

A *ULAS*
DE
VERANO

Instituto
Superior de
Formación del
Profesorado

USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN
Y CIENCIA

H/ 6469


MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA
BIBLIOTECA
27 NOV 2007
ENTRADA
DONATIVO

MA-22835
(W.C)

H 6469



USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET

 MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA	SECRETARÍA GENERAL DE EDUCACIÓN
	INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO

BIBLIOMECA



098627



R. 164266



MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA
SECRETARÍA GENERAL DE EDUCACIÓN
Instituto Superior de Formación del Profesorado

Edita:
© SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA
Subdirección General de Información y Publicaciones

N.I.P.O.: 651-05-345-8
I.S.B.N.: 84-369-4141-1
Depósito Legal: M-47.856-2005

Imprime: Sociedad Anónima de Fotocomposición

Colección: AULAS DE VERANO

Serie: Ciencias

USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET

Dedicado a la memoria de Miguel de Guzmán Ozámiz

Al concebir este volumen pretendemos ampliar y actualizar los marcos de referencia de los docentes de matemáticas en el uso didáctico de Internet. Este libro presenta una aproximación sistemática tanto a los impactos de las TIC e Internet en los diferentes ámbitos sociales como a las transformaciones globales que acompañan la actual emergencia de una sociedad de la información y la comunicación en el ámbito de la Educación Matemática.

Más en concreto, al exponer nuestras perspectivas, los distintos autores deseáramos:

- Dar a conocer las posibilidades de acción de las nuevas tecnologías, y en especial de Internet, en el ámbito específico de la educación matemática, y
- Discutir desde la perspectiva de las tecnologías de Internet algunos, aspectos clave en la educación matemática: formas de pensamiento y representación proyectos en marcha sobre divulgación y estímulo matemático, aspectos metodológicos y didácticos, etc.

Este libro está dedicado a Miguel de Guzmán Ozámiz, fallecido el pasado 14 de abril de 2004. El profesor Guzmán, bien conocido por todos, era miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y Catedrático de Análisis de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. Juntos habíamos preparado el diseño del contenido de este libro.

Miguel de Guzmán expresó de manera operativa en muchos lugares su concepción de la Matemática y de la actividad matemática, especialmente en su período como presidente de la *Internacional Commission on Mathematical Instruction* (1991-98). Podríamos afirmar que fue, a nivel internacional y en España, uno de los referentes más autorizados cuando se iniciaron los cambios en la década de los ochenta respecto a la Educación Matemática.

Últimamente el profesor Guzmán puso en evidencia algunas de las necesidades y retos que tiene hoy la comunidad matemática en el Simposio Internacional *Matemáticas y Nuevas Tecnologías: Qué aprender, cómo enseñar* celebrado en Madrid en diciembre de 2003¹ y coordinado por él. En sus propias palabras:

¹ GUZMÁN, M. de, *Matemáticas y Nuevas tecnologías: qué aprender, cómo enseñar*. Simposio Internacional, 10 y 13 de diciembre 2003. Fundación Ramón Areces.

“La introducción de las nuevas tecnologías en educación matemática es ya un hecho de consecuencias muy importantes. A la luz de las nuevas capacidades para la exploración de situaciones matemáticas de todo tipo tanto los contenidos como los métodos de aprendizaje y enseñanza han de ser reconsiderados. Muchos de los contenidos que se han venido aprendiendo tradicionalmente han de ser contemplados de forma diferente y algunos de ellos han de ser sustituidos tal vez por otros más útiles y apropiados. Los métodos con los que los estudiantes han de ser introducidos para afrontar problemas y situaciones matemáticas han de tener en cuenta lo que las nuevas tecnologías son capaces de hacer.

Este proceso de cambio debería ser precedido por un profundo análisis de los efectos que las transformaciones que se van proponiendo pueden tener. Una investigación y análisis profundos son necesarios a fin de evitar posibles malos usos de las nuevas herramientas que ahora poseemos y para prevenir desviaciones en esta crucial fase inicial de la introducción masiva de la tecnología en la educación matemática en nuestras escuelas y universidades.”

En esta publicación se pretende dar alguna respuesta a estas necesidades y continuar planteando retos. El buen uso de Internet en la educación matemática es uno de ellos. Internet es un instrumento muy versátil que admite diferentes usos matemáticos, que ya se van aprendiendo a manejar adecuadamente. En los siguientes capítulos se puede encontrar una exposición de algunos relacionados con la información rica y variada que a través de la red se puede proporcionar a los estudiantes, así como la interacción que facilita entre todos los miembros de la comunidad educativa.

Hemos tratado de transmitir los resultados de las reflexiones y experimentos de los más activos grupos de trabajo en diferentes países desde dos ejes:

- Proyectos en marcha sobre divulgación y estímulo matemático.
- Proyectos sobre naturaleza didáctica de Matemáticas.

Por tanto, los capítulos tratan de responder a estos dos ejes.

En el capítulo 1, *Educación Matemática e Internet. Nuevas culturas, nuevas alfabetizaciones*, Inés M. Gómez Chacón nos acerca a algunas de las cuestiones que el creciente desarrollo de las Nuevas Tecnologías y de Internet están planteando al aprendizaje de la matemática y muy especialmente al quehacer matemático. En la escuela se han de abandonar los conocimientos *inertes*, es decir, los conocimientos que los alumnos reciben pasivamente y que posteriormente no son capaces de utilizar con otros conocimientos para formar constelaciones dinámicas y para adquirir nuevos conocimientos capaces de abordar los problemas del presente. En este capítulo se plantean las nuevas alfabetizaciones matemáticas requeridas por el medio tecnológico, y en particular Internet, que sitúan al alumnado y al profesorado en la dinámica del *aprender a aprender*. Las alfabetizaciones que se señalan son: aprender y dominar sistemas variados de representación, reconocer las Matemáticas explícitas e implícitas que operan en nuestra sociedad, adquirir habilidades de información y de procesamiento, fortalecer el pensamiento visual, pensar la Matemática de una forma más inductiva y más abierta y ser capaz de utilizar las nuevas formas de

interacción. Se ejemplifican estas alfabetizaciones a través de problemas, actividades y la presentación de un programa de formación del profesorado llevado a cabo en la Universidad Carlos III de Madrid y el IEPS.

Jaime Carvalho e Silva, desde la experiencia de trabajo en el proyecto de Reforma de la Matemática en su país –Portugal–, nos presenta, en el capítulo 2, algunos de sus experiencias de formación del profesorado en materia de las TIC en los programas de Matemática de Secundaria y en el desarrollo de *Software Educativo* (ejemplos son los proyectos NONIUS, DELFOS, subvencionados por la Comisión Europea).

En el capítulo 3, titulado *Aprendizaje colaborativo en el contexto de matemáticas e Internet: la esencia interactiva*, Charlie Gilderdale y José M. Diego Mantecón, de la Universidad de Cambridge, nos presentan dos grandes proyectos *NRICH* y *Math Thesaurus* pertenecientes al proyecto *Millennium Mathematics Project (MMP)*, una iniciativa innovadora y tecnológica, creada en la Universidad de Cambridge entre la Facultad de Educación en colaboración con la Facultad de Matemáticas. Su finalidad es impulsar el desarrollo de la educación en matemáticas a través de varios subproyectos. Se hace un recorrido por los aspectos interactivos en la presentación de problemas, en el diálogo, discusión y resolución y en el asesoramiento. Asimismo se describen algunas las características interactivas de *Math Thesaurus*.

Josep M. Fortuny, en el capítulo 4, muestra algunos ejemplos de aprendizaje *on-line* destacando los aspectos sociales y educativos. En particular nos presenta el portal *Interm@tes*, una aplicación que suministra actividades de Matemáticas para todo el ciclo educativo de la ESO. El sistema de estructuración de la aplicación va desde una actividad principal hasta la autoevaluación de los aprendizajes logrados, pasando por ayudas unitarias y la consolidación progresiva de la construcción del conocimiento. El uso de heurísticos, procedimientos y métodos para la resolución de las actividades-problema que se plantean, es una constante en todas las propuestas: gráficos animados en *flash* permiten llevar un enunciado a una situación más amable y fácil de entender, *applets* con los que se hace posible la experimentación necesaria para elaborar la conjetura ya que sin su existencia, nada se puede conseguir de cara al aprendizaje, editores de gráficos para visualizar comportamientos de variables funcionales, hojas de cálculo adaptadas a los ejercicios planteados, calculadoras, etc. El sistema de tutoría identificada *on-line* permite el aprendizaje fuera del colegio, en la propia casa u otros lugares en los que coyunturalmente puedan encontrarse determinados alumnos o alumnas (hospitales, desplazamientos familiares, competiciones deportivas, etc.).

Los capítulos 5 y 6 nos permiten profundizar en distintos aspectos de Internet en el aula de Secundaria. En el capítulo 5, Antonio Pérez nos sitúa en la evolución histórica desde una mirada de alguien que *está dentro* y que ha vivido *las diferentes transformaciones y búsquedas*. Y en el capítulo 6 nos acercamos al Proyecto Descartes promovido y financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia de España. Tiene como principal finalidad la innovación en un entorno de colaboración en el área de Matemáticas para la Enseñanza Secundaria Obligatoria y el Bachillerato. Ángela Núñez, coautora de este proyecto, nos introduce en el mismo, a través de una breve presenta-

ción, y ofrece a los profesores y a los alumnos una nueva forma de enfocar el aprendizaje de las Matemáticas, promoviendo nuevas metodologías de trabajo en el aula más activas, creativas, participativas, motivadoras y personalizadas, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este capítulo se recogen algunas de las experiencias realizadas.

Instituciones como la UNESCO (2002) y la Comisión Europea han identificado un conjunto de competencias y capacidades relacionadas con las TIC que se consideran necesarias para formar ciudadanos activos, críticos y responsables en la Sociedad de la Información y han hecho propuestas curriculares, en el primer caso, y definido líneas prioritarias para el desarrollo de proyectos europeos, en segundo. Esto ha llevado a la elaboración de planes específicos como el europeo *e-Learning* (2000) o el español Internet en la escuela. En estos planes se han planteado objetivos relativos a las infraestructuras, al nivel de conocimientos de la población, a la adaptación de los sistemas educativos y la formación para la sociedad del conocimiento. Maruja Gutiérrez, como jefe de unidad de la Dirección General de Educación y Cultura de la Comisión Europea y encargada del proyecto *e-Learnig*, hace un recorrido en el capítulo 7 por distintos Proyectos Europeos *e-Learning* en el área de matemáticas.

Y por último, se presenta el capítulo *El legado educativo de Miguel de Guzmán: una visita virtual*, cuyo objetivo es rendir homenaje a este gran profesor matemático fallecido (1936-2004) a través del estudio de su obra disponible en su sitio web (<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/guzman.html>).

Esperamos contribuir con este libro al avance en los *Usos matemáticos de Internet*. Nos agradecería cumplir, al menos parcialmente, las expectativas de muchos licenciados y profesionales de la Matemática, que cada día intentan hacer operativa en el aula esta perspectiva.

Inés M. Gómez-Chacón
Facultad de Ciencias Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

Dirección editorial del volumen, *Usos matemáticos de internet:*
INÉS M. GÓMEZ-CHACÓN

Autores:

CARVALHO E SILVA, Jaime
DIEGO MANTECÓN, José M.
FORTUNY AYMÉMÍ, Josep
GILDERDALE, Charlie
GÓMEZ-CHACÓN, Inés M.
GUTIÉRREZ DÍAZ, Maruja
NÚÑEZ CASTAÍN, Ángela
PÉREZ SANZ, Antonio
RECIO MUÑIZ, Tomás

ÍNDICE

<i>Educación matemática e internet. Nuevas culturas, nuevas alfabetizaciones</i>	
Inés M. Gómez-Chacón.	11
<i>La formación del profesorado vía internet. Algunas experiencias</i>	
Jaime Carvalho e Silva	45
<i>Aprendizaje colaborativo en el contexto de matemáticas e internet: la esencia interactiva</i>	
Charlie Gilderdale. José M. Diego Mantecón	57
<i>Algunos ejemplos de aprendizaje on-line en el pasado, ahora y en el futuro: aspectos sociales y educativos</i>	
Josep M. Fortuny Aymemí	73
<i>Internet en el aula de secundaria: una ventana al mundo matemático</i>	
Antonio Pérez Sanz.	93
<i>El proyecto Descartes en el aula. Nuevas metodologías y contenidos</i>	
Ángela Núñez Castaín.	123
<i>Proyectos europeos de e-learning</i>	
Maruja Gutiérrez Díaz.	149
<i>El legado educativo de Miguel de Guzmán: una visita virtual</i>	
Inés M. Gómez-Chacón. Tomás Recio Muñiz.	179
<i>Ediciones del Instituto Superior de Formación del Profesorado . .</i>	195

EDUCACIÓN MATEMÁTICA E INTERNET. NUEVAS CULTURAS, NUEVAS ALFABETIZACIONES

Inés M. Gómez-Chacón
Facultad de CC. Matemáticas
Universidad Complutense de Madrid

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN
2. DOMINIO Y APRENDIZAJE DE SISTEMAS VARIADOS DE REPRESENTACIÓN
3. MATEMÁTICAS EXPLÍCITAS E IMPLÍCITAS
4. FORTALECIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO
5. NUEVOS CONTENIDOS A INCORPORAR
6. INFORMACIÓN Y PROCESAMIENTO: NUEVAS HABILIDADES
7. FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VISUAL
 - 7.1. Visualización de análisis
 - 7.2. La visualización en geometría
8. UNA MATEMÁTICA MÁS INDUCTIVA Y MÁS ABIERTA
9. NUEVAS FORMAS DE INTERACCIÓN: MODELOS SIMULACIONES
10. DE LA TEORÍA A LA PRÁCTICA
 - 10.1. Presentación del programa
 - 10.2. Enseñar, aprender y comunicar matemáticas con internet
11. Y PARA CONCLUIR

REFERENCIAS

RESUMEN

En este capítulo se abordan algunas de las cuestiones que el creciente desarrollo de las Nuevas Tecnologías y de Internet está planteando al aprendizaje de la matemática y muy especialmente al quehacer matemático. Se

ejemplifica a través de distintas actividades y en la presentación de un programa de formación del profesorado.

1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo trataré de señalar a grandes trazos algunas alfabetizaciones que nos están pidiendo las Tecnologías de la Información y de la Comunicación en el ámbito de la Matemática. Me he apoyado fundamentalmente en algunas de las reflexiones que en estos últimos años vengo haciendo con la gente que trabajo y en las percepciones de diferentes expertos. Por tanto, en este tiempo no me interesa tanto el presentar proyectos, que algunos también mostraré, sino muy especialmente compartir algunas cuestiones que el creciente desarrollo de las Nuevas Tecnologías y de Internet están planteando al aprendizaje de la matemática y muy especialmente al quehacer matemático.

La inmersión en la “*Galaxia Internet*” (Castells, 2001)¹, ha supuesto la aparición de un auténtico “*Tercer Entorno*” (Echeverría, 2000 y 2002)² en el mundo en el que vivimos. Este Tercer Entorno (E3), facilitado por las nuevas tecnologías de la información y de las telecomunicaciones (NTIT), se diferencia del “Primer Entorno”, o entorno natural (E1), y del “Segundo Entorno”, o entorno urbano (E2), en que tiene una estructura social propia a la que es preciso adaptarse. Por ejemplo, no se basa en recintos espaciales con interior, frontera y exterior, sino que depende de redes electrónicas cuyos nodos de interacción pueden estar diseminados por diversos países; no es presencial, sino representacional; no es proximal, sino distal, etc.

Lo que el Tercer Entorno puede significar en educación ha sido tratado ampliamente por Echeverría 2000³, y 2002⁴, particularmente en lo que supone de cambios estructurales y políticos. Pero en el tema que nos ocupa

¹ CASTELLS, M., *La galaxia de Internet. Reflexiones sobre Internet, empresa y sociedad*. Plaza y Janés. Barcelona, 2001.

² ECHEVERRÍA, J., “Educación y tecnologías telemáticas”. *Revista Iberoamericana de Educación*, 2000, 24, 17-36. Disponible on-line: <http://www.campus.oei.org/revista/rie24f.htm>

ECHEVERRÍA, J., “¿Internet en la escuela o la escuela en internet?”. *Revista de Educación, número extraordinario*, 2002, pp. 201-210.

³ ECHEVERRÍA, J., “Educación y tecnologías telemáticas”. *Revista Iberoamericana de Educación*, 2000, 24, 17-36. Disponible on-line: <http://www.campus.oei.org/revista/rie24f.htm>

⁴ ECHEVERRÍA, J., “¿Internet en la escuela o la escuela en internet?”. *Revista de Educación, número extraordinario*, 2002, pp. 201-210.

en este conferencia, hay aspectos específicos de este E3 que es indispensable destacar: nos referimos a lo que J. A. Pérez Tapias llama una “*ontología fluidificada*” (Pérez Tapias, 2003, p. 73) ⁵ y las dimensiones de interacción ⁶.

El problema ontológico que suscita la “realidad virtual” es el de distinguir entre sistemas naturales y sistemas artificiales. Hoy lo artificial incorpora una carga de *virtualidad* con la que no se contaba hasta hace poco, formando parte de la *realidad* de nuestro universo vital y científico.

Los nuevos métodos de simulación, plantean la necesidad de establecer cuidadosamente la noción de modelo y distinguir la “representatividad” [las cosas que son representadas] de la “presentatividad” [las cosas que están presentes]: Las simulaciones pueden descolocarnos ontológicamente, al ponernos en situaciones o experiencias que antes nos eran desconocidas (cfr. Pérez Tapias, 2003, p. 77). Aquí sólo deseo despertar el sentido crítico que puede desactivar los temores que expresan algunos autores ante los nuevos retos que plantea el Tercer Entorno.

El ordenador y el estilo mental que impone este Tercer Entorno va invadiendo nuestra sociedad y nuestra cultura de manera imparable. El ordenador está ahí con todo su influjo, con todo su impacto potencial. Impacto en la visión de la cultura, en la visión de la ciencia, en la visión de la matemática.

Cuando observamos a las nuevas generaciones nos encontramos con personas bastante familiarizadas con un contexto que ya les es natural: el de las Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación. Dos aspectos que me parecen esenciales en el marco de la Educación matemática. El primero es que –en contraste con los más adultos que se sienten expuestos a los caprichos de la máquina– los niños y los jóvenes exploran las posibilidades de este medio por reestructuración, en sus propias formas, de los principios de uso y del lenguaje simbólico concebidos y aplicados por el programador. ¿Parece esto significar que ellos adquieren y aplican el poder simbólico y operativo de las tecnologías? Cada vez más, constatamos que utilizan y desarrollan maneras de pensar, actuar y hablar que reflejan la nueva cultura tecnológica.

El segundo aspecto complementario es que las Matemáticas se socializan a través del uso de la tecnología. Las interacciones dentro de las nuevas generaciones de estudiantes se limitan cada vez más al contacto con sus iguales en el mundo real. Este contacto natural persiste, pero, con la comuni-

⁵ PÉREZ TAPIAS, J. A., *Internautas y naufragos. La búsqueda del sentido en la cultura digital*. Trotta. Madrid, 2003, pp. 73-84.

⁶ BARAB, S., KLING, R. & GRAY, J. H. (Eds.), *Designing for Virtual Communities in the Service of Learning*. Cambridge University Press. Cambridge, 2004.

cación vía Internet, la interacción se produce en un mundo tecno-natural, cuasi virtual, habitado por personas más o menos conocidas, donde cada actor se desenvuelve y se comunica utilizando un lenguaje y unos procedimientos impuestos por una minoría invisible que dice estar comprometida en el servicio a nuestra sociedad.

Para el profesorado que trabaja con Secundaria recomiendo el cuento *El Gran juego* de Carlo Frabetti (Ed. Alfaguara, 1998. Premio Jaén de narrativa infantil y juvenil 1998, 4.^a edición). En una carpeta publicada por el MEC-Narcea que hice sobre Matemáticas en la red ⁷, pueden encontrar una guía didáctica. Esta guía le permitirá situar la matemática y el aprendizaje matemático en el contexto de Internet: construcción del conocimiento, modos de interacción; características de la comunicación; aspectos de motivación que conlleva el uso de Internet, etc. Asimismo, cómo analizar y valorar críticamente la influencia del uso de las nuevas tecnologías en el área de Matemáticas y en la sociedad.

Todas estas observaciones me han dado pistas para detectar qué nuevas alfabetizaciones matemáticas requiere el medio tecnológico, y en particular Internet. Señalo algunas:

- Aprender y dominar sistemas variados de representación.
- Reconocer las Matemáticas explícitas e implícitas que operan en nuestra sociedad.
- Adquirir habilidades de información y de procesamiento.
- Fortalecer el pensamiento visual.
- Pensar la Matemática de una forma más inductiva y más abierta.
- Ser capaz de utilizar las nuevas formas de interacción.

2. DOMINIO Y APRENDIZAJE DE SISTEMAS VARIADOS DE REPRESENTACIONES

Recientemente las teorías cognitivas han expresado que la evolución del conocimiento humano se debe a tres avances cognitivos:

- la habilidad de *representar* los acontecimientos,
- el desarrollo de referentes simbólicos,
- y la creación de representaciones simbólicas externas.

⁷ GÓMEZ CHACÓN, I. M.^a; FIGUEIRAS, L.; MARÍN, M., *Matemáticas en la red. Internet en el aula de Secundaria. Materiales 12-16 para Educación Secundaria*. Contiene Cd-Rom. Ministerio de Educación Cultura y Deporte y Narcea. Madrid, 2001, pp. 120-131.

Por eso se afirma que estamos ante una nueva *cultura cognitiva*, una *cultura virtual*, estrechamente vinculada a la externalización del procesamiento simbólico. La habilidad de exteriorizar la manipulación de los sistemas formales está cambiando la naturaleza de la actividad cognitiva y estos cambios tendrán consecuencias importantes en la educación matemática en las próximas décadas. De forma más específica, consideramos que la educación matemática en la cultura virtual deberá aportar a los estudiantes el dominio y el aprendizaje de variados sistemas de representación, proporcionándoles oportunidades para crear y modificar dichos sistemas, desarrollar habilidades para la exploración y realización de ámbitos virtuales.

Según James Kaput y otros autores, el medio tecnológico hace posible exteriorizar los algoritmos y los modos de procesamiento haciéndolos explícitos como objetos de reflexión. Se han creado nuevas formas de representación, tales como elementos geométricos manipulables, o grafos cartesianos separados de la expresión algebraica. Tales representaciones usan diferentes modos cognitivos, con una aproximación más concreta a problemas abstractos. La pluralidad de las representaciones es uno de los cambios en la educación matemática. Es importante dominar diferentes sistemas de representación, dada una variedad de sistemas, y favorecer en los estudiantes la habilidad de coordinar y relacionar estas representaciones, así como de crear e interpretar otras nuevas.

Un ejemplo lo podemos tomar de los graficadores⁸ de funciones donde podemos ver el grafo cartesiano y las expresiones algebraicas separadamente.

Desde el punto de vista de la investigación en psicología del aprendizaje se señala que la aproximación al conocimiento se produce por dos caminos: el perceptivo-motor y el simbólico-reconstrutivo. El primero no sólo caracteriza las primeras fases del desarrollo cognitivo sino que afecta a muchos de los procesos que se dan en el aprendizaje matemático (el rol que juega las representaciones en matemáticas y el de las máquinas que van a desarrollar estas ideas específicas). La acción y la percepción están basadas en procesos de hacer, tocar, mover y ver.

La segunda modalidad del conocimiento es la simbólica reconstructiva, presente de manera formal en el desarrollo cognitivo del estudiante: trabajar con símbolos (lingüísticos, matemáticos, lógicos) y reconstruir el significado de sus “objetos”, significados y representaciones mentales. Esta forma de conocer exige consciencia del procedimiento y la apropiación del significado de los símbolos utilizados.

⁸ <http://www.javaview.de>

En el aprendizaje de la matemática son importantes los dos aspectos, el perceptivo-motor y el simbólico-reconstructivo. En la enseñanza tradicional se había prestado mucha más atención al simbólico-reconstructivo. En esta aproximación el profesor trata de poner a los estudiantes en contacto con los objetos matemáticos mediante el uso de herramienta psicológica, la cual requiere un alto nivel de abstracción para reconstruir en la mente del estudiante, las propiedades que caracterizan a los objetos.

Hacemos notar que muchas de estas aproximaciones de conocimiento están mediadas por herramientas de diferente naturaleza. Vygotsky distingue entre dos tipos de herramientas: técnicas y psicológicas. Las primeras dirigidas al control de la naturaleza, producen efectos en el objeto que son controlados a nivel perceptivo-motor. Mientras las herramientas psicológicas se dirigen al control interno del proceso. Se han señalado que para los procesos de construcción de significados y de comprensión es necesario una integración de las herramientas técnicas y psicológicas. Este proceso conlleva una reconstrucción interna de la práctica externa (es decir, de la herramienta técnica): los procesos de internalización.

Es importante que las propuestas de uso didáctico de la tecnologías integren las herramientas técnicas y psicológicas en una didáctica práctica; que permita una apropiación de significados mediante distintas funciones a nivel interno y externo, y que en la utilización de esas herramientas siga teniendo especial relevancia el objetivo de potenciar la formación integral del individuo en sociedad.

En mi opinión es muy importante que los programas permitan conocer las propiedades de los objetos matemáticos. Hay programas que no explicitan esto. El programa Cinderella sí lo permite y en apartados siguientes lo mostraré. Una de las razones del peligro del uso de programas consiste en que *el ordenador proporciona la respuesta demasiado pronto*, es decir, sin insistir en la necesidad de pensar primero. Despojar a un estudiante del placer de encontrar por sí mismo la solución y del gozo de hallar por sí mismo la victoria ante la dificultad es un mal proceso de aprendizaje.

3. MATEMÁTICAS EXPLÍCITAS E IMPLÍCITAS

Ante el uso del medio tecnológico, nos encontramos con situaciones como la siguiente:

Andrés está encargado del mantenimiento de los ordenadores de una de la mayores empresas bancarias europeas. Su presupuesto anual de operaciones es de unos 2 millones de euros al año y una de sus tareas es asesorar en el valor de compra o venta de los equipos de ordenadores según el valor

presente –cuánto debería valer ahora estimado (conocido) su valor en un futuro–. Para esto introduce parámetros en un programa modelo, que le han proporcionado, que modifica los precios. Explica Andrés, “Yo presiono el botón, marco el ‘valor presente’ y espero qué dice”.

Preguntamos a Andrés qué es el valor presente, cómo trabaja y cómo se ha programado. Él no lo sabe. Nos dice que sigue un procedimiento infalible: “Yo miro la respuesta. Si dice lo que yo pienso que deberíamos hacer, lo utilizo para justificar mi decisión. Si no, lo ignoro, o sitúo en las figuras aquello que apoya mi presentimiento”⁹.

Las Matemáticas se deben enseñar para que sean útiles para la vida adulta y para el empleo. Ésta es una de las afirmaciones que muchas veces oímos respecto a la enseñanza de las Matemáticas. Ahora bien, cabría preguntarse ¿útiles para quién?, ¿útil para qué propósito? Igualmente si la definición de utilidad está basada en lo que *se está viendo* en el lugar de trabajo –muestra es el ejemplo anterior de Andrés–, es legítimo investigar qué está cambiando y en qué dirección.

La educación matemática es una de las pocas oportunidades de que disponen las personas para experimentar y practicar las Matemáticas explícitamente, y con frecuencia no se les volverá a presentar semejante oportunidad en su vida, donde las Matemáticas implícitas –las Matemáticas insertas en nuestra vida social– revisten tanta importancia. Coincidimos con Christine Keitel cuando dice que: “Las Matemáticas devienen implícitas e ‘invisibles’; la matematización creciente de nuestra sociedad se ve complementada por una desmatematización de sus integrantes” (Keitel, 1997: 50)¹⁰.

Coincidimos con otros educadores matemáticos en que la utilidad práctica del ordenador viene acompañada de recetas, lenguajes precisos, y formalismos, donde lo que interesa es lo operativo y lo que menos importa es el sentido de las operaciones. El gran peligro no es, como algunas películas de ciencia-ficción pretenden, que el ordenador pase a ser cuasi humano, sino que las personas, por adaptarse a sus máquinas, pasen a ser un robot. Ejemplo de este fenómeno es el caso anteriormente descrito. Por tanto, en cualquier conceptualización de la Matemática escolar sigue siendo imprescindible poder definir una visión de la Matemática subrayando sus potenciales formativos y de capacitación de los estudiantes y propiciar una ampliación y fortalecimiento del conocimiento matemático.

⁹ Si están interesados en análisis de este tipo pueden encontrarlos en GÓMEZ CHACÓN, I. M.^a; FIGUEIRAS, L.; MARÍN, M., 2001. Op. cit., pp. 9 y ss.

¹⁰ KEITEL, C., “Matemáticas y realidad en la clase”, *UNO Revista de Didáctica de las matemáticas*, 1997, 12, 49-66.

4. FORTALECIMIENTO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO

En los últimos años se han oído bastantes voces autorizadas expresarse acerca de este asunto de la elección y prescripción del contenido matemático. *The consortium for Mathematics and its Applications*¹¹ establece una clasificación de los contenidos desde las necesidades de alfabetización de la población según una matemática al servicio de la tecnología y de la administración.

La tecnología absorbe una parte importante del conocimiento matemático que, paradójicamente, no está contemplado explícitamente en los diseños curriculares. Asimismo, la matemática de la administración, es una rama de las matemáticas que se ha desarrollado especialmente en las últimas décadas para solucionar problemas que involucran, por ejemplo, la optimización de recursos materiales o de tiempo. El siguiente texto resume muy bien cuál es el alcance de la producción matemática que se está llevando a cabo en esta área:

“Quienes veían la televisión en directo una noche de julio de 1969 nunca olvidarán el espectáculo de ver a una persona caminando por primera vez sobre la superficie de la luna. Allí, el primer paso de Neil Armstrong se convertía en un triunfo para la ciencia y la tecnología. A pesar del éxito indudable que representó para disciplinas como la física, la química o la ingeniería, el proyecto de enviar a una persona a la luna involucraba también otros problemas de gestión que hasta entonces los matemáticos no se habían planteado: Era necesario elegir el mejor diseño para la nave espacial, diseñar simulacros terrestres que fueran realistas y sopesar las ventajas de realizar experimentos que mostraran sus resultados a largo plazo. En este ambiente surgían las cuestiones fundamentales de las cuales se ocupan las llamadas ‘matemáticas de la administración’, cuyo objetivo es encontrar una forma de asegurar que las operaciones sean lo más productivas y económicas posible. En muchos proyectos modernos, desde la producción de una película a la construcción de un túnel, la diferencia entre el éxito o el fracaso depende de si el proyecto se realiza dentro del presupuesto y las fechas programadas. Probablemente pensarás que preocuparse por encontrar una estrategia eficaz no es un invento moderno, y en cierto modo tienes razón. No obstante, la diferencia fundamental es que antes las mejores estrategias se buscaban por ensayo y error, tal y como se sigue haciendo hoy en día en muchas situaciones. Una de las grandes aportaciones de las matemáticas de la administración es la incorporación de técnicas matemáticas a la organización y la toma de decisiones. En algunos casos, los problemas a resolver pueden ir dirigidos a finalizar un trabajo en el menor tiempo posible; en otros, puede ser maximizar las ganancias o minimizar costes; un ejemplo típico de este tipo de problemas es el diseño de un horario de trabajo que sea satisfactorio para todo el personal de un centro de trabajo. Normalmente

¹¹ <http://www.comap.com/home.html>

este tipo de problemas son tan difíciles de resolver que los matemáticos se contentan con encontrar una buena solución, aunque no sea la solución óptima. Por ejemplo, la principal compañía eléctrica de Israel quería hacer más eficaz la tarea de lectura de sus contadores. Cuando los directores de la sucursal decidieron minimizar el número de personas necesarias para llevar a cabo la lectura de contadores sentaron un precedente utilizando las matemáticas de la administración. Previamente, la ruta se había calculado por ensayo y error, sin ninguna ayuda de las matemáticas. El trabajo requería 24 personas, cada una de las cuales cubría una parte del barrio en turnos de 5 horas. Después de estudiar el problema, los investigadores llegaron a cubrir el barrio con 15 rutas de 5 horas, una reducción del 40% sobre las 24 rutas originales”¹².

De acuerdo con esta visión de equilibrio entre los contenidos matemáticos tecnológicos y no tecnológicos, podemos resumir así los aspectos que, a mi entender deberían considerarse en un programa de alfabetización matemática:

- Conocimiento del desarrollo histórico de la matemática, incluyendo la solución de problemas clásicos sencillos. Unido a este aspecto, discusión y elaboración de una creencia sobre qué representa el conocimiento matemático y diferentes aproximaciones metodológicas al quehacer matemático.
- Conocimiento y estimación de situaciones probabilísticas para poder valorar información numérica.
- Manejo de herramientas conceptuales que permitan discriminar el contenido matemático presente en los medios de comunicación, y de claves para buscar información sobre tales contenidos.
- Conocimiento de las aplicaciones actuales de la matemática, en especial en el desarrollo tecnológico. Son contenidos básicos la matemática discreta.

5. NUEVOS CONTENIDOS A INCORPORAR

En otras publicaciones he puesto y hemos puesto de manifiesto que una buena parte de los contenidos y procedimientos que se utilizan en la matemática de la administración no aparecen reflejados en los currícula de la educación secundaria y sin embargo su importancia para la alfabetización

¹² Adaptado por L. Figueiras de: COMAP. *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Addison Wesley y Universidad Autónoma de Madrid, 1999. En Gómez-Chacón, I. M. y Figueiras, L. *Enseñar, aprender y comunicar Matemáticas con Internet*. En el programa de “Experto en contextos virtuales de aprendizaje para Secundaria y Bachillerato”, Universidad Carlos III de Madrid-IEPS. El material se encuentra en la plataforma Campused, de la Fundación Telefónica, 2002.

matemática de los estudiantes es evidente y deseable. Sin embargo, algunas de las técnicas que se utilizan en la solución de problemas de optimización se sirven de conceptos que son conocidos por los estudiantes y que han sido estudiados en otros contextos y que podrían ser aprovechados por el profesorado para explicitarlo con sus estudiante. En particular, en la actividad que describimos a continuación sólo se utilizan conceptos de geometría básica para resolver problemas de planteamiento sencillo y aplicación inmediata, pero complejidad evidente.

*Necesitas acudir a la oficina de correos más próxima. Dispones de un plano en el que aparecen señaladas dos oficinas. ¿Cómo puedes decidir cuál es la más cercana, cualquiera que sea el punto en el que te encuentres?*¹³

La solución la obtenemos al construir la mediatriz del segmento que unen ambos puntos.

Si les proponemos a los estudiantes que traten ahora de resolver el problema en el caso de contar con la situación de tres oficinas de correos. Se trata, por tanto, de colorear el plano dividiéndolo en tres zonas, de manera que puedas decidir de un vistazo a qué estafeta de correos te has de dirigir, sea cual sea el punto en el que te encuentres.

A medida que el número de lugares de referencia crece, estas construcciones se complican. Prueba a encontrar la solución para el caso de cuatro puntos. Esta estructura geométrica que nos proporciona una particular partición del plano dados n puntos es el *diagrama de Voronoi*¹⁴ de dichos puntos. Experimenta con el siguiente programa cómo cambia la estructura de un diagrama de Voronoi –y otras estructuras relacionadas– a medida que se añaden o se mueven puntos sobre el plano.

El diagrama de Voronoi es una estructura geométrica que tiene aplicaciones no sólo en las ciencias de la administración, sino también en la planificación, en la biología, la geografía o la robótica.

Un proyecto interesante sobre Matemática discreta es el Proyecto Leonardo de la Universidad de Stanford¹⁵, se han construido imágenes por ordenador utilizando más de dos billones de triángulos. Desde una perspectiva *discreta*, cualquier curva continua es tratada como una poligonal y

¹³ GÓMEZ-CHACÓN, I. M. y FIGUEIRAS L. *Enseñar, aprender y comunicar Matemáticas con Internet*. 2002. Op. cit.

¹⁴ Para trabajar los diagramas de Voronoi pueden encontrar esta pagina un *applet*, Voroglides, <http://www.pi6.fernuni-hagen.de/GeomLab/VoroGlide/>

¹⁵ <http://graphics.stanford.edu/edu/edu/projects/mich/>

cualquier superficie es aproximada mediante triangulaciones. La reconstrucción de una superficie utilizando estructuras discretas es una de las áreas de mayor investigación en las gráficas por computador. La mayoría de los algoritmos que permiten la construcción de estas imágenes sólo son practicables si pueden llegar a procesarse al mismo tiempo cantidades enormes de datos. Ésta es la base de la animación por ordenador y de la realidad virtual. Detrás de una animación con ordenador hay un complejo problema de matemática discreta. ¿Puedes imaginar la dificultad de conseguir mediante la aproximación utilizando triangulaciones emular texturas o crear animaciones de materiales que se arruguen suavemente, se muevan o reflejen la luz? La mayoría de los algoritmos que permiten la construcción de estas imágenes sólo son practicables si pueden procesarse a la vez enormes cantidades de datos.

Seguro que como lectores se preguntan y se dicen, sí, muy bien pero necesitamos una buena metodología para desarrollar estos contenidos. Para dar respuesta sugiero el artículo de Miguel de Guzmán sobre programas de ordenador en la educación matemática ¹⁶, en él nos presenta métodos didácticos que el profesor puede seguir de cara a construir el conocimiento de los estudiantes.

Una página que explicita los procesos simbólicos es una página web simpática de *Matemáticas y música*. Expresa algunos de los algoritmos y procesos que están en la base de cierta composición musical ¹⁷.

6. INFORMACIÓN Y PROCESAMIENTO: NUEVAS HABILIDADES

La habilidad para recopilar, sistematizar y usar la información será, simultáneamente, una fuente de poder y el vehículo para el progreso social. Cada vez será más cierto que quienes tengan acceso a más información tendrán ventajas comparativas difíciles de superar. Esta situación se ha puesto de manifiesto con la difusión de la tecnología informática y se agudizará con la utilización generalizada de las superautopistas de información. Junto a esta constatación, de cara al aprendizaje de la Matemática nos parece clave considerar que el ordenador es una herramienta que no sólo puede *memorizar*, sino que puede *procesar* la información. Para comprender los mecanismos que controlan el procesamiento de la información es importante manejar

¹⁶ GUZMÁN, M. DE, "Programas de ordenador en la Educación Matemática", Publicado en *Vela Mayor*, Revista de Anaya Educación, 3, 1994, 33-40.

¹⁷ Web de Gustavo Díaz Jerez: <http://www.geocities.com/SiliconValley/Haven/4386/>

las Matemáticas *invisibles* que lo determinan y adquirir el sentido de la información cuantitativa a través de la exploración de los modelos matemáticos. Nuestros ordenadores nos hacen capaces actualmente de manipular con éxito fragmentos importantes de la realidad sin que comprendamos bien por qué. Podemos estar ciertamente satisfechos de nuestro éxito, pero no conviene perder de vista que el éxito manipulativo está aún lejos de la comprensión a la que podemos y debemos aspirar. El medio tecnológico requiere y provoca la necesidad creciente de trabajar las estructuras subyacentes haciéndolas visibles. Y esto involucra la expresión matemática, como por ejemplo en situaciones didácticas en las que se puede pensar el problema de forma algebraica y de forma geométrica.

7. FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VISUAL

El pensamiento colectivo, del que el ordenador forma parte, privilegia el llamado *pensamiento visual*. El mundo de la imagen se abre paso en los esquemas o modelos de comunicación, creando nuevos paradigmas para conocer y ver el mundo. La nueva cultura de aprendizaje se basa en leer las imágenes. La acción de ver una imagen implica intuición; es holístico y simultáneo.

Situaciones altamente interactivas y simulaciones permiten desarrollar formas de comprensión de la Matemática y el cultivo de aquellas porciones de la misma que provienen y tratan de estimular la capacidad de la persona para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma física. En estos últimos años se trata de recuperar el abandono injustificado de aspectos más intuitivos de esta disciplina, originado, quizás, por la corriente surgida de la *Matemática moderna*. Hoy se considera una necesidad ineludible rescatar la intuición y el pensamiento visual en la enseñanza matemática inicial, primaria y secundaria. Guzmán ha insistido en la recuperación del pensamiento visual y coincidimos con él en que el medio tecnológico posibilita desde un punto de vista didáctico, científico, histórico, volver a recuperar el contenido espacial e intuitivo en toda la Matemática.

Comentemos algunos ejemplos de visualización de análisis y de geometría.

