_{1P} + X: cuenta al mismo tiempo que realiza la correspondencia uno-a-uno con la hilera pequeña y deshace la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; C/P₁: el conteo no tiene carácter cuantificador, sólo acompaña a la correspondencia; C: cuentan pero sin que sea un procedimiento organizado para cuantificar; P_{1P}: realiza una correspondencia uno-a-uno con la hilera pequeña del modelo; P_{1G}: realiza una correspondencia uno-a-uno en relación a la hilera mayor del modelo; P_{1G} + X: realiza una correspondencia uno-a-uno respecto a la hilera mayor del modelo y, a continuación, deshace la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; H_P + X: añadir un número dado de fichas a la hilera pequeña del modelo, exactamente a continuación de la misma; 2H_{-/=}: construye dos hileras no equivalentes entre sí; 2H_M: construye dos hileras equivalentes a las dos del modelo; 2H₋: construye dos hileras equivalentes entre sí; P = LONGITUD: crean sus hileras atendiendo a consideraciones perceptivas; SUMAN HILERAS: los niños crean una única hilera que contiene tantos elementos como las dos del modelo conjuntamente; TODOS: emplea todos los elementos disponibles.

TABLA 6. Estrategias empleadas en la tarea c2 (b1). Porcentajes de ensayos correctos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
P1 _P + X	60,00	92,86	91,76
UIC	100,00	100,00	100,00
C	—	40,00	*****
C/P1 _P + X	—	100,00	100,00
C/P1	—	75,00	—
P1 _P	11,11	100,00	—
P1 _G	*****	—	—
P1 _G + X	*****	—	—
H _P + X	*****	12,50	*****
2H ₋ /=	*****	*****	*****
2H _M	*****	*****	*****
2H ₋	*****	—	—
P = LONGITUD	*****	*****	—
SUMAN HILERAS	—	—	*****
TODOS	*****	*****	—
AZAR	*****	*****	*****

*****: Estrategias utilizadas durante la tarea pero que no obtienen éxito alguno.

Dentro de la situación de conteo son muy pocos los ensayos en los que aplican el conteo o hacen uso de la información de él extraída. En el grupo de 1° de preescolar utilizan exclusivamente la información del conteo en el 4,17% de los ensayos, sin que se manifieste el conteo junto a ninguna otra estrategia de resolución. En el grupo de 2° de preescolar se observa la manifestación del conteo en el 31,93% de los ensayos, obteniendo globalmente un éxito de 78,75% de los ensayos. El grupo de 1° de EGB aplica estrategias relacionadas con el conteo en el 15,27% de los ensayos, con un promedio de acierto del 100% de los ensayos en los que lo aplican.

TABLA 7. Estrategias empleadas en la tarea c2 (b2). Porcentajes de ensayos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
P _{1P} + X	12,50	22,22	38,89
UIC	—	4,17	16,67
C	—	8,33	4,17
C/P _{1P} + X	—	1,39	2,78
C/P _{1G}	—	2,78	—
P _{1P}	6,94	1,39	—
P _{1G}	29,17	4,17	—
P _{1G} + X	1,39	—	4,17
H _P + X	8,33	12,50	4,17
2H ₋ /=	4,17	6,94	8,33
2H _M	8,33	2,78	8,33
2H ₋	1,39	—	1,39
P ₁ /R _P G	—	9,72	—
P = LONGITUD	8,33	4,17	—
TODOS	11,11	13,89	—
AZAR	8,33	5,55	11,11

P_{1P} + X: correspondencia con la hilera pequeña del modelo y deshacer la equivalencia añadiendo una serie de elementos; UIC: utiliza la información del conteo, el conteo actúa como operador de cuantificación propiamente dicho; C: cuentan a medida que hacen su hilera, pueden contar hasta el cardinal de una de las hileras del modelo o contar atendiendo sólo a su hilera; C/P_{1P} + X: cuenta al mismo tiempo que realiza la correspondencia uno-a-uno con la hilera pequeña y deshace la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; C/P_{1G}: el conteo no tiene carácter cuantificador, sólo acompaña a la correspondencia uno-a-uno con la hilera mayor del modelo; P_{1P}: realiza una correspondencia uno-a-uno con la hilera pequeña del modelo; P_{1G}: realiza una correspondencia uno-a-uno en relación a la hilera mayor del modelo; P_{1G} + X: realiza una correspondencia uno-a-uno respecto a la hilera mayor del modelo y, a continuación, deshace la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; H_P + X: añadir un número dado de fichas a la hilera pequeña del modelo, exactamente a continuación de la misma; 2H₋/=: construye dos hileras no equivalentes entre sí; 2H_M: construye dos hileras equivalentes a las dos del modelo; 2H₋: construye dos hileras equivalentes entre sí; P₁/R_PG: construye su hilera por correspondencia uno-a-uno respecto a las dos hileras del modelo simultáneamente; P = LONGITUD: crean sus hileras atendiendo a consideraciones perceptivas; TODOS: emplea todos los elementos disponibles.