7.1. Visualización de análisis

La visualización pretende transmitir cuáles son las intuiciones que una imagen sugiere, o incluso incluye, perfectamente representados, todas aque-

llas propiedades o elementos que conducirían a escribir un razonamiento correcto con todos los elementos de formalidad exigidos.

La visualización es importante y está especialmente desarrollada en la geometría, pero también en el análisis matemático pueden trabajarse ejemplos interesantes.

Cuando hablamos de visualización en matemáticas nos referimos a un proceso de intuición de lo abstracto que se acompaña de imágenes geométricas que nos permiten familiarizarnos con el objeto en cuestión. La idea de que una función continua es aquella cuya gráfica “no se rompe” es un ejemplo claro y sencillo de visualización, que puede extenderse a conceptos mucho más abstractos. Aprender a visualizar es uno de los grandes retos de la educación matemática, porque se trata de enseñar a los estudiantes a familiarizarse intuitivamente con los conceptos más abstractos y que dispongan de las herramientas necesarias para “descodificar” la representación que existe en la imagen, es decir, para pasar del razonamiento sobre la imagen al argumento formal. Pasar de un tipo de demostración visual a una demostración formal es un ejercicio necesario y útil para que los estudiantes se introduzcan en el mundo de la visualización ¹⁸.

Si bien para construir muchos de los diagramas útiles para un ejercicio de visualización basta con lápiz y papel, el hecho de disponer de una herramienta como el ordenador potencia enormemente esta tarea. El comportamiento global e incluso local de las funciones es fácilmente explorable con las opciones que proporciona una sencilla herramienta de dibujo de gráficas. Profundizando más, programas de cálculo simbólico como *Maple* o matemática, o el más sencillo *DERIVE*, de un cómodo entorno para los estudiantes, ofrecer opciones mucho más sofisticadas y al estudiante, en diálogo inteligente con la máquina, establecer sus propias conclusiones.

Ejemplo de una herramienta útil para esta visualización es el graficador de funciones. He seleccionado los siguientes sitios web por la ayuda que pueden ofrecer a la enseñanza:

1. Representación *on-line* de funciones en el mismo gráfico: <http://www.javaview.de>
2. Estudio y representación animada de funciones lineales y elementales: http://personal5.iddeo.es/ztt/graf/gráficas_index.htm

¹⁸ Una lectura recomendada es el libro de M. DE GUZMÁN, *El papel de la visualización*. En: El rincón de la pizarra, Pirámide, Madrid, 1996.

3. Gráficas interactivas para cálculo en el aula: <http://www.math.psu.edu/dna/graphics.html>.

El objetivo de los programas de representación utilizando funciones es que permiten reflexionar sobre el trazado de funciones diversas. Las actividades propuestas pretenden que los chicos y chicas se interroguen, reflexionen y lleguen a dar una buena aproximación de la gráfica de una función. El acento está puesto en la comprensión del comportamiento de una gráfica, más que en la aplicación mecánica de un algoritmo

7.2. La visualización en geometría

Muchas de las ideas geométricas proceden de la sensación o percepción de soluciones y formas espaciales. Las percepciones espaciales inducen a una especie de pensamiento anárquico y caótico. La organización, ordenación y sistematización de estas percepciones se lleva a cabo mediante el razonamiento plano y espacial como forma de pensamiento.

El razonamiento espacial está relacionado con términos como: sentido espacial, visualización, percepción espacial, proceso visual. Requiere formar a los estudiantes en:

- el sentido del espacio que nos rodea y de los objetos en él ubicados (sentido espacial),
- en la formación de imágenes mentales,
- en la imaginación, con rasgos visibles, de algo que no se tiene a la vista (visualización),
- en el control de cualquier situación (espacial o problemática) desde la mente (intuición espacial).
- en el lenguaje como elemento estructurador y como elemento de comunicación mediante el cual se explican los razonamientos.

Para desarrollar el razonamiento espacial es conveniente que los estudiantes tengan experiencias centradas en las relaciones geométricas; en la dirección, orientación y perspectiva de los objetos del espacio; en las formas y tamaños relativos a las figuras y en los objetos y cómo se relaciona un cambio en la forma con un cambio en el tamaño. La selección de actividades sobre este tipo de razonamiento puede venir determinada según los diferentes aspectos a abordar o según los intereses que se tenga o a la aplicación que se le dé.

Especial mención en este apartado son los programas de geometría dinámica. En el material *Matemáticas en la red*, incluimos varios módulos

para trabajar con estudiantes de Secundaria y Bachillerato; aquí trataré de comentar algún ejemplo.

Los sistemas de geometría dinámica consideran los dibujos geométricos hechos sobre la pantalla del ordenador como entidades con movimiento. La aplicación recuerda todos los pasos que han sido llevados a cabo en la construcción y, por lo tanto, puede volver a realizarla para otro conjunto inicial de puntos. Esto nos permite mover sobre la pantalla los elementos independientes de la figura y ver cómo dicha modificación influye en el resto de la construcción.

Existen varios programas de geometría dinámica que actualmente se comercializan, como Cabri, Sketchpad o Euklides. El más extendido actualmente en la comunidad educativa es Cabri, sobre el que ya existen una considerable cantidad de literatura, experiencias e investigaciones relacionadas con su utilización didáctica. Desde las páginas informativas de cualquiera de estos programas puede bajarse información sobre cada uno de ellos y en particular de los dos últimos existen versiones de demostración muy completas que permiten conocerlos con detalle:

Cabri: <http://www-cabri.imag.fr/>

Euklides: <http://euklides.multimania.com/>

Sketchpad: <http://www.keypress.com/sketchpad/>

Cinderella: <http://www.cinderella.de/>

El Cinderella nos parece especialmente interesante porque tiene una base matemática muy consistente sobre la que operar. Su conocimiento nos permite reflexionar sobre uno de los aspectos esenciales en el manejo de este tipo de sistemas: los procesos que se automatizan al hacer uso de ellos. Si es ya una evidencia que la utilización de cualquiera de los sistemas de geometría dinámica existentes resulta recomendable y adecuada para el aprendizaje de las matemáticas, además Cinderella, tal y como viene siendo presentado, nos invita a reflexionar sobre la teoría matemática que hace posible su funcionamiento.

Utiliza una base matemática muy amplia, “una mezcla de geometría del siglo XIX; análisis complejo; nuevos métodos y tecnología de *software*”, en palabras de sus autores, que permite la eliminación sistemática de casos especiales como los descritos a continuación ¹⁹:

¹⁹ Para quien estuviera interesado, hemos elaborado un documento adicional en el que se describe cómo manejar el programa para crear ejercicios interactivos en GÓMEZ CHACÓN, I. M.^a; FIGUEIRAS, L.; MARÍN, M, 2001. Op. cit., pp. 113-119.

Dibujemos dos círculos que se intersecan en dos puntos. Construimos la línea que une ambos puntos: es el llamado eje radical de dos circunferencias. ¿Qué ocurre si movemos los dos círculos hasta que se separan?

Matemáticamente, sería deseable que el eje radical, que está definido igualmente para dos círculos que no tengan ningún punto de intersección, se moviera de manera consistente. Para que Cinderella pueda hacer eso, la intersección de las dos circunferencias se calcula como la solución de un sistema de ecuaciones cuadráticas; en el caso de que las dos circunferencias que dibujamos tengan puntos de intersección serán soluciones reales y serán complejas en otro caso. De cualquier modo, la recta que une esos dos puntos conjugados en el plano complejo, es una recta real que seguirá manteniéndose.

Cinderella ofrece la posibilidad de visualizar una misma construcción tal y como la vemos habitualmente en el plano euclideo y en visión esférica. Aunque la mayoría de las aplicaciones geométricas que llevamos a cabo en enseñanza secundaria sean las de la geometría euclidiana, la visualización esférica nos permite trabajar con los alumnos algunas cuestiones tan importantes como la geografía terrestre. Cinderella permite además visualizar y manipular construcciones en otras geometrías no euclidianas.

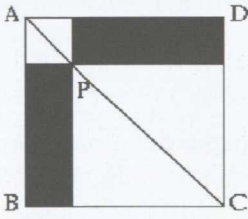
8. UNA MATEMÁTICA MÁS INDUCTIVA Y MÁS ABIERTA

El medio tecnológico hace posible pensar la Matemática de una forma más inductiva y más naturalista. Las nuevas herramientas virtuales no sólo cambian la forma en la que el estudiante se aproxima a muchas de las ideas tradicionales, sino que hace posible formular distintos fenómenos de la realidad, fenómenos que tenían una dificultad de expresión sin ayuda del medio computacional.

Se revelan nuevas aproximaciones didácticas y nuevas áreas de contenido para la didáctica de la Matemática. Por ejemplo, reexaminar la idea de Matemática abstracta, la comprensión de la noción matemática de abstracción concreta y los modos de construir significado matemático sobre situaciones de la web.

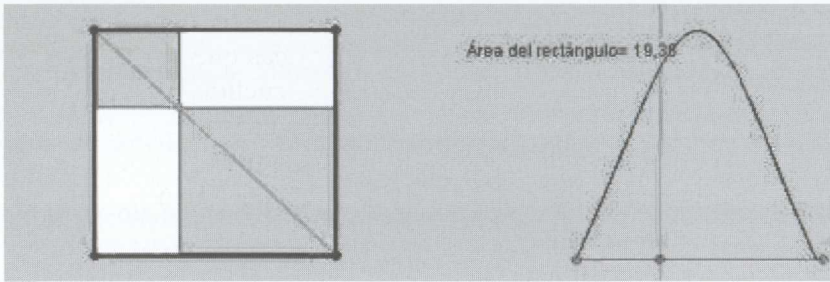
Tomo como ejemplo este problema: Área de rectángulos, donde el medio tecnológico nos puede amplificar la capacidad de desarrollar una demostración más visual.

Área de rectángulos



Por un punto P de la diagonal AC de un cuadrado ABCD se traza las paralelas a los lados de esta figura. Así se obtienen dos rectángulos iguales. Supuesto el lado del cuadrado igual a 1dm, calcúlese el área de uno de éstos, suponiendo que P diste del lado AB una longitud igual a $1/4$, $1/2$ y $3/4$ de la del lado de dicho cuadrado. Considérense también los casos límites en que P coincida con A y con C. ¿Varía el área de los rectángulos al cambiar la posición del punto P?

Para ver la variación de las áreas podemos obtener con Cinderella una demostración visual y en movimiento como la siguiente:



Podríamos decir que se constata un énfasis creciente por una Matemática situada; una Matemática como forma de conocimiento del mundo, más que una Matemática de cálculo y de operaciones y demostraciones formales. Comprender de esta forma la Matemática necesitará de nuevas aproximaciones al conocimiento matemático, especialmente de las nuevas formas que en sí mismas requieren del medio tecnológico. Esto conlleva una ampliación de los estilos de pensamiento y situar la Matemática más cerca de las experiencias reales del estudiante. Queremos hacer notar que afirmar todo lo anterior no implica decir que desaparezcan los cálculos y las demostraciones formales del currículum y de la experiencia escrita, sino extenderlas a las formas de la cultura virtual.

Ahora bien, para trabajar una Matemática situada una de las alfabetizaciones es la alfabetización científica de la población. El conocimiento matemático de la población actual se gesta básicamente en el espacio escolar. Fuera de este contexto existen pocas referencias de las que apropiarse y, en general, las que existen están incrustadas en aplicaciones tecnológicas. La población se apropia de este conocimiento matemático a partir de la publicidad y los me-

dios de comunicación, en la mayoría de los casos sin tiempo o sin bagaje científico suficiente para descomponer la información en sus componentes intelectuales más básicos. En lo que respecta a las aplicaciones matemáticas en la tecnología, la población se vuelve consumidora, perdiendo en el proceso una parte importante de participación y control sobre los cambios sociales.

Viene al caso ahora retomar la discusión sobre el papel de la matemática en la alfabetización de la población, que expuse en un apartado anterior dedicado al análisis de nuevos contenidos relacionados con la tecnología. Desde nuestra perspectiva defendemos una alfabetización matemática en la que la población esté capacitada para controlar la información que recibe y esto implica tener capacidad para:

- Relacionar la información que se recibe con el propio conocimiento.
- Reconocer cuál es la perspectiva científica desde la cual se ha elaborado.
- Acceder a herramientas que permitan validar la información.
- Apropiarse del conocimiento que transmite la información.

Es importante que ni las administraciones educativas ni nosotros, como docentes, perdamos de vista el énfasis en el valor de los contenidos procedimentales. No es tan importante el aprendizaje de un determinado concepto como el de la metodología relacionada con la construcción de ese concepto, el reconocimiento de los conceptos básicos que a su vez involucra o el apropiarse de claves que permitan reproducir un determinado resultado. La matemática y la ciencia en general está avanzando a una velocidad que no es posible ni saludable concretar en cambios curriculares. Se trata de potenciar la búsqueda de claves para relacionar nuevos contenidos con otros de carácter básico, más que de la transmisión de nuevos contenidos.

Es imprescindible para el desarrollo científico de una sociedad que el conocimiento científico se trabaje desde una conceptualización práctica, cultural y cívica ²⁰ convivan en sinergia en la formación del alumnado.

²⁰ GARCÍA BARRENO, P., *La ciencia en tus manos*. Espasa Calpe. Madrid, 2000. Pedro García Barreno considera una clasificación para el conocimiento científico en práctico, cultural y cívico.

“El conocimiento científico práctico define el acceso a técnicas y el aprendizaje de métodos que ayudan a resolver problemas prácticos inmediatos relacionados con la supervivencia y la salud. Por su parte, el conocimiento cultural es, hoy, el representante genuino de la alfabetización científica. Cuando un estudiante de historia lee algo sobre ADN en Scientific American, cuando un abogado contempla en televisión un programa sobre la Vía Láctea, o cuando los alumnos de un instituto de secundaria o un grupo de jubilados visitan el Museo de la Ciencia, están, todos, mejorando su conocimiento científico al nivel cultural. Cada uno de

Como decíamos más arriba, los propios canales de divulgación amplifican una perspectiva de carácter técnico –o tecnológica, según venimos llamándola–, pero ser capaz de comprender estas tres opciones es básico en la alfabetización matemática de cualquier ciudadano, porque sin ellas no podrá conceder un valor a otras opciones científicas que no sean las que se derivan de la aplicación tecnológica directa de sus resultados.

Un reto educativo en cuanto a la utilización de nuevas tecnologías es capacitar para un saber que prepare al alumnado para utilizar la información disponible de manera cognitivamente fructífera –y, por supuesto, humanamente productiva. Es importante dedicar tiempo a enseñar a los estudiantes a disponer de herramientas para validar la información que existe en la red. En nuestra experiencia como profesores Internet es, posiblemente, la fuente de búsqueda de información más utilizada por los estudiantes. Cuando se pide que busquen información sobre un determinado tema, las enciclopedias tradicionales han perdido protagonismo. Dan por hecho que todo el contenido al que acceden es riguroso. Se está constatando que el porcentaje de información falsa que los estudiantes aportan en sus trabajos cuando sus fuentes de datos es Internet es increíblemente más elevado que cuando buscan información en una enciclopedia. Más lejos aún están de apropiarse del conocimiento que transmite la información. Por ejemplo, el apropiarse del conocimiento que se desprende de una noticia de divulgación matemática, o que involucra el uso de conceptos científicos, significa estar preparados para utilizarlo en otros ámbitos, y para enriquecer la construcción de nuestras creencias acerca de la ciencia.

9. NUEVAS FORMAS DE INTERACCIÓN: MODELOS SIMULACIONES

En las situaciones de partida mostrábamos cómo surgen formas distintas de relación y de interacción entre los estudiantes. Las comunidades tecnológicas están transformando la clase en comunidades de aprendizaje en las

ellos lo hace con el mismo espíritu que cuando un estudiante de física se interesa por la historia antigua, un ingeniero lee poesía, un médico se deleita con las tragedias griegas o un mecánico disfruta en el Museo del Prado. El conocimiento científico cultural está motivado por el deseo de conocer algo acerca de la ciencia en cuanto logro de la humanidad. Es una aventura 'cultural' que no soluciona problemas 'prácticos', pero que pretende promover un ambiente social favorable para la implantación del conocimiento científico cívico. [...] El conocimiento científico cívico busca la capacitación de los ciudadanos para que sean más conscientes de la incidencia de la ciencia y de la técnica en los aspectos más comunes de la vida diaria".

que ambos, estudiantes y profesores, enseñan y aprenden. Esto plantea distintos retos al profesorado de Matemáticas en varias direcciones, entre los que cabría destacar: la comprensión del aprendizaje como un proceso de interacción social, los nuevos modos de legitimación y justificación de las cuestiones Matemáticas y el desarrollo de nuevas habilidades de enseñanza de esta disciplina.

No voy a entrar aquí en el tema de la interacción humana, en otros capítulos de esta publicación se abordará. Me gustaría detenerme en el tema de la interacción con las simulaciones y la modelización matemática.

No podemos olvidar que la matemática explora la complejidad de ciertas estructuras de la realidad mediante una simbolización adecuada, una manipulación racional rigurosa, con la finalidad de adquirir un dominio efectivo de la misma (Guzmán, 1993). Para ello delimita y selecciona ciertos elementos que parecen importantes e identifica las relaciones entre ellos: se decide lo que se ignora y lo que se tiene en cuenta, construyendo así una versión idealizada de la cuestión original que se formula matemáticamente, o *modelo matemático*, al que se aplican los conocimientos y métodos de esta ciencia; a veces puede haber más de un modelo que dé cuenta de la realidad, por ejemplo, hay varios modelos para indicar el crecimiento económico. Por último, se revisa críticamente si el modelo o los modelos se pueden aplicar o no a la situación original y de qué manera la refleja; en caso de que no sea adecuado hay que modificarlo. Esto es un proceso de *modelización matemática* que se aplica cada vez más en nuestra sociedad en todos los campos de la actividad humana.

Los modelos matemáticos tienen un gran “poder simbólico” derivado de la valoración de las matemáticas en la sociedad, de la creencia en la exactitud de sus resultados y predicciones, en la fiabilidad de sus aplicaciones y en su neutralidad. Por ello a veces se utilizan los números y los algoritmos como “argumento de autoridad” para manipular a las personas. Para evitar ese riesgo es necesario capacitar a los estudiantes para que perciban, comprendan, interpreten y juzguen las aplicaciones matemáticas en situaciones de su vida personal y social, haciendo de esta ciencia y de sus aplicaciones un “objeto de crítica” (Skovsmose, 1999).

Se pueden distinguir dos tipos de modelos: *normativos* y *descriptivos* (Blum y Niss, 1991). Los modelos normativos sirven para establecer normas que encierran juicios de valor, por ejemplo las tarifas postales, las tasas o intereses financieros, o los criterios de proporcionalidad votos/representantes que se utilizan en las elecciones. Por su parte los modelos descriptivos explican fenómenos, por ejemplo de tipo físico como las leyes de la mecánica, o de tipo biológico como las leyes de Mendel sobre la herencia genética.

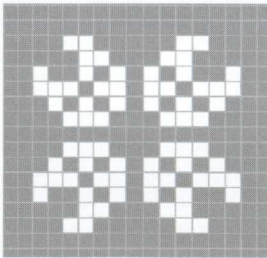
Hay modelos matemáticos complejos que simulan situaciones de la realidad en las que intervienen muchas variables, como el clima o el comportamiento macroeconómico. Otros son más sencillos. Una ejemplificación de esto la encontramos en este juego:

*Del juego de la vida a las matemáticas del caos*²¹

El juego de la vida no es un juego de ordenador tradicional. Consiste en una serie de celdas que, tomando como base ciertas reglas matemáticas, pueden reproducirse, vivir de manera estable o morir. Puedes situar “habitantes” haciendo clic con el ratón sobre el tablero de juego. Las reglas implementadas en el ordenador son las siguientes:

1. Un habitante vivo seguirá estándolo en el siguiente paso si exactamente 2 ó 3 cuadrados de los ocho que le rodean están vivos: si está rodeado por más de 3 o menos de 2, se muere.
2. Nacerá un nuevo individuo si exactamente 3 de los que le rodean están vivos. 4 ó 2 no verifican esta condición.

Dependiendo de la disposición inicial, el desarrollo del juego es completamente diferente. Familiarízate con las reglas del juego y busca patrones que conduzcan a:



1. Una población estable.
2. La extinción.
3. Una situación de crecimiento periódico.

¿Qué capacidades piensas que potencia el juego? ¿Cuál es su interés didáctico?

Este juego de la “vida” fue inventado por el matemático británico John Horton Conway en 1970. Debido a sus analogías con la subida, la caída y las alteraciones de una sociedad de organismos vivos, pertenece a una clase de juegos que se utilizan cada vez más, los “juegos de simulación”, es decir, los juegos que se asemejan a procesos de la vida real. Aparentemente, para jugar deberíamos contar con un tablero muy grande y con una cantidad muy gran-

²¹ Tomado de: *Life is a bit* - Edwin Martin <http://www.bitstorm.org/gameoflife>

de de contadores. Es posible trabajar con papel y lápiz, pero para los principiantes, el tablero es más manipulativo. Este juego es un ejemplo de autoorganización y emergencia. Es interesante a nivel científico, matemático y economista para demostrar que modelos complejos pueden emerger de la implementación de reglas simples. Distintas publicaciones han recogido los modelos que se generan (R-pentaminos) dependiendo de la posición inicial. Ciertos autores han reflexionado sobre las connotaciones filosóficas de este juego.

Hoy no cabe duda que en este siglo se ha producido una matematización acelerada de todas las ciencias, no sólo porque la matemática se utilice para medir o describir fenómenos, sino porque es una herramienta básica para su desarrollo ²². Esta tendencia a la matematización, y en concreto el hecho de que los datos numéricos se puedan procesar fácil y rápidamente gracias a las calculadoras y a los ordenadores, comporta el peligro de creer que todo se puede reducir a números, descuidando otras dimensiones, como los valores, que quedan fuera de los niveles de abstracción que comporta la matemática.

En diversas situaciones de la vida cotidiana encontramos la presencia de las matemáticas: ecología, salud, consumo, economía, medios de comunicación, sondeos y encuestas, criterios de elección de representantes, juegos de azar,... En ellas los números, las funciones, los datos estadísticos, etc., no aparecen en abstracto, sino en un contexto en el que adquieren significado (Callejo y Gómez-Chacón, 2000).

Es poca toda la atención que se reclama en este modelaje de la realidad por la tecnología a las simulaciones. Se puede definir la simulación como un “modelo ejecutable” (cfr. Gutiérrez, 2002) ²³, es decir, un modelo que tiene la cualidad de ponerse en marcha, de “funcionar”, poniendo en relación los distintos elementos que lo constituyen (ontología del modelo) según unas determinadas reglas (reglas de funcionamiento). Los criterios de “verdad” para el funcionamiento válido (epistemología) del modelo-base de la simulación, también los fija el diseñador de la misma.

²² F. BOMBAL (2000) señala: “*El uso del Análisis de Fourier en la Psicología de la percepción (como instrumento básico para modelizar la recepción e interpretación de imágenes a través de los sentidos), pasando por la creciente utilización de la Teoría de Grupos en Química, Cristalografía o la Física subatómica, la Teoría de Números en Criptografía o la utilización de los Sistemas Dinámicos, la Teoría del Caos y los Fractales en Medicina, Meteorología o Economía*” (p. 51).

²³ GUTIÉRREZ, R., *Epistemologías actuales y sociedad de la información*. En el programa de “*Experto en contextos virtuales de aprendizaje para Secundaria y Bachillerato*”, Universidad Carlos III de Madrid-IEPS. El material se encuentra en la plataforma Campusred, de la Fundación Telefónica, 2002.

La simulación (puesta en marcha de un modelo) no “copia” el sistema simulado, sino sólo aquellos aspectos que interesan al que ha diseñado la simulación, ya que al diseñarla ha elegido unos determinados objetos (ontología) y establecido unos determinados modos de relación entre los mismos (reglas), de manera que se posibilite su funcionamiento válido (criterios epistemológicos).

Se llaman simulaciones virtuales a las realizadas utilizando medios informáticos. Los objetos o entidades simuladas modelizan las características de los objetos concretos (sistemas físicos) o conceptuales (sistemas formales), según los diseñe el creador de la simulación.

Pero los sistemas informáticos también recogen y analizan aspectos concretos de la realidad. En estos casos el sistema informático no simula un modelo predeterminado, sino que procesa y representa los datos que se le suministran, operando con ellos y representándolos de maneras determinadas, según las posibilidades de que disponen las interfaces y el software correspondiente. Los ordenadores actuales permiten recoger datos reales y procesarlos en tiempo real. Las tecnologías MBL (Microcomputer Based Laboratory)²⁴ permiten la recogida y el procesamiento de datos en los laboratorios en el tiempo mismo en que el estudiante o el investigador está realizando los experimentos.

Para un profesor es de vital importancia distinguir entre la simulación de un modelo que se ha introducido en una computadora, de lo que aparece en pantalla cuando el ordenador está procesando datos reales. Del mismo modo es importante que conozca el tipo de objetos que está manejando una simulación (concretos o formales), y los límites de validez de la simulación a la hora de modelar el comportamiento de realidad.

En estudios que se ha realizado desde el ámbito de las Ciencias (cfr. Gutiérrez, 2002) cuando se observa cómo los profesores trabajan en las aulas utilizando simulaciones o datos de experimentos tomados en tiempo real, muestran lo siguiente:

- 1) Aceptan fácilmente la simulación que les viene dada, sin analizar críticamente con qué tipo de objetos está realizada (qué tipo de entidades se manejan: fácticas o formales); y tienden a no estimar los límites de validez de las reglas de funcionamiento que se establecen entre los objetos, sino más bien a confirmar la “buena marcha” de la simulación.

²⁴ También llamadas CBL (Computer Based Laboratory), o CBE (Computer Based Experiment).

- 2) Las representaciones de los datos obtenidos en tiempo real son con frecuencia confundidos con las representaciones de los datos que ofrece una simulación; observándose además la tendencia a dar más credibilidad a las representaciones que ofrece la simulación de los fenómenos que a los datos reales obtenidos a partir de los fenómenos tal como se están desarrollando.

Por tanto, para diseñar contextos virtuales de aprendizaje, los profesores no sólo necesitan dominar técnicas instrumentales (conocimiento de las características de un hardware determinado, de sistemas operativos, de lenguajes de programación, etc.) o didácticas (esencialmente, englobadas hoy bajo el término “conocimiento didáctico” de la disciplina que imparten), sino que también necesitan tener formado un juicio crítico de los aspectos que venimos señalando.

10. DE LA TEORÍA A LA PRÁCTICA

En este apartado quiero presentar un Programa de formación en TIC para el profesorado: *Experto Diseño en contextos virtuales de aprendizaje para Secundaria y para Bachillerato*, en particular el módulo de Matemáticas²⁵. Comienzo con una breve presentación del Título.

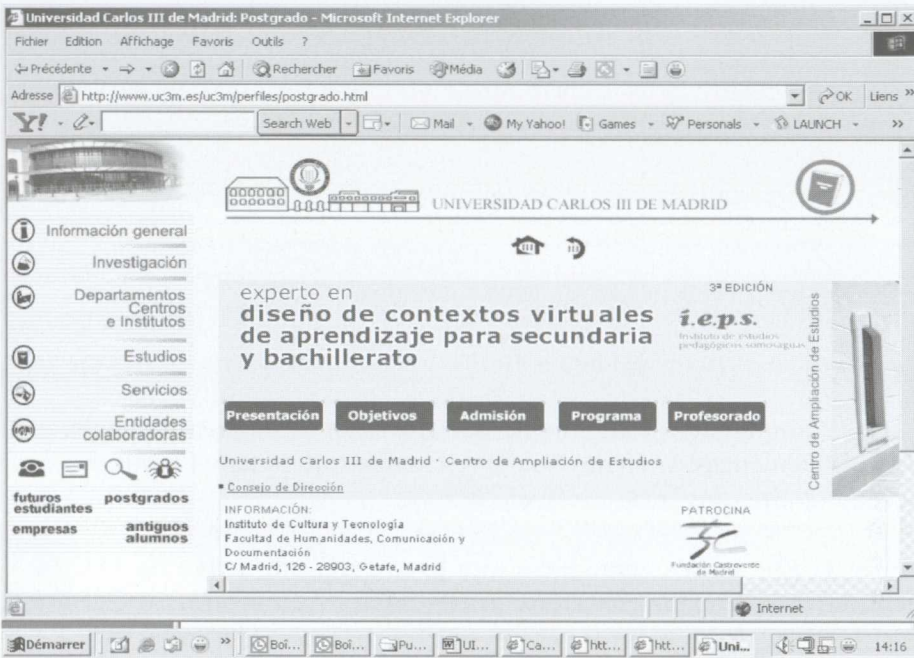
10.1. Presentación del Programa

Experto Diseño en contextos virtuales de aprendizaje para secundaria y para Bachillerato es un programa de posgrado que organiza el Instituto de Cultura y Tecnología de la Universidad Carlos III y el Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (IEPS) de la Fundación Castroverde. Se dirige al profesorado de niveles no universitarios.

El programa pretende ampliar y actualizar los marcos de referencia de los docentes en las Tecnologías de la Comunicación y de la Información y sus usos didácticos. Se presenta una aproximación sistemática tanto a los impactos de las TIC en los diferentes ámbitos sociales como a las transformaciones globales que acompañan la actual emergencia de una sociedad de la información y el conocimiento en el ámbito escolar. El programa de Experto

²⁵ Programa de “Experto en contextos virtuales de aprendizaje para Secundaria y Bachillerato”, Universidad Carlos III de Madrid-IEPS. El material se encuentra en la plataforma Campusred, de la Fundación Telefónica, 2002. <http://www.uc3m.es/uc3m/perfiles/postgrado.html>

se articula, en consecuencia, a partir de una perspectiva claramente interdisciplinar que integra diferentes perspectivas teóricas y herramientas metodológicas de carácter transversal a todas las áreas.



Tiene como objetivos:

- Proporcionar los conocimientos fundamentales para la comprensión crítica de la era de la información y las transformaciones que comporta, mediante la profundización en los aspectos humanísticos y tecnocientíficos de las TIC, contribuyendo así a la comprensión del papel desempeñado por la información y el conocimiento en el mundo actual.
- Desarrollar una propuesta educativa en clave de responsabilidad social que oriente los enfoques didácticos de las TIC y toda la actividad profesional del profesorado, fomentando el pensamiento y la investigación interdisciplinar a escala global.
- Reflexionar sobre las implicaciones del uso de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje, analizando especialmente sus repercusiones en los métodos docentes y en los estilos cognitivos, emocionales y sociales de aprendizaje de los estudiantes, y facilitando la adquisición de capacidades técnicas y metodológicas necesarias para llevar a cabo trabajos sobre TIC en el ámbito educativo.

- Conocer y utilizar instrumentos, materiales y metodologías del ámbito de las TIC aplicables en diferentes ámbitos de formación para la planificación y la gestión de la acción docente, experimentando los procesos de comunicación y formación a distancia con medios telemáticos.

El contenido se distribuye en 25 créditos. El programa se desarrolla mediante módulos articulados desde tres núcleos básicos:

Núcleo 1: Elementos clave para una propuesta educativa en Secundaria y Bachillerato

Núcleo 2: Estrategias de acción del profesorado

Núcleo 3: Investigación y formación del profesorado.

El programa posibilita una especialización en un área curricular específica (Matemáticas, Ciencias Sociales, Ciencias, Lengua y Literatura, Inglés y Tecnología) a través de los núcleos 2 y 3.

Núcleo 1: Elementos clave para una propuesta educativa de TIC en Secundaria y Bachillerato (Este núcleo abarca un total de 6 Créditos)

Se acentúa en la propuesta un enfoque que consideramos necesario, dada la situación actual de nuestro país, y en general, del mundo: formar para la responsabilidad en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

El contenido de este núcleo por su propio carácter, comprenden una serie de módulos de enfoque general que abordan claves de interpretación de cara a una puesta en marcha de las TIC en los centros educativos. Son los siguientes:

- Filosofía de la técnica y de la comunicación.
- Antropología y tecnología.
- La comunicación social por la imagen y la pantalla.
- Epistemologías actuales y sociedad de la información.
- La psicología de Internet.
- Ética e informática.
- Aspectos jurídicos en la sociedad de la información.

En este núcleo se incluyen trabajos prácticos en cada módulo. Por ejemplo, casos reales en la Red sobre estas temáticas en proyectos en colaboración

con otros grupos/centros, proyectos en tiempo real, foros de discusión. Los profesores deben experimentar estos “conceptos” haciendo algún proyecto.

Núcleo 2: Estrategias de acción del profesorado (Este núcleo abarca un total de 15 Créditos)

En este núcleo se trabaja desde una clave de herramientas, con temas concretos de modo que, al terminar el curso, cada profesor pueda utilizar lo aprendido inmediatamente.

- Elementos técnicos de Internet ²⁶:

Nivel 0,: Iniciación.

Nivel 1, Básico.

Nivel 2, Profundización.

Nivel 3, Avanzado.

- Enseñar y aprender con Internet ²⁷:

Internet en el currículo de Ciencias Sociales.

Enseñar, aprender y comunicar Matemáticas con Internet.

Ciencias e Internet.

Los enfoques comunicativos: un modo de entender y trabajar la Didáctica del Lenguaje.

Enseñanza de las Lenguas Extranjeras mediante Internet.

La asignatura de tecnología en el Currículo de Secundaria.

- NTIC, comunicación e intercambio de saberes
 - Gestión y organización del conocimiento.
 - Evaluación.

Núcleo 3: Generar conocimiento e investigación en la red (Este núcleo abarca un total de 4 Créditos)

Se propone a los participantes con un Foro de discusión organizado, en que se pueda investigar sobre la Comunicación en el espacio pantalla en

²⁶ Este módulo se subdivide en 4 niveles (0 iniciación, 1 básico, 2 profundización, 3 avanzado), en períodos de dos créditos cada uno. Los participantes deben cursar tres de estos niveles (un total de 6 créditos), según el grado de conocimiento que tengan sobre el medio tecnológico.

²⁷ Este módulo trata de mostrar los escenarios y usos didácticos de Internet. Está centrado en las didácticas específicas de las áreas. Los participantes eligen un módulo de entre los siguientes, según el área curricular de su interés.

un área específica de conocimiento. El producto final será un documento publicado en la red. Cada participante elige un área de conocimiento específica (ciencias sociales, matemáticas, ciencias, lengua y literatura, etc...).

También se propone a los participantes la posibilidad de participación en algún proyecto educativo en colaboración con otros.

Evidentemente, no hace falta argumentar que el programa intenta concretar las disciplinas que ofrecen algo a las alfabetizaciones a las que hemos aludido. Paso a describir el módulo de matemáticas.

10.2. Enseñar, aprender y comunicar Matemáticas con Internet ²⁸

Un módulo dedicado a la utilización de nuevas tecnologías en la educación matemática, podría plantearse desde múltiples perspectivas. Optamos por centrarnos en algunos puntos o aspectos especialmente relevantes desde un punto de vista matemático y analizar cómo pueden ser enriquecidos desde la perspectiva de las nuevas tecnologías. En ningún momento pretendemos que los contenidos se limiten a presentar aplicaciones específicas o ilustraciones metodológicas, sino que en nuestro planteamiento está la consideración de aspectos como la demostración, la visualización o la divulgación científica, que trascienden evidentemente el ámbito de la tecnología, pero que requieren una revisión desde esta perspectiva.

Éstos son los objetivos específicos de este módulo:

- Conocer las posibilidades de acción de las nuevas tecnologías, y en especial de Internet, en el ámbito específico de la educación matemática.
- Discutir desde la perspectiva de las nuevas tecnologías algunos aspectos clave en la educación matemática: formas de pensamiento y representación divulgación científica.

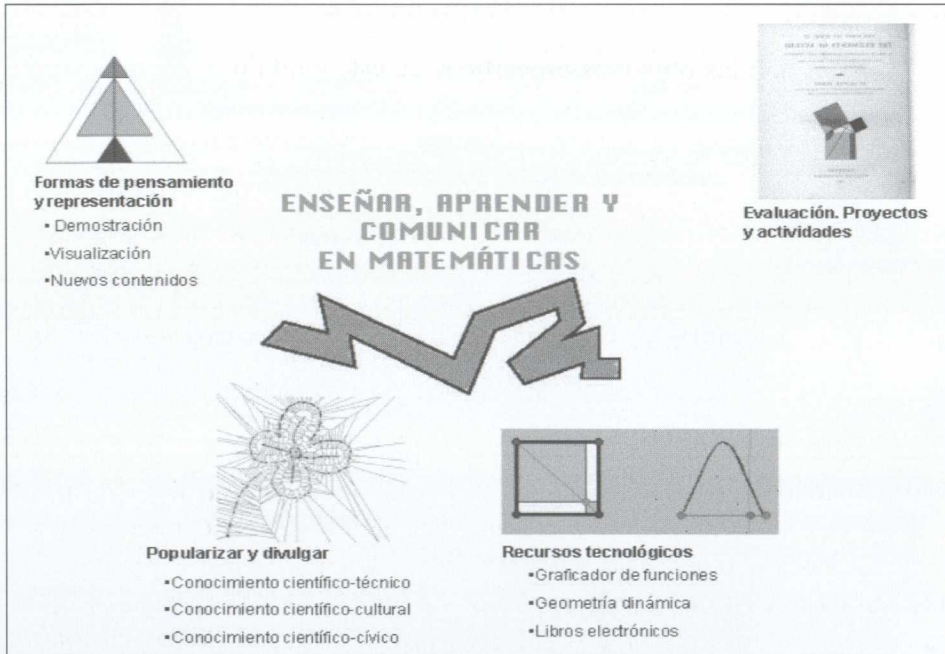
Una vez señalado todo esto varias son las cuestiones que nos llevaron a plantear las actividades y discusiones que propusimos a lo largo de los tres primeros bloques del módulo:

- ¿Cómo incorporar en la utilización de las nuevas tecnologías procesos de conocimiento abstracto? ¿Cuál es el papel de la tecnología en el significado de la demostración?

²⁸ GÓMEZ-CHACÓN, I. M. y FIGUEIRAS, L. *Enseñar, aprender y comunicar Matemáticas con Internet. Experto Diseño en contexto virtuales de aprendizaje para secundaria y para Bachillerato*, Instituto de Cultura y Tecnología de la Universidad Carlos III y el Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas (IEPS), 2002.

- ¿Qué características deben poseer estas herramientas de aprendizaje para la consecución de objetivos como los que plantea la construcción del conocimiento matemático?
- ¿Cuál es papel que juegan estas herramientas en la construcción de una buena experiencia matemática?
- ¿Se cuida en el diseño de programas que involucran las nuevas tecnologías aspectos relacionados con la formación integral del individuo?
- ¿Qué mecanismos de control tienen los usuarios sobre las aplicaciones y la información que reciben?
- ¿Cuál es la imagen del conocimiento matemático que transmite el énfasis en la utilización de la tecnología?
- ¿De qué herramientas dispone el profesor de matemáticas para iniciar un proyecto que utilice nuevas tecnologías?
- ¿Qué experiencias existen en el entorno educativo?

En el siguiente cuadro se puede ver el organigrama:



Cuadro 1. Organigrama

Los bloques de contenido que se ofertan son los siguientes:

- Bloque 1: Formas de pensamiento y representación en matemáticas. ¿Qué aspectos se enfatizan al utilizar nuevas tecnologías para la comunicación?
- Bloque 2: El papel de las nuevas tecnologías en la popularización y la divulgación matemática. Divulgación de calidad en el entorno educativo.
- Bloque 3: Dinamización de actividades. Recursos tecnológicos para la educación matemática.

Quiero destacar el tema de la demostración en el que hemos seguido el esquema recogido en el cuadro 2.

Cam:usRed

Aula

- 📄 Índice
- ✉ Correo
- 🗨 Foro de debate
- 📎 Seminario

? Ayuda

Ir al escritorio



DEMOSTRACIÓN EN MATEMÁTICAS

Formas de pensamiento y representación en Matemáticas

1. CAMBIOS EN CONSIDERACIÓN DE LA DEMOSTRACIÓN
 - Influencia de las teorías educativas
 - Influencia de la teoría de Lakatos
 - Influencia de los valores sociales
 - Nuevas formas de justificación desde la tecnología
2. EL ROL DE LA DEMOSTRACIÓN EN EL AULA
3. ALGUNOS REQUISITOS PARA TRABAJAR CON ÉXITO LA DEMOSTRACIÓN
 - Tipos de demostración
 - Directa
 - Indirecta
 - Reducción al absurdo
 - Por contraposición
 - Por inducción
 - Modelo de instrucción
 - Capacidad de demostrar
 - Actitudes matemáticas
 - Inductiva
 - Precisión y rigor
 - Sospecha o de escepticismo interior
4. EN RESUMEN

Cuadro 2. Contenidos del tema de demostración

Se hace más urgente re-capacitar al profesorado en procesos matemáticos concretos.