TABLA 8. Estrategias empleadas en la tarea c2 (b2). Porcentajes de ensayos correctos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
P1 _P + X	33,33	100,00	96,43
UIC	—	100,00	91,67
C	—	83,33	33,33
C/P1 _P + X	—	100,00	100,00
C/P1 _G	—	50,00	—
P1 _P	*****	*****	—
P1 _G	4,76	*****	—
P1 _G + X	*****	—	*****
H _P + X	*****	*****	33,33
2H ₋ /=	*****	*****	*****
2H _M	*****	*****	*****
2H ₋	*****	—	*****
P1/R _P G	—	100,00	—
P = LONGITUD	33,33	*****	—
TODOS	*****	*****	—
AZAR	50,00	75,00	25,00

*****: Estrategias utilizadas durante la tarea pero que no obtienen éxito alguno.

En esta tarea se observa que en la estrategia C/P1 (i.e., los sujetos resuelven la tarea mediante la correspondencia uno-a-uno y el conteo acompaña a esta ejecución sin valor funcional alguno) sí que se produce una interferencia entre ambos procedimientos. Ello corrobora que los niños no aplican la regla que especifica que “la misma cantidad numérica implica la misma palabra de conteo”, porque previamente han contado y se les repite el cardinal con la instrucción de que su conjunto no puede ser equivalente. Sin embargo, lo que realmente construye es un conjunto exactamente equivalente y esta información se explicita por partida doble: mediante los indicios perceptivos y a través de los resultados del conteo.

El promedio de acierto de algunas estrategias es muy elevado. En primer lugar, la estrategia con un mayor número de ensayos corresponde al establecimiento de la correspondencia uno-a-uno con la hilera menor del modelo, para generar a continuación un conjunto no equivalente al que originalmente sirve de modelo, ni tampoco equivalente al de mayor tamaño. No obstante, los porcentajes de acierto de esta estrategia no son los más elevados, a pesar de que algunos aciertos de los sujetos son fruto del azar, ya que algunos niños pertenecientes al grupo de 1° de preescolar tratan de resolver la tarea mediante una correspondencia con la hilera menor del modelo y obtienen una hilera correcta al equivocarse en el establecimiento de la correspondencia uno-a-uno. Esto mismo ocurre en el grupo de 2° de preescolar, si bien en menor cuantía. En segundo lugar, la información obtenida a través del conteo es escasamente empleada en los 3 grupos, pero obtiene siempre un 100% de acierto.

Por último, las estrategias empleadas en la tarea de cardinalidad, dentro de la situación de conteo, permiten observar que para esta tarea los sujetos del grupo de 1° de preescolar emplean, en general, la correspondencia biunívoca con el modelo. No obstante, algunos aplican primero este procedimiento y completan su labor deshaciendo la equivalencia mediante la adición de un número dado de caramelos que no intentan y/o no saben que tienen que cuantificar de manera precisa. Esta estrategia parece ser la precursora de la estrategia correcta que consiste en utilizar, en primer lugar, la correspondencia uno-a-uno y luego contar para añadir correctamente los elementos indicados. En cualquier caso, los niños de este grupo se muestran competentes respecto a la comprensión de las relaciones de equivalencia y no-equivalencia, de ahí que no permitan que se mantenga la equivalencia, aunque no se atengan estrictamente a las instrucciones de la tarea. Sin embargo, este dato no está enfrentado con el relativo a la ejecución de estos mismos sujetos en la tarea de orden (el 44,45% de los ensayos daban lugar a una respuesta basada en la equivalencia), ya que también aquí encontramos porcentajes similares de ensayos en los que se contentan con establecer una equivalencia.

Las estrategias empleadas por este mismo grupo para la tarea de cardinalidad, dentro de la situación de no-conteo, son prácticamente las mismas que en la situación de conteo. Además, al igual

TABLA 9. Estrategias empleadas en la tarea c3 (b1). Porcentajes de ensayos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
SUMA	–	–	16,67
P1/C	12,50	29,17	33,33
C/C	–	18,05	27,78
C/P1/C	–	13,89	11,11
C	–	11,11	–
C/P1	2,78	1,39	2,78
P1/P1	4,17	–	5,55
P1 + X	16,67	–	2,78
P1	43,05	11,11	–
P = LONGITUD	2,78	1,39	–
TODOS	11,11	11,11	–
AZAR	6,94	2,78	–

SUMA: construyen su hilera contando de 1 a 14; P1/C: el conteo tiene auténtico carácter de cuantificador; C/C: cuenta en primer lugar para hacer un conjunto equivalente al modelo y cuenta por segunda vez para añadir los elementos indicados; C/P1/C: primero se cuenta acompañando la correspondencia uno-a-uno y a continuación se aplica el conteo para finalizar la tarea, con carácter de cuantificador; C: cuentan para construir una hilera que contenga tantos elementos como objetos deben añadirse al modelo; C/P1: el conteo no tiene carácter de cuantificador y se utiliza simplemente para “acompañar” la realización de la correspondencia uno-a-uno; P1/P1: dos correspondencias uno-a-uno iguales, se utiliza con los dobles; P1 + X: crean en primer lugar un conjunto equivalente al modelo por correspondencia uno-a-uno y a continuación deshacen la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; P1: construyen una hilera equivalente al modelo por correspondencia uno-a-uno; P = LONGITUD: construyen su conjunto atendiendo a consideraciones de índole perceptivo; TODOS: crean una hilera con todos los elementos disponibles.

que en las restantes tareas, abundan las estrategias basadas en lo perceptivo, y en el escaso número de ensayos en los que utilizan el conteo, suelen hacerlo para acompañar el establecimiento de la correspondencia uno-a-uno con el modelo.

En el grupo de 2º de preescolar destaca la utilización conjunta de la correspondencia y el conteo. La primera para establecer la equivalencia y el segundo para añadir los elementos extra que su

TABLA 10. Estrategias empleadas en la tarea c3 (b1). Porcentajes de ensayos correctos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
SUMA	—	—	100,00
P1/C	100,00	85,71	100,00
C/C	—	69,23	80,00
C/P1/C	—	100,00	100,00
C	—	*****	—
C/P1	*****	*****	50,00
P1/P1	*****	—	100,00
P1 + X	*****	—	*****
P1	*****	*****	—
P = LONGITUD	*****	*****	—
TODOS	*****	*****	—
AZAR	*****	*****	—

*****: Estrategias utilizadas durante la tarea pero que no obtienen éxito alguno.

conjunto debe tener con respecto al modelo. En este grupo se registra un aumento en el porcentaje de ensayos en los que se acompaña el primer paso de esta estrategia (i.e., el establecimiento de la correspondencia uno-a-uno) con un conteo sin carácter cuantificador, como puede observarse en la Tabla 11. En este grupo también se observa una creciente utilización del conteo aunque sin obtener éxito alguno, ya que estos sujetos sólo tienen en cuenta su propia actividad de conteo, es decir, el contar constituye el medio y el fin simultáneamente.

Para la situación de no-conteo se mantiene la hegemonía de las estrategias empleadas en la situación de conteo, aunque se observa un ligero aumento en el porcentaje de ensayos en los que se aplica, en primer lugar, la correspondencia uno-a-uno y a continuación el conteo. Asimismo, disminuyen en un 50% las estrategias de aplicar dos conteos consecutivos y también desciende el número

TABLA 11. Estrategias empleadas en la tarea c3 (b2). Porcentajes de ensayos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
SUMA	–	–	9,72
P1/C	12,50	36,11	62,50
C/C	–	8,34	20,83
C/P1/C	–	9,72	–
C	–	6,93	–
C/P1	4,17	5,55	–
C-P1/C	–	–	4,17
P1/P1	–	–	1,38
P1/P1 + X	–	–	1,38
P1 + X	18,05	–	–
P1	41,67	11,11	–
P = LONGITUD	5,55	6,94	–
TODOS	2,78	15,28	–
AZAR	15,28	–	–

SUMA: construyen su hilera contando de 1 a 14; P1/C: el conteo tiene auténtico carácter cuantificador; C/C: cuenta en primer lugar para hacer un conjunto equivalente al modelo y cuenta por segunda vez para añadir los elementos indicados; C/P1/C: primero se cuenta acompañando la correspondencia uno-a-uno y a continuación se aplica el conteo para finalizar la tarea, con carácter de cuantificador; C: cuentan para construir una hilera que contenga tantos elementos como objetos deben añadirse al modelo; C/P1: el conteo no tiene carácter de cuantificador y se utiliza simplemente para “acompañar” la realización de la correspondencia uno-a-uno; C-Pq/C: cuenta primero el modelo, reproduce por correspondencia uno-a-uno y añade los restantes contando; P1/P1: dos correspondencias uno-a-uno iguales, se utiliza con los dobles; P1/P1 + X: aplica 2 veces consecutivas la correspondencia uno-a-uno con el modelo y luego añade algunos elementos más; P1 + X: crean en primer lugar un conjunto equivalente al modelo por correspondencia uno-a-uno y a continuación deshacen la equivalencia añadiendo un número cualquiera de objetos; P1: construyen una hilera equivalente al modelo por correspondencia uno-a-uno; P = LONGITUD: construyen su conjunto atendiendo a consideraciones de índole perceptivo; TODOS: crean una hilera con todos los elementos disponibles.

de ensayos en los que acompañan el primer paso de la estrategia P1/C con un procedimiento de conteo sin valor funcional alguno.