11. Y PARA CONCLUIR

La mente necesita ser educada y el pensar, por lo mismo, ha de ser objeto de aprendizaje. Es clave la figura del profesor y de la profesora. Do-

minique Wolton ²⁹ al hablar de la educación en la época de Internet, pone de manifiesto la puesta al día que los tiempos nos están exigiendo al profesorado:

“No existe ningún libro sin profesor, sin bibliotecario, sin documentalista: Se ha podido creer que se iba a modificar esa estructura gracias a la televisión ayer y a Internet hoy: Siempre estamos ante el mismo error: creer que la tecnología puede sustituir al hombre. Las nuevas tecnologías no tocan la muerte de los profesores, sino más bien lo contrario, el principio de su revalorización.”

A través de este texto reivindico el papel de los *intermediarios humanos* apuntando elementos para su formación. La sociedad tiene derecho a esperar una buena formación de aquellas personas a las que les va a confiar la educación matemática de los más jóvenes.

Y ya para concluir quiero insistir en algo que Miguel de Guzmán había expresado de múltiples formas, la formación inicial del profesorado se debería concretar en:

- una componente científica adecuada para su tarea específica;
- un conocimiento práctico de los medios adecuados de transmisión de las actitudes y saberes que la actividad matemática comporta;
- un conocimiento integrado de las repercusiones culturales del propio saber específico.

Cualquiera que estudie atentamente los programas de estudio de la mayor parte de nuestras universidades podrá apreciar sus importantes carencias en los aspectos que podrían conducir a esta formación adecuada de nuestros docentes.

²⁹ WOLTON, D., *Sobrevivir en Internet. Conversaciones con Olivier Jay*. Gedisa, Barcelona, 2000, p. 98.

REFERENCIAS

- BARAB, S., KLING, R. & GRAY, J.H. (Eds.) *Designing for Virtual Communities in the Service of Learning*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. Rosa.
- BOTTINO, R. M.; CHIAPPINI G. *Technological Advances and learning environments*. En L. ENGLISH (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Associates, 2002, 757-786.
- BRUFFE, K. *Collaborative learning: Higher education, interdependence, and the authority of knowledge*. The J. Hopkins University Press. London, 1999.
- CALLEJO, M. L.; GÓMEZ CHACÓN, I. M.^a *La educación para la ciudadanía en el año mundial de las matemáticas Education et Citoyenneté européenne en milieu scolaire: expériences et méthodologies active*, CD-Rom, EDIW- European Comisión, 2000 (Convention N: 2000-0015/001-001S0281ACEC).
- CUOCO, A. A. y CURCIO, F. R. (Eds.) *The roles of representation in school mathematics*. 2001 Yearbook NCTM. NCTM: Reston, Virginia.
- DAVIS, P. J. y HERSH, R. *El sueño de Descartes. El mundo según las Matemáticas*. MEC-Labor. Barcelona, 1989.
- DENNING, R. y SMITH, P. J. "A case study in the development of an interactive learning environment to teach problem-solving skills". *Journal of interactive learning research*, 9(1), 3-36, 1998.
- ENGLISH, L. (Ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum Associates. 2002.
- GERBER, S. y SHUELL, T. J. *Using the internet to learn mathematics*. *Journal of computers in mathematics and science teaching*, 17 (2/3), 113-132, 1998.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M.^a; FIGUEIRAS, L.; MARÍN, M. *Matemáticas en la red. Internet en el aula de Secundaria. Colección Materiales 12-16 para Educación Secundaria*. Con Cd-Rom. Ministerio de Educación Cultura y Deporte y Narcea. Madrid, 2001.

GUZMÁN, M. de. *El pensamiento matemático, eje de nuestra cultura*. Discurso inaugural de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, 1993. Policopiado.

GUZMÁN, M. de. *Pensamientos en torno al quehacer Matemático*. CD-ROM.

KERCKHOVE, D. de. *Inteligencias en conexión. Hacia una sociedad de la Web*. Gedisa. Madrid, 1999.

MARIOTTI, A. *Technological Advances in Mathematics Learning*. En L. ENGLISH (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Lawrence Erlbaum Associates, 695-723, 2002.

NOSS, R. y HOYLES, C. *Windows on mathematical meanings: learning cultures and computers*. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, 1996.

SHAFFER, D. W. y KAPUT J. J. *Mathematics and virtual culture: an evolutionary perspective on technology and mathematics education*. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 97-119, 1999.

VILLARREAL, M. *Mathematical thinking and intellectual technologies: the visual and the algebraic*. *For the Learning of Mathematics*, 20 (2), 2-7, 2000.

WALLACE, P. *The Internet in the Workplace*. Cambridge University Press. Cambridge, 2004. BEN-ZE' E, A. *Love Online. Emotions on the Internet*. Cambridge University Press. Cambridge, 2004.

LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO VÍA INTERNET. ALGUNAS EXPERIENCIAS

Jaime Carvalho e Silva
Departamento de Matemática
Universidade de Coimbra, Portugal

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN
2. NUEVAS OPORTUNIDADES
3. LOS PROBLEMAS
4. OTROS EJEMPLOS

BIBLIOGRAFÍA

RESUMEN

En este capítulo se recogen algunos de las herramientas disponibles para la formación del profesorado. Asimismo, se reflexiona sobre qué cambios y retos le supone al profesor que desee iniciarse en Internet. Se aportan referencias de algunas experiencias desarrolladas en Portugal.

1. INTRODUCCIÓN

Internet es una herramienta completamente nueva en el mundo del profesorado. Lo que ofrece es intrínsecamente diferente de todo lo que había antes. Tenemos que estar muy atentos para poder determinar a tiempo cuáles son los aspectos de Internet que son importantes para la escuela, en particular para la formación del profesorado. Una de las maneras de determinar lo que nos interesa es ver cuáles son las experiencias o proyectos interesantes que se desarrollan en cada momento en la Internet.

Miguel de Guzmán, en un breve artículo sobre algunos de los usos que los interesados por la matemática pueden hacer de Internet, *Un paseo matemático por Internet*, considera que, desde el punto de vista del aprendizaje matemático Internet proporciona:

- I) La posibilidad de un contacto directo entre el profesor y el alumno.
- II) Internet proporciona asimismo la posibilidad de hacer asequible a muchas personas cursos excelentemente preparados a través de la red.

En la página <http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/calciint 02/calculo integral.html> podemos observar el primero principio aplicado por el Profesor Miguel de Guzmán. En su página hay informaciones generales sobre le curso, hay guías de estudio para los estudiantes (como por ejemplo “*Usaremos el texto como guión de nuestro trabajo y como fuente de problemas. Es aconsejable hacer una lectura previa a cada clase del tema que vamos a tratar. Con ella se trata de detectar las dificultades, los problemas difíciles, los pasajes oscuros... para preguntar y pedir que se discutan y aclaren en clase*”). Su página contiene también otros elementos de estudio que los estudiantes pueden usar si necesitan. Por último tiene una sección donde los estudiantes podrían preguntar lo que quieren; desafortunadamente y eso ocurre en casi todas las páginas idénticas, no hay preguntas de alumnos en esta sección. Es claro que no es Internet quien ayuda a los estudiantes a hacer preguntas (o bien les prefieren hacer las preguntas directamente al profesor).

Un excelente ejemplo del segundo principio es la página del curso *Laboratorio de Matemática* ofrecido a los alumnos del primero año de la universidad.

Información y avisos	Ayudas de trabajo	Complementos	Problemas propuestos	Problemas resueltos	Preguntas y respuestas
--------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	--

Una página para el uso de los alumnos de Cálculo Integral (Grupo A) Segundo cuatrimestre, Febrero-Junio 2002

Prof. Miguel de Guzmán
mdeguzman@bitmailer.net
<http://www.mdeguzman.net>

Información y avisos. Se colocarán aquí avisos prácticos (fechas de controles,...) así como las direcciones de los integrantes (profesores y alumnos) del curso.

Ayudas de trabajo. Podrás ver aquí guías de estudio, referencias interesantes para la aclaración de algún punto importante, esquemas y resúmenes.

Complementos. Aquí podrás tener referencias históricas relacionadas con el curso, enlaces con lugares interesantes en relación con el curso en la red,...

Problemas propuestos. Aquí puedes encontrar los problemas que se proponen para cada semana.

Problemas resueltos. En esta sección puedes consultar explicaciones de algunos de los problemas propuestos más interesantes.

Preguntas y respuestas. Los comentarios, preguntas, respuestas, más interesantes que surjan a lo largo del curso serán colocados aquí.

Laboratorio de Matemáticas

Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid

La Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid imparte una asignatura genérica, de carácter introductorio, dirigida a los estudiantes que inician estudios de Matemáticas. En el diseño e implementación de esta asignatura, denominada Laboratorio de Matemáticas, han participado durante el último quinquenio distintos profesores del Centro. Queremos recordar en este punto al Profesor Miguel de Guzmán, fallecido en abril de 2004, que se implicó con entusiasmo en el proyecto desde sus inicios. Durante el curso 2004-05, la asignatura será impartida por los profesores María Gaspar, Jesús Ángel Jaramillo, Ángeles Prieto, Mercedes Sánchez y José Ignacio Tello, quienes han perfilado -sobre el fruto del trabajo realizado los años precedentes- el material que se presenta a continuación. El curso se ha estructurado para ser impartido en sesiones de tres horas diarias, durante cinco semanas de los meses de septiembre y octubre.

El objetivo de esta asignatura es ayudar a los estudiantes de primer curso a hacerse con procedimientos prácticos básicos para afrontar las dificultades de adaptación al estudio de las matemáticas en la Universidad. El curso, eminentemente práctico, pretende servir de ayuda a los estudiantes que inician sus estudios a introducirse más eficazmente en el trabajo matemático. A la luz de este objetivo, se entenderá mejor la intención de las notas y del material que a continuación se presentan.

<http://www.mat.ucm.es/~angelin/labred/>

Esta página fue iniciada por un equipo del que formaba parte el Profesor Miguel de Guzmán. Actualmente continúan este trabajo los Profesores María Gaspar, Jesús Ángel Jaramillo, Ángeles Prieto, Mercedes Sánchez y José Ignacio Tello de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid.

La página contiene materiales para ayudar los estudiantes a entrar en el mundo del trabajo matemático, desarrollando aspectos como: la diferencia entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, como hacer demostraciones en matemática, algunas ideas sobre lógica y conjuntos, cuestiones básicas que los alumnos deben conocer cuando entran en la Universidad –que más frecuentemente olvidan o no estudian–, el papel de la visualización en la matemática, estrategias y técnicas más comunes en la resolución de problemas matemáticos donde estudian de acuerdo con la heurística desarrollada por Miguel de Guzmán.

Otro ejemplo muy interesante es el MIT, una de las mejores Escuelas Universitarias de Tecnología del mundo, que hace tres años decidió colocar todos sus cursos en Internet hasta 2007. En la página

<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/>

se pueden consultar ya unos 900 cursos de casi todas las áreas del conocimiento desde Literatura hasta Matemáticas, pasando por Ingeniería (obviamente), Ciencia Política o Estudios Femeninos. Se pueden encontrar cursos magníficos, incluso del ganador del Premio Nobel de Física de 2004, Frank Wilczek, con los cursos: “Course 8.325 –Relativistic Quantum Field Theory III”, de 2003 y “Course 8.012– Physics I”, de 2002. Consultando esta página se podría afirmar sin duda que *“Internet proporciona asimismo la posibilidad de hacer asequible a muchas personas cursos excelentemente preparados a través de la red”*.

2. NUEVAS OPORTUNIDADES

Pienso que podríamos añadir a los dos principios enunciados por Miguel de Guzmán otros dos principios:

- III) Impartir cursos para personas que no están en la misma ciudad (si hay sólo 3 personas interesadas en cierto curso en una ciudad... ¡normalmente no hay curso!).
- IV) Impartir cursos para personas que están en regiones muy lejos de los grandes centros.

Mostraré, a partir de mi experiencia, cómo estos dos principios se pueden ejecutar en particular en la área de la formación del profesorado. El primero proyecto que presentaré es el proyecto PROF2000 que empezó como uno proyecto europeo con el nombre de TRENDS. Su página principal es <http://www.prof2000.pt>

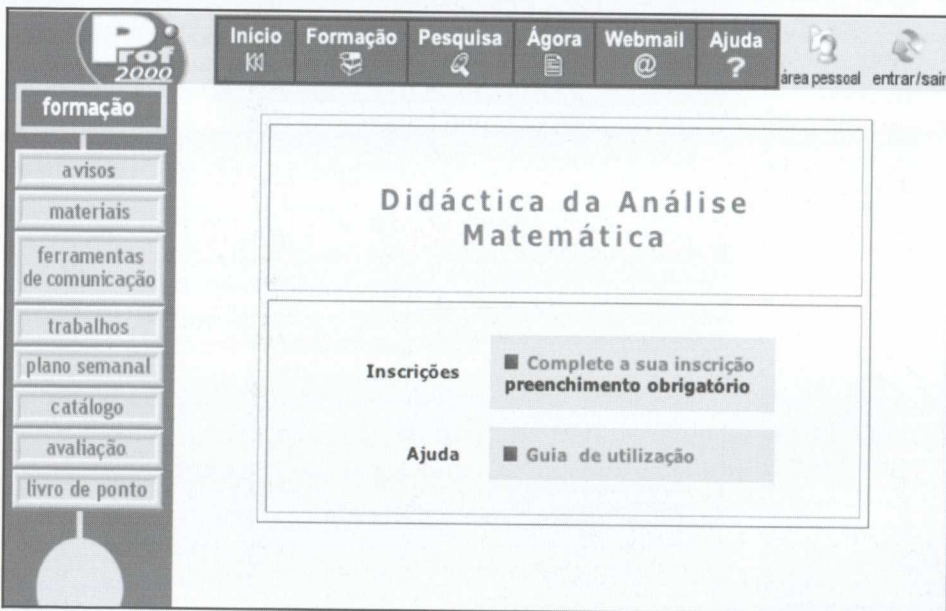
En este sitio web están alojadas páginas de diferentes escuelas y de profesores. Se proponen cursos de diversas áreas de conocimiento. Los cursos son acreditados por el organismo oficial portugués responsable de juzgar la calidad de los cursos. La única diferencia con los otros cursos es que las clases que se imparten normalmente en un aula, en los cursos de PROF2000 tienen que ser impartidos usando la comunicación por texto llamada IRC (*Internet Relay Chat* o textoconferencia) en la que lo profesor y todos los estudiantes del curso “hablan” a través de Internet, usando apenas texto. Cada persona tiene que hacer visible su participación en estas discusiones virtuales para que sea considerada oficialmente su “presencia”.

He impartido cuatro cursos de formación continua del profesorado usando este nuevo medio de comunicación. A continuación presento cómo ha funcionado uno de ellos, el titulado “Didáctica del Análisis Matemático”.

Este curso fue ofrecido para profesores de enseñanza secundaria y enseñanza superior que pretendían estudiar cuestiones de Análisis Matemático del punto de vista de la enseñanza. Se seleccionaron temas considerados importantes para los profesores que habitualmente no son estudiados, como el uso de la Historia de la Matemática en la clase y el uso de Calculadora Gráficas para el estudio de funciones. También, en este curso se tenía como objetivo estimular la reflexión de los profesores sobre la enseñanza de temas de análisis matemático como la noción de límite y la de función continua.

La base de este curso es una página construida usando el *software* propio de PROF2000. Esta página contiene muchas informaciones y materiales para el curso, y es el punto de contacto principal entre el profesor y los alumnos del curso (normalmente no hay contactos personales entre el profesor y los alumnos porque los alumnos están en diferentes ciudades).

La página está dividida en diferentes secciones.



A través de los “Avisos” se colocan todas las informaciones sobre la administración del curso.

En “Materiales” se sitúan los materiales de estudio que los estudiantes (profesores) deben leer para mejor preparar sus trabajos y las discusiones en las sesiones “presenciales”. Los materiales incluyen textos con abordan los siguientes aspectos:

- Evaluación con calculadoras gráficas.
- Ejemplo de actividad (histórica): Anastasio da Cunha y las derivadas.
- Ejemplo de actividad (histórica): Fermat y la obtención de los máximos.
- La Historia da la Matemática y la enseñanza de la matemática.
- Las dificultades en la enseñanza del Análisis Matemático.
- La definición de función/igualdad de funciones.
- La definición de límite de una función.
- La definición de función continua
- En “Avisos” se colocan todas las informaciones sobre la administración del curso.
- En “Herramientas de Comunicación” hay cuatro posibilidades para que los estudiantes se comuniquen entre si y con lo profesor: la comunicación sincrónica vía IRC y la comunicación asincrónica con la publicación de mensajes o la publicación de trabajos (en el formato HTML).

The screenshot shows a web interface for 'Prof 2000'. At the top, there are navigation tabs: 'Início', 'Formação', 'Pesquisa', 'Ágora', 'Webmail', and 'Ajuda'. Below these are icons for 'área pessoal' and 'entrar/s'. On the left, a vertical menu lists: 'formação', 'avisos', 'materiais', 'ferramentas de comunicação', 'trabalhos', 'plano semanal', 'catálogo', 'avaliação', and 'livro de ponto'. The main content area contains a table with 6 rows of course activities.

	Início	Formação	Pesquisa	Ágora	Webmail	Ajuda	área pessoal	entrar/s
1		Avaliação com calculadoras gráficas				Jaime Carvalho e Silva		07-06-2003 21:59
2		Exemplo de actividade: Anastácio da Cunha e as derivadas				Jaime Carvalho e Silva		02-06-2003 00:33
3		Exemplo de actividade: Fermat e a determinação de máximos				Jaime Carvalho e Silva		02-06-2003 00:31
4		A História da Matemática e o ensino da Análise Matemática				Jaime Carvalho e Silva		02-06-2003 00:31
5		As dificuldades no ensino da Análise Matemática				Jaime Carvalho e Silva		24-05-2003 21:58
6		A definição de função/igualdade de funções				Jaime Carvalho e Silva		10-05-2003 18:30

TAREFA 5 - para 12/5/2003

Hoje o tema é a definição de função (e, de forma indissociável, a definição de igualdade de funções).

Vários livros de texto são pouco claros sobre este assunto, não indicando, de forma directa, quando consideram que duas funções são iguais.

A concepção do autor é por vezes revelada na sua utilização noutros contextos, nomeadamente, no estudo da inversa de uma função.

Pretende-se determinar, dentre as definições fornecidas,

quais são equivalentes e quais as consequências para a inversão de funções.

- Durante a sessão cada formando deve:
 - ler o material de apoio fornecido;
 - comentar via IRC as reflexões e propostas dos outros formandos.
- Para a próxima sessão cada formando deve:
 - procurar um nova definição de função ou igualdade de funções;
 - indicar em que medida essa definição é equivalente a alguma das analisadas;
 - publicar um pequeno texto com a definição e respectiva análise.
- O formador tentará elaborar, mais tarde, uma lista mais completa de definições.

En la sección “Trabajos” los estudiantes publicarán los trabajos que son establecidos a través de las tareas que el profesor publica en la sección “Plano semanal”. La publicación es interna, sólo accesible a los otros estudiantes y al profesor.

En las tareas se define claramente lo que se debe hacer en cada sesión, cuáles son los materiales a usar, qué tema se va a discutir, qué trabajos deben hacer los estudiantes. Después los estudiantes publican esos trabajos en la zona “Avaliação”.

En la sección “Catálogo” se incluyen otras páginas de Internet útiles para el trabajo. Y en “Livro de ponto” se registran los temas tratados y las presencias de los estudiantes en cada sesión.

Este curso consta de 25 horas presenciales y se supone que los estudiantes/profesores tienen que trabajar más de 25 horas de trabajo personal. Nuestra experiencia es que el trabajo necesario para desarrollar el curso ha sido muy exigente. Tal vez demasiado exigente para un curso de formación continuada porque exige que los estudiantes sean capaces, cada uno en casa o en su escuela, de discutir las cuestiones propuestas en cada sesión y hacer un trabajo personal muy profundo.

Joao_Ricar: ainda a propósito de função contínua: um ponto feito com um lápis obedece ao critério de continuidade

Maria_MANu: na primeira definição(de limite) será legítimo supor que $x_0=X_0$?

RAUL: A definição B não exige que a função esteja definida num intervalo. Penso que há uma diferença considerável para a definição A (só li devagarinho estas duas para já)

RAUL: Na definição A não faz sentido considerar $\lim(x \rightarrow x_0)$ de $\sin(1/n)$ (n natural) e na definição B este limite é zero. Estou certo?

JaimeCSilv: Joao_Ricardo, isso depende da definição de continuidade, para uns, sim, para outros, não.

Maria_MANu: Qual é o teu xo Raul?

JaimeCSilv: Maria_MANuela__Simes_, não, x_0 é diferente de X_0 sempre

Maria_MANu: ok!

RAUL: $x_0=0$, mas parece-me que a expressão que indiquei não é a que pretendia. Vou ver melhor!

Joao_Ricar: se um aluno chegar ao quadro com a resposta: um ponto feito com um giz define uma função contínua?

RAUL: Agora sim. Na definição A não faz sentido considerar $\lim(x \rightarrow x_0)$ de $n \cdot \sin(1/n)$ (n natural) e na definição B este limite é zero. Estou certo?

RAUL: $x_0=0$

Maria_MANu: não faz sentido falar em A por o domínio ser \mathbb{N} ? É isso?

RAUL: até poderia pensar em n inteiro não nulo

JaimeCSilv: Joao_Ricardo, a não ser que o aluno diga isso por puro acaso, merece os parabéns do professor se chegar a essa conclusão pois não é nada intuitiva...

Una parte de un diálogo durante una de las sesiones “presenciales”

En lo referente a debates y discusiones hemos constatado que han sido muy activas. Los profesores presentan cuestiones interesantes y intentan contestar las preguntas planteadas por sus colegas. Se han puesto de manifiesto algunos problemas: a veces los profesores se pierden en la discusión porque hay siempre varias discusiones al mismo tiempo; cuando hay una o más discusiones activas no es tan fácil intentar estimular la participación de los profesores menos activos. Una consecuencia interesante ha sido que algunos de los profesores la publicación en Internet de todos sus trabajos que, aún, continúan disponibles para todos. Algunos están disponibles en las siguientes direcciones:

<http://www.prof2000.pt/users/adam/aDAM/>

http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/matematica/didactica_analise/

<http://www.prof2000.pt/users/luar/page/oficina1.htm>

Pienso que lo principal es que los temas discutidos en este curso no son de los más demandados (aún menos ahora en el que la Didáctica Aplicada de la Matemática no es tan popular). Por tanto, sería muy difícil tener un curso como este en un solo lugar. Este medio nos dio la posibilidad de ofrecer el curso a doce profesores de diferentes ciudades, una buena oportunidad para los doce profesores participantes.

3. LOS PROBLEMAS

Para los profesores Internet puede ser una cosa muy difícil de dominar. Procurar una página interesante sobre poliedros o sobre Pitágoras u otro tema de matemática puede ser peor que “**buscar una aguja en un pajar**”. Así, yo pienso que es necesario comenzar con una página de interés y a partir de ahí buscar otras. Una de las páginas que he creado es:

Introdução à Internet para Professores de Matemática
<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/intro/>

como ayuda para profesores que se quieren iniciar en este tema. Hay muchas otras páginas que pueden ser un buen inicio para navegar en la Internet, como la página de Antonio Pérez:

MATEMÁTICAS - ANTONIO PÉREZ SANZ
<http://platea.cnice.mecd.es/~aperez4/>

Hemos podido constatar que las dificultades de los profesores no son sorprendentes. En el número de septiembre de 2004 de “*Le Monde de L'éducation*” podemos leer que “*L'Espace Numérique des Savoirs*”, página de mucha calidad, promovida por el Ministerio de la Educación francés “*déçoit*”; se dice de esa página que: “... est décevant et peu utilisé. C'est ce qui ressort d'une évaluation ministérielle. Le dispositif est le plus souvent utilisé une à deux fois par mois. Seules 5,6% des écoles s'y connectent quotidiennement.” La calidad de una página no es suficiente para ser utilizada efectivamente. Ciertamente hay otros problemas, que pueden ser problemas que están en la escuela y no en Internet. Quizás una de las razones sea que los programas escolares no dejan claro la necesidad de utilización de Internet; o podría ser que los programas de matemática sólo están interesados en rutinas y memorización y así la Internet no tiene ningún lugar; o bien, que la escuela no estimula suficientemente la actividad de los alumnos que, pasivos, no tienen interés (ni tiempo) para utilizar Internet para sus trabajos escolares.

4. OTROS EJEMPLOS

En el año 2003-2004 he impartido, junto con otros cuatro colegas, tres cursos más para unos veinte profesores, usando el mismo sistema PROF2000. El tema era el nuevo programa de Matemática de Enseñanza Secundaria que los profesores debían impartir en el año 2003-2004. Las características fueron semejantes al curso anteriormente descrito. Veinte profesores de ciudades muy diferentes del norte al sur de Portugal (incluyendo las Islas de Madeira y Azores) han podido participar en el curso que, de otro modo hubiera sido casi imposible.

El sistema PROF2000 es muy simple, aunque deseo reseñar que hay siempre pequeños problemas a superar. Esto a veces es un obstáculo para los profesores; aunque el sistema sea muy simple, el profesorado tiene que aprender a usar un sistema nuevo y eso siempre representa un problema. Estos cursos obligan a los profesores a reflexionar sobre su práctica, a entender qué parte es realmente interesante e importante para sus alumnos y eso no es fácil. Cuestionar sus prácticas en la clase es siempre muy difícil.

Por último, indicar que los cursos no son los únicos que pueden tener interés para la formación del profesorado. Hoy están cada vez más disponibles en Internet muchas conferencias interesantes sobre temas específicos e impartidas por matemáticos famosos. Presento dos ejemplos:

- XVI Simposio Iberoamericano sobre la Enseñanza de la Matemática
- Castellón, España, 13 al 17 de septiembre de 2004 - Matemáticas para el siglo XXI.

<http://www.campus-oei.org/oim/xvisimp.htm>

- Canal-U, web TV des universités françaises

<http://www.canal-u.education.fr/canalu/>

Pienso que en el futuro muchas más conferencias estarán disponibles y así todos los profesores podrán asistir a conferencias de calidad sin tenerse que desplazar hasta su lugar de celebración.

Internet tiene ya y tendrá mucho más en el futuro un potencial enorme para la formación del profesorado.

BIBLIOGRAFÍA

CARVALHO E SILVA, Jaime; Balsa, José Carlos; RAMOS, María José. *A Internet como ferramenta na formação inicial de professores. in Proceedings, CINTEC, Aveiro, July 4-6, 2001 (Vol. I, pp. 283-290).*
<http://www.mat.ua.pt/cintec/Papers/Art073.zip>

CARVALHO E SILVA, Jaime. *Matemática, tecnologia e listas de discussão, Educação e Matemática n.º 75, Novembro/Dezembro de 2003.*
<http://www.apm.pt/apm/revista/educ75/MatTec.pdf>

GUZMÁN, Miguel. *Un paseo matemático por internet.* Madrid, 1999.
<http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/InternetMat/SinConexPaseo.htm>

APRENDIZAJE COLABORATIVO EN EL CONTEXTO DE MATEMÁTICAS E INTERNET: LA ESENCIA INTERACTIVA

Charlie Gilderdale y José M. Diego Mantecón
Universidad de Cambridge. Reino Unido

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN
2. NRICH
3. ASPECTOS INTERACTIVOS
4. USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS EN LA PRESENTACIÓN DE PROBLEMAS
 - 4.1. Got It 3
 - 4.2. Nine colours
5. DIÁLOGO, DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN
6. APOYO Y CONSEJO
7. THESAURUS
 - 7.1. Descripción de las características interactivas
8. CONCLUSIÓN

BIBLIOGRAFÍA

RESUMEN

Se presenta una de las iniciativas actuales sobre usos matemáticos de Internet el proyecto **Millennium Mathematics Project** (MMP) creado en la Universidad de Cambridge. Se reflexiona sobre los aspectos interactivos de dos subproyectos: NRICH y Thesaurus para la enseñanza de la resolución de problemas.

1. INTRODUCCIÓN

El **Millennium Mathematics Project** (MMP) es una iniciativa innovadora y tecnológica, a largo plazo, creada en la Universidad de Cambridge entre la Facultad de Educación y la Facultad de Matemáticas. Su finalidad es impulsar el desarrollo de la educación en matemáticas a través de varios subproyectos. Surgió a partir de una conferencia en la Universidad de Cambridge entre educadores, profesores y matemáticos.

MMP lleva a cabo una gran variedad de programas, con diferentes páginas web especializadas en fomentar el entendimiento de las Matemáticas, dirigidas a estudiantes y profesores. La página principal es www.mmp.maths.org, y de ella cuelgan los diferentes proyectos que forman MMP. Entre ellos están **NRICH** (www.nrich.maths.org) y **Maths Thesaurus** (www.thesaurus.maths.org). Detallamos a continuación el carácter interactivo y el aprendizaje colaborativo que ofrecen estos dos proyectos.

2. NRICH

NRICH es una página web que ofrece problemas, juegos y artículos con el objetivo de enriquecer la experiencia matemática que ofrecen los libros de texto. En NRICH publicamos una gran variedad de ejercicios interactivos, en los que tratamos que el alumno se involucre en su propio aprendizaje y sea capaz de descubrir por sí mismo procedimientos de resolución de los problemas. Al final de cada mes se publican las distintas soluciones que recibimos de estudiantes de todo el mundo, con el correspondiente reconocimiento para sus autores.

Sus objetivos son:

- Enriquecer las experiencias matemáticas, ofreciendo la oportunidad de explorar y enfrentarse con nuevas ideas.
- Crear actividades que ofrecen oportunidades para desarrollar el entendimiento matemático.
- Celebrar distintas ideas y reconocer el esfuerzo y el logro de los estudiantes.
- Promover una comunidad donde los estudiantes pueden comunicarse y fomentar su propio aprendizaje.
- Ofrecer acceso libre a una gran fuente de recursos.

3. ASPECTOS INTERACTIVOS

A través de las actividades de NRICH podemos observar interactividad en tres sentidos distintos:

- Uso de recursos tecnológicos en la presentación de problemas.
- Diálogo, discusión y resolución.
- Apoyo y consejo.

4. USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS EN LA PRESENTACIÓN DE PROBLEMAS

Aprovechamos recursos tecnológicos que facilitan la realización de tareas difíciles de reproducir con lápiz y papel: obtención de respuestas inmediatas, visualización geométrica, dinamismo en las figuras, simulación de situaciones, etc. Estas características favorecen el planteamiento de tareas abiertas, no rutinarias, y proporcionan al alumno recursos sencillos y motivadores para abordarlas.

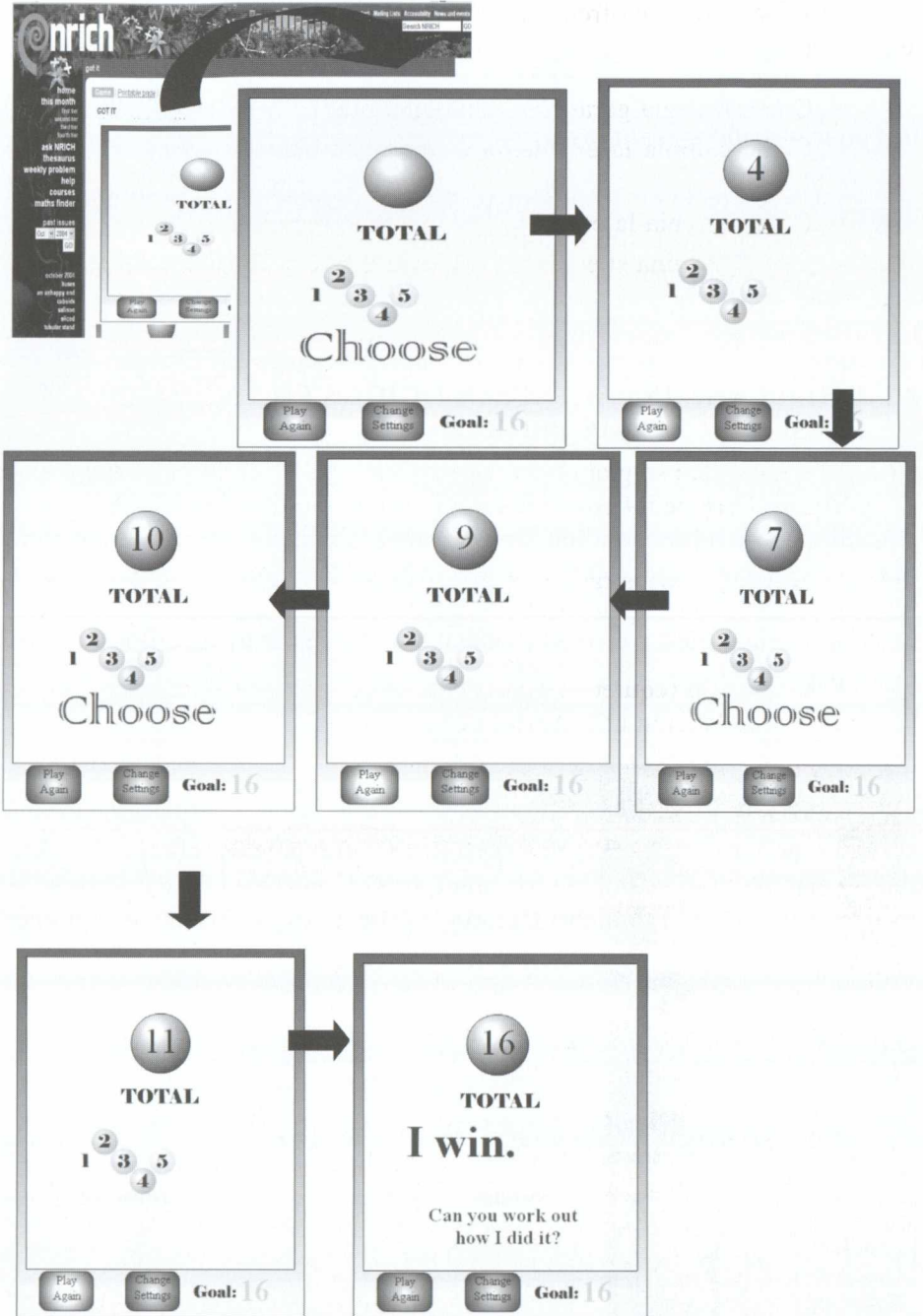
4.1. Got It

Es un juego en el que dos personas (o una persona contra el ordenador) eligen, por turnos, uno de los números disponibles. Los números se suman hasta alcanzar el número deseado. El jugador que alcanza este número es el ganador.

En este ejemplo los números disponibles son 1, 2, 3, 4 y 5, y el número a alcanzar es 16.

En la secuencia siguiente el ordenador ha ganado:

Turnos	Números elegidos	Total
Estudiante	4	4
Ordenador	3	7
Estudiante	2	9
Ordenador	1	10
Estudiante	1	11
Ordenador	5	16



Este juego simple ofrece la oportunidad de enfrentarse a preguntas interesantes:

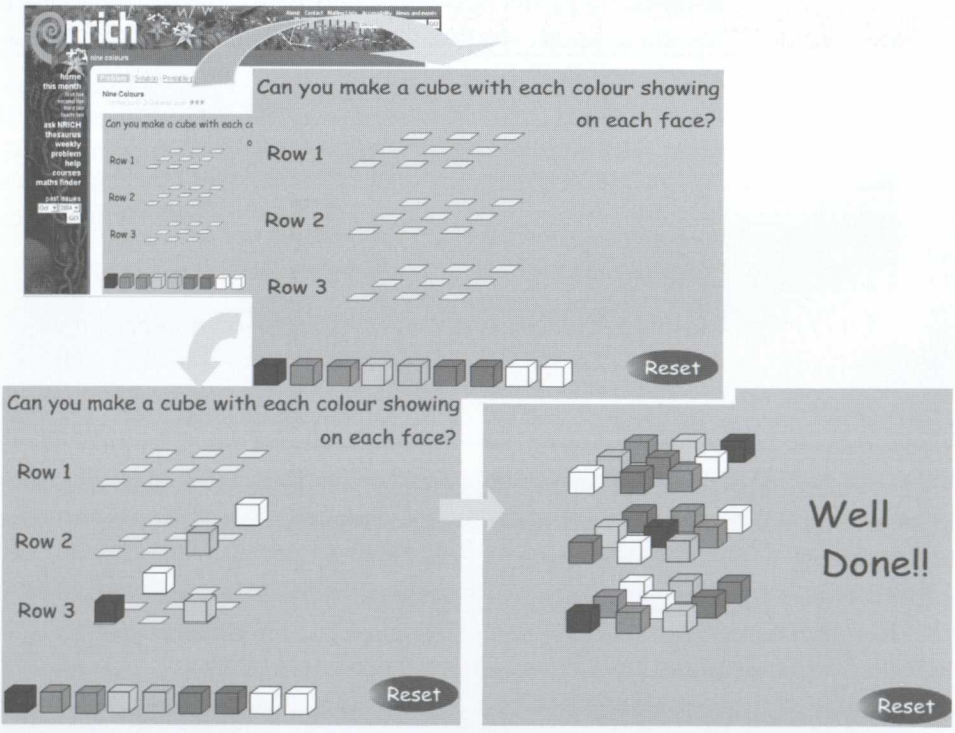
- ¿Qué estrategia garantiza ganar siempre?
- ¿Cómo cambia la estrategia cuando cambian los números disponibles?
- ¿Cómo cambia la estrategia cuando cambia el número a alcanzar?
- ¿Qué determina si es mejor empezar el juego o hacerlo en se segundo lugar?

4.2. Nine colours

El desafío que se plantea en este problema interactivo es construir un cubo $3 \times 3 \times 3$ con los 9 colores disponibles en cada cara.

Pinchamos y arrastramos los cubos hasta completar los 27 espacios disponibles.

Este ejercicio requiere visualización en tres dimensiones y ofrece una interesante introducción al trabajo con volúmenes.



Otros ejemplos:

Para ver una interactividad que ofrece la oportunidad de trabajar usando las propiedades de los cuadrados vayan a **Square It** http://www.nrich.maths.org.uk/public/viewer.php?obj_id=2526&part=index&refpage=titlesearch.php

Esto puede ser una buena introducción a **Tilted Squares** que ofrece la oportunidad de apreciar el teorema de Pitágoras http://nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2293&part=index&refpage=monthindex.php

Number Tricks ofrece una oportunidad para introducir el álgebra. http://www.nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2289&part=index&refpage=monthindex.php

5. DIÁLOGO, DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

También, NRICH ofrece la posibilidad de establecer diálogo y discusión mediante un subproyecto en el que se promueve una comunidad donde los estudiantes, a través de un foro, pueden comunicarse y compartir estrategias sobre la resolución de los problemas publicados. Este foro cuenta con el apoyo de estudiantes universitarios que intervienen voluntariamente dando indicaciones.

Una de las normas del foro establece que los estudiantes no divulguen las soluciones. Para poder discutir su trabajo escriben sus soluciones con tinta blanca. El resto de los estudiantes no pueden ver estas soluciones accidentalmente, tienen que seleccionarlas con el cursor.

En el ejemplo siguiente mostramos una página tal como aparece en el foro y a continuación la misma página con la tinta blanca seleccionada.

Always Perfect 4**...

[Log Out](#) | [Topics](#) | [Search](#)
[Moderators](#) | [Register](#) | [Edit Profile](#)

[Ask NRICH](#) » [NACTY](#) » [Previous months' problems](#) » Always Perfect

[« Previous](#) [Next »](#)

Author	Message
Emma McCaughan	<p>Posted on Friday, 02 January, 2004 - 08:20 pm:</p> <p>Find the problem here.</p> <p>Can you find a rule for working out what the square number will be? Can you see how to put this into algebra?</p>
Isla142	<p>Posted on Monday, 12 January, 2004 - 09:40 pm:</p> <p>Well I've been trying to do it by using 'r' as the first number then doing $r \times (r+1) \times (r+2) \times (r+3) \times (r+4)$ which makes five consecutive numbers, then add one. Or am I going wrong somewhere? If you do this you end up with every number as a multiple of r and I can't see it. Still looking though!</p>
Alice Thompson	<p>Posted on Monday, 12 January, 2004 - 10:37 pm:</p> <p>You only want four consecutive numbers. Does this help?</p>
Hannah Roberts	<p>Posted on Wednesday, 14 January, 2004 - 10:03 pm:</p> <p>I've just had time this evening to start looking at this one. These are my first thoughts:</p> <p>And that is as far as I have got...</p>
Andre Rzym	<p>Posted on Wednesday, 14 January, 2004 - 10:39 pm:</p> <p>Hannah, That's exactly what I did. So the question now is "</p> <p>Andre</p>
Hannah Roberts	<p>Posted on Friday, 16 January, 2004 - 07:57 pm:</p> <p>Ok I think I've got it, how about this:</p> <p>Would this be an appropriate way of answering the question, or do I need to do more? If I am right then I've been going round and round in circles for a while, not realising that I'd got the answer sometime back!</p> <p>Hannah</p>
Andre Rzym	<p>Posted on Friday, 16 January, 2004 - 08:49 pm:</p> <p>Hannah,</p> <p>What you said was perfect. Pun intended!</p> <p>Andre</p>

Always Perfect 4**...	
Log Out Topics Search Moderators Register Edit Profile	
« Previous Next »	
Ask NRICH » NAGTY » Previous months' problems » Always Perfect	
Author	Message
Emma McCaughan	<p>Posted on Friday, 02 January, 2004 - 08:20 pm:</p> <p>Find the problem here.</p> <p>Can you find a rule for working out what the square number will be? Can you see how to put this into algebra?</p>
Isla142	<p>Posted on Monday, 12 January, 2004 - 09:40 pm:</p> <p>Well I've been trying to do it by using 'l' as the first number then doing $r \times (r+1) \times (r+2) \times (r+3) \times (r+4)$ which makes five consecutive numbers, then add one. Or am I going wrong somewhere? If you do this you end up with every number as a multiple of r and I can't see it. Still looking though!</p>
Alice Thompson	<p>Posted on Monday, 12 January, 2004 - 10:37 pm:</p> <p>You only want four consecutive numbers. Does this help?</p>
Hannah Roberts	<p>Posted on Wednesday, 14 January, 2004 - 10:03 pm:</p> <p>I've just had time this evening to start looking at this one. These are my first thoughts: █ OK, so, let r equal the first consecutive number. This means that $r \times (r+1) \times (r+2) \times (r+3) + 1 =$ a perfect square $(r^3 + 3r^2 + 2r) \times (r+3) + 1 =$ a perfect sq. $r^4 + 6r^3 + 11r^2 + 6r + 1 =$ a perfect sq. █ And that is as far as I have got...</p>
Andre Rzym	<p>Posted on Wednesday, 14 January, 2004 - 10:39 pm:</p> <p>Hannah, That's exactly what I did. So the question now is: █ can you write this polynomial as the square of another polynomial? █</p> <p>Andre</p>
Hannah Roberts	<p>Posted on Friday, 16 January, 2004 - 07:57 pm:</p> <p>Ok I think I've got it, how about this: █ $r^4 + 6r^3 + 11r^2 + 6r + 1$ is also equal to $(r^2 + (r+3) + 1)^2$ i.e. a perfect square!!!! This means that to get the square number you need to take the product of the first consecutive number and the last consecutive number, add 1 to it and then square the result. █ Would this be an appropriate way of answering the question, or do I need to do more? If I am right then I've been going round and round in circles for a while, not realising that I'd got the answer sometime back!</p> <p>Hannah</p>
Andre Rzym	<p>Posted on Friday, 16 January, 2004 - 08:49 pm:</p> <p>Hannah,</p> <p>What you said was perfect. Pun intended!</p> <p>Andre</p>

6. APOYO Y CONSEJO


NRICH también ofrece apoyo y consejo a estudiantes de todas las edades a través de **Ask NRICH**, un apartado supervisado por un equipo de estudiantes universitarios de Cambridge que están disponibles para responder a cualquier cuestión matemática. Los estudiantes pueden realizar preguntas concretas o simplemente unirse a las discusiones.

Este servicio es muy valorado por estudiantes que necesitan ayuda fuera del horario lectivo.

A continuación podemos ver un ejemplo en el que un estudiante de 14 años pide ayuda y recibe sugerencias de dos colaboradores.

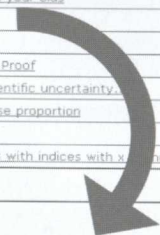
Please Explain [Log Out](#) | [Topics](#) | [Search](#)
[Moderators](#) | [Register](#) | [Edit Profile](#)

Ask NRIEN » Please Explain



Welcome to Please Explain! Ask questions here about mathematics that you meet in school, or that your school maths lessons never explain! To help our team of experts to answer at the right level, do tell us about why you are asking the question, and what you already know about the mathematics involved.

Thread	Last Poster	Posts	Pages	Last Post
Using mathematical strategy in military game.....	Albert Lee	2	1	2004-10-21 09:46 am
How to tackle this one	James	2	1	2004-10-19 08:00 pm
IGCSE past paper question	Graeme McPae	5	1	2004-10-18 05:46 pm
GCF of three numbers	David Loeffler	4	1	2004-10-17 10:09 am
Solve this equation	Francis Woodhouse	32	1	2004-10-16 08:29 pm
Diagonals in 2D shapes	Sam Blatherwick	4	1	2004-10-16 03:48 pm
algorithm for perfect square	David Loeffler	3	1	2004-10-13 10:41 pm
Can any one tell me the principle of finding the factors of ANY pol...	David Loeffler	46	1	2004-10-13 07:18 pm
division for seven year olds	Emma McCaughan	3	1	2004-10-11 10:16 pm
5 minute lesson	Emma McCaughan	5	1	2004-10-11 01:12 pm
help!	David Loeffler	4	1	2004-10-10 07:44 pm
Abstract Algebra Proof	colin peacock	7	1	2004-10-10 11:06 am
Asking about Scientific uncertainty	Kyle McLoughlin	11	1	2004-10-09 09:43 pm
Calculating Inverse proportion	harriet weller	10	1	2004-10-09 07:37 pm
sum of series	tayyaba zulqernain	3	1	2004-10-08 06:51 pm
Solving equations with indices with x and index	Tobias Franklin	3	1	2004-10-08 05:42 pm



5 minute lesson [Log Out](#) | [Topics](#) | [Search](#)
[Moderators](#) | [Register](#) | [Edit Profile](#)

Ask NRIEN » Please Explain » 5 minute lesson « Previous Next »

Author	Message
N Barber Poster Post Number: 24	Posted on Tuesday, 28 September, 2004 - 01:04 pm: I am in year 9 and I have been given the problem of coming up with a topic that I could 'teach' to the rest of my class in five minutes. We are not of a very high level so some subjects may be too complicated. Does anyone have any suggestions for what I could 'teach' and how I could teach it.
Andre Rzym Veteran poster Post Number: 945	Posted on Tuesday, 28 September, 2004 - 01:47 pm: Have you come across modular arithmetic? Have a look here for starters. There's plenty more material on the web. Andre
Emma McCaughan Moderator Post Number: 1028	Posted on Tuesday, 28 September, 2004 - 02:07 pm: Here are some articles which might give you ideas: Learn about number bases Divisibility tests Magic squares Platonic solids Ding dong bell Magic squares for special occasions
N Barber Regular poster Post Number: 25	Posted on Monday, 11 October, 2004 - 01:04 pm: Great thanks, I did it today on number bases, and it went really well.
Emma McCaughan Moderator Post Number: 1062	Posted on Monday, 11 October, 2004 - 01:12 pm: Well done!

7. THESAURUS

El proyecto Thesaurus ofrece un aprendizaje colaborativo con variedad de recursos interactivos. Thesaurus es una base de datos *on-line* con **4.000 conceptos** matemáticos y con aproximadamente **8.000 relaciones** establecidas entre ellos que lo convierten en algo más que un diccionario *on-line*.

Thesaurus ofrece la oportunidad de investigar en profundidad sobre un concepto o tema a través de su **grafo de conexiones**, manipular ejemplos animados que favorecen una mejor comprensión y ampliar información a través de enlaces a otras páginas. También cabe destacar su utilización como medio de consulta, cuando visitamos otros sitios web, y su carácter **multilingüe** que hace de él una herramienta muy útil en diferentes lenguas. La versión en castellano está siendo desarrollada por un equipo de la universidad de Cantabria.

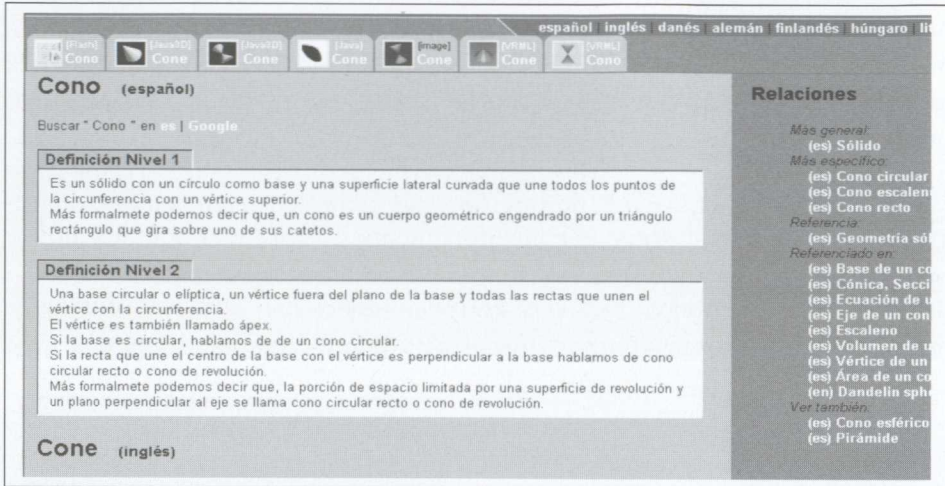
7.1. Descripción de las características interactivas

Para describir las capacidades y las prestaciones que nos ofrece Thesaurus a la hora de investigar sobre un concepto, vamos a centrarnos en un ejemplo.

Supongamos que estamos interesados en investigar sobre el término *cono*. Una vez situados en la página de inicio del proyecto, www.thesaurus.maths.org, podemos comenzar a realizar una búsqueda desde la siguiente línea.

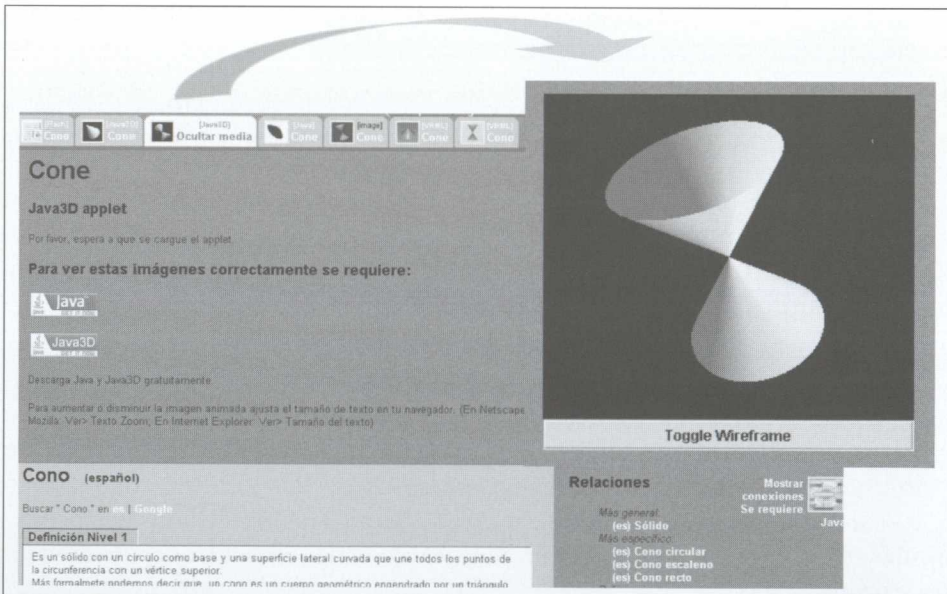
Buscar palabra o frase en

Como podemos observar en la ilustración siguiente, si realizamos una primera búsqueda del término obtenemos varias definiciones, cada una asociada a un “nivel”. De esta forma se permite al usuario que trabaje con definiciones de su nivel y, si es necesario, que las consolide con otras de un nivel superior.



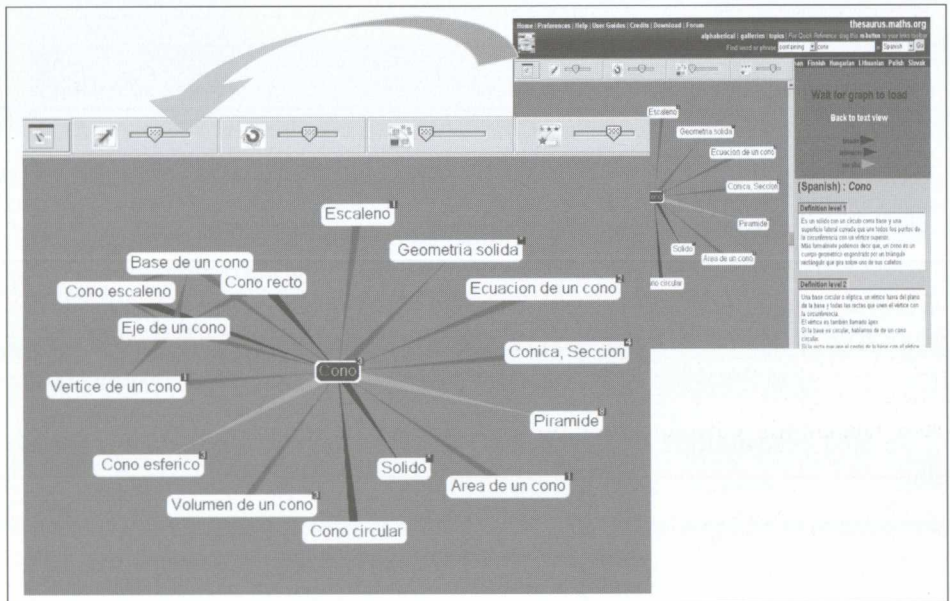
Las definiciones aparecen en 8 idiomas y están acompañados por ilustraciones que los ejemplifican o que complementan la explicación, en uno o varios de los siguientes formatos multimedia: imágenes 2D (formato png), imágenes 3D que permiten al usuario rotarlas, modificarlas o incluso verlas estereográficamente (formatos Java, Java3D, VRML, Shockwave) o figuras dinámicas en las que el usuario puede cambiar la posición de los puntos iniciales para observar la preservación de teoremas geométricos (formato Cinderella).

Sólo necesitamos hacer clic con el cursor para acceder a alguno de ellos.



En este caso hemos elegido una ilustración animada en java 3D que puede ser manipulada a nuestro gusto. El carácter interactivo y animado de la imagen nos permite obtener unas perspectivas y unas ideas que serían difíciles de plasmar sobre un papel o la pizarra de clase.

Una vez visualizada la definición y sus ejemplos gráficos podemos seguir investigando más sobre el concepto que nos concierne. Podemos utilizar la columna de relaciones que tenemos a la derecha de la definición o directamente el grafo de conexiones si queremos obtener una idea más amplia de las conexiones del concepto que investigamos.



El grafo, con el término activo en el centro y todos los relacionados alrededor, es totalmente animado y podemos modificarlo a nuestro gusto. Podemos generar o eliminar enlaces, siguiendo la línea de investigación que nos interesa, permitiéndonos ampliarlo hasta los términos a distancia tres del término activo. Como podemos observar, los enlaces son de varios tipos y los distinguimos con diferentes colores.

El enlace de color azul nos relaciona términos “de general a particular” (y viceversa), el enlace rojo es de “referencias” (a términos que se usan en la explicación de uno dado), y el enlace verde nos conecta simplemente “términos relacionados”. El grafo nos da una idea muy general del concepto que estamos trabajando, muy difícil de conseguir cuando estudiamos por capítulos, y nos permite progresar en nuestra investigación a través de diferentes caminos.

Una vez hayamos explorado el grafo de conexiones, Thesaurus todavía puede proporcionarnos más información sobre el concepto inicial. Podemos utilizar los enlaces a web que están situados justamente antes de la definición. En este caso observamos que hay cuatro tipos de enlaces, NRICH, plus, maths.org y google.

Cone (inglés)

Buscar "Cone" en [NRICH](#) | [PLUS](#) | [maths.org](#) | [Google](#)

Definición Nivel 1

A solid whose base is a circle, has curved sides and a pointed top (apex). When the apex is above the centre of the base it is called a right circular cone.

Definición Nivel 2

A circular or elliptical base, a vertex lying outside the plane of the base, and all the lines joining points on the edge of the base to the vertex.
 The vertex is sometimes called the apex.
 If the base is a circle, it is called a circular cone.
 If the line from the centre of the base to the vertex is perpendicular to the base, then it is called a right cone, and this line is called the axis.

Cada uno de estos enlaces nos da la posibilidad de buscar el mismo término en otras páginas web y ampliar más la investigación con diverso material. Por ejemplo, el enlace de NRICH nos puede proporcionar, en este caso, una amplia variedad de ejercicios sobre el *cono*.

8. CONCLUSIÓN

Hemos presentado dos proyectos que fomentan la educación en matemáticas y en cada caso hemos visto ejemplos en los que las características interactivas contribuyen en gran medida a su eficacia. Esta interactividad ofrece al usuario, en muchos casos, una apreciación y una perspectiva, sobre los conceptos que se trabajan, que es difícil de conseguir por otros medios; además de un interés y una motivación extra por el aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- AHMED, A. *Better Mathematics*. HMSO. London, 1987.
- AVRIL LOVELESS & VIV ELLIS (Editors). *ICT, Pedagogy and the Curriculum: Subject to Change*. Routledge Falmer, 2001.
- DE GEEST, E., A. WATSON, *et al.* "Thinking in Ordinary Lessons: What happened when nine teachers believed their failing students could think mathematically". *Psychology of Mathematics Education*. 2003.
- GALBRAITH, P. L. y D. CHANT. "Factors Shaping Community Attitudes to Mathematics: Implications for future curriculum change". *Educational Studies in Mathematics*, 21(4): 299-318. 1990.
- HOLT, J. *How Children Fail*. Penguin. London, 1964.
- JAWORSKI, B. *Investigating Mathematics Teaching: A constructivist enquiry*. The Falmer Press. London, 1994.
- MASON, J., L. BURTON, ET AL. *Thinking Mathematically*. Addison-Wesley. Harlow, England, 1985.
- POLYA, G. *How to Solve it*. Princeton Press. 1945.
- SCHOENFELD, A. *Reflections on doing and teaching mathematics*. In A. SCHOENFELD (Ed.). *Mathematical Thinking and Problem Solving* (pp. 53-69). Lawrence Erlbaum Associates. Hillsdale, NJ, 1994.
- SEYMOUR PAPERT. *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. 1980.
- SEYMOUR PAPERT. "Computer Criticism Versus Technocentric Thinking M.I.T". *Media Lab Epistemology and Learning Memo No. 1*. 1990. <http://www.papert.org/articles/ComputerCriticismVsTechnocentric.html> <<http://www.papert.org/articles/ComputerCriticismVsTechnocentric.html>>
- WATSON, A., E. D. GEEST, *et al.* *Improving attainment in Mathematics project, part 2: developing ways of being mathematical*. British Educational Research Association, Education-line. Exeter, 2002.
- WATSON, A. AND J. MASON. *Questions and Prompts for Mathematical Thinking*. Derby. Association of Teachers of Mathematics. 1998.

ALGUNOS EJEMPLOS DE APRENDIZAJE *ON-LINE* EN EL PASADO, AHORA Y EN EL FUTURO: ASPECTOS SOCIALES Y EDUCATIVOS ¹

Josep M. Fortuny ²
Departament de Didàctica de la Matemàtica
i de les Ciències Experimentals
Universitat Autònoma de Barcelona

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN

¿Qué ofrece Interm@tes con las tic?

2. ¿A QUIÉN VA DIRIGIDO INTERM@TES?

3. IMPLEMENTACIÓN. EL CASO DE RAFA

4. BENEFICIOS SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

Algunas impresiones de Rafa con Interm@tes

Algunas valoraciones de los alumnos de Rafa

5. CUESTIONES A DEBATIR

5.1. Sobre el medio tecnológico y el planteamiento didáctico

5.2. Sobre el proceso social y la facilitación de la colaboración

5.3. Sobre el cambio de organización y función del profesorado
como tutor

EPÍLOGO

BIBLIOGRAFÍA

¹ <http://blues.uab.es/~ipdmc/efortuny.pps>

² Interm@tes, tras ganar el concurso público convocado por el Departament d'Ensenyament de Catalunya dentro del Proyecto Argo 3, puede verse en el Portal Educativo de dicha institución www.edu365.com.

Interm@tes ha sido galardonado con el SEGUNDO PREMIO A LA INNOVACIÓN EDUCATIVA, "PREMIOS INNOVA 2004" convocados con motivo de la celebración de Expodidáctica 2004 en la Feria de Muestras de Barcelona.

RESUMEN

Interm@tes es la primera aplicación en el mercado que suministra actividades de Matemáticas para todo el ciclo educativo de la ESO, lo que le otorga un innegable carácter innovador. Nunca, hasta ahora, ha habido una interacción mayor entre quien aprende Matemáticas y una pantalla de ordenador y, salvando excepciones, ni tan siquiera es frecuente que la haya en una clase ordinaria ya que el alumnado siente una atracción especial por las TIC que rara vez se provoca por el discurso docente usual. El sistema de estructuración de la aplicación va desde una actividad principal hasta la autoevaluación de los aprendizajes logrados, pasando por ayudas unitarias y la consolidación progresiva de la construcción del conocimiento. El uso de heurísticos, procedimientos y métodos para la resolución de las actividades-problema que se plantean es una constante en todas las propuestas: gráficos animados en *flash* permiten llevar un enunciado a una situación más amable y fácil de entender, applets con los que se hace posible la experimentación necesaria para elaborar la conjetura —que sin su existencia, nada se puede conseguir de cara al aprendizaje, editores de gráficos para visualizar comportamientos de variables funcionales, hojas de cálculo adaptadas a los ejercicios planteados, calculadoras, etc.

El sistema de tutoría identificada on-line, con seguimiento de tareas del alumnado por el grupo de profesores y profesoras designado al efecto, permite el aprendizaje fuera del colegio, en la propia casa u otros lugares en los que coyunturalmente puedan encontrarse determinados alumnos o alumnas (hospitales, desplazamientos familiares, competiciones deportivas, etc.).

1. INTRODUCCIÓN

El Proyecto Interm@tes es un Proyecto de trabajo interactivo con soporte telemático para el autoaprendizaje de las Matemáticas y de soporte al alumnado, solventando dificultades, resolviendo dudas, reforzando las explicaciones principales, ofreciendo situaciones relevantes, visualizaciones, informaciones pertinentes, simulaciones manipulativas, demostraciones para razonar matemáticamente. Interm@tes es el resultado de un trabajo en equipo de docentes, con una larga experiencia, que hacen uso de las Tecnologías de Información y Comunicación para mejorar el sistema educativo, y en especial, la Educación Matemática.

Básicamente Interm@tes quiere proporcionar ayudas en red para el alumnado del Ciclo 12-16 con el fin de ayudar a conseguir objetivos matemáticos como:

- Entender procesos usuales de codificación y descodificación a nivel numérico, gráfico, funcional o lingüístico. Números naturales, enteros y fraccionarios en sus aspectos conceptuales de representación, de operatividad y de uso.
- Iniciarse en la fenomenología aleatoria así como su tratamiento probabilístico y/o estadístico.
- Los aspectos clave de la geometría del plano y del espacio con respecto a modelización, descripción, cálculo, representación y argumentación.
- Estudio de las funciones como instrumento para describir informaciones, estudiar dependencias y crear modelos.
- Saber medir en casos lineales, superficiales y cúbicos usando métodos y sistemas diferentes y en particular el sistema métrico decimal.
- Hacer modelos por medio de simulaciones, selección de muestras y contrastar la validez de las conclusiones con los problemas reales tratados, y saber usar diferentes lenguajes matemáticos y apreciar en cada caso la conveniencia.
- Conocer las tecnologías y los medios propios de la computación, comunicación o visualización e iniciarse en las formas de razonamiento propias de la matemática.
- Descubrir la belleza de la matemática y su interés, y preparar al futuro ciudadano con el bagaje esencial de la matemática cotidiana que le acompañará siempre en su vida presente y futura.

Y, en definitiva, ofrecer un soporte al estudio:

- Un trabajo sistemático y práctico.
- Por medio de itinerarios abiertos, personalizados y flexibles.
- Énfasis en los procesos y las estrategias de resolución de problemas y construcción de significados.
- Una potenciación de una actitud positiva.
- Una diversidad de sistemas de evaluación y control

¿Qué ofrece Interm@tes con las TIC?

Interm@tes ofrece un servicio para la posibilidad de introducirse en el mundo de la intercomunicación telemática matemática actual e innovadora presentando:

- Acceso simple a la información.
- Adaptabilidad.
- Integración.
- Información constante.

Transdisciplinariedad.

Los navegantes podran encontrar:

- Una oferta multicultural de forma simple y motivadora.
- Un material útil para su “puesta al día”.
- Facilitación de muchas cuestiones preocupantes.
- Actividades formativas de calidad.
- Actividades organizadas y estructuradas.
- Trabajo de autoevaluación constante.
- Posibilidad de trabajo colaborativo vía fórum.
- Ayuda documentada.

La adaptación se hace posible ya que:

- las actividades son autoconstruidas,
- con fácil adaptación para alumnos con déficit,
- con puntos de interacción motivadores e ilusionadores.

Una propuesta con Integración curricular que posibilita la resolución de dudas y el contacto tutorial:

- Cubre todos los objetivos terminales de la etapa 12-16.
- Relaciona actividades entre ellas.
- Permite saltar entre actividades con objetivos similares.
- Permite un fórum interactivo.

Un espacio de Información constante, ya que:

- Permite conexiones con puntos informativos temáticos.
- Relaciona actividades con centros de interés diversos.
- Incorpora un buscador temático.
- Incorpora una base de datos de applets elaborados.

Un lugar para la transversalidad, transdisciplinariedad e interdisciplinariedad ya que en las actividades propuestas:

- Se identifican conexiones con temas no matemáticos.
- Se identifican aspectos interdisciplinares.
- Se relacionan con ejes transversales curriculares.

2. ¿A QUIÉN VA DIRIGIDO INTERM@TES?

El Proyecto interm@tes en su versión actual se dirige al alumnado de la etapa 12-16 que quiere repasar, solucionar dudas y conocer más sobre Matemáticas y docentes interesados en materiales curriculares adecuados a la ESO. Por eso, los materiales cubren todos los contenidos y objetivos curriculares mínimos de Matemáticas para la etapa 12-16.

Los materiales cubren toda la etapa de la ESO en el área de matemáticas. El trabajo focaliza contenidos procedimentales, conceptuales y actitudinales, de los diferentes apartados en que aparecen clasificados en el primer nivel de concreción, a partir de una estantería de preguntas clave. Eso puede ser útil para permitir un trabajo conjunto entre las diferentes partes de la matemática y, además, es una manera de evitar que el alumnado tenga una visión de la matemática subdividida en compartimientos aislados. Por otra parte, se ha considerado necesario que los contenidos más fundamentales se tratasen en más de una ocasión. Así pues, la red de contenidos se vincula informáticamente por medio de los aspectos clásicos de la matemática, así como por los grandes bloques curriculares, ayudándonos de PFA (preguntas frecuentes del alumnado) que interpretamos en base a los objetivos del área para la etapa 12-16.

Interm@tes tiene una forma hipertextual, y se estructura en preguntas clave, que sugieren actividades de múltiple acceso llamadas Mini Unidades Didácticas (MUD) orientadas a cubrir los aprendizajes correspondientes a toda la ESO en Matemáticas.

3. IMPLEMENTACIÓN. EL CASO DE RAFA

Rafa es un profesor de matemáticas que trabaja en un Instituto de Enseñanza Secundaria de Barcelona. Desde que empezó a dar clases en distintos niveles educativos, hace ya más de 20 años, tiene la inquietud de mejorar el proceso de enseñanza/aprendizaje. Una de sus preocupaciones en educación matemática es cómo ayudar a los alumnos a tener conciencia de lo que aprenden, cómo lo aprenden y a qué nivel lo aprenden.

Rafa implementa este entorno virtual de aprendizaje como una experiencia de *e-learning* en una clase de 12 alumnos de 2.º curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria (13 años), en un centro público de Barcelona. Todos ellos participan del entorno virtual de aprendizaje de la matemática, pues su realización está insertada dentro del marco de las clases ordinarias de matemáticas y enmarcada en el diseño curricular del centro.

Desde un primer momento Rafa constituye cuatro grupos de tres alumnos cada uno, situación que permite establecer una comunicación más fluida. En esta experiencia didáctica, estos grupos, muestran como características comunes su implicación en la resolución de las actividades, su disposición a utilizar el nuevo entorno virtual de aprendizaje, la implicación en la participación y la cooperación en la realización de las actividades. Es necesario destacar que no todos los alumnos tienen una buena habilidad para las matemáticas pero sin embargo muestran una actitud favorable a la superación de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

Dirección: <http://intermat.uab.es/intermates/accions/menuus.jsp>
Buenas noches Rafa Rodriguez,
Bienvenido/a al entorno interm@tes
 Hoy es Miercoles, 28 de Abril del 2004 y son las 23:5
 Escoge la via de acceso que quieras.
 Puedes ir a Alumnos para realizar tus actividades tutoriales, consultar las evaluaciones, clicar y navegar por tu entorno

Itinerarios
Alumnos
 Si quieres modificar el temario de un alumno clic

Nombre alumno	Nombre Mud	Nombre Actividad	El alumno la modificó el día	El tutor la revisó
Ana Romero	practica.jsp	Forma indirecta	no ha modificado	no ha revisado
Jaume Canut	agenda.jsp	agenda	no ha modificado	no ha revisado
Jaume Canut	practica.jsp	Forma indirecta	no ha modificado	no ha revisado
Ariadna Picazo	aplica.jsp	participa	no ha modificado	no ha revisado
Ariadna Picazo	practica.jsp	participa	no ha modificado	no ha revisado
Ariadna Picazo	redacta.jsp	participa	no ha modificado	no ha revisado
Carlota Armengol	redacta.jsp	participa	no ha modificado	no ha revisado
Natalia Butera	redacta.jsp	participa	no ha modificado	no ha revisado
Alba Perez	support.jsp	Forma indirecta	no ha modificado	no ha revisado
Alberto Lorca	redacta.jsp	Forma indirecta	no ha modificado	no ha revisado

Ilustración 1. Portal de gestión del alumnado de Rafa (traducción)

Una vez que los alumnos entran en el portal de *interm@tes*, previamente identificados mediante un *login* y *password* que personaliza su proceso de aprendizaje, les aparece la primera imagen (Ilustración 2), mostrándoles el título de la miniunidad didáctica (mud): “*Los espejos y las distancias inaccesibles*”, y planteándoles una situación general que deben resolver y los diferentes puntos interactivos para facilitar su aprendizaje.

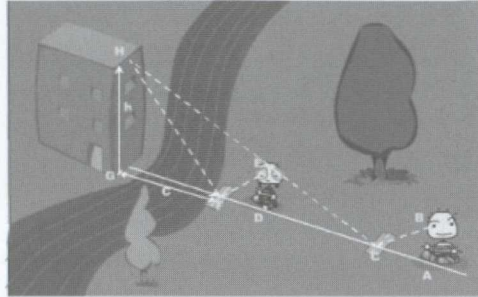
Los espejos y las distancias inaccesibles

A la orilla de un río hay una torre, que miramos desde la otra orilla. Disponemos de una cinta métrica y de dos espejos, colocándolos en dos posiciones como se ve en la figura.

Identifica con letras las distancias que podemos medir directamente con la cinta métrica y calcula en función de ellas la altura "h" de la torre y el ancho "c" del río.



experimenta redacta comparte



sitúate



guíate



practica



evalúate



a recordar



comunicate



imprime



como trabajar

Ilustración 2. Traducción y adaptación de la portada de una mini unidad didáctica <<http://www.edu365.com/aulanet/intermates/40/index.htm>>

El alumno inicia su recorrido en **Sitúate**, donde se le muestran los objetivos de la miniunidad didáctica, a continuación cada uno de ellos se sitúa en **Redacta** donde aparece un cuadro de dialogo como el mostrado en la ilustración 3. Así se establece la comunicación con el tutor, de manera que se produce una inicialización de su conocimiento. Finalizada ésta, el alumno puede dirigirse al punto interactivo **Practica**, en el que se encuentra con actividades secuenciadas por orden de dificultad. Se trata de tres actividades cuya temática hace referencia a la proporcionalidad por el hecho de ser uno de los contenidos nucleares de las matemáticas en la educación secundaria. La selección de la proporcionalidad geométrica permite aprovechar en el portal *interm@tes* el gran potencial visualizador y manipulativo. Las actividades se formulan en un contexto escolar, que permite a los alumnos de estas edades poder considerar instrumentos de medida al alcance de todos. Esta transparencia en los instrumentos y en el contexto en que se presentan las actividades, facilita que los alumnos conecten de manera inmediata una situación contextual con una situación curricular. Estas actividades tienen un común denominador, pues reflejan situaciones reales, no centrándose en unos datos en concreto, provocando la identificación de las medidas que se pueden obtener de manera directa y aquellas en las que es necesario aplicar procedimientos matemáticos para su obtención.

Explicar como calcular la altura "h" de la torre y la anchura "c" del río

(Explicate aquí !)
Yo pienso que para calcular la altura de la casa podríamos optar por calcular el segmento C, mediante una simetría que haría el espejo más próximo y que lo proyectaría sobre la hierba, por lo tanto se podría calcular fácilmente. Cuando ya sabemos el segmento C lo multiplicamos por el ángulo que forma la visión del hombre, que está indicado con rayas discontinuas, y nos dará la altura. Con respecto a la anchura del río tendríamos que recuperar el segmento C, que hemos podido medir gracias a la simetría del espejo más próximo

¿Te ha aportado algo mi corrección? Veo una serie de triángulos. Los que estan formados por los espejos y los hombres creo que son parecidos, en cambio el triángulo que tiene como lado la pared del edificio y el de su esquina no lo son entre ellos. Comparten un ángulo común y entre los dos forman un triángulo rectángulo. Pero no tienen segmentos proporcionales ni lados paralelos. Por el que hace a la simetría el lado C es el que está indicado de color azul y atraviesa el río. Gracias a la simetría que hace el espejo y que proyecta a la hierba, el segmento se puede medir fácilmente
MODIFICACIÓN
Pienso que se podría resolver mediante una proporción. La altura del hombre es a X (altura del edificio como la distancia entre el espejo y el hombre es al segmento C que lo calculamos con la simetría del espejo mas próximo

Comentario de tu tutor: Muy interesante lo que dices pero ¿qué es el segmento c que dices? como haria la simetría? ¿Cómo es que multiplicas por el ángulo? podrías pensar en qué tipo de figuras quedan determinadas entre la altura del edificio y las distancias con los espejos y las alturas de los hombres. Si no te queda claro puedes realizar la actividad 1 del Práctica. Ánimo que ya lo iremos resolviendo.

Segunda réplica del Tutor: Ahora ya estas en condiciones de ir al forum y comparar las resoluciones de tus compañeros de grupo, así podras avanzar en tus conocimientos y habilidades.

Ilustración 3. Ejemplos de cuadros de texto: Alumno-Tutor (traducción)

Una vez que los alumnos han establecido comunicación con el tutor, también lo hacen con sus compañeros a través del forum, donde pueden compartir y colaborar en la resolución de las actividades.

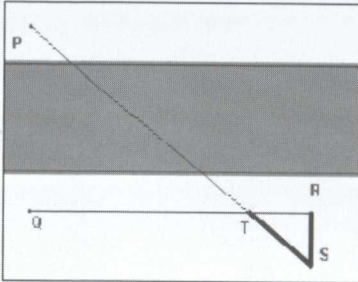
4. BENEFICIOS SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

En la situación de aprendizaje que tiene lugar en el entorno virtual de aprendizaje implementado por Rafa, se anima a los alumnos a participar en la realización y resolución de las actividades planteadas, de manera que se

encuentran situados en “un juego complejo de implicaciones, de acciones y retroacciones” (Marc y Picard, 1992) ³. Se producen diferentes tipos de diálogos que estimulan su pensamiento como, por ejemplo, el intercambio de los mensajes que los alumnos producen en el forum, que se realizan a través de las palabras escritas y obtienen respuesta en función de lo escrito y posibilitan que todos los participantes tengan la oportunidad de aportar algo y de reflexionar sobre la aportación realizada por sus compañeros.

Como consecuencia de la evolución que se produce en el proceso comunicativo, podemos decir que, en función del desarrollo de las actividades y de la participación en el forum, los alumnos mantienen las redes conversacionales cada vez más concentradas, haciendo que las réplicas y contrarréplicas se produzcan de modo cooperativo durante la resolución de las actividades, tal como se muestra en la Ilustración 4.

Actividad 2: Práctica



Mueve los puntos

Un método para determinar la anchura de un obstáculo que no podemos medir directamente, por ejemplo la anchura de un río o de un barranco, es el que ilustra la figura: Explicad en qué consiste el procedimiento y que medidas hace falta tomar.



Clicar para hacer vuestra aportación



Clicar para compartir vuestra aportación.

³ MARC, E. y PICARD, D. *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación*. Paidós, Barcelona, 1992.

Extracto del forum de la actividad 2:

Continuamos con la actividad 2! - **Ariadna** 12:07:05 5/29/2002 (13)

Hemos de continuar haciendo la actividad 2 para ver si podemos llegar a alguna conclusión. De acuerdo?

Si queréis escribir un mensaje hacedlo después de este, ¿Ok?

Continuación de la 2 - **Ariadna** 12:55:19 5/29/2002 (0)

¿La recta PT es semejante a la recta TS o RS?

Re: ACTIVIDAD 2 - **Francesc** 12:18:41 5/29/2002 (0)

VENGA SÍ, PERO HEMOS DE INTENTAR RELACIONAR TODAS LAS IDEAS PARA SACAR UNA CONCLUSIÓN, ¿CÓMO HACERLO? YO ESTOY PENSÁNDOLO.

Re: Continuamos con la actividad 2! - **Francesc** 12:16:24 5/29/2002 (10)

VALE, PERO TENEMOS QUE COGER TODAS LAS IDEAS E INTENTAR RELACIONARLAS, ¿VALE?

VENGA, ÁNIMO!

Act. 2 - **Ariadna** 12:23:29 5/29/2002 (9)

He observado que si desplazamos el punto Q hasta la parte de arriba del río (o debajo del punto P) y después el punto T lo muevo hacia la izquierda hasta que el punto S se encuentra en la parte de debajo del río. ¿Lo entendéis? Hacedlo y veréis que el triángulo de la izquierda aún sigue siendo semejante al triángulo de la derecha. Por otra parte, la recta que se ve al final, RS, es la distancia de la anchura del río

Re: Act. 2 - **Natalia** 12:28:15 5/29/2002 (5)

ARIADNA: He hecho esto que dices y entiendo por qué lo haces pero no sé cómo averiguaremos la anchura ya que el lado ampliado cambia de distancia.¿Puedes explicarlo, por favor?

Te lo explico Natalia- **Ariadna** 12:30:53 5/29/2002 (4)

La recta PQ ha de ser proporcional a la recta RS si son triángulos semejantes.

Re: Te lo explico Natalia - **Natalia** 12:37:28 5/29/2002 (3)

¿Esto no es lo mismo que lo que yo decía, pero al revés?

Re: Te lo explico Natalia - **Ariadna** 12:41:24 5/29/2002 (2)

Sí pero es que no te había entendido.¿Pero como al revés?

Re: Te lo explico Natalia - **Natalia** 12:45:09 5/29/2002 (1)

Resolverlo como dices todo, pero sin variar de lado los lados.

para Natalia - **Ariadna** 12:46:58 5/29/2002 (0)

Ah...

Haz un momento lo que te he dicho, por favor.

Cuando estés avisame. ¿Vale?

Ilustración 4. Beneficios sociales de la red conversacional

Si analizamos la evolución de los participantes podemos identificar momentos de transición y mejora de habilidades matemáticas (véase la transición de: *Act. 2 - Ariadna 12:23:29 5/29/2002 (9)* en la nueva participación: *Te lo explico Natalia - Ariadna 12:30:53 5/29/2002 (4)*).

En este análisis podemos identificar las tres características que propone E. Wenger (1998)⁴ para definir una *comunidad de práctica*: en primer lugar, los participantes se comprometen a renegociar las diferentes acciones de la resolución de la actividad 2; en segundo lugar, hay un compromiso mutuo y tácito de trabajar colaborativamente en las aportaciones que cada uno de los participantes hace para llegar a la solución de la actividad y en tercer lugar, utilizan un repertorio compartido de recursos como es el propio *applet* de CabriJava⁵ y sus escritos, que tienen una coherencia respecto del contenido matemático, ya que utilizan la misma terminología.