La ejecución del grupo de 1º de EGB para la situación de conteo es muy similar, con respecto a las estrategias empleadas, al

TABLA 12. Estrategias empleadas en la tarea c3 (b2). Porcentajes de ensayos correctos correspondientes a cada estrategia.

ESTRATEGIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
SUMA	—	—	85,71
P1/C	100,00	80,80	100,00
C/C	—	100,00	73,33
C/P1/C	—	85,71	—
C	—	*****	—
C/P1	*****	*****	—
C-P1/C	—	—	100,00
P1/P1	—	—	100,00
P1/P1 + X	—	—	*****
P1 + X	*****	—	—
P1	*****	*****	—
P = LONGITUD	*****	*****	—
TODOS	*****	*****	—
AZAR	*****	—	—

*****: Estrategias utilizadas durante la tarea pero que no obtienen éxito alguno.

del grupo de 2° de preescolar. No obstante, se observa que sólo estos sujetos son capaces de aplicar la estrategia que consiste en realizar la adición de los dos cardinales para construir a continuación su conjunto, obteniendo además un 100% de éxito tras su ejecución. En la situación de no-conteo las estrategias de los niños de este grupo se acomodan debidamente a las nuevas condiciones. Por lo tanto, desciende casi en un 50% el porcentaje de ensayos en los que utilizan la adición, disminuye ligeramente el porcentaje de ensayos en los que aplican dos conteos consecutivos, y se incrementa el porcentaje de ensayos que consisten en realizar en primer lugar una correspondencia uno-a-uno con el modelo, para añadir a continuación los elementos restantes por medio del conteo.

Conclusiones

El análisis de los datos obtenidos nos permite sacar las siguientes conclusiones:

- 1) Con respecto al primer factor (grupos de sujetos), existe una evolución significativa con la edad, tal como puede observarse simplemente en las medias globales de los grupos, que se incrementan progresivamente en función de la edad (Tabla 2). Estas diferencias aumentan igualmente de modo progresivo al pasar de la tarea 1 (correspondencia uno-a-uno) a la tarea 3 (cardinalidad).
- 2) En cuanto al segundo factor (conteo vs. no-conteo), aunque sus efectos globales resultan estadísticamente significativos; no obstante, los dos grupos de sujetos más jóvenes presentan un comportamiento bastante similar en las dos condiciones de conteo y no-conteo, mejorando ligeramente el grupo de los pequeños en la condición de no-conteo. Sólo el grupo III discrimina notoriamente su actuación, alcanzando también mejores resultados en la misma condición de no-conteo. La razón que hemos apuntado, siguiendo a Kingma y Roelinga (1984), para explicar las diferencias de éxito en ambas situaciones se refiere al exceso de carga de información que encierra la situación de conteo, dadas las reticencias que los niños muestran para usar este procedimiento. Es decir, el uso del conteo para solventar las tareas presentadas podría ser contraproducente, ya que los niños (algunos niños) poseen probablemente otros procedimientos más apropiados para llevar a cabo estas tareas. Así, al pedirles que cuenten en estas situaciones, esta actividad interferiría con los procedimientos habituales que ellos emplean, dando lugar a rendimientos inferiores con respecto a los obtenidos en la situación de no-conteo.
- 3) Referente al tercer factor (tareas), la situación de correspondencia (1) suele ser la más sencilla; mientras que en general la segunda (orden) ofrece los resultados más bajos. Es obvio que el grado de familiaridad con estas tareas es

importante en el momento de hablar de diferencias, aunque no podemos olvidar la diferente dificultad intrínseca a cada una de ellas.

- 4) Por otra parte, existe un desfase importante en todos los grupos entre la ejecución del conteo, el *cómo* cuentan, que alcanza cotas del 100%; y el uso que hacen de esta habilidad. En otras palabras, estos niños saben *cómo* contar, pero conocen menos el carácter cuantificador del conteo y, por tanto, lo usan menos sobre todo los pequeños, que prefieren utilizar estrategias de percepción o simple reproducción de modelos. De aquí que algunos autores hayan insistido en el talante mecánico y memorístico del conteo, principalmente en los niños más jóvenes (Piaget y Szeminska, 1941; Baroody, 1984; Sophian, 1987).
- 5) Pero el uso del conteo resulta desigual en las diferentes tareas propuestas en esta investigación, ya que en las dos primeras (correspondencia uno-a-uno y orden) la utilización del conteo es exigua; mientras que en la tarea 3 se incrementa su frecuencia, especialmente en un procedimiento mixto de correspondencia y conteo. Las razones de esta disparidad podrían ser al menos dos. Por una parte, la presencia asidua de ejercicios escolares similares a la tarea 3 durante el primer curso de E.G.B., tal como puede observarse en los textos de matemáticas confeccionados para este curso. Ello explicaría que el éxito de los niños de 1º de E.G.B. sea notoriamente superior en la tarea 3 (92,35% de ensayos correctos) con respecto a la tarea 2 (55,55%); mientras que el comportamiento de los preescolares presenta niveles similares en sendas tareas. Pero además existiría una segunda razón, a mi juicio intrínseca a las mismas tareas, en el sentido de que la solución correcta de la tercera supondría principalmente la ejecución de una operación unitaria, ya que se trata en definitiva de añadir un número de elementos a un mismo conjunto, tal como acaece en los problemas aditivos de cambio, cuando el niño añade algunos objetos a un conjunto ya existente (ver: Bermejo y Rodríguez, 1987; Carpenter y Moser, 1983). Por tanto, la operación requerida resulta relativa-