Algunas impresiones de Rafa con interm@tes:

- “La utilización de interm@tes da la posibilidad de que el profesor pueda atender de una manera personalizada a los alumnos, pues atender a todos los alumnos en el aula, con la diversidad que hoy se encuentra tiene sus dificultades”.
- “El uso de interm@tes, hace posible la visualización de la actividad. De esta manera aquellos alumnos que tengan dificultad en expresarse oralmente en clase, pueden utilizar esta herramienta que facilita interm@tes para poder comunicarse con el tutor y con otros alumnos por medio del fórum”.
- “Es muy interesante que en un primer momento el alumno se comunique con el tutor, pues se produce una inicialización de cuáles son las ideas y conceptos que tiene el alumno, y que las explicita al tutor que personaliza su comunicación con el alumno, le permite tutorizar sus ideas, etc., para que el alumno se pueda expresar libremente, y poder orientarlo en su resolución de la actividad. Además resulta interesante pues, en función de la visualización de la actividad, puede expresar por escrito, haciendo uso del lenguaje propio de la matemática lo que haría o como actuaría para resolución de una actividad o problema”.
- “El hecho de que desde interm@tes se pueda manipular determinadas acciones en referencia a la actividad o problema según las aplicaciones que se muestran (*applets*, etc.) facilita que el alumno materialice las acciones a desarrollar, lo que puede dar pistas para su

⁴ WENGER, E:1998, *Communities of practice: Learning as a social system*, [en línea] <<http://www.co-i-l.com/coil/knowledge-garden/cop/lss.shtml>>.

⁵ <http://www.cabri.net/cabrijava/index-f.html>.

resolución, como el hecho de poder reflexionar aunque sea de manera visual sobre su resolución”.

- “Hace falta que los alumnos tengan acceso a los ordenadores, pues en algunas situaciones concretas no siempre esto es posible. Por esto es interesante que si las escuelas disponen de aulas de informática los alumnos puedan acceder a éstas para poderse comunicar con el tutor y después con sus compañeros”.

Algunas valoraciones de los alumnos de Rafa

Se presenta a continuación un extracto de las respuestas de tres alumnos de Rafa sobre un cuestionario de valoración de su trabajo con Interm@tes:

1. *¿Ha mejorado vuestro conocimiento sobre la medida indirecta las sucesivas réplicas y contrarréplicas de vuestro profesor? ¿En qué?, ¿Cómo? y ¿Por qué lo creéis?:*

Natalia: He mejorado gracias, sobre todo a las contrarréplicas, aunque las réplicas también han ayudado. Han servido de manera que entre todas las opiniones han salido varias respuestas a cuestiones que no se entendían.

Ariadna: He mejorado en resolver problemas algo más difíciles. Me he podido comunicar con mis compañeros y eso me ha hecho pensar más.

Francesc: Pienso que he mejorado en todo algo, he aprendido a intervenir en una conversación con mis compañeros porque mediante ejercicios podía hablar con ellos y Rafa.

2. ¿Creéis que a partir de la comunicación/interacción entre vosotros habéis mejorado el conocimiento y comprensión de lo que se planteaba en la mud de la medida indirecta? Podéis explicarlo con algún caso:

Natalia: Si, porque si no entendía algo con la explicación de los compañeros resultaba más fácil de entender que con la del profesor o del libro. Además con las diversas opiniones salían cosas interesantes

Ariadna: Si, porque hemos compartido opiniones y hemos podido sacar conclusiones

Francesc: Si, porque ves las diferentes preguntas y respuestas que te hacen, entonces tú puedes dar más soluciones. Pienso que con el grupo de Natalia y la Ariadna, he aprendido y sus soluciones me han ayudado mucho, sobre todo al intervenir con Rafa.

3. ¿Qué aspectos, positivos y negativos, destacaríais al comparar, entre la presentación usual en papel y este nuevo formato de web?:

Natalia: Es mejor el nuevo formato de web, porque de esta manera podemos pensar durante más tiempo y no te presionen tanto los compañeros por contestar.

Ariadna: Es mejor en forma de web porque puedes modificar lo que dices, puedes escribir más rápido y te da tiempo de hacer más cosas. Y puedes pensar más.

Francesc: Pienso que las dos son adecuadas, pero la de la web es más rápida y cómoda, y a veces quieres decir una cosa que está hablando conl Rafa y no puedes decir en cambio a la web no hace falta esperarte, puedes intervenir cuándo quieras

4. ¿Creéis que el medio os ha favorecido para trabajar de manera autónoma en las actividades sobre medida indirecta que se han propuesto? Haced una valoración sobre vuestro grado de autonomía en la realización de estas actividades.

Natalia: Si, porque podíamos hablar personalmente con el profesor y porque entre todos lo hemos podido entender
Ariadna: Si, porque el profesor te contestaba personalmente.
Francesc: Cuando estábamos entre todos interviniendo con nuestros grupos no porque la gente se levantaba, en cambio escribir a Rafa si que era trabajar bastante de una manera autónoma

5. ¿Vuestra participación os ha provocado algún cambio en la manera de enfrentaros a las actividades usuales? ¿Podéis hacer una comparación o contraste con las situaciones de aprendizaje de clase:

Natalia: Si, ha provocado cambio porque he podido pensar más que en otras actividades
Ariadna: En esta actividad he participado más que en las otras porque puedes pensar, más y sacar conclusiones propias, etc

6. ¿Pensáis que habéis cambiado la manera de entender el tema de medidas indirectas con este sistema tecnológico de aprendizaje? Poned algún ejemplo dónde se destaque algún aspecto del ordenador:

Natalia: No, aunque con este sistema ha sido más fácil.
Ariadna: No, pero yo creo que puedes aprender más
Francesc: pienso que habría entendido del mismo modo, lo quizás hubiera cambiado algo los pasos .

7. ¿El hecho de poder comunicaros, os ha supuesto un cambio en la manera de aprender? Podéis explicarlo:

Natalia: Si, puesto que las opiniones de los demas me han hecho ver cosas que no me había dado cuenta
 Ariadna: Si, porque tus ideas las comunicas y se pueden sacar conclusiones. Es mejor
 Francesc: Si me ha supuesto un cambio que ya lo he dicho antes: con la manera de identificar el problema, y decir las cosas sin miedo delante de los compañeros porque es de la manera que se aprende ,hablando .

8. ¿Pensáis que este medio tecnológico ha favorecido la manera de trabajar la medida indirecta entre vosotros y el profesor? Ejemplificar con una situación.

Natalia: Si, en clase, creo, que había mucha presión tanto por parte de los compañeros como del profesor. En el ordenador no, porque he tenido tiempo suficiente
 Ariadna: Si, porque el profesor y los compañeros te podian responder personalmente
 Francesc: Seguramente que si, pienso que ha cambiado por la manera de intervenir y hablar. Estoy más tranquilo cuando escribo con el ordenador y el profesor nos contesta también por el profesor, tengo más ganas de explicar las cosas

9. ¿La estructuración de las actividades, desde el sitúate hasta tu perfil de aprendizaje, os ha permitido lograr los objetivos? ¿En qué grado? ¿Por qué? y ¿Cómo?

Natalia: Si, puesto que gradualmente he podido aprender cosas nuevas. Porque era como un resumen que hemos repasado
 Ariadna: Si, porque te resume el tema y aprendes
 Francesc: pienso que esto es una reducción a la unidad que nos ha ayudado a que no se hiciera muy pesado, y que haces un proceso lógico sobre las actividades a realizar.

10. Teniendo en cuenta todo el proceso, desde el inicio hasta el final, ¿Cuáles son los aspectos que destacaríais por su impacto en el aprendizaje de la medida indirecta? ¿Por qué?

Natalia: El forum ha sido la actividad que más me ha ayudado a aprender porque los compañeros me han facilitado mucho
 Ariadna: Al comunicarnos los compañeros y compartir las ideas
 Francesc: El foro me ha ayudado a expresarme, porque he compartido todas las explicaciones con mi grupo y con las intervenidas del maestro .

Ilustración 5. Ejemplos de autoevaluación final sobre medidas indirectas (traducción literal del catalán)

5. CUESTIONES A DEBATIR

Hemos intentado describir el caso de Rafa con *intem@tes*, como una plataforma de e-learning en el que el uso de las nuevas tecnologías multimedia e Internet puede mejorar la calidad del aprendizaje de las matemáticas. Con esta perspectiva y la consulta de la documentación citada, dejamos a los lectores las siguientes cuestiones a debatir, estructuradas en tres aspectos:

- Sobre el medio tecnológico y el planteamiento didáctico.
- Sobre el proceso social y la facilitación de la colaboración entre el alumnado y
- Sobre el cambio de organización y función del profesorado como tutor.

5.1. Sobre el medio tecnológico y el planteamiento didáctico

¿El uso que hace Rafa de las nuevas tecnologías posibilita nuevas formas de aprender en sus alumnos, facilitando diversos accesos al conocimiento de la proporcionalidad geométrica? ¿Por qué? [citas: E. Barberà *et alri*, 2001 ⁶, SUTHERLAND, R. and BALACHEFF, N. 1999 ⁷]

⁶ BARBERÀ, E. (Coord.); BADIA, A.; MOMINÓ, J. M. *La incògnita de la Educació a Distància*. ICE UB/Horsori. Barcelona, 2001.

<<http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0105018/ensapren.html>>

⁷ SUTHERLAND, R. and BALACHEFF, N. «Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics». *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 4: 1-26. Kluwer Academic Publishers. 1999.

¿Las nuevas tecnologías, por el hecho de incorporar la visualización (*flash*) y la manipulación (*applet*), pensáis que tienen un potencial de aprendizaje y enriquecen el contenido de la proporcionalidad geométrica, trabajada en la situación de las medidas indirectas? [ver Ilustración 2] [citas de Teoría de la Actividad] ⁸

¿Este proceso de aprendizaje que intenta implementar Rafa, mediante los cuadros de texto y el uso del fórum [ver Ilustración 3], favorece la regulación y la construcción del significado matemático?

¿*Interm@tes* hace más autónomo? ¿Potencia las capacidades matemáticas del alumnado?

¿Hasta qué punto los beneficios de aprendizaje, que valoran los alumnos de Rafa [ver Ilustración 5] con *interm@tes* son: “Facilitar”, “Pensar más”, “Compartir opiniones”, “Sacar conclusiones”, “Modificar lo que dices”, “Hablar personalmente”, “Mejorar la explicación”,...?

5.2. Sobre el proceso social y la facilitación de la colaboración

¿La función del fórum gestionado por Rafa [ver Ilustración 4] facilita la producción de conocimiento matemático? ¿Por qué? ¿El hecho de utilizar el fórum propicia un aprendizaje colaborativo? [Cita: N. Mercer, 2001] ⁹.

¿La posibilidad de acceder a los registros comunicativos implementados por Rafa, pensáis que favorece la interacción y la regulación en los aprendizajes significativos de las matemáticas?

¿Crees que Rafa intenta gestionar el tratamiento de la diversidad? [ver Ilustración 1].

¿Pensáis que la comunicación que se establece en *interm@tes* es transparente? ¿Este proceso favorece la reflexión de los participantes? ¿Por qué? [ver Ilustraciones 3 y 4].

¿Es importante que el diseño de *interm@tes* incorpore actividades o situaciones que favorezcan el diálogo? [ver Ilustración 2], [Cita: C. Kieran, 2001] ¹⁰.

⁸ JORBA, J. et altri. *Enseñar, aprender y evaluar un proceso de regulación continua*. MEC, Madrid, 1996.

⁹ MERCER, N. *Palabras y mentes*. Paidós. Barcelona, 2001.

¹⁰ KIERAN, C. “The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges”. *Educational Studies in Mathematics* 46: 187-228. Kluwer Academic Publishers. 2001.

¿Creéis que el uso del lenguaje escrito, según la intencionalidad de Rafa, a diferencia del oral más inmediato, permite controlar y regular el proceso de aprendizaje?

5.3. Sobre el cambio de organización y función del profesorado como tutor

¿En general el uso de un medio tecnológico, como *interm@tes*, favorece la tutorización y la socialización del conocimiento sobre proporcionalidad geométrica que pretende Rafa?

¿Existen diferencias entre las situaciones normales de clase y el hecho de usar *interm@tes*? Contrasta tus experiencias con las del caso de Rafa.

¿Se produce un seguimiento personalizado de cada alumno? ¿Por qué?

¿Las intervenciones de Rafa pueden provocar un determinado estilo en las interacciones? ¿Por qué?

EPÍLOGO

En esta experiencia de *e-learning* con el diseño e implementación del entorno virtual de aprendizaje *interm@tes* adaptado a la situación docente de Rafa se valida ¹¹ la consideración del aprendizaje de las matemáticas como participación y construcción social de conocimientos. En esta nueva situación de aprendizaje, el medio tecnológico crea un contexto y una mediación, que posibilita el proceso comunicativo, en interacción con el propio diseño del entorno virtual de aprendizaje, como en la incorporación de espacios de comunicación entre el tutor y los propios alumnos. La utilización del lenguaje escrito como actividad social y vínculo de comunicación, permitirá compartir y regular los aprendizajes, tanto por parte del tutor como por los propios alumnos, con la intencionalidad de construir social y personalmente conocimientos en el desarrollo y realización de una actividad o de un contenido específico.

¹¹ RODRÍGUEZ, R. “*L’aprenentatge de les matemàtiques com a participació en una pràctica d’una comunitat virtual*”. Doctoral Dissertation. Universitat Autònoma de Barcelona. Unpublished. 2003.
<<http://blues.uab.es/~ipdm4/Diseo/tes3.htm>>

BIBLIOGRAFÍA

- BARBERÀ, E., (Coord.); BADIA, A.; MOMINÓ, J. M. *La incógnita de la Educación a Distancia*. ICE UB/Horsori. Barcelona, 2001.
- JORBA, J. et al. *Enseñar, aprender y evaluar un proceso de regulación continua*. MEC, Madrid, 1996.
- KIERAN, C. "The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges". *Educational Studies in Mathematics* 46: 187-228. Kluwer Academic Publishers. 2001.
- MARC, E. y PICARD, D. *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación*. Paidós, Barcelona, 1992.
- MERCER, N. *Palabras y mentes*. Paidós. Barcelona, 2001.
- RODRÍGUEZ, R. "L'aprenentatge de les matemàtiques com a participació en una pràctica d'una comunitat virtual". Doctoral Dissertation. Universitat Autònoma de Barcelona. Unpublished. 2003.
- SUTHERLAND, R. and BALACHEFF N. "Didactical complexity of computational environments for the learning of mathematics". *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 4: 1-26. Kluwer Academic Publishers. 1999.
- WENGER, E. 1998, *Communities of practice: Learning as a social system*, [en línea] <<http://www.co-i-l.com/coil/knowledge-garden/cop/lss.shtml>>.

INTERNET EN EL AULA DE SECUNDARIA: UNA VENTANA AL MUNDO MATEMÁTICO

Antonio Pérez Sanz
IES Salvador Dalí
Madrid

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN

2. AULAS SIN VENTANAS

3. ¿HAY ALGUIEN AHÍ FUERA?

1996-1999. Llega internet para los profesores. Las aventuras didácticas de Nuria Torres

4. PRIMERA FASE: LA GRAN BIBLIOTECA MATEMÁTICA

Buscando ideas, recursos y materiales didácticos

5. SEGUNDA FASE: BUSCANDO *SOFTWARE* DE MATEMÁTICAS

6. DE DENTRO A FUERA, AQUÍ ESTOY YO

El medio es el mensaje. Descubriendo el hipertexto

7. TERCERA FASE: IMAGEN ANIMADA, LAS REDES LOCALES Y LA ADSL

8. LA PIZARRA ELECTRÓNICA

8.1. Proyecto Descartes

8.2. Cabri en internet. Proyecto Cabri Java

9. CAMBIAR TODO PARA QUE TODO SIGA IGUAL

9.1. Seguir con las ventanas cerradas

9.2. ¿Quién utiliza internet?

9.3. Cuando se utiliza... ¿para qué y cómo?

10. A MODO DE CONCLUSIÓN

ARTÍCULOS DEL AUTOR SOBRE EL TEMA

RESUMEN

Se realiza un breve recorrido sobre la historia y el desarrollo de internet en las aulas de Secundaria. Se brindan ejemplos, recursos y materiales didácticos.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando comencé mis primeros andanzas con la telemática allá por el año 91, en el PNTIC, haciendo pruebas con un MÓDEM prehistórico, norma V21 creo que era, muy pocos de los que participábamos podíamos predecir que aquella herramienta rudimentaria iba a suponer un cambio revolucionario en el mundo de la información y de la comunicación.

Las pruebas, poco sofisticadas, consistían en enviar un texto de una o dos líneas de un despacho a otro situado a escasos 10 metros, utilizando la línea telefónica. Al principio mandábamos el mensaje y salíamos corriendo hasta el segundo despacho y llegábamos antes que él. Muchas veces ni siquiera llegaba.

Un año y medio más tarde, trabajando ahora como asesor de Nuevas Tecnologías en el CIDEAD, conseguíamos enviar y recibir ficheros de Word Perfect con los primeros guiones del programa *That's English* a la sede de la BBC, por iniciativa nuestra, aunque parezca extraño. En este caso el MÓDEM era un préstamo de la Universidad Politécnica de Madrid y el *software* utilizado el programa de comunicaciones de Windows 3.11. Incluso llegamos a hacer una publicación contando la configuración y los parámetros necesarios, que no eran nada evidentes como ahora. Por cierto, si hubiésemos tenido que utilizar el correo ordinario Madrid-Londres o pagar estancias periódicas de los guionistas en Londres para ajustar los cambios en los guiones, seguramente el programa nunca se hubiese emitido.

En 1993, en un curso para los asesores de las distintas áreas del CIDEAD, sobre el futuro de las nuevas tecnologías en la enseñanza a distancia, en colaboración con FUNDESCO, intentamos realizar una teleconferencia, lo que hoy llamaríamos un CHAT con una universidad americana sin ningún éxito. Lo que convenció a casi todos los asistentes de que los libros de texto del INBAD y el servicio de correo seguirían constituyendo los pilares básicos de la EaD.

Ese mismo año, algunos profesores de los centros asociados de enseñanza de adultos, en unas jornadas realizadas en la UNED casi me man-

tean, cuando, con mi mejor intención, intenté convencer al auditorio de las ventajas futuras de las tutorías telemáticas en tiempo real. Me dijeron que pretendía mandar al paro a un buen número de profesores de adultos, del INBAD y del CENEBAD. El proyecto MENTOR del PNTIC aún no había nacido.

Hoy, tan sólo once años de aquello, estoy seguro de que todos los asistentes a esas jornadas utilizan el correo electrónico para mandarse mensajes, ficheros con información y hasta fotografías de las vacaciones en color; y, por supuesto, consultan en internet las últimas disposiciones del BOE o los resultados del concurso de traslados, reservan el hotel de sus vacaciones o se bajan la última película americana de estreno. Aunque, también estoy casi convencido de que siguen en sus puestos de trabajo la mayoría, utilizando la pizarra, los libros de texto adaptados a los mil y un cambios de currículo sufridos hasta la fecha y las mismas o parecidas fichas de actividades y evaluación.

2. AULAS SIN VENTANAS

Hay un dicho bastante aceptado entre los docentes: “Cuando el profesor entra en el aula y cierra la puerta, el mundo se queda fuera”.

Y en gran medida sigue siendo cierto. El aula de secundaria (las de primaria suelen tener una ventana de cristal transparente en la puerta), son aulas cerradas, aulas sin ventanas al mundo exterior, incluso sin ventanas al entorno más próximo, el propio centro. Es cierto que tienen ventanas físicas, pero sólo para que entre la luz. Los alumnos suelen tener prohibido mirar fuera durante la clase.

La clase es un universo isla, un mundo intelectual e informativamente hermético, en el que los alumnos van a recibir una información y una instrucción jerarquizada y pasada por el filtro del profesor, el único mediador con el mundo exterior. El profesor es el demiurgo platónico. Pero también tiene su maldición. Él o ella también están aislados, sin poder contrastar si lo que hacen en clase es lo mejor, si existen otros recursos didácticos además de los que dice el libro de texto. A veces no saben ni lo que hacen o cómo lo hacen sus propios compañeros de departamento. El aula es una auténtica burbuja compacta para profesor y alumnos.

Este modelo, de hace 50 años o un siglo, nos resulta, por desgracia, demasiado familiar aun hoy en día. Sin pretenderlo, quizás sin pararnos a reflexionar sobre ello, reproducimos esquemas y situaciones de aprendizaje de

hace décadas pretendiendo que el mundo exterior no ha cambiado, que la escuela continúa siendo la única o la menos la principal fuente de información de niños y adolescentes.

No. Las clases actuales no se parecen en nada al internado inglés de principio del siglo XX que veíamos en las películas. Y que aún podemos apreciar en Harry Potter.

Los jóvenes actuales viven en un mundo muy diferente que el de sus abuelos o el de sus padres. Hace muchos años que la familia y la escuela dejaron de ser los únicos canales de información. La revolución tecnológica ha hecho saltar ese mundo por los aires.

La televisión, el vídeo, el DVD, el ordenador, internet, el teléfono móvil, las videoconsolas... han sumergido a los jóvenes y a los adultos en un universo en el que la información y la formación en valores fluye por múltiples canales, más o menos controlados por agentes de poder políticos o económicos. La escuela ha perdido el monopolio de la transmisión del saber y la verdad.

Desde hace ya unos cuantos años, cuando un joven europeo termina la educación secundaria ha pasado más horas ante una pantalla de televisión que en clase. En muy poco tiempo no será sólo la pantalla del televisor, internet, chats, SMS... bombardearán de forma natural, socialmente inevitable, las neuronas de nuestros alumnos, **fuera de las aulas**. Y además, esa información es fundamentalmente icónica, con una carga visual y afectiva muy atractiva.

La escuela lo tiene muy difícil a la hora de competir contra unos enemigos tan potentes. ¿Competir?, ¿enemigos?... ¿Por qué los profesores ven en las tecnologías audiovisuales e informáticas siempre un enemigo?, ¿peligran sus puestos de trabajo? o lo que peligra realmente es un modelo educativo autoritario, unidireccional y obsoleto, pensado para alumnos de hace décadas e impartido por profesores de hace décadas en una sociedad con unas necesidades educativas de hace un siglo.

3. ¿HAY ALGUIEN AHÍ FUERA?

1996-1999. Llega Internet para los profesores. Las aventuras didácticas de Nuria Torres

Nuria Torres es una profesora de ficción que me inventé hace unos años para ilustrar las ventajas de internet para los profesores, o al menos para

algún tipo de profesores. Nació en un artículo titulado *Matemáticas e Internet* publicado en *Cuadernos de Pedagogía*, un par de años después de crear mi primera página de internet, hace ya unos cuantos años. Es una joven profesora que obtiene su primer destino en un pequeño pueblo de menos de 10.000 habitantes de cualquier comunidad autónoma.

Estamos a finales de la década de los noventa. Aún no se ha desarrollado la ADSL, las conexiones a internet en casa y en los centros se produce a través de un MÓDEM; en los institutos, en los que lo hay, podemos encontrar a lo sumo un ordenador con conexión a Internet, habitualmente el de secretaría o el del profesor de informática.

Sí, en el IES de NT hay un ordenador conectado a Internet, y en su cabeza una idea clara, las regularidades numéricas son algo mucho más rico e interesante que las meras progresiones aritméticas o incluso geométricas y sus frías y fácilmente olvidables fórmulas...

NT tiene unas ligeras nociones de inglés y de cómo navegar por Internet, así que se anima a utilizar un buscador internacional en inglés, **yahoo** (<http://www.yahoo.com>) y en la pantalla de búsqueda teclea **MATH**. Su sorpresa es mayúscula al leer este mensaje **Web Pages (1-20 of 1071228)**. El buscador le avisa que ha encontrado ¡¡1.071.228 páginas que tienen información de *mathematics*!

Para acotar un poco ante este exceso de información, decide buscar utilizando la palabra **matemáticas**, en castellano. El panorama ha mejorado algo, pero sigue obteniendo sólo 15.404 páginas web con temas matemáticos.

Así comenzaba el artículo y las andanzas de NT (las iniciales no son casuales) en el mundo de Internet, hoy sin duda hubiese utilizado google y los resultados serían aún más llamativos. NT nos conducirá a través de los vertiginosos cambios experimentados por los profesores y los alumnos estos últimos años.

NT se encuentra de golpe y porrazo con una enorme biblioteca de informaciones de matemáticas. Acaba de constatar un hecho innegable, Internet hace posible el acceso a un volumen de información, de y desde cualquier parte del planeta, inimaginable hace tan sólo unos años. Además esta información tiene un carácter horizontal, es decir, no está filtrada por las pautas, intereses y censuras de los grandes monopolios de la comunicación –cadenas de televisión, periódicos, multinacionales y gobiernos.

4. PRIMERA FASE: LA GRAN BIBLIOTECA MATEMÁTICA

Buscando ideas, recursos y materiales didácticos

NT quería encontrar “algo” para hacer más atractivas las clases dedicadas a la aritmética en la ESO. Sus alumnos, ya lo había comprobado en los primeros días de clase, no eran unos enamorados de los razonamientos abstractos y de las fórmulas y algoritmos complicados. Es más, pasaban ampliamente, como coloquialmente comentaban entre ellos.

En concreto, quería contagiar a sus alumnos el entusiasmo que a ella siempre le habían producido las regularidades numéricas. Y seguro que a partir de ahí podría explicar los contenidos del programa sobre progresiones, interés compuesto y lo que hiciese falta.

Lo que buscaba en internet eran **ideas** para que **ella pudiese contar** los temas de aritmética de una forma más amena, motivadora y atractiva. En absoluto pretendía que los alumnos navegasen por internet para encontrar ellos mismos informaciones sobre números.

Ahora es relativamente fácil realizar búsquedas en internet sin vernos sumergidos en una navegación caótica y dando saltos de una página a otra alejándonos cada vez más de nuestro objetivo. Pero al principio, en la época de esta aventura de NT, buscar algo en la Red para alguien sin experiencia navegadora podía ser lo más parecido a buscar una aguja en un pajar. Se sabe que está, pero dónde...

A estas alturas, NT casi se ha olvidado de la causa que la había llevado a meterse en el complejo mundo de la Red, pero ha descubierto que aunque sólo sea por este aspecto de gran biblioteca de información y documentación Internet es un fenómeno interesante en el mundo de la educación matemática. Abre el camino para que los alumnos se aproximen a conceptos matemáticos, apliquen procedimientos, generen actitudes de investigación sobre datos reales encontrados por ellos mismos y sobre temas de su interés y no sobre datos artificiales más o menos preparados por el profesor o por el libro de texto.

Gracias a estas accidentadas búsquedas NT se va haciendo con una cultura de “navegación” y una buena base de datos de sitios interesantes que sin duda le servirán para otras unidades y otros cursos.

¿Qué se encontró?

Haciendo una primera clasificación de páginas con contenidos matemáticos, al margen del idioma, podemos encontrarnos con cuatro tipos claramente diferenciados:

- páginas de instituciones matemáticas (Asociaciones, Organismos oficiales, Servicios institucionales);
- páginas de centros educativos (centros de primaria y secundaria, universidades);
- páginas personales de profesores, alumnos o aficionados a las matemáticas;
- servidores de *software* matemático.

Páginas de instituciones matemáticas

NT utilizando criterios científicos y económicos (el teléfono cuesta dinero y un MÓDEM de 28 Kb no es un dechado de velocidad) ha obtenido una primera relación de sitios interesantes, que por supuesto ha añadido inmediatamente a los favoritos de su navegador. En ellos o en sus enlaces se puede encontrar casi cualquier cosa de matemáticas; el inconveniente es que muchos están en inglés.

Algunos, de los que está verdaderamente orgullosa, son éstos:

Sociedad Europea de Matemáticas, el servicio europeo de información matemática de la EMS

- *Mac Tutor*, una verdadera joya sobre historia de las matemáticas.
- *Math Forum* o *Mathematics Archives*, nacida en la Washington University in St. Louis en 1992 y alojada posteriormente en la Universidad de Tennessee.
- NCTM. La página de *National Council of Teachers of Mathematics*, cuya existencia conocía por haber leído los *Standares Curriculares* traducidos y editados en España por la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas Thales.
- Y en España, las páginas del PNTIC (Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación) del MEC, actualmente CNICE y del PIE, el equivalente en Cataluña. Y páginas de Sociedades de Profesores de Matemáticas como la SMPM, <http://www.smpm.es>.

También se apuntó, para cuando llegara a explicar las unidades de estadística, las páginas del INE y de la Bolsa de Madrid, para trabajar con datos estadísticos reales

Pero NT había iniciado su viaje en la Red con el ánimo de encontrar ideas y materiales para estudiar las regularidades numéricas de forma diferente. Aunque ha encontrado mucha información sobre matemáticas necesita algo específico, sobre todo teniendo en cuenta que empieza esa unidad la semana que viene. Quizás sea mejor consultar a algunos compañeros y enterarse de lo que hacen en otros centros.

Páginas de centros educativos

Nuria Torres había asistido en 1997 a las JAEM de Salamanca. Las JAEM son las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas que organiza cada dos años en una Comunidad Autónoma diferente la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Le habían comentado que era casi el único sitio donde podía ver e intercambiar experiencias didácticas nuevas realizadas por compañeros de matemáticas.

Hasta ese momento, jornadas o congresos de este estilo, y las actas y publicaciones correspondientes, eran el único mecanismo, junto a las escasas revistas especializadas de las sociedades de profesores, de cazar ideas para llevar a su propia práctica docente. Eso o los cursos de los centros de profesores por la tarde; pero el CEP más próximo a su pueblo estaba a 30 km.

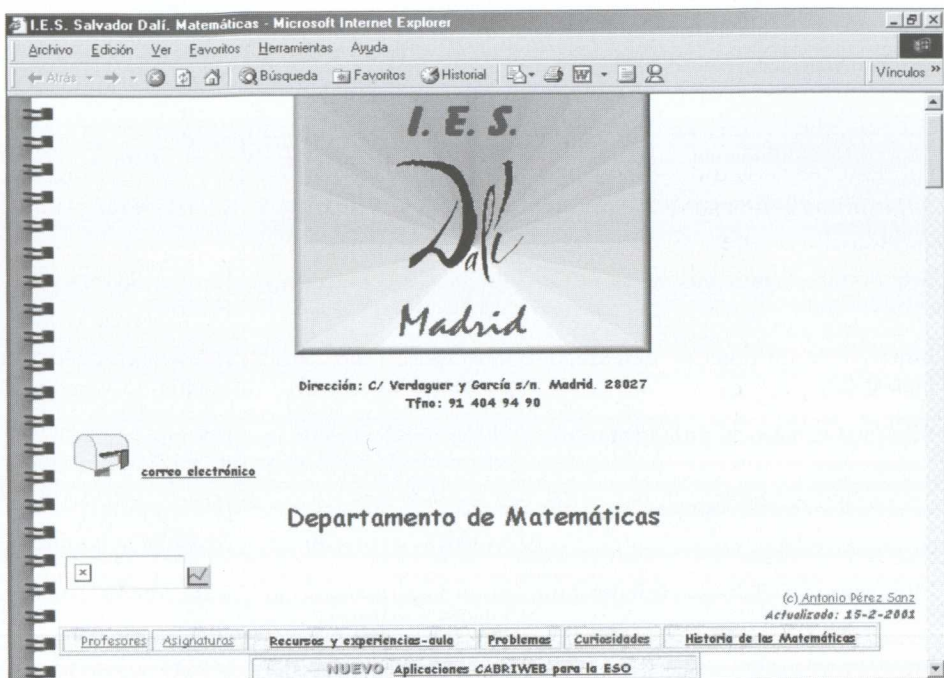
Pero internet también esta cambiando esa situación.

Para NT y el profesorado en general se está produciendo otro fenómeno interesante. La proliferación de páginas web de instituciones educativas, centros y personales hace posible el acceso e intercambio de materiales didácticos que hasta ahora sólo era posible a través de libros o revistas especializadas.

La red ofrece hoy más información sobre recursos didácticos, problemas, ejemplificaciones... y hasta exámenes de la que podíamos soñar hace sólo unos años. Aquí tienes unos ejemplos de páginas de los que NT ha visitado y, lo mejor, encontrado material para aplicar directamente con sus alumnos. En una de ellas ha descubierto que puede introducir las secuencias numéricas utilizando incluso un vídeo, y tiene hasta las hojas de trabajo para los alumnos.

El panorama que encontró NT hace ya unos cuantos años fue algo parecido a esto:

Dirección	Descripción	Centro
http://www.pntic.mec.es/agora/index.html	Relación de web de centros no universitarios.	PNTIC-MEC
http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1	Problemas, Taller de matemáticas, recursos.	IES Salvador Dalí. Madrid
http://platea.pntic.mec.es/~migarcia/matcas.htm	Problemas, Taller, Matemáticas financieras	IES Arturo Soria. Madrid
http://www.dvnet.es/~rubia/rmat.htm	Proyecto Sócrates de intercambio de problemas	IES Pinar de la Rubia. Valladolid
http://www.ctv.es/USERS/rsv/depart/	Problemas, apuntes, matemáticas en directo	IES Alminares. Arcos de la Frontera
http://personal5.iddeo.es/ztt/index.htm	Problemas, gráficas, utilidades, programas	IES Pedro de Tolosa
http://www.vnet.es/~iesarroyo/matematicas.htm	Taller de matemáticas, Problemas, Javas	IES Arroyo de la Miel. Málaga
http://www.ctv.es/USERS/iescandas/	Matrices, determinantes, ecuaciones	IES de Candás. Asturias
http://www.terra.es/personal2/matemoliner/	Act. Descartes, Recreativas	IES María Moliner. Valladolid
http://www.arrakis.es/~mcj/inicio.htm	Gacetilla Matemática. Problemas, historia, matemáticos	IB San Isidoro. Sevilla



En la actualidad, casi todas estas páginas han cambiado de dirección pero siguen existiendo y por supuesto sus contenidos han mejorado de forma notable.

Nuria Torres no sólo se había asomado a la ventana de su clase en el instituto; había descubierto que había profesores como ella haciendo cosas interesantes para atacar los mismos problemas pedagógicos a los que ella se enfrentaba día a día. Que existían materiales y recursos a los que se podía acceder de forma gratuita, pues algo a caracterizado desde el principio a los internautas, al menos a los de matemáticas, y es la generosidad con la que brindaban sus experiencias, ideas y materiales para todo el que le interesasen.

Páginas personales

Creé mi primera página web en mayo o junio de 1997. Muchos profesores de todos los niveles educativos, pero sobre todo de secundaria, nos lanzamos a publicar experiencias, recursos, ideas y materiales experimentados en nuestras aulas a través de la Red. Algunos de Universidad también, y en esto, como en tantas otras cuestiones relacionadas con el mundo de la educación, Miguel de Guzmán fue un pionero. De esa época vienen los contactos virtuales con Miguel (los presenciales vienen de mucho antes pues me dio clases en la facultad por los años setenta), el intercambio de datos, informa-

ciones de sitios y recomendaciones de nuestras mutuas páginas entre el colectivo internauta matemático.

Hoy se puede afirmar que nunca como hasta ahora ha habido tal cantidad de materiales didácticos accesibles para el profesorado y sobre prácticas tan próximas a las suyas. El hermetismo de los centros y las aulas ha saltado en pedazos. Al menos en parte.

Muchos profesores empezaban a abrir las ventanas y las puertas virtuales de sus aulas para mostrar lo mejor de sus experiencias, brindando a profesores y estudiantes una cara menos rígida y más humana y atractiva de las matemáticas escolares.

Algunas de aquellas páginas personales están en este cuadro de la época.

Dirección	Descripción
http://www.ciudadfutura.com/juegosmensa	Acertijos y matemáticas recreativas
http://platea.pntic.mec.es/~aperez4	Recursos audiovisuales, problemas, curiosidades, historia...
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/guzman.htm	Página de Miguel de Guzmán
http://platea.pntic.mec.es/~jescuder/	Acertijos, problemas, chistes...
http://www.xtec.es/~jjareno/index.htm	Problemas y actividades para el primer ciclo de ESO
http://platea.pntic.mec.es/~anenuzca	Geometría, actividades...
http://platea.pntic.mec.es/~mzapata/	Enlaces matemáticos
http://usuarios.iponet.es/rodoval/heureka/index.html	Calidociclos, juegos, problemas...
http://www.arrakis.es/~mapelo/	Enlaces a páginas interesantes.
http://www.xtec.es/~jcorder1/matema.htm	Colección de problemas, juegos matemáticos
http://www.redestb.es/personal/javfuetub	Matemáticas de un alumno de 2.º de BUP

Empezaron a proliferar páginas de departamentos, de profesores y de alumnos multiplicando de forma vertiginosa los materiales accesibles en la red. En esa época se trataba fundamentalmente de materiales impresos y gráficos estadísticos... pero todo avanza.

5. SEGUNDA FASE: BUSCANDO *SOFTWARE* DE MATEMÁTICAS

El aula de informática del instituto de NT era un poco obsoleta; doce ordenadores 386 ó 486 y algún pentium suelto. Por supuesto, aunque las revistas hablaban de la posibilidad de montar redes locales con todos los ordenadores conectados entre sí, eso era tecnología ficción en ese y en todos los centros del estado. Que encima todos estuviesen conectados a internet era algo más, era un sueño. Sólo en Cataluña y en unos pocos centros parecía posible.

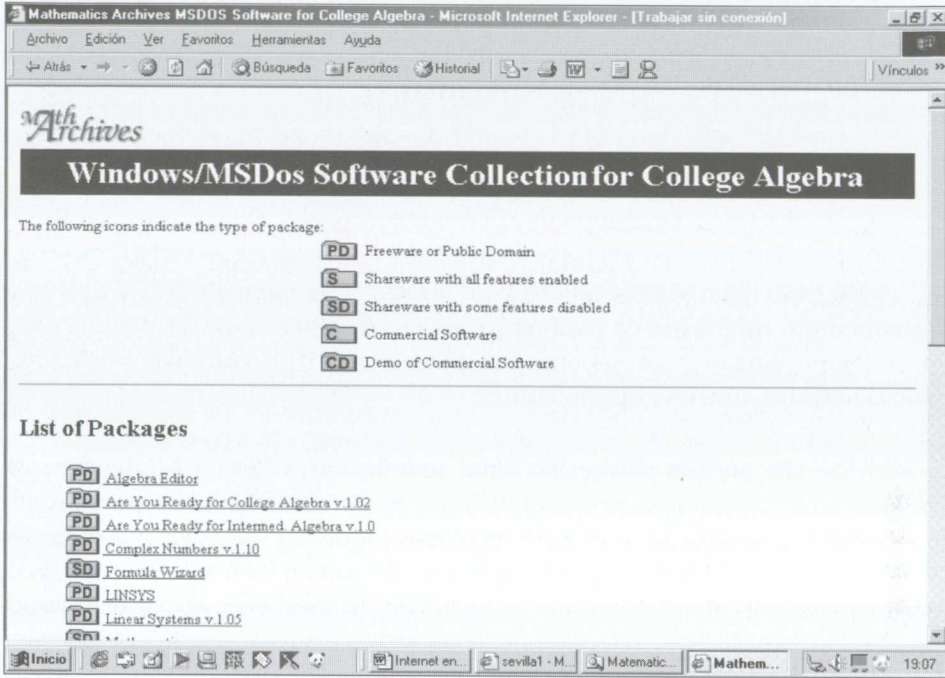
Así que era impensable plantearse que todos los alumnos de un grupo buscasen su propia información en la red. Por otra parte, el *software* específico que en otra época mandaba el MEC desde el PNTIC, hace años que resultaba inutilizable. Realmente no había programas interesantes, a excepción de algunos de los premiados en los concursos para profesores convocados por el MEC, pero que desde la cesión de competencias educativas a las Comunidades Autónomas sólo se enviaban a los centros del denominado territorio MEC.

A pesar de la omnipresente canción de las ventajas de las nuevas tecnologías en la educación, con la que cualquier autoridad educativa de no importa qué administración nos regalaba los oídos cada vez que le ponían un micrófono delante, el aula de informática sólo se utilizaba ya para las clases de inglés y para las clases de informática, en una especie de academia para enseñar Windows y el paquete Office.

En el seminario de matemáticas de Nuria sólo el profesor que impartía la optativa de informática subía al aula con sus alumnos. Había otro que cuando llegaba el bloque de análisis “subía” con los alumnos de bachillerato a ver gráficas con el programa CALCULA de Jordi Abreu.

Cuando en una de sus navegaciones erráticas NT encontró la sección de *software* de Math Archives (<http://archives.math.utk.edu/software>), con cientos o quizás miles de programas clasificados por temas y niveles, casi le da un soponcio. No se lo podía creer. Y casi todos los programas eran de libre uso, *freeware* como decía la página, porque eso sí, todo en inglés. Y además programas para Windows y para MSDOS, es decir, podían funcionar en

los ordenadores del centro. Bueno, también había algunos programas en la página del PIE catalán (<http://www.xtec.es/recursos/mates/aqui/mathsoft.htm>), siempre en catalán y en algunos casos traducidos al castellano.



El trabajo era ímprobo y como NT había decidido comprarse un ordenador y un MÓDEM dedicó muchas noches a navegar tras el programa idóneo para sus clases. Por aquel entonces descubrió la ingente cantidad de materiales y programas de casi todas las universidades americanas y lo difícil que era encontrar algo, al margen de los miembros de los departamentos, en alguna universidad española.

A pesar de su escaso dominio del inglés, acabó siendo una asidua visitante de la sección de matemáticas de la Universidad de Florida (<http://www.math.fsu.edu>).

En España los estudiantes que habían lanzado el famoso sitio *El paraíso de las Matemáticas* (<http://www.matematicas.net>), también tenían una sección llamada *programoteca* con una amplia información de lo que se podía uno encontrar en Internet.

Su práctica la llevó a sitios no específicos de programas de matemáticas, pero donde también encontró algunas joyas, como <http://download.com/>, <http://tu cows.uam.es/> o <http://softonic.com>.

He aquí algunos de los programas fruto de tantas horas de navegación por los tormentosos mares del software:

- Polygonn 2.1 TRM software Group, New London, New Hampshire. Programa shareware.
- GMATHE. Chirstian Grotholl. Freeware.
- Lincalc V1.02. Nicholas Newell. Freeware.
- Corregl. ICE de la Universidad Autónoma de Barcelona. Freeware.
- The function grapher. Bruce M. Terry. Freeware.
- JKMATH. John Kennedy. Freeware.

No todo iba a ser extranjero y en inglés, en la página del IES Salvador Dalí encontró un programa para hacer investigaciones sobre conjeturas acerca de las propiedades de los números naturales. <http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/sofware.htm>

Hoy nos pueden parecer un tanto rudimentarios pero a NT le sirvieron para introducir un cambio en la metodología de sus clases, que a la postre resultó más revolucionario de lo que ella pensaba: introducir verdaderas actividades de investigación autónoma para sus alumnos, rompiendo con la práctica de la lección magistral seguida de rutinarios ejercicios hasta aburrir al más entusiasta.

Los demás miembros del departamento, en una reunión en que ella intentó convencerles de lo interesante de la experiencia y les brindó los programas y las aplicaciones con los que habían trabajado sus alumnos, le contestaron, con buenas palabras y una actitud paternal y condescendiente, que esas cosas se le quitarían con la edad. Para ellos sus aulas seguirían siendo herméticas e impermeables hasta su jubilación. Seguirían siendo los reyes de las aulas sin ventanas.

6. DE DENTRO A FUERA, AQUÍ ESTOY YO

El medio es el mensaje. Descubriendo el hipertexto

A partir de 1999-2000, algunos profesores, tras muchas horas de navegación, realizan un descubrimiento didáctico de primera magnitud: las posibilidades del hipertexto.

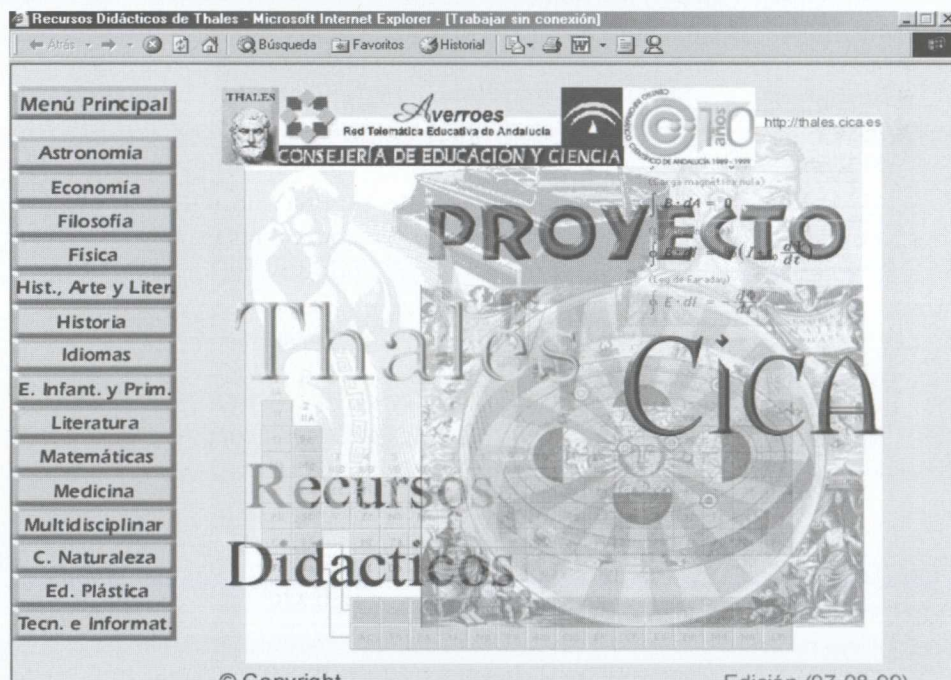
Hasta entonces, las dificultades de tener que utilizar directamente los códigos de HTML para diseñar una página había retraído a muchos. Pero en esta época, existían de hecho unos años antes, aparecen los editores de

HTML, que incluyen herramientas para incorporar códigos de forma cómoda a través de menús y botones de acción.

Y muchos profesores, seguramente que los mismos que no estuvieron nunca de acuerdo al cien por cien con ningún libro de texto y se fabricaron más o menos el suyo propio, descubren que con material matemático de creación propia o extraído de varios sitios de internet se pueden construir hipertextos para que sus alumnos naveguen por itinerarios matemáticos ajustados a sus necesidades.

Y lo que empezó en pruebas y en hipertextos “de usar y tirar” se convirtieron al poco tiempo en los gérmenes de numerosas páginas de contenido matemático en castellano y en el resto de las lenguas del Estado.

El ejemplo que mejor ilustra esta fase el sin duda el Proyecto Thales-Cica de la Junta de Andalucía y la Sociedad Thales de Profesores de Matemáticas. <http://thales.cica.es>.



Veremos algunos ejemplos de los años 98 y 99.

Fractales:

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\23\matematicas-23.html

Orientaciones de selectividad:

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\11\matematicas-11.html

Unidades didácticas clásicas:

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\UnidadesDidacticas\03-2-u-graficas.html

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\UnidadesDidacticas\28-1-u-i.htm

Biografías:

file:///E:/RecursosDidacticosThalesCICA-97-99/Matematicas/Biografias/07-1-b-r.htm#matemático

Solucionarios:

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\Problemas\54-1-p-Integral.html

Cosas curiosas:

E:\RecursosDidacticosThalesCICA-97-99\Matematicas\Otros\51-2-o-f.htm

Aunque los participantes en este proyecto, como todos al comenzar en la elaboración de páginas web, reproducimos los esquemas de construcción de los textos impresos clásicos, se puede observar la evolución del primer año al segundo en la percepción del potencial de comunicación y estructuración de la información de un hipertexto.

Muchas de estas páginas son hoy excelentes sitios web de matemáticas.

NT también se animó y no sólo hizo la página de su departamento, sino que animó a sus alumnos de informática a crear sus propias páginas de contenidos matemáticos y científicos.

7. TERCERA FASE: IMAGEN ANIMADA, LAS REDES LOCALES Y LA ADSL

No hay que esperar mucho, para que todas las administraciones educativas, las 18, se lancen a la desenfrenada carrera de “meter” internet en los centros de secundaria. El abaratamiento de la tecnología y de los componen-

tes de las redes locales, su simplificación de manejo y las declaraciones políticas grandilocuentes (algún conocido líder político llegó a afirmar que internet acabaría con el hambre en mundo) facilitó un cambio cualitativo en el uso de la red en el aula de secundaria. Ya no era sólo el profesor el que se podía asomar al exterior por las ventanas, ahora también lo podían hacer los alumnos, todos los alumnos de un mismo grupo simultáneamente, y navegar en tiempo real.

Parecía que por fin las aulas iban a dejar de ser herméticas; no sólo se abrirían las ventanas y las puertas, podríamos salir de las cuatro paredes del aula y acceder a toda la información matemática, estadística y de carácter general que necesitásemos en cada momento. Por fin podríamos plantearnos verdaderas situaciones reales de investigación matemática con toda la información necesaria a nuestro alcance y en unos pocos minutos.

Al mismo tiempo, el *software* de edición de páginas había dado saltos increíbles en la incorporación de imágenes en movimiento. Lo que en un principio nació para dotar de características multimedia a Internet, en manos de los matemáticos supuso el cumplimiento de uno de los sueños de don Pedro Puig Adam, hace más de 50 años: la incorporación de la imagen en movimiento al servicio de la enseñanza de los conceptos y procedimientos matemáticos. Decía Puig Adam, hablando de la proyección de películas animadas de matemáticas realizadas por Nicolet en la 11.^a Reunión de la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas, Madrid en 1957, con un título tan actual como “*El material para la enseñanza de las matemáticas*”.

... “el filme matemático para niños ha de tener por exclusiva misión el alumbramiento del feliz momento en que la intuición descubre una verdad matemática, a lo que contribuye eficazmente la sintaxis expresiva del movimiento y de la secuencia”.

... “La proyección de estos filmes dejó en el ánimo de todos la impresión de estar en los comienzos de una técnica docente de valor insospechado, llena de problemas y de dificultades, pero cuyos alcances para el bien de la enseñanza estamos aún lejos de prever”.

A pesar del entusiasmo de Puig Adam, Emma Castelnuovo, Gattegno, Choquet y el propio Nicolet acerca del potencial didáctico de la imagen en movimiento en la enseñanza de las matemáticas y pensando en la accesibilidad que la tecnología del vídeo y la TV han puesto a nuestro alcance (ellos utilizaban películas y proyectores de 8 y 16 mm), medio siglo más tarde los profesores seguían utilizando casi exclusivamente el discurso oral y la imagen estática a base de calcita sobre una superficie vertical encerada, ya no de

color negro y de pizarra, ahora de material sintético y de color verde, que ha de notarse el avance tecnológico en la educación.

8. LA PIZARRA ELECTRÓNICA

Ahora, la tecnología informática y telemática pone al servicio del profesorado y de los propios alumnos otra tecnología cada día más accesible para poder “visualizar las matemáticas”. Tras siglos de tiza y pizarra nace otro tipo de pizarra: la pizarra electrónica.

8.1. Proyecto Descartes

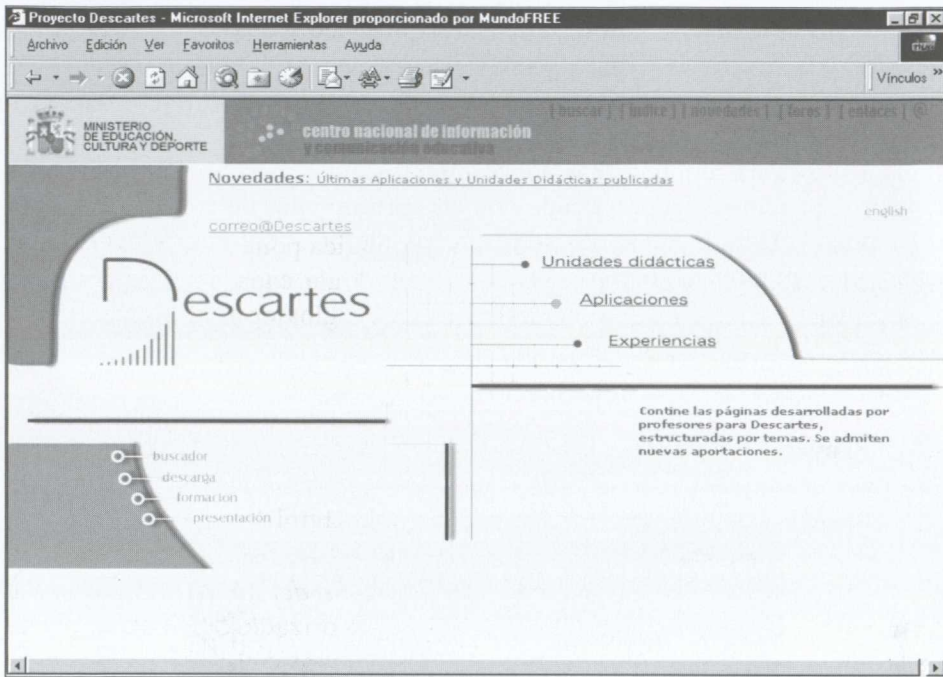
<http://www.cnice.mecd.es/Descartes/index.html>.

Cuando René Descartes publicó el *Discurso del Método* lo acompañó de tres ensayos en los que ponía en práctica lo teorizado sobre cómo aplicar la razón para estudiar el mundo. Uno de esos ensayos convertiría a Descartes en un matemático de primer orden, se trata de *La Geometría*.

En esta obra, el gran matemático francés hace algo más que poner las bases de la geometría analítica. Realiza uno de los intentos más felices de visualización en matemáticas. Consigue dotar de formas visibles a las ecuaciones al asociar cada una de ellas, al menos hasta las de grado cuatro, con curvas y sus soluciones con intersecciones de dichas curvas.

Y de visualizar un buen número de conceptos y aplicaciones matemáticas de Primaria, Secundaria y Bachillerato trata precisamente el Proyecto Descartes.

El proyecto Descartes es una experiencia del PNTIC (Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación) del MECD que nace en 1998, basado en una aplicación de José Luis Abreu, el autor de los programas Calcula y Cónicas, llamada Descartes y que permite generar materiales interactivos de carácter visual y dinámico, compatible con el lenguaje HTML, y por tanto utilizables en Internet, utilizando *applet* de JAVA.

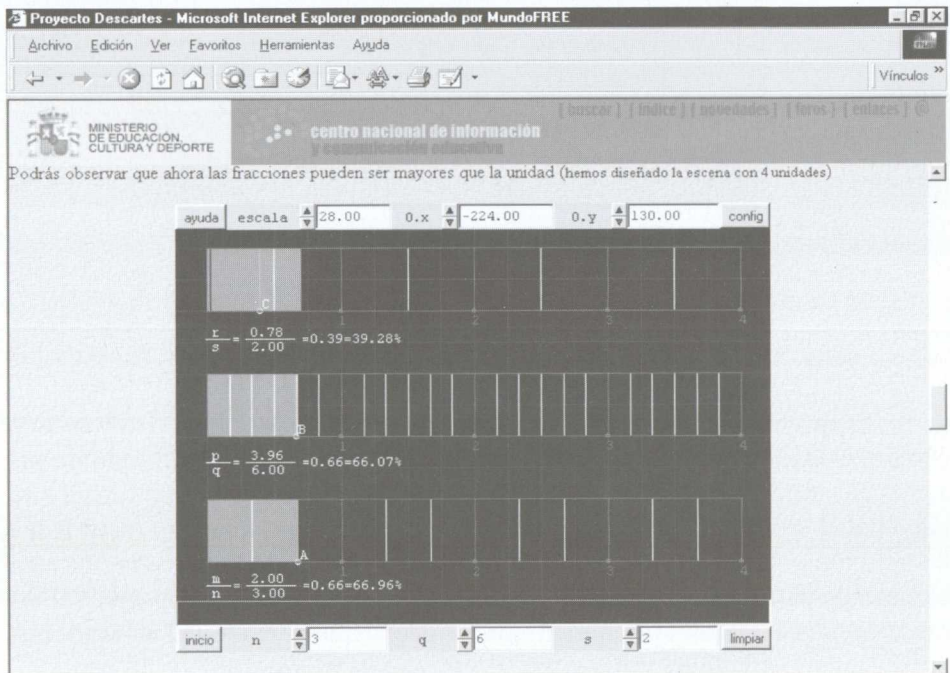


El proyecto recoge la experiencia de esas aplicaciones e introduce como novedad la facilidad para la confección de las *escenas*, a modo de pizarras electrónicas interactivas, y su inclusión en páginas web, de forma que una unidad didáctica será una o más páginas *html*, con todas las facilidades de creación y modificación que permiten los programas editores que hay en el mercado para confeccionar páginas de este tipo. Existen en Internet numerosos *applets*, algunos son interactivos, es decir, que permiten al usuario modificar algún parámetro y observar el efecto que se produce en la pantalla, pero lo que caracteriza a Descartes es que, además, es configurable, es decir, que los usuarios (profesores) pueden programarlo para que aparezcan diferentes elementos y distintos tipos de interacción. No hay que olvidar, también, su finalidad educativa. En particular, el *applet* Descartes tiene una *programación* muy matemática para que a los profesores de esta materia les resulte fácil su aprendizaje y utilización.

Uso de Descartes

Para el alumno. La forma más sencilla de usar **Descartes** es utilizar las páginas donde se hayan insertado las *escenas*. Es la que utilizarán generalmente los alumnos, o las personas que se acerquen por primera vez a esta aplicación. No se requiere tener ningún conocimiento previo. Bastará con las indicaciones que se hagan en la propia página en la que se habrán señalado las actividades que se deben realizar.

Para el profesor. En este caso se necesita tener experiencia con algún editor de páginas web, puede ser un procesador de textos que permita editar este tipo de páginas. El profesor puede editar las páginas que le interesen y modificar la propuesta de actividades, quitando, corrigiendo o añadiendo actividades; esto no requiere más conocimientos que saber usar un procesador de textos. Si además ha practicado con las herramientas de configuración del *nippe* puede efectuar con facilidad pequeños cambios: colores, poner o quitar ecuaciones, puntos, segmentos, etc.



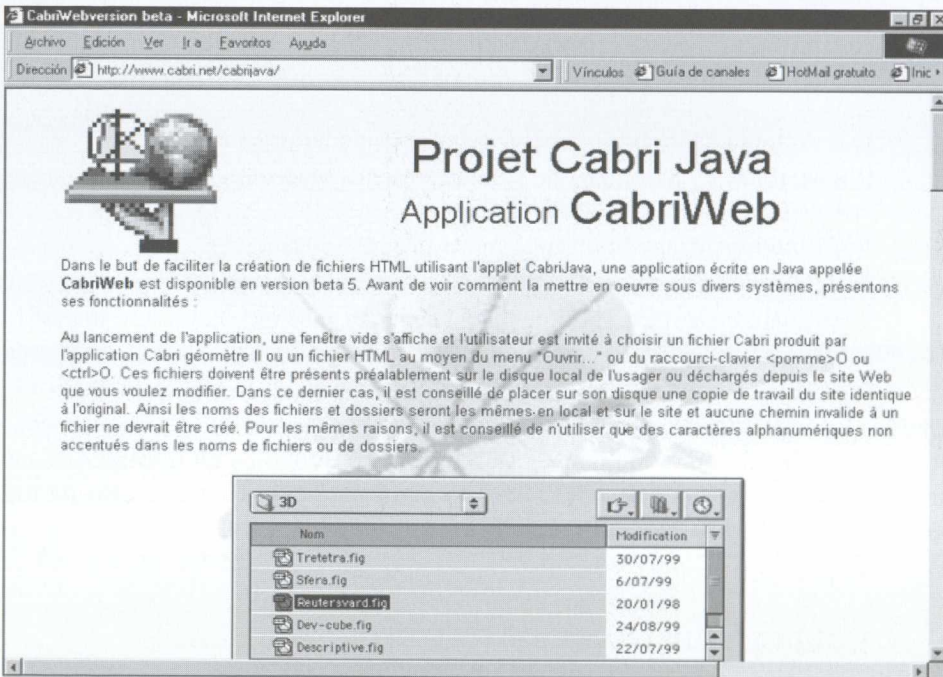
El capítulo de Ángela Núñez nos dará una visión más detallada de este Proyecto.

8.2. Cabri en Internet. Proyecto Cabri Java

La aparición hace ya unos cuantos años del programa Cabri-Géomètre supuso para muchos profesores y profesoras la apertura de una ventana de esperanza en el camino de ver y de enseñar la Geometría de una forma diferente. El éxito de la filosofía del programa radicaba en la idea de poder contar con una pizarra electrónica en la que construir objetos geométricos tan habituales como trazar rectas, segmentos, perpendiculares, ángulos, triángulos, circunferencias, cónicas... y medir en forma directa longitudes, ángulos y áreas, se convertían en cosas tan simples como pulsar con el ratón en un icono.

El programa hubiese sido el sueño de los grandes geómetras de la historia desde Arquímedes y Apolonio hasta el prolífico Euler: ver los grandes teoremas geométricos del plano y verlos de forma dinámica.

Pero CABRI tenía un problema nada desdeñable, su autismo, su dificultad de exportar sus gráficos y sus animaciones a otras aplicaciones más familiares para el usuario. Y esto se notaba en las páginas web que trataban de este programa. A lo sumo en ellas podíamos ver una pantalla estática de una fase de la construcción o de la construcción final. Muchos estábamos esperando la herramienta para poder ver en Internet las increíbles animaciones generadas con CABRI.



Los creadores de CABRI han lanzado un proyecto, el Proyecto Cabri Java, que permite disfrutar de las aplicaciones con animaciones y la posibilidad de manipulación de los objetos geométricos a través de cualquier navegador de Internet mediante *applets* de Java.

A partir de ahora cualquier usuario de Cabri puede traducir sus aplicaciones al lenguaje Java y colgarlas de su página web. La geometría en movimiento por fin en la red y al alcance de cualquiera.

La idea es simple: una aplicación llamada Cabri Web que traduce directamente un fichero de Cabri a un fichero HTML con un *applet* de Java incluido.

La aplicación, con manual incluido, está disponible en la red en esta dirección: <http://www.cabri.net/cabrijava/>.

Y lo mejor es que no se requiere ser un experto en lenguaje JAVA, ni siquiera dominar el HTML. La aplicación se encarga de todo.

Para empezar a crear tus propios applets necesitas bajarte de esta dirección dos aplicaciones: por un lado el traductor que se llama CabriWeb.jar, un fichero de 180 Kb y por otro la máquina virtual, un fichero de 144 Kb llamado CabriJava.jar que es el que te permitirá ver el fichero de Java dentro de una página web.

Aunque aún no proliferan las páginas con *applets* de Cabri Java en castellano si hay algunas con unos materiales más que interesantes:

José Antonio Mora <http://teletel.terra.es/personal/joseantm>.

IES Marqués de Santillana de Comenar Viejo. Madrid. <http://centros5.pntic.mec.es/ies.marques.de.santillana>.

José Antonio Arranz <http://roble.pntic.mec.es/~jarran2/>.

Isabel García y Carmen Arriero <http://platea.cnice.mecd.es/~mcarrier/>.

Y por supuesto las de mi instituto: <http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dalil>.

Pero dentro de muy poco, no serán éstas las únicas imágenes en movimiento de matemáticas que veremos en la red. La posibilidad real de incorporar imágenes de vídeo de contenido matemático visibles en tiempo real sin tener que descargarlas previamente hará posible, de otra forma, otro de los sueños de Miguel de Guzmán, visualizar las matemáticas.

9. CAMBIAR TODO PARA QUE TODO SIGA IGUAL

9.1. Seguir con las ventanas cerradas

Albores del siglo XXI. Finales de junio de 2004. Madrid.

*Oposiciones para profesores de secundaria de **Matemáticas**.*

Prueba práctica, resolución de 4 problemas...

Indicación de los tribunales: "ESTÁ PROHIBIDO EL USO DE CUALQUIER TIPO DE CALCULADORA"

Por lo visto hasta ahora parece que se dan las condiciones para un cambio radical en la enseñanza de las matemáticas en secundaria. Existen las infraestructuras, hay dotaciones tecnológicas suficientes, existen recursos didácticos variados y de calidad en la red, los profesores y los alumnos pueden

navegar con ciertas garantías, se ha realizado un esfuerzo de formación del profesorado considerable... Y sin embargo...

9.2. ¿Quién utiliza Internet?

¿Cuántos profesores utilizan Internet como un recurso habitual con sus alumnos en las clases de ESO y bachillerato?... Muy pocos, quizás los aquí presentes seáis una excepción.

Diálogo ¿ficticio? en una reunión de departamento de matemáticas en el IES de Nuria Torres a principio del tercer trimestre:

- *He descubierto en Internet una página con una aplicación fabulosa para estudiar las funciones. Vendría fabuloso para el Análisis de 2.º de bachillerato, para que los alumnos investigasen las propiedades locales de determinados tipos de funciones y se familiarizasen con sus gráficas...*
- *Sí. Justo lo que nos faltaba. Como cada año adelantan un poca más las PAUs para que las universidades no tengan problemas de fechas, este año tenemos que terminar el curso antes de San Isidro. Vamos que nos quedan exactamente 22 días de clase para terminar el temario, hacer los exámenes, repescas... Y acabamos de empezar el bloque de Análisis... Como para ponerse a investigar con los ordenadores.*
- *Pero yo creo que con ese programa podemos ganar tiempo y quizás los alumnos aprendan algo más que contándoles teorema tras teorema a toda pastilla en la pizarra...*
- *Mira Nuria, déjate de moderneces y de tonterías. Si al final, como todos los años en selectividad les ponen una integral racional. Lo que hay que hacer es contarles cuatro recetas para que se defiendan como puedan. Si al final en julio volveremos a leer en todos los periódicos que los alumnos de selectividad no llegan al 5 en matemáticas.*
- *Es que los que ponen las pruebas son extraterrestres. Una de dos: o no se conocen el currículo o no saben como es un alumno de bachillerato o no saben contar los días lectivos de estos chicos.*
- *Bueno al menos lo podíamos utilizar con los de 1.º de bachillerato...*
- *¿Pero qué dices? Con el nuevo programa yo voy con la lengua fuera. No me va a dar tiempo a explicar nada de estadística ni de probabilidad... Como para encima meterme en internet.*

– Bueno, resumiendo para el acta. *Que dejamos las integrales para las clases de después del examen final, aunque vengan menos de la mitad de los alumnos (está bien eso de terminar el curso 20 días después del examen final). Y que haremos los ejercicios de siempre de algunos métodos de integración y a ver si hay suerte y este año caen dos problemas de matrices y sistemas, que al menos eso lo vimos completo en el primer trimestre... Y en 1.º quitamos todo lo de probabilidad y estadística, como el año pasado. Se levanta la sesión...*

9.3. Cuando se utiliza... ¿para qué y cómo?

Pero no es del todo cierto que los alumnos de 2.º de bachillerato no utilicen internet en matemáticas. El profesor y quizás un compañero repetidor les ha recomendado unas direcciones de algún instituto donde aparecen todos los problemas que han salido en selectividad desde el año 96 en su Comunidad; y otra hecha por alumnos de universidad con los problemas de selectividad del año pasado resueltos. Lo mirarán en su casa o en casa de un amigo que tiene ADSL. Por cierto, el último es una integral racional...

Nuria, por su parte, les ha dado la dirección de esa página donde había un programa fabuloso para investigar las propiedades de las funciones, también para que lo miren en su casa. Decididamente, con los chicos de 2.º es imposible utilizar ningún recurso innovador si no quieres que te pille el toro del programa o la vaquilla de la selectividad... A ver si en la siguiente reforma alguien lo remedia...

Con los de 1.º de bachillerato subió un día al aula de informática para utilizar esa aplicación para investigar propiedades de las funciones trigonométricas. Lamentablemente no había preparado un guión de uso del programa ni había indicado claramente y por escrito a los alumnos lo que debían investigar y cómo utilizar el programa de forma eficaz, y a qué tipo de conclusiones quería que llegasen... En fin, al cabo de 35 minutos de clase, sólo dos parejas de alumnos estaban mirando qué pasaba con la función seno cuando se multiplica el ángulo por un factor o el seno por un número. Otros habían descubierto el *zoom* del programa, lo habían aplicado en el origen no se sabe cuántas veces y habían llegado a la conclusión de que el seno es una recta... Había otros que aprovechando que Nuria estaba explicando a los listos de la clase lo que debían buscar ya se habían bajado 12 temas de *hip-hop*... Nuria les juró que nunca más usarían Internet en clase de Matemáticas.

No terminó el curso sin que NT venciese la tentación de no utilizar esos fabulosos recursos que ella había ido descubriendo a lo largo de tantas horas de navegación. Y lo hizo con los alumnos del Taller de Matemáticas de 4.º de ESO. Lo daba ella sola en el departamento y no tenía que dar explicaciones al Jefe de lo que hacía en clase y por otra parte la programación hablaba expresamente de realizar actividades lúdicas y de investigación autónoma, aunque ajustada a los contenidos de la etapa.

Para estudiar regularidades numéricas les planteó una investigación abierta sobre los números poligonales y su historia. El trabajo lo harían en grupo, las conclusiones había que presentarlas en forma de uno o más murales y debía contener información histórica sobre el tema, información de matemáticos que hubiesen aportado resultados y por supuesto resultados aritméticos. Se utilizaría internet en tres sesiones de 50 minutos en el aula de informática para que cada equipo de forma autónoma buscara y seleccionara la información que considerase de interés. Como elemento motivador les planteó un problema nada trivial:

En el siglo XVIII las balas de cañón eran esféricas y se apilaban formando pirámides de base triangular o cuadrada, como las naranjas en los mercados hoy en día. En un regimiento de artillería tenían sus balas formando un pirámide. Una tormenta empapó las balas y el coronel ordenó extenderlas en el suelo para secarlas. Cuando lo hicieron formaban un cuadrado perfecto. ¿Cuántas balas había?, ¿cómo era la pirámide?, ¿cuántos pisos tenía?

Nuria intervino hablándoles de los números poligonales e incluso les puso un vídeo, pero no les adelantó ningún resultado. De hecho, ella no participaría en la evaluación del trabajo. Serían ellos mismos los que calificarían el trabajo de sus compañeros que lo tendrían que defender públicamente.

Tras tres semanas de trabajo en el taller y muchas horas de trabajo de los alumnos en sus casas, a pesar de su resistencia a principio de curso de hacer deberes, la sorpresa de NT fue mayúscula. Los alumnos de la ESO demostraron de Nuria que efectivamente hay otra forma de aprender matemáticas, hay otra forma de trabajar contenidos matemáticas; incluso contenidos que desbordan los programas y que muestran a los alumnos unas matemáticas vivas a lo largo de la historia.

Por fin Nuria entendió a qué se refería Miguel de Guzmán en muchas de sus charlas a profesores de secundaria cuando decía que había que enseñar unas matemáticas vivas y no unas matemáticas de museo.

10. A MODO DE CONCLUSIÓN

En la actualidad, existe en la red un material de excelente calidad para integrarlo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en secundaria.

1. Los centros tienen la infraestructura y la dotación tecnológica para que profesores y sobre todo alumnos puedan acceder a estos materiales y convertirlos en herramientas habituales de trabajo.
2. Sin embargo, el porcentaje de profesores que utilizan internet como un recurso didáctico habitual con sus alumnos es muy bajo.

¿A qué se debe esta situación un tanto insólita?

Varias pueden ser las causas de esta ausencia de integración de internet en el aula de secundaria.

1. Los currículos. Tras los últimos cambios curriculares introducidos con motivo de la LOCE y la famosa guerra de las humanidades, los programas de matemáticas han vuelto a ser muy parecidos a los de los años setenta y en algunos casos a los de los cincuenta. Se han reducido a un enorme listado de contenidos conceptuales con una supresión sospechosa de referencias metodológicas. En los preámbulos se hace siempre referencias a las nuevas tecnologías pero se quedan en meras coletillas recurrentes: *hay que enseñar en la ESO logaritmos neperianos... usando las nuevas tecnologías... los alumnos resolverán los problemas clásicos de aritmética y álgebra (¿los de mezclas?, ¿los de grifos?, ¿los de trenes que se cruzan?...)* usando los ordenadores...
2. No se puede pretender enseñar a los futuros ciudadanos del siglo XXI las mismas matemáticas que aprendieron sus padres y a veces sus abuelos. La sociedad demanda otro tipo de conocimientos y de actitudes matemáticas y sobre todo existen recursos tecnológicos que han contribuido a relativizar la importancia de algunos contenidos poniendo otros en la cresta de la hola. Aunque los futuros profesores de secundaria no puedan utilizar calculadoras en sus oposiciones...
3. La metodología. Los profesores siguen dando sus clases como ellos las recibieron, o con muy ligeros cambios. La tiza, la pizarra, la voz y el libro de texto siguen siendo las herramientas más utilizadas en las clases de matemáticas de cualquier nivel educativo. La integración en la práctica educativa de nuevos recursos innovadores es puntual y anecdótica y en muchos casos se encuentra con una resistencia, cuando no una oposición frontal, del profesorado.

4. La nueva tipología del alumnado, la gestión de una clase, el tipo de actividades a desarrollar por los alumnos, el papel del profesor como mediador y no como transmisor de saber, la búsqueda y selección de informaciones externas, la diversificación de fuentes, la personalización de aprendizajes... son los auténticos problemas pedagógicos actuales a los que debe responder cualquier apuesta innovadora.
5. La formación del profesorado. A lo largo de estos últimos años se ha realizado un notable esfuerzo de formación del profesorado para acercarle a Internet. Pero esta formación se ha escorado de forma significativa hacia los aspectos tecnológicos. Aunque dominar estos aspectos es imprescindible para poder utilizar en clase estos recursos, no es el único requisito. El problema para el profesor sigue siendo la gestión del aprendizaje de sus alumnos en un entorno de comunicación muy diferente del habitual.
6. Y es precisamente en esa formación en los aspectos metodológicos para integrar las nuevas tecnologías donde el camino está aún por andar...

ARTÍCULOS DEL AUTOR SOBRE EL TEMA

El papel de las Nuevas Tecnologías en la Educación a Distancia (1). RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 3. Marzo 1992. Ed. CENEBAD-INBAD. ISSN: 1131-8783.

El papel de las Nuevas Tecnologías en la Educación a Distancia (2). RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 4. Junio 1992. Ed. CENEBAD-INBAD. ISSN: 1131-8783.

Experiencias de aplicación de la telemática a la educación. RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 5. Octubre-Enero 1993. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

Glosario de términos tecnológicos. RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 5. Octubre-Enero 1993. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

El papel de las Nuevas Tecnologías en la Educación a Distancia (3). RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 6. Febrero-Mayo 1993. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

El papel de las Nuevas Tecnologías en la Educación a Distancia (4). RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 7. Junio-Septiembre 1993. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

Software para Matemáticas. RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 7. Junio-Septiembre 1993. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

Recursos Informáticos aplicados a la enseñanza. RED. Revista de Educación a Distancia. N.º 10. Junio-Septiembre 1994. Ed. CIDEAD. ISSN: 1131-8783.

Lenguajes gráficos en Matemáticas. Revista de Didáctica de las Matemáticas, UNO. Ed. GRAÓ Educación. N.º 4. Abril 1995. ISSN: 1133-9853.

Internet y Matemáticas. Revista SUMA, n.º 29. Noviembre 1998. Ed. FESPM. ISSN: 1130-488X.

Matemáticas en Internet. Cuadernos de Pedagogía. N.º 288. Febrero 2000.

Recursos en Internet. SUMA n.º 33. Febrero 2000.

Matemáticas refrescantes. Heraldo de Aragón. Julio 2000.

Recursos en Internet: La Federación y Thales en Internet. SUMA n.º 34. Junio 2000.

Matemáticas e Internet. Comunicación y Pedagogía. N.º 169. Septiembre 2000.

Audiovisual y Matemáticas. Ciudad Escolar y Universitaria. Diciembre 2000.

Recursos en Internet: Matemáticas... ¿menos serias? SUMA n.º 35. Noviembre 2000.

Las Matemáticas y su enseñanza. Educación y Bibliotecas. N.º 118. Diciembre 2000.

Recursos en Internet: Cabri e Internet. SUMA n.º 36. Febrero 2001.

Recursos en Internet: El Proyecto Descartes. Visualizar las matemáticas. SUMA n.º 38. Noviembre 2001.

Recursos en Internet: Matemáticas en la Red. SUMA n.º 39. Febrero 2002.

Recursos en Internet: Los alumnos e Internet. SUMA n.º 40. Junio 2002.

Geometría visual en Internet. SUMA n.º 41. Noviembre 2002.

Teoría de números en Internet. SUMA n.º 42. Marzo 2003.

El vídeo didáctico: recurso en la enseñanza de las matemáticas. Revista SUMA, n.º 28. Junio 1998. Ed. FESPM. ISSN: 1130-488X.

Las Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria (Coordinador del Informe). Revista SUMA, n.º 29. Noviembre 1998. Ed. FESPM. ISSN: 1130-488X.

El vídeo en clases de matemáticas: ¡Vaya unas historias! Revista SUMA, n.º 29. Noviembre 1998. Ed. FESPM. ISSN: 1130-488X.

El Chavo del Ocho, ¿Educación en valores? Revista Educación y Medios n.º 8. Ed. APUMA. ISSN: 1136-2782.

¿Adiós a las nuevas tecnologías en las aulas? Revista Educación y Medios n.º 4. Ed. APUMA. ISSN: 1136-2782.

La televisión educativa: ¿Una posible vía de producción de materiales audiovisuales para el aula? Revista Educación y Medios n.º 8. Ed. APUMA. ISSN: 1136-2782.

EL PROYECTO DESCARTES EN EL AULA. NUEVAS METODOLOGÍAS Y CONTENIDOS

Ángela Núñez Castaín
IES Alberto Pico. Santander

RESUMEN

1. MIGUEL DE GUZMÁN

- 1.1. Ecuaciones de primer grado
- 1.2. Tendencias innovadoras en educación matemática
- 1.3. Matemáticas y nuevas tecnologías. Qué aprender. Cómo enseñar

2. DESCARTES

- 2.1. El proyecto
- 2.2. Las escenas
- 2.3. La web Descartes
- 2.4. Configurar una escena

3. EXPERIENCIAS EN EL AULA

- 3.1. Inecuaciones
- 3.2. Rectas notables del triángulo
- 3.3. Fotografía matemática
Movimientos en el plano
Cuerpos geométricos
- 3.4. Otras experiencias
Diario de clase
Encuesta valoración final

4. CONCLUSIONES

DIRECCIONES DE INTERNET

BIBLIOGRAFÍA

RESUMEN

El Proyecto Descartes ha sido promovido y financiado por el Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (CNICE) del Ministerio de Educación y Ciencia de España. Este capítulo presenta la finalidad del proyecto y algunas experiencias y unidades didácticas en el área de Matemáticas, para la Enseñanza Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.

Esos libros marcaron un antes y un después en los textos de Matemáticas de Secundaria. Todos los han imitado.

Esos *Resuelve a tu aire* al empezar un tema, en el que los estudiantes empezaban “haciendo”, “interviniendo” con actividades a su alcance pero que sirvieran de elemento motivador para empezar un nuevo concepto, han sido para mí un modelo a seguir en mi práctica diaria. Esos textos tenían multitud de ejercicios y problemas interesantes y su metodología fue innovadora en su momento y hasta nuestros días.

1.2. Tendencias innovadoras en Educación Matemática

Pero por otra parte, para mí que estoy volcada en el tema de la enseñanza de las Matemáticas con ordenador, me interesaba su opinión y sus trabajos sobre el tema, en el que también estaba involucrado.

Y como precisamente este Seminario trata de eso, de los *usos didácticos de Internet en la Educación Matemática*, me voy a permitir transcribir un párrafo de una obra suya que nos pone de manifiesto su punto de vista acerca de cómo pueden influir el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza.

“La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el ordenador actuales está comenzando a influir fuertemente en los intentos por orientar nuestra educación matemática primaria y secundaria adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo de tales instrumentos. Es claro que, por diversas circunstancias tales como coste, inercia, novedad, impreparación de profesores, hostilidad de algunos... aún no se ha logrado encontrar moldes plenamente satisfactorios. Este es uno de los retos importantes del momento presente. Ya desde ahora se puede sentir que nuestra forma de enseñanza y sus mismos contenidos tienen que experimentar drásticas reformas. El acento habrá que ponerlo, también por esta razón, en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la ejecución de ciertas rutinas que en nuestra situación actual ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean. Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente”².

Este párrafo se refiere al libro de Miguel de Guzmán *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática* escrito en 1993.

² GUZMÁN, M. de. *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Olimpiada Matemática Argentina. Buenos Aires, 1992, págs. 12 y 13.

1.3. Matemáticas y Nuevas Tecnologías. Qué aprender. Cómo enseñar

Por supuesto hay muchas más referencias al tema del uso de las nuevas tecnologías en obras suyas, pero por razones obvias sólo voy a citar otra, pues creo que habrá sido la última que escribió antes de su muerte, y lo hizo en diciembre de 2003. El motivo fue la celebración de un Simposium Internacional que organizó Miguel en la Fundación Ramón Areces en Madrid, y al cual me invitó a participar. O sea, justamente 10 años después de la cita anterior.