mente sencilla y temprana. En cambio, las otras dos tareas presentan más bien una forma binaria, ya que la correcta solución de las mismas supone relacionar y operar con dos conjuntos, o incluso con tres como puede ocurrir en la tarea 2. En consecuencia, la ejecución del conteo en cuanto procedimiento mecánico o memorístico suele aparecer tempranamente en el desarrollo infantil, pero la comprensión de su significado en cuanto operador cuantificador y la generalización de su uso a diferentes tareas o contextos es más tardía, tal como concluyen Klahr y Wallace (1976), Saxe (1977) y Sophian (1987); aunque haya algunos autores que no compartan esta posición (Gelman y Gallistel, 1978; Greeno et al., 1984).

- 6) Terminamos señalando una de las múltiples implicaciones educativas de este trabajo de investigación. Acabamos de indicar que los niños que saben perfectamente *cómo* se cuenta, conocen menos el significado de esta habilidad como operador cuantificador y, por tanto, el uso eficiente de la misma resulta infrecuente y manifiestamente bajo, sobre todo en algunos contextos. Pues bien, este desajuste viene alimentado habitualmente por el desacierto del sistema educativo que prima los procedimientos y la ejecución de las operaciones matemáticas en detrimento de la reflexión y comprensión del significado de las mismas. La prioridad de uno u otro tipo de actividad será siempre contraproducente, a nuestro juicio, y repercutirá negativamente en el aprendizaje infantil. Como insistimos en nuestro libro *El niño y la aritmética*, la interacción y simultaneidad entre ambos aspectos o tipos de actividad constituye una de las vías más significativas para remediar, al menos parcialmente, las preocupantes cotas de fracaso escolar en este área, y dar respuesta, por otra parte, a los interrogantes planteados por Bereiter en 1971 “¿Tienen que ser las matemáticas tan horribles?”, y por Moser en 1984: “¿Tiene que ser la enseñanza de las matemáticas tan horrible?”

Bibliografía

- ASHCRAFT, M. H. (1982): The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review*, 2, 213-236.
- ASHCRAFT, M. H. (1983): Procedural knowledge versus fact retrieval in mental arithmetic: A reply to Baroody. *Developmental Review*, 2, 231-235.
- ASHFIELD, D. (1989): Counting in ones... *Mathematics in School*, 18 (1), 25.
- AVESAR, C. y DICKERSON, D. (1987): Children's judgments of relative number by one-to-one correspondence. *Journal of Experimental Child Psychology*, 44, 236- 254.
- BAROODY, A. J. (1983): The development of procedural knowledge: An alternative explanation for chronometric trends of mental arithmetic. *Developmental Review*, 3, 225- 230.
- BAROODY, A. J. (1984): More precisely defining and measuring the order-irrelevance principle. *Journal of Experimental Child Psychology*, 38, 33-41.
- BAROODY, A. J. y GINSBURG, H. (1986): The relationships between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. (pp. 75-112). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- BAROODY, A. J. y PRICE, J. (1983): The development of the number-word sequence in the counting of the three-year-olds. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 361-368.
- BECKER, J. (1989): Preschoolers' use of number to denote one-to-one correspondence. *Child Development*, 60, 1147-1157.
- BECKWITH, M. y RESTLE, F. (1966): Process of enumeration. *Psychological Review*, 73, 437-444.
- BERGAN, J. R., STONE, C. A. y FELD, J. K. (1984): Rule replacement in the development of basic number skills. *Journal of Educational Psychology*, 76, 289-299.
- BERMEJO, V. (1990): *El niño y la aritmética*. Barcelona: Paidós.