El título del Simposium era *Matemáticas y Nuevas Tecnologías. Qué aprender, cómo enseñar*. A él asistieron profesores de distintos países, EEUU, Canadá, Austria, Alemania, Francia, UK y España, por supuesto.

La motivación del Simposium, escrita por Miguel de Guzmán fue la siguiente:

*“La introducción de las nuevas tecnologías en educación matemática es ya un hecho de consecuencias muy importantes. A la luz de las nuevas capacidades para la exploración de situaciones matemáticas de todo tipo tanto los contenidos como los métodos de aprendizaje y enseñanza han de ser reconsiderados. Muchos de los contenidos que se han venido aprendiendo tradicionalmente han de ser contemplados de forma diferente y algunos de ellos han de ser sustituidos tal vez por otros más útiles y apropiados. Los métodos con los que los estudiantes han de ser introducidos para afrontar problemas y situaciones matemáticas han de tener en cuenta lo que las nuevas tecnologías son capaces de hacer”*³.

En los diez años transcurridos desde la primera cita hasta la última se han hecho muchas cosas y muy variadas, y se están haciendo. Y en ese hacer e innovar, en ese sacar el máximo rendimiento a esas tecnologías para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, para que haya un verdadero cambio en la metodología, surge el Proyecto Descartes.

2. DECARTES

2.1. El Proyecto

El Proyecto Descartes ha sido promovido y financiado por el Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (CNICE) del Ministerio de Educación y Ciencia de España. Tiene como principal finalidad la in-

³ <http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/fundareces/seminariotecnologia.html>
<http://ochoa.mat.ucm.es/~guzman/>

novación en un entorno de colaboración en el área de Matemáticas, para la Enseñanza Secundaria Obligatoria y el Bachillerato, que utilice las ventajas del ordenador y de Internet para ofrecer a los profesores y a los alumnos una nueva forma de enfocar el aprendizaje de las Matemáticas, que promueva nuevas metodologías de trabajo en el aula más activas, creativas, participativas, motivadoras y personalizadas, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Para cumplir estos objetivos se ha creado una herramienta, que llamamos también Descartes, y que no es más que un *applet* configurable. Con ella los profesores pueden elaborar materiales para el aula, pero que a su vez se pueden ver a través de Internet.

Las personas que colaboramos en el proyecto elaboramos los materiales que aparecen en la web Descartes y que se encuentra dentro del servidor del CNICE en <http://descartes.cnice.mecd.es>

Desde su creación en 1998, se han desarrollado numerosos cursos de formación a distancia y se ha difundido su existencia a través de Congresos, Seminarios, etc.

2.2. Las escenas

Los *applets* creados con la herramienta Descartes, a los que llamamos escenas, son muchos y muy variados. Desde la primera versión, pasando por la versión 2, que está vigente y la 3 que permite el uso de imágenes en tres dimensiones, la evolución ha sido constante, mejorándose las prestaciones y la calidad de las escenas.

Intentar plasmar en papel ventanas interactivas es casi imposible, pero al menos puede dar una idea de qué se puede ver a través de las escenas de Descartes.

En la Figura 2 podemos ver distintas posiciones desde las que se puede observar un ortoedro con un triángulo interior. Estas imágenes se han obtenido en una misma escena arrastrando el ortoedro con el ratón del ordenador.

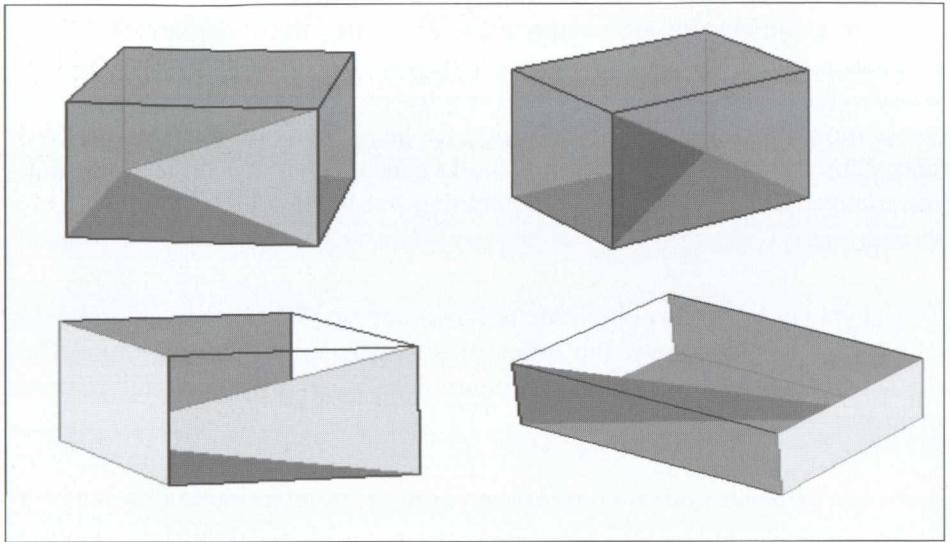


Figura 2

En la Figura 3 se pueden observar las coordenadas de un vector en el espacio. Estos vectores se obtienen de forma aleatoria pulsando un botón y cada uno de ellos se pueden ver desde distintos ángulos en el espacio. El objetivo de la escena es que el alumno averigüe las coordenadas de cada vector y pulsando otro botón aparecen escritas, de esa forma puede comprobar si su respuesta ha sido correcta.

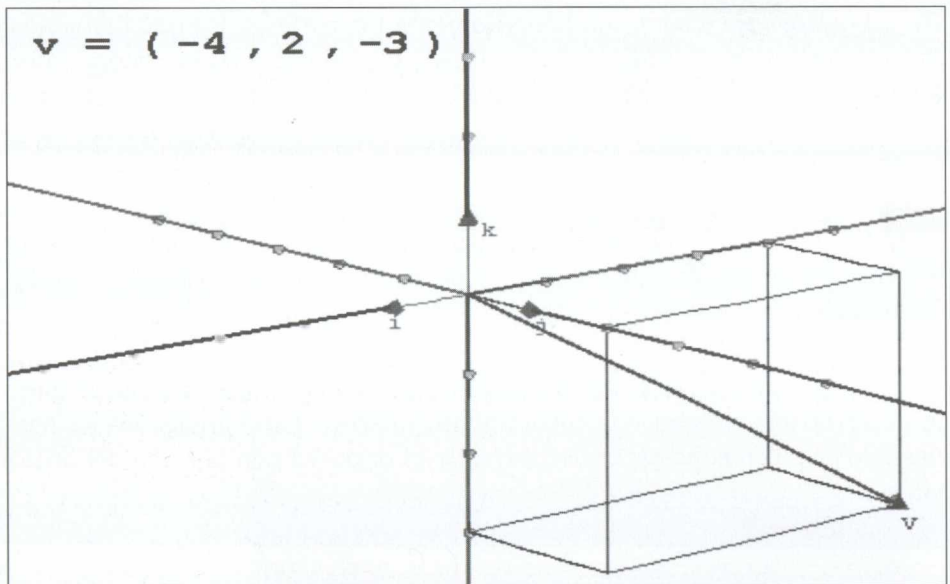


Figura 3

Deducir que tres vectores no nulos en el plano son siempre linealmente dependientes, y que por tanto uno de ellos es siempre combinación lineal de los otros dos es un concepto que resulta complicado de plasmar en la pizarra. En las escenas Descartes (Figura 4) resulta muy sencillo mover los extremos de cualquiera de los tres vectores y visualizar la combinación lineal correspondiente.

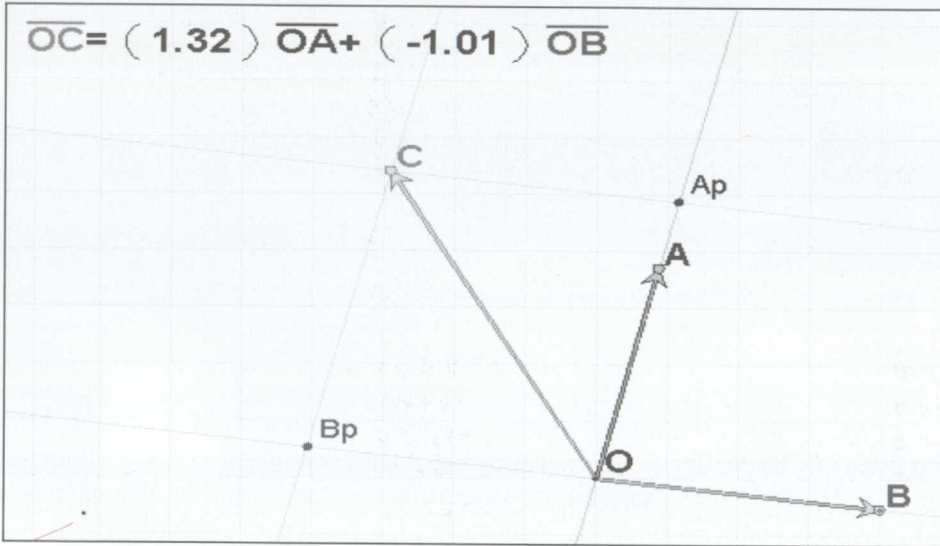


Figura 4

Todas estas escenas se han extraído de la unidad didáctica de Vectores en el Espacio que se encuentra en la web Descartes para 2.º de Bachillerato.

2.3. La web Descartes

En la web Descartes podemos encontrar tres zonas diferenciadas (Figura 5). Una donde se accede a la presentación del proyecto, los cursos de autoformación, la documentación y los servicios de ayuda y descarga. La segunda ofrece las últimas novedades publicadas en la web, el mapa web, el foro público y una página de enlaces de Matemáticas interactivas. Por último, la tercera y más importante es la que da acceso a los materiales para el aula: unidades didácticas, aplicaciones, experiencias con los alumnos y una miscelánea de escenas.

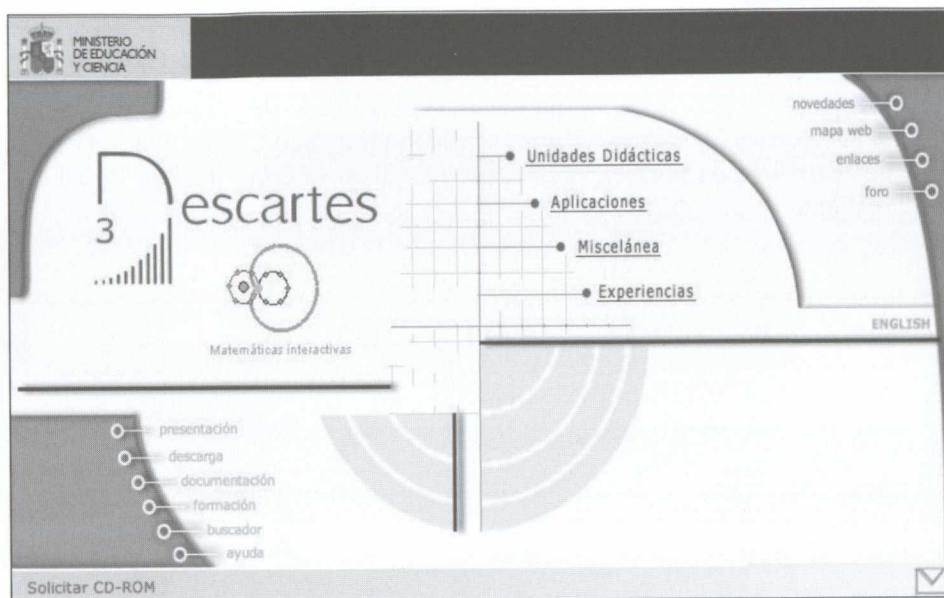


Figura 5

La sección *Unidades Didácticas* constituye un auténtico libro de Matemáticas de Secundaria. Se presenta clasificado por niveles, desde el primer ciclo de la ESO hasta Segundo de Bachillerato y un Taller de Matemáticas. Son los materiales que vamos elaborando los profesores colaboradores del Proyecto Descartes.

Cada Unidad constituye un módulo completo del currículo de Secundaria, que el usuario puede estudiar de forma autónoma. En ellas podemos encontrar ejemplos, ejercicios y explicaciones teóricas que guían paso a paso al visitante y que permiten el aprendizaje de los conceptos ayudado siempre por las escenas interactivas.

Las *Aplicaciones* también son Unidades Didácticas, pero no están clasificadas por niveles, sino que se presentan agrupadas por contenidos temáticos, ocurriendo a veces que hay Aplicaciones que se refieren al mismo tema, pero están desarrolladas por distintos autores. Éstos son los profesores que han realizado los cursos Descartes.

En la sección *Experiencias* se recogen los informes aportados por profesores que han hecho los cursos de formación, y a los cuáles se les pide que realicen algunas sesiones en el aula con Descartes. También aparecen experiencias realizadas por profesores del grupo colaborador Descartes.

Otra sección digna de mención es la de *Formación*. Cualquier persona puede aprender a elaborar escenas Descartes sin necesidad de saber progra-

mar en el lenguaje Java. Basta que tenga unos conocimientos mínimos de manejo de un ordenador.

Y para los que quieren aprender a fondo a elaborar materiales con Descartes está la *Documentación*. Es un manual completo de todas las herramientas que contiene el *applet*, donde se describen cada una de ellas con todo detalle y se muestran ejemplos de uso de las mismas.

Todos los materiales que contiene la web Descartes se pueden descargar libremente a un ordenador y trabajar con ellos de forma local. Las instrucciones de cómo hacerlo están explicadas en la sección *Descarga*. Y si por cualquier razón algo no funciona adecuadamente existe otra sección muy útil, es la *Ayuda*.

El *Correo* de la web Descartes atiende cualquier sugerencia, duda o aportación que se quiera hacer a la misma. Y el *Foro* público moderado permite la comunicación entre los usuarios para discutir o plantear cuestiones relativas al proyecto.

2.4. Configurar una escena

Para elaborar una escena de Descartes no es necesario saber programar un *applet*. La elaboración de una escena se puede llevar a cabo a través de la ventana de configuración, que se muestra en la Figura 7.

Se puede realizar una escena aprovechando otra ya hecha, de la que podemos aprovechar algunas cosas, o bien empezar una desde cero.

Cuando abrimos una nueva su aspecto es como se muestra en la Figura 6.

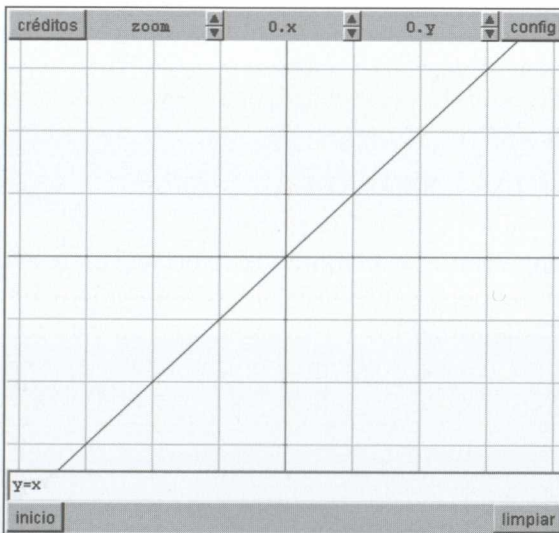


Figura 6

Unos ejes coordenados y la recta $y=x$ dibujada. Si queremos empezar a introducir gráficos, fórmulas, etc. tenemos que configurar la escena pulsando el botón *config*, con lo que se abrirá la ventana de configuración que podemos ver en la Figura 7.

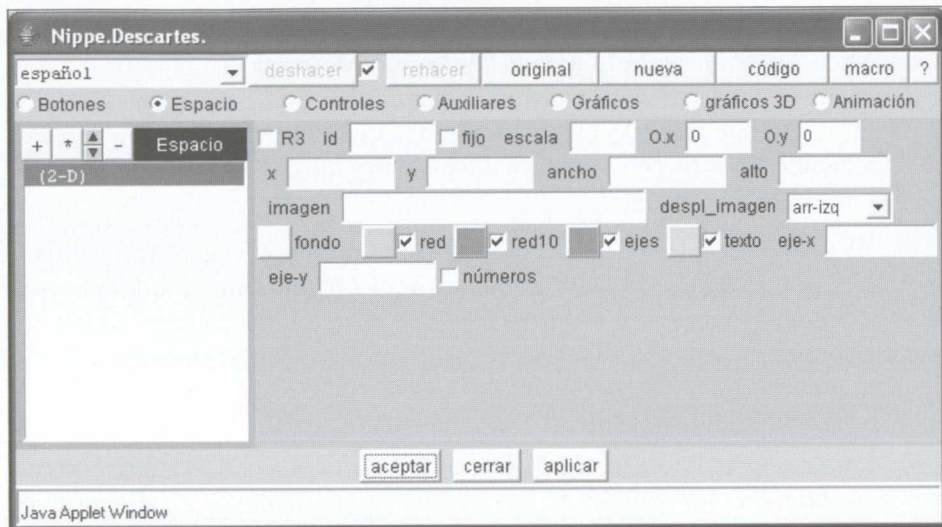


Figura 7

No voy a entrar en detalles de cómo se puede configurar una escena, que se puede aprender en la sección *Formación* de la web Descartes, pero con estas dos imágenes que he mostrado el lector puede hacerse una idea de cómo se trabaja con el *applet* Descartes.

3. EXPERIENCIAS EN EL AULA

Cuando empezamos a elaborar escenas y ver con qué claridad se muestran algunos conceptos que en la pizarra son prácticamente imposibles de plasmar nos entusiasmos y pensamos que ya está todo resuelto. Que a nuestros alumnos les va a encantar y que van a aprender rápidamente y sin esfuerzo. Pero hay que tomarse las cosas con más calma, no es tan fácil.

Hay que analizar: ¿cómo nos movemos en el aula? ¿Qué hacemos con nuestros alumnos? ¿Basta llevarlos al aula de informática un rato para que manipulen estas escenas?

La tendencia de ellos es esa, manipular, mover lo más posible, a ver qué pasa.

Esa energía que llevan dentro, esa tendencia a moverlo todo hay que saberla encauzar y aprovechar para que aprendan.

En estos momentos en el proyecto Descartes estamos en la fase más importante. Investigar el uso de nuestros materiales en el aula. Evaluar resultados, analizar dificultades, ventajas e inconvenientes, experimentar distintas metodologías, etc.

A continuación voy a mostrar algunas de las experiencias que llevé a cabo el curso pasado, para más adelante sacar algunas conclusiones que puedan servir de orientación a otros profesores que quieran usar Descartes en sus clases.

3.1. Inecuaciones

Estamos acostumbrados a encontrarnos, incluso en Bachillerato a estudiantes que hacen cosas como estas:

$$\begin{array}{ll} -2x - 2 > 0 & -x + 1 > 0 \\ -2x > 2 & -x^2 > -1 \\ x > -1 & x^2 < 1 \\ & x < \pm 1 \end{array}$$

Aún no saben resolver inecuaciones de primer y segundo grado. Y si las resuelven bien lo hacen sin saber su verdadero significado.

Precisamente en el último número (26) de la revista *Suma*, aparecido el mes de junio de 2004, hay un artículo que se titula “Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones”⁴, donde se muestra un trabajo de investigación sobre el tema y analiza las múltiples causas por las que los alumnos suelen tener dificultad en el aprendizaje de este tema.

Una vez que decidí realizar una actividad con este tema en primero de Bachillerato la preparé estableciendo los siguientes apartados:

1. *Objetivos*: que entiendan y resuelvan las inecuaciones de 1.º y 2.º grado gráficamente usando la herramienta Descartes.

⁴ GARROTE SÁNCHEZ, M. y otros. Revista *Suma*. FESPM. Madrid, 2004, págs. 37-44.

2. *Conocimientos previos:*

- a) Saber representar gráficamente rectas y parábolas.
 - b) Interpretar correctamente el significado de los puntos de corte de dichas funciones con los ejes coordenados.
 - c) Interpretar cuándo la gráfica de una función es positiva y cuándo es negativa, o lo que es lo mismo para qué valores de x son positivas y para qué valores de x son negativas.
3. *Preparación previa:* elaboré unas páginas web con representaciones adecuadas. La mayoría de las escenas estaban ya hechas, sólo tuve que retocarlas y adaptarlas.
 4. También elaboré una *prueba de conocimientos previos* para que sirviera de motivación.
 5. Hice *hojas de trabajo* con los mismos ejercicios que se pedían en la página web para que fueran haciéndolos a mano, y hojas de ejercicios para casa.
 6. Y contacté con la persona que lleva la organización de las *aulas de informática* para ver qué días podía acudir a ellas.

Y con todo eso llevé a cabo la experiencia. Se llevó cinco sesiones, de las cuales sólo una en el aula de informática.

Los resultados de las pruebas previas se pueden apreciar en las siguientes gráficas (Figura 8), donde vemos que eran bastante bajos.

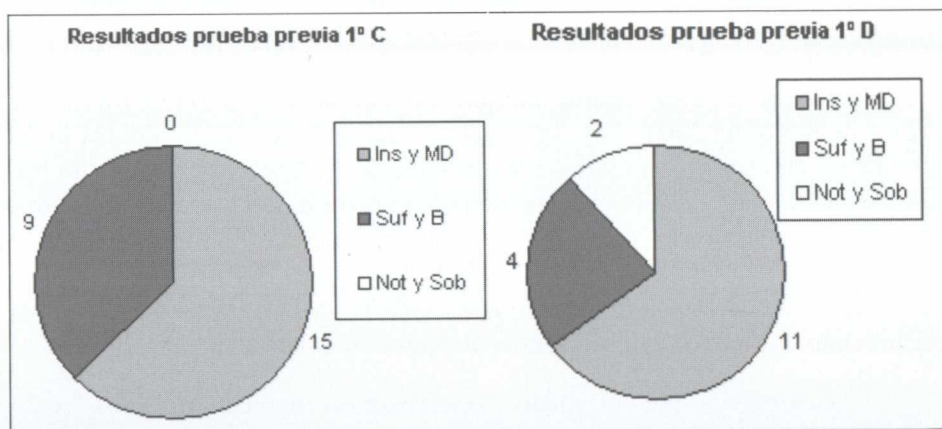


Figura 8

Entre las escenas que elaboré para esta experiencia quiero destacar un test de evaluación en el que se muestran de forma aleatoria gráficas de rectas y parábolas con una fórmula. El test consiste en pulsar el botón *sí* o *no* según que la gráfica corresponda con la fórmula o no. La escena devuelve una respuesta inmediata con una pequeña ventana, y por otra parte va contabilizando los aciertos y los errores. Esta tipo de actividad es una de las que más atractivo tiene para los alumnos, y por otra parte creo que pueden aprender bastante al utilizarlas.

En la Figura 9 se puede apreciar uno de los momentos del test interactivo:

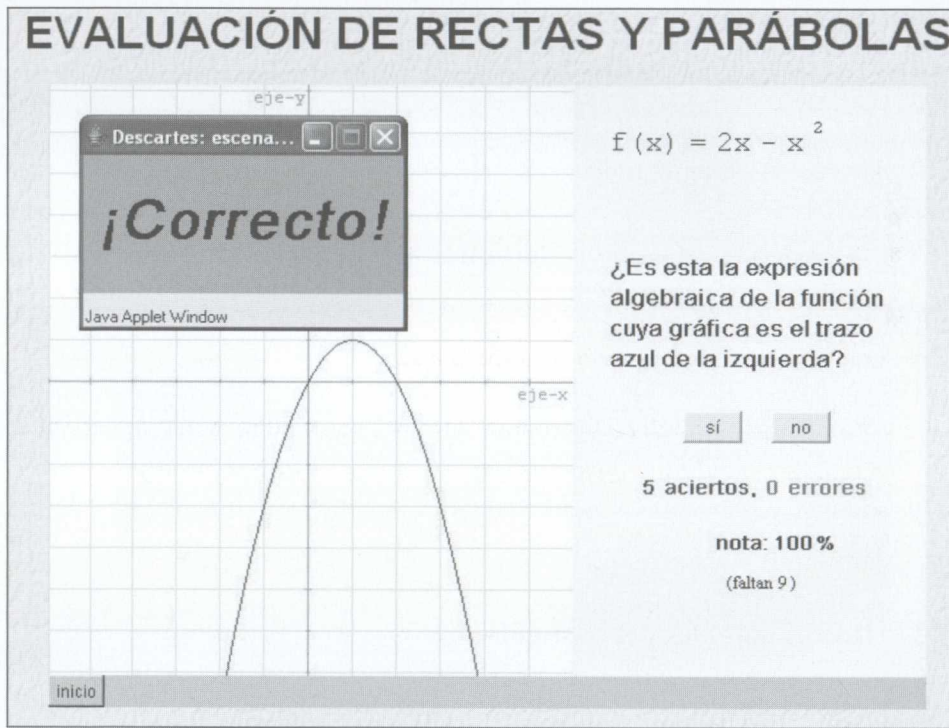


Figura 9

Y en la Figura 10 podemos ver una de las escenas en las que se muestra la resolución gráfica de una inecuación de primer grado.

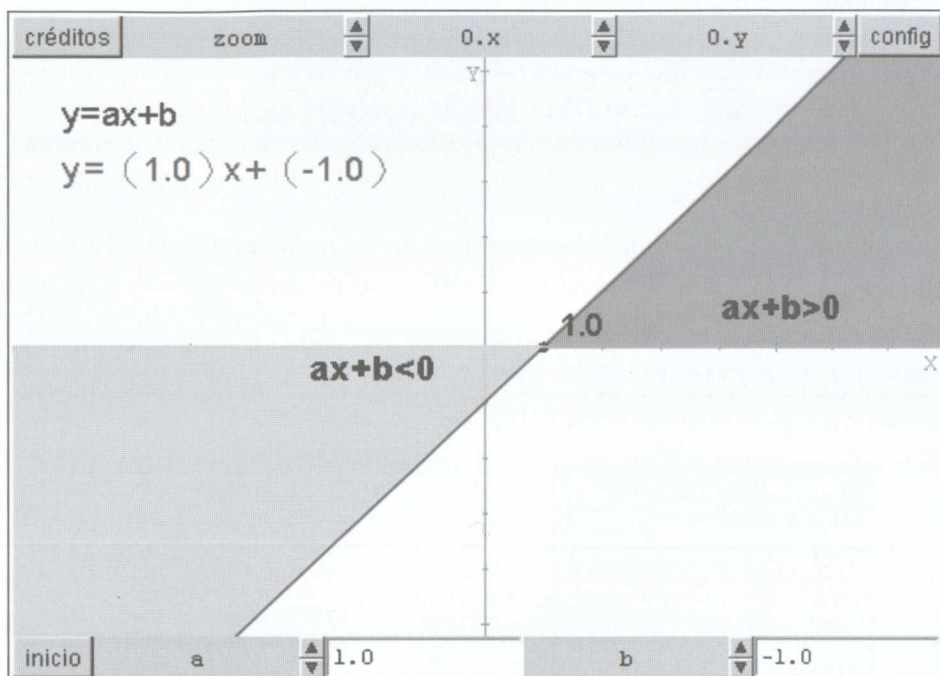


Figura 10

La evaluación de la efectividad de esta experiencia se ha podido comprobar cuando estudiamos, casi a final de curso, el dominio de una función con radicales o logarítmica, se ha notado la facilidad con que han resuelto las inecuaciones que aparecen.

3.2. Rectas notables del triángulo

Esta experiencia la llevé a cabo en dos grupos de 3.º de la ESO. La secuencia de las actividades llevadas a cabo fue la siguiente:

En la primera sesión expliqué en la pizarra las cuatro rectas notables. Les di a los alumnos unas fotocopias de triángulos acutángulos rectángulos y obtusángulos para que con regla y compás las dibujaran en casa y las trajeran al día siguiente.

En la segunda sesión llevé transparencias de las mismas hojas de los alumnos pero con las rectas notables dibujadas con Cabri. Ellos pudieron corregir los errores en sus respectivas hojas.

Pasaron dos semanas desde la sesión anterior debido a la ocupación de las aulas de informática. Hice una prueba sorpresa con el test que se incluye en las páginas web, pero en papel. La gráfica de resultados de esta prueba se muestra en la Figura 11:

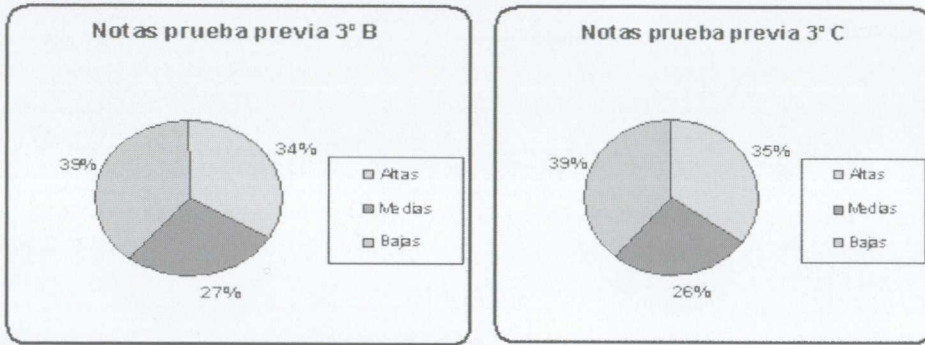


Figura 11

Al fin en la cuarta sesión trabajamos con Descartes en el aula de Informática. Las actividades preparadas las saqué de una unidad didáctica más amplia que hay en la web Descartes, pero las mejoré y añadí un test interactivo del mismo tipo que el de las rectas y parábolas de 1.º de Bachillerato, pero con las rectas notables. También añadí un test hecho con Java Script que califica de forma inmediata del cual vemos una muestra en la Figura 12.

5. Señala la frase verdadera:

- Todas **alturas** siempre pasan por los vértices
- En un triángulo hay cuatro **alturas**
- Una de las **alturas** de un triángulo rectángulo coincide con la hipotenusa
- La hipotenusa de los triángulos rectángulos son el radio de la circunferencia **circunscrita**

6. Señala la frase verdadera:

- El punto donde se encuentran las **medianas** se llama **ortocentro**
- El punto donde se encuentran las **alturas** se llama **baricentro**
- El punto donde se encuentran las **mediatrices** se llama **circuncentro**
- El punto donde se encuentran las **bisectrices** se llama **bisector**

Obtener puntuación Permíteme intentarlo de nuevo

Puntuación =

Figura 12

En la Figura 13 podemos ver una de las escenas empleadas donde puede apreciarse con facilidad las distintas posiciones del baricentro de un triángulo y según de qué tipo se trate. Y como siempre, simplemente arrastrando los vértices del triángulo con el ratón.

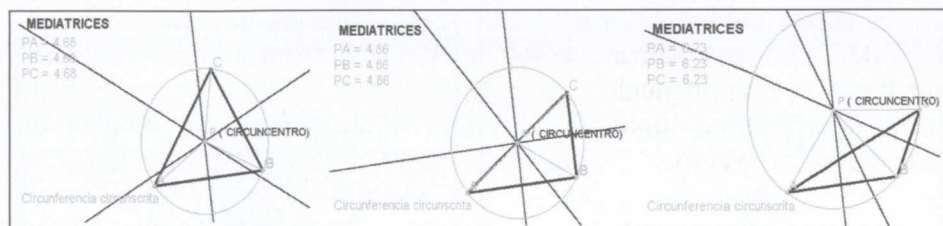


Figura 13

En la quinta sesión volví a pasar la prueba de evaluación que realicé al principio de esta experiencia. Esta vez los resultados se muestran en la Figura 14:

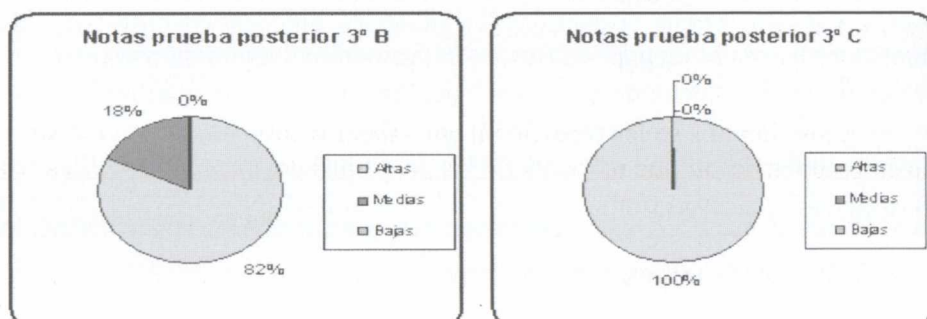


Figura 14

Como puede verse los resultados mejoraron notablemente.

Tal como he explicado en esta experiencia usé distintos métodos y distintos recursos. Desde la pizarra, las transparencias, el Cabri, test de Java Script y por supuesto Descartes.

3.3. Fotografía matemática

Desde el curso 98-99 el Departamento de Matemáticas de nuestro Instituto convoca un concurso de Fotografía Matemática. Las fotos que he-

mos ido recopilando las hemos puesto en paneles plastificados, y cada año vamos ampliando la colección.

Sobre dicha exposición hemos hecho un cuestionario que recoge prácticamente todos los contenidos de Geometría y parte de Álgebra de 3.º de ESO.

Una actividad realizada este curso 2003-2004 por primera vez ha sido que los alumnos, trabajando en grupo y visitando la exposición, tenían que responder a dicho cuestionario, realizando así un trabajo muy completo que se le corrigió y evaluó.

Muchas de las cuestiones se referían a temas estudiados anteriormente, pero para responder a otras necesitaron estudiar algunos temas de Geometría. Algunos de estos temas los hemos estudiado con Descartes. Concretamente los *Movimientos en el Plano* y los *Cuerpos Geométricos*.

Movimientos en el plano

La introducción al tema se hizo con el vídeo “*Movimientos en el plano*” de la serie de TVE “*Más por Menos*” realizada por Antonio Pérez Sanz y que se emitió dentro del programa matinal “*La aventura del saber*”.

A los alumnos se les repartió un cuestionario sobre el vídeo. Trabajando en grupo tuvieron que responder a las preguntas del cuestionario. Las respuestas las expusieron oralmente en la clase siguiente, animándoles a que lo hicieran ayudándose de materiales adicionales como figuras recortadas en papel o cartulina, dibujos, demostraciones con libros de espejos, etc.

De nuevo se les repartió hojas de trabajo donde tenían que responder a cuestiones sobre los movimientos en el plano. Este cuestionario se sacó de la Unidad Didáctica *Celosías* (Figura 15)⁵ que está publicada en la web Descartes y que figura dentro del *Taller de Matemáticas*. Se planteó como trabajo para casa.

Para corregir los ejercicios de las hojas de trabajo se les mostró a los alumnos las escena de la Unidad citada. Atendieron muy expectantes, pues las imágenes de la Unidad les resultaron muy atractivas. Fueron respondiendo a las preguntas del cuestionario y se les iba mostrando las respuestas con el movimiento e interactividad de las escenas Descartes.

⁵ Autores: alumnos del IES Viera y Clavijo de (La Laguna) Tenerife, dirigidos por su profesor Luis BALBUENA. Las celosías. Una geometría alcanzable. Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Canarias. Año 2000.

De nuevo hemos utilizado multitud de recursos. El vídeo, libros de espejos, cartulinas, hojas de trabajo, fotografías y por supuesto Descartes.

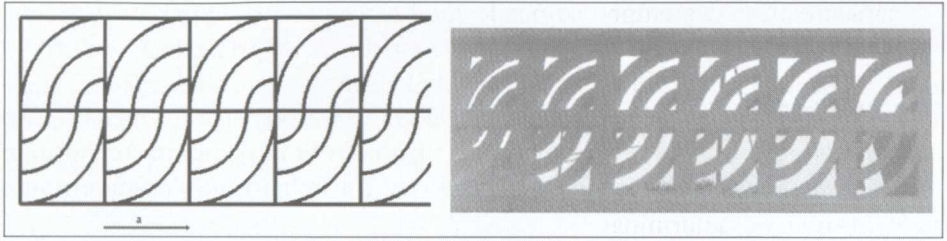


Figura 15

Cuerpos geométricos

En esta experiencia se ha elaborado una página html en la que los alumnos accedían a escenas Descartes extraídas de diferentes unidades didácticas (Figura 16). A la vez que iban viendo los cuerpos geométricos en tres dimensiones en las escenas de Descartes, tenían que responder a un cuestionario,

También se utilizaron algunos de los enlaces externos que tiene la web Descartes y que para este tema en concreto son de gran utilidad.

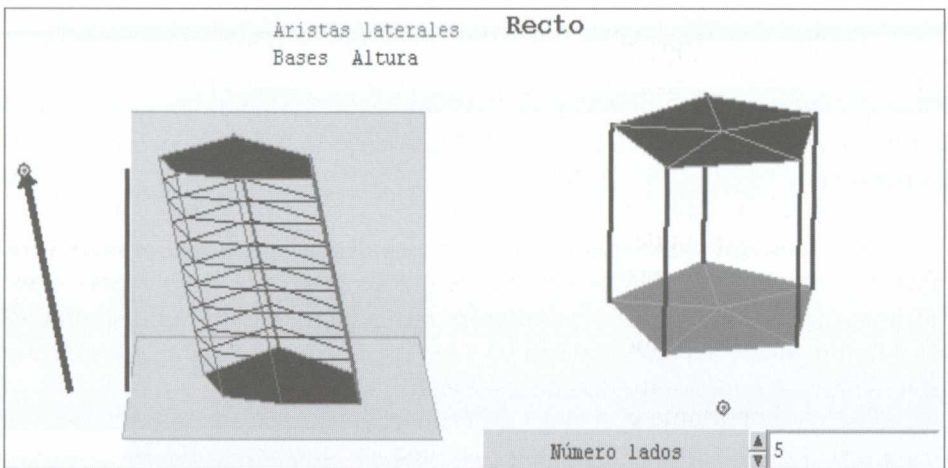


Figura 16

3.4. Otras experiencias

Además de las expuestas he tratado otros temas usando la herramienta Descartes, pero casi siempre he usado también otros recursos. Por ejemplo en el tema de Cónicas en 1.º de Bachillerato usé una presentación Power-Point en la que se accedía a las páginas de Descartes y se presentaban otras informaciones como reseñas históricas del tema.

Hay que señalar que hay diferencias entre estas experiencias, no sólo en el uso o no de determinados recursos, sino también en la duración de las mismas o en la amplitud del tema tratado. Por ejemplo, la experiencia más completa ha sido la del tema de Números Complejos, también en 1.º de Bachillerato.

Otras han ido acompañadas de un trabajo de investigación por parte de los alumnos que se traducía en un trabajo final, dándoles a elegir para su presentación cualquier formato, desde papel escrito a mano o con el ordenador hasta en CD-ROM con presentación PowerPoint. Ha sido en el tema de Números Reales en 1.º de Bachillerato.

Las realizadas durante el curso 2002-2003 y 2003-2004 se encuentran explicadas con detenimiento, con acceso a las páginas web correspondientes y con las hojas de trabajos elaboradas para cada caso en la web Descartes. Concretamente en:

http://descartes.cnice.mecd.es/experiencias/naturales_complejos/index.htm
y en:

http://descartes.cnice.mecd.es/experiencias/Experiencias_03_04_AN/index.htm

Las del curso 2001-2002 se pueden visitar en:

<http://platea.pntic.mec.es/~anunezca/proyectos/Descartes/experiencias.htm>

Diario de clase

En la experiencia de números complejos, que ha sido la más completa de las que he realizado hasta ahora elaboré un diario de clase. Se utilizó un grupo de contraste en el que no se usó Descartes y en el diario se reflejó las incidencias, tanto del grupo Descartes como de la clase tradicional.

Es muy importante el haber realizado el diario para tener presente las distintas dificultades que los alumnos han encontrado en su trabajo. Por una parte ha servido para detectar fallos de la unidad o de las hojas de trabajo, y por otra para mejorar el desarrollo de la propia unidad.