- BERMEJO, V. y LAGO, M. O. (1987): El aprendizaje de las matemáticas. Estado actual de las investigaciones. *Psicólogos. Papeles del Colegio*, 6, 35-47.
- BERMEJO, V. y LAGO, M. O. (1988a): La adquisición de la adición. Estrategias infantiles en función de la naturaleza de los sumandos. En A. Alvarez (Comp.), *Psicología y educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica* (pp. 321-329). Madrid: MEC y Visor Libros.
- BERMEJO, V. y LAGO, M. O. (1988b): Representación y magnitud de los sumandos en la resolución de problemas aditivos. *Infancia y Aprendizaje*, 44, 109-121.
- BERMEJO, V. y LAGO, M. O. (1990): Developmental processes and stages in the acquisition of cardinality. *International Journal of Behavioral Development*, 13 (2), 231-250.
- BERMEJO, V., LAGO, M. O. y RODRIGUEZ, P. (1989): Procedimientos de cuantificación y cardinalidad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 4, 483-491.
- BERMEJO, V. y RODRIGUEZ, P. (1987a): Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y Aprendizaje*, 39- 40, 71-81.
- BERMEJO, V. y RODRIGUEZ, P. (1987b): Fundamentos cognitivos de la adición. *Psiquis*, 3, 21-30.
- BERMEJO, V. y RODRIGUEZ, P. (1987c): Análisis de los factores incidentes en la solución de problemas. *Enseñanza de las Ciencias, Número Extra*, 332-333.
- BERMEJO, V. y RODRIGUEZ, P. (1988): La genèse de l'opération d'addition. Analyse de quelques variables significatives dans la résolution de problèmes additifs. *European Journal of Psychology of Education, Número Special*, 75-76.
- BERMEJO, V. y RODRIGUEZ, P. (1990). Relevancia de algunos factores en la solución de problemas aditivos. *Investigaciones Psicológicas*, 8, 23-39.
- BRAINERD, C. (1979): *The origins of number concept*. New York: Praeger.
- BRIARS, D. y SIEGLER, R. (1984): A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20, 607-618.
- CARPENTER, T. P., HIEBERT, J. y MOSER, J. M. (1983): The effect of instruction on children's solutions of addition and subtraction word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 55-72.
- CARPENTER, T. P. y MOSER, J. M. (1982): The development of addition and subtraction problem-solving skills. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. (pp. 9-24). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- CARPENTER, T. P. y MOSER, J. M. (1983): The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes*. (pp. 7-44). New York: Academic Press.
- CLEMENTS, D. y CALLAHAN, L. (1983): Number or pre-number foundational experiences for young children: Must we choose? *Arithmetic Teacher*, 31, 34-37.
- COWAN, R. (1984): Children's relative number judgments: One-to-one correspondence, recognition of noncorrespondence, and the influence of cue conflict. *Journal of Experimental Child Psychology*, 38, 515-532.
- COWAN, R. (1987): When do children trust counting as a basis for relative number judgment? *Journal of Experimental Child Psychology*, 43, 328-345.
- COWAN, R. y DANIELS, H. (1989): Children's use of counting and guidelines in judging relative number. *British Journal of Educational Psychology*, 59, 200-210.
- FRYDMAN, O. y BRYANT, P. (1988): Sharing and the understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Psychology*, 3, 323-339.
- FRYE, D., BRAISBY, N., LOWE, J., MAROUDAS, C. y NICHOLLS, J. (1989): Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development*, 60, 1158-1171.
- FUSON, K. (1982): The counting-on solution procedure: Analysis and empirical results. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. (pp. 67-81). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- FUSON, K. (1986): Teaching children to subtract by counting up. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 172-189.
- FUSON, K. (1988): *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- FUSON, K. y HALL, J. (1983): The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). New York: Academic Press.
- FUSON, K., PERGAMENT, G., LYONS, B. y HALL, J. (1985): Children's conformity to the cardinality rule as a function of set size and counting accuracy. *Child Development*, 56, 1429-1436.
- FUSON, K., RICHARDS, J. y BRIARS, D. (1982): The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- FUSON, K. y SECADA, W. (1986): Teaching children to add by counting on with finger patterns. *Cognition and Instruction*, 3, 229-260.

- FUSON, K., SECADA, W. y HALL, J. (1983): Matching, counting, and conservation of numerical equivalence. *Child Development*, 54, 91-97.
- FUSON, K. y WILLIS, G. B. (1988): Subtracting by counting up: More evidence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 402-420.
- GELMAN, R. (1972): The nature and development of early number concepts. En H. W. Reese (Ed.), *Advances in child development and behavior* (pp. 115-167). New York: Academic Press.
- GELMAN, R. (1982): Accessing one-to-one correspondence: Still another paper about conservation. *British Journal of Psychology*, 73, 209-220.
- GELMAN, R. y GALLISTEL, C. (1978): *The child's understanding of number*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- GELMAN, R. y GREENO, J. G. (1989): On the nature of competence: Principles for understanding in a domain. En L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction*. (pp. 125-186). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- GELMAN, R. y MECK, E. (1983): Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 343-359.
- GELMAN, R. y MECK, E. (1986): The notion of principle: The case of counting. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 29-57). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- GELMAN, R., MECK, E. y MERKIN, S. (1986): Young children's numerical competence. *Cognitive Development*, 1, 1-29.
- GELMAN, R. y TUCKER, M. F. (1975): Further investigations of the young child's conception of number. *Child Development*, 46, 167-175.
- GINGBURG, H. (1982): *Children's arithmetic*. Austin: Litton Educational Publishing.
- GREENO, J., RILEY, M. y GELMAN, R. (1984): Conceptual competence and children's counting. *Cognitive Psychology*, 16, 94-143.
- GROEN, G. y PARKMAN, J. (1972): A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79, 329-343.
- HATANO, G. (1982): Learning to add and subtract: A Japanese perspective. En T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- HUDSON, T. (1983): Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child Development*, 54, 84-90.
- KLAHR, D. (1973): Quantification processes. En W. Chase (Ed.), *Visual information processing*. New York: Academic Press.

- KLAHR, D. y WALLACE, J. (1976): *Cognitive development: An information processing view*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- MANDLER, G. y SHEBO, B. (1982): Subitizing: An analysis of its component process. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.
- MICHIE, S. (1984): Number understanding in preschool children. *British Journal of Educational Psychology*, 54, 245-253.
- MURRAY, P. y MAYER, R. (1988): Preschool children's judgments of number magnitude. *Journal of Educational Psychology*, 80, 206-209.
- NEWMAN, R. y BERGER, C. (1984): Children's numerical estimation: Flexibility in the use of counting. *Journal of Educational Psychology*, 76, 55-64.
- PIAGET, J. y SZEMINSKA, A. (1941): *La g n se du nombre chez l'enfant*. Neuch tel: Delachaux-Niestl .
- RESNICK, L. (1983): A developmental theory of number understanding. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.
- RUSSAC, R. (1978): The relation between two strategies of cardinal number: Correspondence and counting. *Child Development*, 49, 728-735.
- RUSSAC, R. (1983): Early discrimination among small object collections. *Journal of Experimental Child Psychology*, 36, 124-138.
- SAXE, G. (1977): A developmental analysis of notational counting. *Child Development*, 48, 1512-1520.
- SAXE, G. (1979): Developmental relations between notational counting and number conservation. *Child Development*, 50, 180-187.
- SAXE, G. (1981): Body parts as numerals: A developmental analysis of numeration among the Oksapmin in Papua New Guinea. *Child Development*, 52, 306-316.
- SAXE, G. (1982): Developing forms of arithmetical thought among the Oksapmin of Papua New Guinea. *Developmental Psychology*, 18, 583-594.
- SAXE, G. (1985): Effects of schooling on arithmetical understanding: Studies with Oksapmin children in Papua New Guinea. *Journal of Educational Psychology*, 77, 503-513.
- SAXE, G., BECKER, J., SADEGHPOUR, M. y SICILIAN, S. (1989). Developmental differences in children's understanding of number word conventions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 468-488.
- SCHAEFFER, B., EGGLESTON, V. y SCOTT, J. (1974): Number development in young children. *Cognitive Development*, 6, 357-379.

- SECADA, W. G., FUSON, K. y HALL, J. (1983): The transition from counting-all to counting-on in addition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 47-57.
- SIEGEL, A., GOLDSMITH, L. y MADSON, C. (1982): Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 211-232.
- SIEGLER, R. (En prensa). In young children's counting, procedures precede principles. *Educational Psychology Review*.
- SIEGLER, R. y ROBINSON, M. (1982): The development of numerical understandings. En H. Reese y L. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior*. (pp. 241- 311). New York: Academic Press.
- SIEGLER, R. y SHRAGER, J. (1984): Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? En C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills*. (pp. 229-293). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- SILVERMAN, I. y ROSE, A. (1980): Subitizing and counting skills in 3 year-olds. *Developmental Psychology*, 16 (5), 539-540.
- SONG, M. y GINSBURG, H. (1987): The development of informal and formal mathematical thinking in Korean and U. S. children. *Child Development*, 58, 1286-1296.
- SONG, M. y GINSBURG, H. (1988): The effect of the Korean number system on young children's counting: A natural experiment in numerical bilingualism. *International Journal of Psychology*, 23, 319-332.
- SOPHIAN, C. (1987): Early developments in children's use of counting to solve quantitative problems. *Cognition and Instruction*, 4, 61-90.
- SOPHIAN, C. (1988a): Limitations on preschool children's knowledge about counting: Using counting to compare two sets. *Developmental Psychology*, 24, 634-640.
- SOPHIAN, C. (1988b): Early developments in children's understanding of number: Inferences about numerosity and one-to-one correspondence. *Child Development*, 59, 1397-1414.
- STEFFE, L., von GLANSERSFELD, E., RICHARDS, J. y COBB, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory, and application*. New York: Praeger Publishers.
- SVENSON, O. (1975): Analysis of time required by children for simple additions. *Acta Psychologica*, 39, 289-302.
- SVENSON, O. y BROQUINST, S. (1975): Strategies for solving simple addition problems: A comparison of normal and subnormal children. *Scandinavian Journal of Psychology*, 16, 143-151.

- THIESSEN, D., WILD, M., PAIGE, D. y BAUM, D. (1989): *Elementary mathematical methods*. New York: MacMillan Publishing Company.
- Von GLASERSFELD, E. (1982): Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191-218.
- WAGNER, S. y WALTERS, J. (1982): A longitudinal analysis of early number concepts: From numbers to number. En G. Forman (Ed.), *Action and thought* (pp. 137-161). New York: Academic Press.
- WILKINSON, A. (1984): Children's partial knowledge of the cognitive skill of counting. *Cognitive Psychology*, 16, 28-64.
- WOLTERS, G., Van KEMPEN, H. y WIJLHUIZEN, G. (1987): Quantification of small number of dots: Subitizing or pattern recognition. *American Journal of Psychology*, 100, 225-237.

ANEXO

Interacción A x B

EFFECTOS SIMPLES

A en b1 → F = 152,82067 (2, 69) p < 0.001

A en b2 → F = 214,20246 (2, 69) p < 0.001

B en a1 → F = 4,6948014 (1, 69) p < 0.05

B en a2 → F = 0,1550769 (1, 69) N. S.

B en a3 → F = 34,920041 (1, 69) p < 0.01

COMPARACIONES SIMPLES

FA comp. en b1 = 16,572043 (1, 69) p < 0.01 (1 -1 0)

FA comp. en b2 = 10,350939 (1, 69) p < 0.01

FA comp. en b1 = 31,885192 (1, 69) p < 0.01 (1 0 -1)

FA comp. en b2 = 47,529922 (1, 69) p < 0.01

FA comp. en b1 = 2,4832083 (1, 69) N. S.

FA comp. en b2 = 13,519646 (1, 69) p < 0.01 (0 1 -1)

MEDIAS				
	a1	a2	a3	TOTAL
b1	0,8333333	1,6944466	2,02778	
b2	0,9861133	1,6666666	2,4444433	
SUMATORIOS				
b1	60	122	146	328
b2	71	120	176	367

Interacción C x B

EFECTOS SIMPLES

C en b1 → F = 46,469838 (2, 138) p < 0.001

C en b2 → F = 138,13634 (2, 138) p < 0.001

B en c1 → F = 51,864288 (1, 138) p < 0.001

B en c2 → F = 0,8525424 (1, 138) N. S.

B en c3 → F = 0,8525478 (1, 138) N. S.

COMPARACIONES SIMPLES

FC comp. en b1 = 10,245732 (1, 138) p < 0.01 (1 -1 0)

FC comp. en b2 = 28,024634 (1, 138) p < 0.01

FC comp. en b1 = 1,8338701 (1, 138) N. S.

FC comp. en b2 = 16,505551 (1, 138) p < 0.01 (1 0 -1)

FC comp. en b1 = 3,4102677 (1, 138) N. S.

FC comp. en b2 = 1,5156745 (1, 138) N. S. (0 1 -1)

MEDIAS				
	c1	c2	c3	TOTAL
b1	1,86111	1,13889	1,55556	
b2	2,40278	1,20833	1,48611	
SUMATORIOS				
b1	134	82	112	328
b2	173	87	107	367

Interacción A x C

INTERACCIONES PARCIALES

FC comp. x A = 11,382924 (2, 138) $p < 0,001$ (1 -1 0)

FC comp. x A = 9,085288 (2, 138) $p < 0,001$ (1 0 -1)

FC comp. x A = 1,494283 (2, 138) N. S. (0 1 -1)

CONTRASTES DE INTERACCION

FA comp. x C comp. = 21,304387 (1, 138) $p < 0,01$ (A1-A2) (C1-C2)

FA comp. x C comp. = 22,49334 (1, 138) $p < 0,01$ (A1-A2) (C1-C3)

FA comp. x C comp. = 19,394716 (1, 138) $p < 0,01$ (A1-A3) (C1-C2)

FA comp. x C comp. = 4,8486792 (1, 138) $p < 0,01$ (A1-A2) (C1-C3)

FA comp. x C comp. = 0,258223 (1, 138) N. S. (A1-A3) (C1-C2)

FA comp. x C comp. = 7,117047 (1, 138) $p < 0,01$ (A1-A2) (C1-C3)

	c1	c2	c3
a1	1,958335	0,395835	0,375
a2	2,16667	1,458335	1,416665
a3	2,270835	1,666665	2,770835



Ministerio de Educación y Ciencia

Secretaría de Estado de Educación

Dirección General de Renovación Pedagógica