Las incidencias dignas de mención en la experiencia con Descartes del tema de números complejos han sido las siguientes:

- A veces no entienden qué hay que hacer con una escena, y la causa muchas veces es porque no leen con detenimiento el texto que acompaña a la misma.
- Otras veces es la redacción de las preguntas las que les puede llevar a confusión.
- Es importante que realicen las actividades tal como se les pide y en el orden que se les pide para poder conseguir que descubran los conceptos por sí mismos.
- Las dificultades de manejo en alguna escena se ha resuelto con explicaciones al gran grupo, se hacían mostrando la pantalla correspondiente con el cañón de proyección.
- El método de descubrir un concepto realizando actividades sobre una o varias escenas Descartes es el que hemos seguido en la mayoría del desarrollo de la unidad, pero a veces ha fallado. Pensamos que una de las causas es que las actividades preparadas no son las adecuadas, otras puede ser la falta de costumbre por parte del alumno en el método de trabajo que suele esperar que se les dé todo hecho.
- Otra cosa importante que se pone de manifiesto en esta metodología, es que en el desarrollo de una clase el que trabaja es el alumno, lo cual hace que se implique más, participe, se le haga la clase más amena.
- También se ha constatado que unos alumnos trabajan más rápidos que otros. Entonces a los que iban más deprisa les he puesto ejercicios extras para casa, y los que iban más despacio se han llevado las hojas de trabajo a casa para que las realizaran allí con su ordenador y conectándose a Internet. Dentro de los que iban más deprisa los ha habido que efectivamente asimilaban más rápido, pero se han dado casos de copias a compañeros o de mirar las soluciones en el ordenador sin haber hecho el ejercicio, por eso la vigilancia del profesor es fundamental en estos casos.
- Respecto a las hojas de trabajo, que han sido muy útiles, hay que decir que algunos alumnos les gusta ir los primeros en todo. Entonces como el ritmo lo marcaba el número de la hoja por el que iban, rellenaban las hojas sin mirar las escenas, o preguntándome a mi como se hacía, para correr más. Esta dificultad se corrigió enseguida, pero hay que estar atentos a estas incidencias.
- He observado que el trabajo en parejas es muy beneficioso, pues comentan y discuten conceptos matemáticos y se explican unos a otros sus conclusiones. Pero a veces si uno de los dos falta un día se establece una diferencia de ritmos que complica el funcionamiento. Está claro que el complemento del trabajo en casa es necesario.

- Tengo anotado en el diario textualmente la siguiente frase: “*La marcha de la clase es fenomenal, están trabajando todos con muchas ganas. Incluso gente que normalmente en clase no hace nada*”.
- Una dificultad que surge es cuando un día un ordenador se estropea. Los dos alumnos que trabajan en él tienen que distribuirse en otros ordenadores, pero eso es incómodo por el espacio, y además el ritmo de la unidad se rompe. Esta situación puede mejorarse si se tiene algún ordenador de más en el aula, aunque no siempre es posible.
- Otra dificultad del uso de la herramienta Descartes es que si se usa conectándose a la web las escenas tardan bastante en cargarse en pantalla, incluso el ordenador se cuelga a veces. Es mejor tener instalada la unidad que se vaya a usar en cada ordenador de forma local, y así y todo, según qué ordenadores y según qué escenas pueden tardar y colgarse, teniendo que acudir a la solución salomónica de reiniciar el ordenador.
- En más de una ocasión los alumnos se han quedado parados en un ejercicio que no sabían resolver, sobre todo de los del final de la unidad, donde se van complicando. He tenido que llamar la atención de todos, que no es fácil cuando trabajan con una pantalla delante, y tratar de ayudarles a resolver el problema, siempre intentando de darles pistas pero no diciéndoles directamente el método de resolución.

Encuesta de valoración final

Al terminar las clases de números complejos con Descartes hice una encuesta entre los alumnos donde se les pedía una valoración no sólo de la experiencia, sino también de los medios tecnológicos y de la herramienta Descartes.

Este es un pequeño resumen, donde he extraído las opiniones más repetidas y las más llamativas.

Las instalaciones las han valorado positivamente, aunque hay algunas quejas de la lentitud de los ordenadores.

Respecto al *software* de la Unidad Descartes, la mayoría opinan que facilita el aprendizaje aunque critican que en algunos momentos no entendían lo que tenían que hacer, por lo que han empezado a manifestar la necesidad de la presencia del profesor.

En cuanto a la metodología han alabado el que cada alumno pueda trabajar a su ritmo haciendo las repeticiones que necesite y por otra parte ven positivo el que el esfuerzo principal de la clase lo haga el alumno. La ameni-

dad de las clases ha sido también un punto destacado. El aprender por sí mismo supone una mayor atención por parte del alumno y un aprendizaje más significativo, ésta es otra opinión muy repetida. Las representaciones gráficas les han ayudado a entender muchos conceptos. A cambio lo que más han echado en falta son las explicaciones del profesor.

4. CONCLUSIONES

Analizo en estos últimos párrafos las conclusiones a las que he llegado después de las múltiples experiencias realizadas durante tres cursos académicos con la herramienta Descartes y otros medios tecnológicos.

Creo que las Unidades Didácticas elaboradas con la herramienta Descartes debe ser un recurso más en el aula de Matemáticas. La variedad en los medios hace que se aproveche de cada uno de ellos las características más idóneas en cada momento, según las actividades o los contenidos que se vayan a trabajar.

No hay ninguna herramienta que sea la panacea de la enseñanza, todas pueden ayudar o no, según se utilicen. Tampoco hay que descartar ninguna, todas tienen su utilidad y su momento.

La implantación de los medios informáticos en los centros educativos, y en la sociedad en general, está avanzando muy rápidamente, pero aún necesitan ser mejorados para que las herramientas se puedan utilizar con toda su potencial. Por otra parte, estas herramientas también están en fase de desarrollo y cada día se van mejorando las que existen y aparecen nuevas y con mayores prestaciones.

La organización en los centros respecto al número de alumnos por grupos, o de la ocupación de las aulas de informática, influye notoriamente en la posibilidad del uso de estos medios para la enseñanza de las matemáticas, o de cualquier materia. Lo ideal sería disponer de los ordenadores en cualquier momento, sin tan siquiera tener que programar qué días exactamente los necesitas, sino tenerlos a disposición de los alumnos o del profesor cuando se requieran.

Las programaciones oficiales son a veces un corsé del que no se puede salir y, junto con el tiempo disponible para Matemáticas, restringen el uso de los medios informáticos que requieren más tiempo. A cambio se prestan a ofrecer otros temas que con el método tradicional son imposibles de trabajar.

La interactividad de las escenas de Descartes permite al alumno participar más directamente en el proceso de aprendizaje. Las clases se les hacen más amenas. Pero no hay que abusar pues caeríamos en el cansancio por aburrimiento de hacer siempre los mismo.

Usar el método de aprendizaje por descubrimiento con las escenas de Descartes hace éste más significativo. Aunque los alumnos se tienen que habituar a esta nueva forma de aprender, pues requiere un mayor esfuerzo por su parte. El atractivo de la herramienta puede hacer que superen este esfuerzo mayor que tienen que hacer.

No conviene que todo un tema sea estudiado sólo con un unidad de Descartes, hay que combinarlo con trabajo personal del alumno en hojas de trabajo o cuaderno y con explicaciones puntuales del profesor.

Los alumnos deberían trabajar cada uno en un ordenador, pues de esta manera se evita el que algunos no hagan nada y otros lo hagan todo. También favorece el que cada alumno trabaje a su ritmo. Las diferencias que se puedan establecer, al terminar unos antes que otros las actividades propuestas, se pueden corregir planteando, en las unidades, actividades extras para los más adelantados, que tengan una repercusión positiva en la calificación del alumno. El beneficio de abandonar el trabajo en parejas se puede suplir combinando las actividades en solitario con otras en grupo. Las puestas en común del gran grupo son siempre de gran utilidad, sobre todo cuando se hace un repaso del tema estudiado, para preparar un examen.

El alumno, en general, quiere tener algo tangible donde apoyarse, y las hojas de trabajo han demostrado ser de gran utilidad. Ha sido un reto para ellos completarlas y comprobar soluciones en las escenas, o enunciar definiciones que luego aparecen en la unidad, o descubrir nuevos conceptos que ellos deducen por sí mismo, etc. Por otra parte, les sirven de referencia o apuntes a la hora de estudiar.

Tanto la recuperación para los alumnos más retrasados como el avanzar más para los más adelantados, así como el reforzar el trabajo personal, se podría mejorar si todos los alumnos dispusieran de ordenador en casa.

Está demostrado que los tests hechos con ordenador es de las cosas que más afianza los conocimientos y lo que más atrae a los alumnos. Otra cosa es cuando esos tests pasan a ser calificados por el profesor.

Muchos alumnos echan de menos las explicaciones del profesor, eso quiere decir que conviene hacer unas unidades más dirigidas a aprovechar la

herramienta, en los puntos en que demuestra mejor su potencial, o sea en las cuestiones gráficas, y complementarla con discusiones, puestas en común, realización de ejercicios, etc., ayudados por el profesor.

No cabe duda que estamos en lo comienzo de una etapa de la enseñanza en la que el ordenador e Internet juegan un papel fundamental. El cómo usar estos medios y cómo sacarles rendimiento para un mejor y más significativo aprendizaje lo estamos investigando y experimentando ahora. Con el tiempo se irán solventando problemas, salvando escollos y siendo habitual en nuestros centros su uso. Pero en nosotros, los profesores, está el que eso se consiga de forma más rápida y eficaz. Desde luego lo que no podemos es volverle la espalda a una tecnología que nos invade, nos guste o no. Pero atención, ni tampoco ir a ciegas y creyendo que una herramienta nos va a resolver todos los problemas de la enseñanza.

Creo que con este tipo de experiencias e investigaciones estamos colaborando a que este proceso del uso de las tecnologías de la información y la comunicación de forma habitual, pero sensata y útil, se vaya consolidando. DESCARTES NOS AYUDA.

DIRECCIONES DE INTERNET

Proyecto Descartes: <http://descartes.cnice.mecd.es>

Miguel de Guzmán: <http://ochoa.mat.ucm.es/~guzman/>

Ángela Núñez: <http://platea.pntic.mec.es/~anunezca/Anunezca.htm>

Seminario Nuevas Tecnologías, Fundación Ramón Areces:

<http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/fundareces/seminariotecnologia.html>

BIBLIOGRAFÍA

ALUMNOS del IES Viera y Clavijo de La Laguna (Tenerife), dirigidos por su profesor Luis BALBUENA. *Las celosías. Una geometría alcanzable*. Consejería de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Canarias. La Laguna (Tenerife). Año 2000.

GARROTE SÁNCHEZ, M. y otros. *Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones*. Revista *Suma*. FESPM. Madrid, 2004.

GUZMÁN, M de; COLERA, J. de; SALVADOR, A. *Matemáticas 1.º Bachillerato*. Anaya. Madrid, 1987.

GUZMÁN, M. de. *Tendencias Innovadoras en Educación Matemática*. Olimpiada Matemática Argentina. Buenos Aires, 1992.

PROYECTOS EUROPEOS *E-LEARNING*

Maruja Gutiérrez Díaz
Dirección General de Educación y Cultura. Comisión Europea

RESUMEN

USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET Y UNIÓN EUROPEA: VISIÓN DE CONJUNTO

1. **POLÍTICA DE EDUCACIÓN Y UNIÓN EUROPEA**
2. **EDUCACIÓN Y FORMACIÓN 2010: UN PROGRAMA DE TRABAJO COMÚN**
 - 2.1. Grupo de trabajo MST: matemáticas, ciencia y tecnología
 - 2.2. Grupo de trabajo TTT: formación del profesorado
 - 2.3. Grupo de trabajo ICT: accesibilidad a y uso de nuevas tecnologías
 - 2.4. Grupos de trabajo MST-TT-ICT: objetivos comunes
 - 2.5. Grupos de trabajo MST-ICT-TT: conclusiones comunes
3. **GALERÍA DE BUENAS PRÁCTICAS EUROPEAS**
4. **USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET Y UE: UNA VISIÓN DE CONJUNTO**

Programas Marco de Investigación y programas asociados
Programas de educación y de formación profesional
5. **PERSPECTIVAS PARA *E-LEARNING* EN LA UNIÓN EUROPEA**
6. **LA ACCIÓN *E-TWINNING* DEL PROGRAMA *E-LEARNING***
7. **ALGUNAS CONCLUSIONES SOBRE MATEMÁTICAS, INTERNET Y LA DIMENSIÓN EUROPEA DE LA EDUCACIÓN**
8. **ALGUNAS CONCLUSIONES SOBRE LA DIMENSIÓN EUROPEA DE LA EDUCACIÓN**

BIBLIOGRAFÍA

RESUMEN

Tras una presentación general de las tres políticas comunitarias (educación, ciencia e investigación, sociedad de la información) que inciden en la formación del profesorado en el uso pedagógico de Internet, la ponencia se centra en el proceso “Educación y Formación 2010” iniciado como respuesta a los objetivos de Lisboa, describiendo brevemente las conclusiones de los tres grupos de trabajo que tocan el tema del seminario: Formación del Profesorado; Matemáticas, Ciencia y Tecnología; Tecnologías de la Información y de la Comunicación y presentando una selección de la galería de buenas prácticas propuestas por los Estados miembros de la Unión Europea. La ponencia finaliza con una descripción de los programas principales de financiación de proyectos piloto en el tema del seminario (Programa Marco de Investigación; Sócrates: Comenius y Minerva; *eLearning*) y una selección de proyectos de calidad sobre usos de Internet para la docencia y el aprendizaje en el área de las matemáticas.

USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET Y UNIÓN EUROPEA: VISIÓN DE CONJUNTO

1. POLÍTICA DE EDUCACIÓN Y UNIÓN EUROPEA

La educación y la formación profesional aparecen en los Tratados europeos desde el primero de ellos, el Tratado de Roma, en 1957. Los principios generales de fomento de la calidad y de la cooperación europea, y en particular de la enseñanza a distancia y de la formación profesional como instrumentos de desarrollo económico y social, se mantienen a lo largo de los sucesivos tratados.

La Convención Europea, en curso de ratificación, define los siguientes objetivos en el área de educación:

- Desarrollar la **dimensión europea** en la educación.
- Favorecer la **movilidad** de estudiantes y profesores.
- Promover la **cooperación** entre los centros docentes.
- Facilitar el **intercambio** de información y de experiencias.
- Fomentar el desarrollo de la **educación a distancia**.

Sin embargo, tanto la educación como la formación profesional siguen siendo lo que se llama en la jerga comunitaria “**políticas de subsidiariedad**”, es decir, políticas en las que las competencias permanecen estrictamente

tamente a nivel de los Estados miembros, careciendo las Instituciones Europeas de competencias de planificación o de coordinación en estos temas.

A pesar de estas limitaciones constitucionales, el **Consejo Europeo de Lisboa**, en marzo de 2000, ha cambiado completamente la situación de la educación entre las políticas europeas. Las Conclusiones de Lisboa y su ambicioso objetivo de construir en Europa *“la economía más competitiva del mundo, basada en el conocimiento, con más mejores empleos y con mayor cohesión social”*, no dejan ninguna duda en cuanto a la importancia de la educación para realizar este objetivo. **La educación y la formación a lo largo de la vida, así como la explotación del potencial de las tecnologías de la Información y de la Comunicación son condiciones sine qua non para el progreso en Europa.**

El Consejo de Lisboa pidió además a los Estados miembros un informe detallado sobre los sistemas de educación y de formación europeos y sobre su adaptación a la sociedad del conocimiento. Presentado en febrero del 2001, con el título *Objetivos concretos y futuros para los sistemas de educación y de formación europeos* este informe sentó las bases para un programa de trabajo conjunto para la consecución de dichos objetivos. Bajo el nombre *Educación y formación 2010* este programa se ha convertido en una aplicación pionera de otra de las innovaciones del Consejo de Lisboa: el método abierto de cooperación.

Este método consiste en la identificación de problemas comunes, seguida de una selección de indicadores, de buenas prácticas y de buenas políticas para su resolución. Todo ello se resume en propuestas de objetivos comunes, si es posible expresados de manera cuantitativa, y con plazos definidos para su obtención. Cuando es posible, estos objetivos se expresan también como indicadores y se usa la técnica de *benchmarking* para un seguimiento comparativo en el conjunto de países de la Unión Europea. Periódicamente, en este caso cada dos años, se produce un informe para el Consejo de Educación de febrero, para su adopción y transmisión al Consejo Europeo de primavera, que se ha convertido en el Consejo Europeo principal para temas socioeconómicos.

Todo este trabajo es impulsado y organizado por la Comisión Europea, a través de grupos de trabajo temáticos compuestos por representantes de los Estados miembros; por representantes de los actores principales del mundo de la educación y de la formación (asociaciones de docentes, de padres de familia, de gestores de centros educativos, de cámaras de comercio y otras asociaciones profesionales que prestan servicios de formación o asesora-

ran a sus socios en estos temas; de redes europeas de cooperación, etc.); y por expertos en cada área concreta de trabajo.

2. EDUCACIÓN Y FORMACIÓN 2010: UN PROGRAMA DE TRABAJO COMÚN

Para la puesta en obra del método abierto de cooperación en la adaptación de los sistemas de educación a la sociedad del conocimiento, se han creado ocho grupos de trabajo. El Consejo de Educación (mayo 2001) decidió que las tres áreas prioritarias para la realización de los objetivos de Lisboa, y los tres primeros grupos de trabajo a lanzar, eran Matemáticas, Ciencia y Tecnología (MST); Formación del profesorado (TTT) y Uso educativo de las nuevas tecnologías (ICT)¹; precisamente los tres que tienen una incidencia directa en el tema de este seminario.

El **desarrollo científico y tecnológico** es fundamental para una sociedad europea del conocimiento competitiva. **Todos los ciudadanos necesitan una comprensión básica de las matemáticas, la ciencia y la tecnología.** Para mejorar su posición en el mundo y para cumplir los objetivos de Lisboa, Europa debe estimular el interés de los niños y de los jóvenes por las matemáticas, la ciencia y la tecnología, y asegurar que los que ya han escogido carreras científicas y de investigación encuentren sus condiciones de trabajo, perspectivas y estímulos suficientemente satisfactorios como para continuar en ellas.

El Consejo informal de Ministros de Educación y de Investigación de Uppsala (marzo 2001) subrayó la importancia de aumentar la elección de carreras científicas y tecnológicas, y de **estimular una renovación general de la pedagogía y el establecimiento de relaciones con el mundo del trabajo y de la industria a lo largo de todo el proceso de educación y de formación profesional.**

2.1. Grupo de trabajo MST: Matemáticas, ciencia y tecnología

a) Objetivos

- Aumentar en un 15% el número de graduados en matemáticas, ciencia y tecnología.

¹ Las siglas corresponden a los nombres de estos grupos en inglés, que es la lengua de trabajo más usada en sus reuniones. (MST: *maths, science and technology*; TTT: *Training teachers and trainers*; ICT: *Information and Communications Technologies*).

- Aumentar la proporción de mujeres, que es sólo entre el 20 y el 30% del total, según los países.

b) Factores/Áreas de acción

- Escuela: docentes, aspectos curriculares y extracurriculares, prácticas pedagógicas.
- Padres: aspectos familiares y sociales.
- Medios: TV, prensa, Internet.

c) Recomendaciones

- Considerar la educación a las matemáticas, la ciencia y la tecnología como un derecho de todos los niños.
- Mejorar los métodos y contenidos educativos.
- Mejorar el perfil profesional de los docentes.
- Prestar atención a necesidades específicas.
- Fomentar la colaboración de los sistemas educativos con la universidad y con la sociedad.

2.2. Grupo de trabajo TTT: Formación del profesorado

a) Objetivos

- Dar visibilidad política a nivel europeo al papel central de profesores y formadores en la sociedad del conocimiento. Los objetivos de Lisboa no podrán ser conseguidos si no existe un número suficiente de docentes de alto nivel profesional.
- Desarrollar una reflexión común sobre los aspectos prioritarios a mejorar en la formación de docentes, en particular:
 - Formación continua (aprendizaje a lo largo de la vida).
 - Sistemas de acreditación y de evaluación de calidad.
 - Cooperación entre la formación del profesorado y la investigación.
 - Participación en la toma de decisiones de todos los actores de los sistemas educativos y de formación profesional.

b) Recomendaciones

- Desarrollo del nivel profesional y social de la docencia.
- Papel esencial de la docencia en la sociedad del conocimiento.
- La docencia como educación superior; potenciar las relaciones entre Universidad y formación de formadores.
- Necesidad de incluir en los sistemas de formación del profesorado la formación continua para las competencias docentes.
- Desarrollo de un marco de referencia europeo y consolidación de la dimensión europea de la educación.

- La movilidad debería ser una parte integral de la formación de los docentes europeos.
- Identificación de indicadores cualitativos y cuantitativos de seguimiento.
- Formación inicial y continua, inversión pública y privada, grado de satisfacción de docentes y discentes.

2.3. Grupo de trabajo ICT: Accesibilidad a y uso de nuevas tecnologías

Este objetivo es un objetivo común, o transversal, de las conclusiones de Lisboa, y tiene diferentes acepciones según las áreas de actuación. Por ejemplo, se traduce como *alfabetización digital* (“digital literacy”, una expresión de difícil traducción a lenguas latinas), o *competencias digitales básicas* utilizando un marco conceptual similar al que define las competencias básicas en lectoescritura; se suele hablar de *eSkills* cuando se trata de competencias profesionales para las empresas; etc.

a) Objetivos

- Generalizar el uso de las TIC en la educación.
- Conexión a Internet y equipamiento informático de todas las escuelas (% escuelas con conexión de banda ancha; ratio suficiente alumnos/PC).
- Número suficiente de profesores formados en el uso pedagógico de Internet.
- Explotar el potencial de las TIC para la educación.
- Desarrollo pedagógico y metodológico.
- Promoción de nuevos contenidos y servicios educativos.
- Análisis reflexivo y crítico de los resultados.

b) Recomendaciones

- Ligar los objetivos en materia de TIC a los objetivos a largo plazo de los sistemas de educación.
- Desarrollar nuevos servicios que respondan a las necesidades de los actores de la educación.
- Formar a los actores de la educación en la gestión del cambio.
- Desarrollar la evaluación, medir resultados, crear relaciones entre práctica e investigación.

2.4 Grupos de trabajo MST-TT-ICT: Objetivos comunes

Es interesante constatar que los tres grupos de trabajo tienen algunos objetivos comunes, así como un enfoque similar para la puesta en obra de sus recomendaciones operativas, que son las siguientes:

- Preparar el terreno para una posible acción común a nivel europeo en algunos elementos clave como una definición común de ciencia y de tecnología, algunos indicadores relevantes en el área de matemáticas, ciencia y tecnología, y en criterios para la identificación de buenas prácticas.
- Facilitar una visión de conjunto de la enseñanza de matemáticas, ciencia y tecnología en los distintos sistemas de educación de los Estados miembros.
- Compilación y disseminación de información sobre problemas y oportunidades de la educación científica y técnica en Europa.
- Análisis comparativo de la situación en los Estados Miembros, basada en información cualitativa y en la información cuantitativa existente.
- Identificación y presentación de algunos ejemplos que puedan ser propuestos como posibles modelos en Europa.
- Formulación y presentación de conclusiones y de recomendaciones para la toma de futuras decisiones políticas en este área.

2.5. Grupos de trabajo MST- ICT-TT: Conclusiones comunes

a) Problemas y oportunidades principales

- Falta de interés en matemáticas y tecnología; percepción por los alumnos como materias difíciles y reservadas a opciones profesionales académicas.
- Formación inicial inadecuada de los docentes.
- Problemas socio-culturales: género, alumnos de medios desfavorecidos, percepción social.
- Bajo rendimiento europeo en TIMMS y PISA.
- Correlación entre desarrollo socioeconómico, número de estudiantes en MST, integración social de las TIC.
- Importancia de los medios de comunicación.

b) Necesidad de actuar sobre el desarrollo pedagógico y curricular

- Propuesta de modelos pedagógicos orientados a la autonomía y a la creación de una actitud de aprendizaje a lo largo de la vida.
- Enfoque constructivista del proceso de aprendizaje.

- Asignación de más tiempo al aprendizaje, tanto del profesor como del alumno.
- Desarrollo de enfoques y métodos interdisciplinarios.
- Mejorar el estatus de las TIC como área curricular y como herramienta transdisciplinar.

c) Fomento de nuevos contenidos y servicios

- Importancia de los servicios de apoyo al profesorado.
- Promoción de soportes pedagógicos creativos y adictivos.
- Investigación basada en los aspectos cognitivos.
- Atención a distintos modos y estilos de aprendizaje.
- Colaboración de equipos interdisciplinarios en el diseño de materiales pedagógicos.
- Necesidad de ligar aspectos curriculares y extracurriculares; aprendizaje formal e informal.

d) Invertir en los sistemas de formación del profesorado

- La formación inicial y continua de los docentes y un esfuerzo de desarrollo metodológico y pedagógico son factores esenciales para aumentar la motivación de los alumnos a todos los niveles.
- Las iniciativas de éxito se basan en el conocimiento de las teorías sobre el aprendizaje y en la capacidad de conectar teoría y práctica, en situaciones contextualizadas de aprendizaje.
- Se necesitan, por tanto, “profesionales reflexivos”, capaces de combinar en el aula teoría e investigación. Esto requiere una sólida formación inicial disciplinar y pedagógica, y la posibilidad de desarrollarla a lo largo de la práctica profesional.
- Es necesario y urgente aumentar el número de docentes bien preparados en matemáticas, ciencia y tecnología.

e) Fomento de la cooperación con la universidad

La universidad puede ejercer un rol fundamental para:

- Aumentar la preparación y la confianza de los docentes mediante el desarrollo de mejores metodologías y materiales.
- Ayudar a los docentes en la introducción en el aula de nuevas pedagogías y a establecer las relaciones necesarias entre teoría y práctica.
- Estimular y apoyar la participación de los docentes en la investigación.
- Estimular a los alumnos más dotados vía escuelas de verano, participación en concursos y otros acontecimientos científicos...

- Desarrollar redes y otros sistemas de apoyo para las cuestiones de género.

f) Fomentar la colaboración entre educación e industria

- Fomentar relaciones de cooperación entre educación e industria.
- Introducir enfoques relevantes para el empleo del siglo XXI.
- Desarrollar actividades prácticas en contextos reales.
- Experimentar partenariados públicos-privados.
- Desarrollar una “alfabetización tecnológica” basada en la consideración del impacto de la tecnología en la sociedad.
- Usar la tecnología para el desarrollo de la creatividad; peso del empleo “creativo” como factor de competitividad europea.

g) Mayor atención a las necesidades específicas

- Atención a todos los tipos y capacidades de aprendizaje.
- Desarrollo de capacidades de razonamiento de alto nivel, sin dejar de asegurar el dominio de las capacidades básicas.
- Atención especial a las diferencias culturales, un aspecto hoy clave en muchas escuelas europeas.
- Atención especial a los colectivos desfavorecidos y marginales.
- Investigación y desarrollo de soluciones TIC para discapacitados físicos y para alumnos con problemas específicos de aprendizaje.
- Explotación de las TIC para diseñar itinerarios personalizados.

h) Aspectos de género

- La investigación hasta la fecha demuestra que no hay diferencias fundamentales entre las capacidades intelectuales de hombres y mujeres en matemáticas, ciencias y tecnología; la baja participación femenina debe atribuirse a factores sociales y culturales.
- La evidencia sugiere, no obstante, que las alumnas prefieren el reconocimiento mientras que los alumnos prefieren la competición y el éxito. Esto es un factor a tener en cuenta en matemáticas, dado el frecuente uso de competiciones.

3. GALERÍA DE BUENAS PRÁCTICAS EUROPEAS

A continuación se exponen una serie de ejemplos aportados por los Estados miembros por sus buenos resultados y su potencial “transferabilidad”. Esta “galería de buenas prácticas” presenta una gran diversidad de objetivos y acciones.

A pesar de la satisfacción general con sus resultados en los Estados miembros que las han presentado, conviene resaltar que estas prácticas se encuentran aún en un estado inicial de evaluación, y que es imposible extraer conclusiones definitivas. El gran peso de los factores socioculturales en todas ellas hace además difícil identificar con seguridad los factores reales del éxito.

Por último, es importante resaltar la imposibilidad de extraer conclusiones generales a nivel europeo. Lo que ha funcionado bien en un país o región puede ser inadecuado en otras circunstancias. Sin embargo, el análisis de buenas prácticas y de buenas políticas se decanta con claridad como uno de los mejores métodos de aprendizaje mutuo.

Los ejemplos seleccionados son los siguientes:

Alemania	SINUS: Mejora de la docencia de las matemáticas Lizz-yNet: un espacio de trabajo reservado a las alumnas.
Bulgaria	HSSI: Atracción de los mejores estudiantes a la ciencia y la técnica.
España	CAP: Mejora de la formación teórica y práctica de los docentes
Finlandia	LUMA: Cooperación con la universidad para la mejora de la formación de docentes y para atraerlos a la docencia de las matemáticas.
Francia	ESN (Espace Numérique des Savoirs): Ofrecer a los docentes acceso a una amplia gama de contenidos educativos de calidad y fomentar el desarrollo de contenidos digitales propios.
Holanda	Axis Foundation: Integración de la ciencia y la tecnología desde la escuela primaria; uso de la tecnología como soporte de aprendizaje y desarrollo de capacidades básicas.
Hungría	Sulinet: Un esfuerzo masivo y urgente de producción de contenidos.
Italia	Mosaico: Producción y distribución de contenidos usando la alta penetración de la televisión; posibilidad de emisión por demanda.
Portugal	Nónio: Mejora de la formación del profesorado y estímulo a la producción de contenidos digitales.
Reino Unido	National numeracy strategy: Una hora al día de matemáticas. CAD/CAM in schools: Una herramienta de futuro para el alumno.



Alemania: Proyecto SINUS

Instituto Leibniz de Educación de las Ciencias

- http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/blk_prog/blkstefr.htm
- Programa basado en una puesta en común de experiencia de docentes en matemáticas y de psicólogos de la educación
- Objetivos muy prácticos, enfoque preciso en las dificultades y problemas constatados. Por ejemplo:
 - Aprendiendo de los propios errores (conceptos de los alumnos)
 - Constatando progresos (refuerzo emocional)
 - Prestando atención a las diferencias alumnos/alumnas
- Participación de 180 escuelas en 15 Laender
- Impacto en Alemania: muy alto



Maruja Gutiérrez

29

28-08-2004



La colaboración entre docentes de las matemáticas y psicólogos educativos está dando excelentes resultados. La atención a los aspectos emocionales y al desarrollo de técnicas y actitudes de aprendizaje en los alumnos de forma personalizada y realista, explotando incluso los propios errores, está teniendo un impacto alto en Alemania.



Alemania: LizzyNet

Schulen ans Netz (Ministerio de Educación y DT)

- <http://www.lizzynet.de>
- Plataforma y comunidad en línea para alumnas y jóvenes: incentivo al uso de Internet
- Cursos y materiales educativos, para autoaprendizaje y para integración en cursos existentes
- Magazine abierto, con posibilidad de ayuda editorial
- Espacio para páginas personales, clubs y chats
- Promoción hacia alumnas de medios desfavorecidos
- Más de 40.000 participantes registrados



Maruja Gutiérrez

30

28-08-2004



La idea de un sitio Internet reservado a las alumnas puede parecer contraria a la práctica general de educación mixta en Europa. Sin embargo, las autoridades escolares consideran que su éxito prueba la necesidad de un enfoque diferente para las alumnas, y quizá en general, para grupos con dificultades específicas.



Reino Unido National Numeracy Strategy

" Department for Education and Skills

" <http://www.standards.dfes.gov.uk/numeracy/>

" Una hora diaria de matemáticas básicas, siguiendo un modelo muy estructurado: trabajo oral y cálculo mental; introducción de nuevos conceptos o operaciones; conclusiones del maestro.

" La evaluación de la etapa inicial (1999-2002) da resultados positivos: de un 58% se pasa a un 75% de alumnos (11 años) operando con soltura y correctamente

" La continuación del programa ha requerido una mejor definición de numeracy y una mejor formación de los docentes.

" Su extensión al entorno familiar será deseable



Maruja Gutiérrez

31

28-08-2004



Un concepto simple: dedicar una hora al día a las competencias de base en matemáticas ha tenido un éxito tal que se va a generalizar para las otras capacidades ("literacias") esenciales como la lectura y la escritura; está en discusión su aplicación a la formación en el uso de las TIC.



**Bulgaria
HSSI**

High School Students Institute of Mathematics

<http://hssi.cc.bas.bg/>

- " El Instituto fue fundado en celebración del Año Mundial de las Matemáticas 2000, con la misión de identificar a los estudiantes con capacidad de convertirse en los futuros líderes científicos
- " Presentación de trabajos de los alumnos en la conferencia del Instituto de Matemáticas
- " Conferencia anual para estudiantes
- " Escuela de verano de tres semanas
- " Participación en competiciones y olimpiadas matemáticas nacionales e internacionales



Maruja Gutiérrez

32

28-08-2004



Este proyecto refleja el elevado grado de atención a la formación en matemáticas y en ciencias tradicional en los países del Centro y Este de Europa. La identificación y el estímulo de los estudiantes más capacitados en estas materias llega, por ejemplo, a invitarles a participar en las actividades del Instituto de Matemáticas.



**Finlandia
LUMA**

http://www.minedu.fi/maec/education/luma/intermediate_report/projects/ifekong.html

- " Programa nacional para la enseñanza de ciencia y tecnología; objetivos cualitativos y cuantitativos; corrección de desequilibrios
- " Colaboración Universidad - Escuela / Prioridad a las matemáticas en la selección de candidatos a la docencia; Producción de materiales pedagógicos para docentes de matemáticas
- " Un ejemplo concreto: Universidad de Oulu, Departamento de Matemáticas: Comunidad de aprendizaje de Ciencia y Matemáticas.
- " Clubs de matemáticas y escuelas de verano para la escuela primaria; promoción de la docencia en las docencias secundarias; apoyo de los docentes en formación a los alumnos con dificultades
- " Resultados excelentes en TIMMS y PISA



Maruja Gutiérrez

32

28-08-2004



Este proyecto forma parte de un programa nacional para la enseñanza de ciencia y de tecnología, y para atraer a estas disciplinas a docentes y a alumnos. Es un excelente ejemplo de cooperación entre escuela y universidad. Sus resultados han sido calificados de excelentes, y contribuyen al excelente nivel de Finlandia en encuestas internacionales como PISA.



**Holanda
Axis Foundation**

- " <http://www.platform-axis.nl/>
- " Integración de la ciencia y la tecnología en el currículum de la enseñanza primaria
- " Se basa en la colaboración entre las escuelas y los institutos de formación del profesorado
- " Enfoque holístico y pluridisciplinar; la tecnología facilita la adquisición de competencias básicas
- " Marco conceptual nacional; autonomía escolar
- " Buenos resultados: los alumnos interesados en la tecnología a pasaron del 12% al 23%




Maruja Gutiérrez

34

28-08-2004





Un esfuerzo nacional por mejorar la calidad de la formación de docentes y de alumnos en ciencia y tecnología. Un aspecto interesante es el uso de la tecnología para facilitar la adquisición de competencias básicas.




Reino Unido
CAD/CAM en la escuela

" <http://www.cadinschools.org/home/>

- " Respuesta a necesidades industriales: suministro de CAD/CAM a todas las escuelas secundarias y a los institutos de formación inicial del profesorado
- " Desarrollo de métodos educativos más adecuados tanto para el enseñanza como para el futuro laboral de los alumnos
- " La evaluación muestra que el interés de los alumnos y su rendimiento han aumentado considerablemente
- " Un popular concurso (PPP) de diseño y carreras de coches de carácter lúdico es una buena demostración de las posibilidades de cooperación escolar con la industria

 Maruja Gutiérrez 34 28-08-2004 



El enfoque de esta acción es algo atípico. Se basa en la consideración de aspectos prácticos. Las técnicas de CAD/CAM son cada vez más importantes en muchas profesiones, del diseño a las diversas ingenierías. Los alumnos son conscientes de esta importancia, y han reaccionado muy positivamente.




España: CAP

" http://www.ice.ucm.es/html/cap_2003_2004.htm

- " Curso de Aptitud Pedagógica para la formación de profesores de ciencias
- " Cooperación entre los departamentos universitarios y docentes de enseñanza secundaria, que actúan como mentores de los docentes en formación
- " El objetivo es combinar las teorías pedagógicas con la práctica en el aula, favoreciendo una docencia reflexiva, facilitada por el uso de diarios de clase y la grabación en vídeo de las prácticas
- " La evaluación concluye en un alto aprecio del curso por los estudiantes-docentes, con un impacto directo en la mejora de la motivación de sus alumnos

 Maruja Gutiérrez 36 28-08-2004 



El Curso de Aptitud Pedagógica para la formación de profesores de ciencias tiene como método combinar la teoría pedagógica con la práctica en el aula. Los aspectos de evaluación están bien desarrollados.




Hungría: Sulinet

" <http://www.sulinet.hu>

- " Programa nacional de TIC en la escuela, lanzado en 1996
- " En 2003 se lanza un esfuerzo masivo de desarrollo de contenidos, con una prioridad a ciencias y matemáticas
- " Hay además una batería de iniciativas destinadas a aumentar la popularidad de las matemáticas entre los alumnos.
- " Por ejemplo, una revista de matemáticas para los niños de 9-14 años ha pasado de 1200 a 4000 suscriptores en 10 años
- " Un aspecto interesante es el desarrollo de muchas de estas iniciativas matemáticas en húngaro, inglés y alemán

 Maruja Gutiérrez 36 28-08-2004 

Sulinet es un programa intensivo de desarrollo de contenidos digitales para la escuela. El objetivo es disponer de una base suficiente en todas las materias tanto en enseñanza primaria como en secundaria en cinco años. Este esfuerzo inicial debería al mismo tiempo estimular la creación de empresas y servicios de producción de contenidos digitales.





France: ENS


" Espace Num rique des Savoires

" <http://www.educnet.education.fr/ENS/>

- " Acceso libre para uso académico a recursos en línea de calidad
- " Prioridad a contenidos en las principales áreas de conocimiento
- " Promoción de la cooperación internacional: acceso a otras instituciones académicas en Europa y en el mundo
- " Primera fase en test por un panel de 1.500 instituciones que se han ofrecido voluntariamente para ello. Entre ellas figuran 130 IUFM (Institutos de Formación del Profesorado) y 170 centros de recursos pedagógicos


Maruja Gutiérrez
36
28-08-2004




El Espacio Nacional del Conocimiento busca poner a disposición de los docentes una amplia gama de recursos educativos, tanto del sector público como del privado; actuar como un catalizador y un apoyo para las empresas que se dedican a la creación de contenidos digitales; y fomentar la cooperación internacional en este tema.



Portugal: Nonio XXI

" <http://www.nonioxxi.pt>

- " Un programa nacional para el uso educativo de las TIC, para la modernización del sistema educativo, la mejora de las condiciones escolares y de los resultados educativos
- " Contribuir a la formación inicial y continua del profesorado
- " Creación y desarrollo de recursos educativos de calidad; desarrollo del mercado nacional de software educativo
- " Acciones de comunicación y de estímulo para docentes y para alumnos
- " Difusión de información y cooperación internacional


Maruja Gutiérrez
36
28-08-2004


Nonio XXI es uno de los programas de fomento del uso de las TIC en la educación con más solera en la Unión Europea. Su objetivo es contribuir a la formación del profesorado y estimular la creación de un mercado nacional de contenidos digitales educativos.





Italia: Mosaico

- una mediateca per le scuole
- <http://www.mosaico.rai.it>
- Colaboración televisión pública-escuela: una inversión muy fuerte del Ministerio para equipar las escuelas y de la RAI para la producción de contenidos
- Un servicio vía satélite, accesible para todas las escuelas, que puede ser integrado en cursos e-learning
- Una amplia colección de recursos pedagógicos de calidad
- Posibilidad de solicitar retransmisión de títulos concretos
- Un gran éxito: dos canales activos 24 horas: dos más previstos


Maruja Gutiérrez
36
28-08-2004


RAI Educational, la división de educación de la RAI, ha combinado con éxito las TICE y la penetración de la televisión para ofrecer a los docentes una mediateca educativa muy completa, y con productos de gran calidad. El éxito ha sido inmediato; en este momento hay dos canales transmitiendo 24 horas, con posibilidad de solicitar la emisión de títulos concretos.

4. USOS MATEMÁTICOS DE INTERNET Y UE: UNA VISIÓN DE CONJUNTO

Si bien el interés político del proceso de cooperación iniciado en Lisboa es muy alto, sería erróneo suponer que es este impulso político el factor fundamental a tener en cuenta en este seminario. El apoyo comunitario a la ciencia y a la investigación tiene también su origen en los tratados de creación de la Unión Europea, y la inversión en ciencia y tecnología, a través de los Programas Marco de Investigación y Desarrollo, de los que el sexto está ahora en curso, es una de las más altas en los presupuestos de la Unión.

La Comisión Europea ha sido asimismo pionera en el fomento de las tecnologías de la información y de la comunicación. El Plan de Acción Global eEuropa 2002, presentado al Consejo de Lisboa, y aprobado poco después, tiene como objetivo principal conseguir las condiciones apropiadas para una rápida integración del uso de dichas tecnologías tanto en la economía y en la industria como en el gobierno y la administración pública, a través de una serie de propuestas ambiciosas, y de una mayor y mejor coordinación de los programas e instrumentos comunitarios que inciden en este uso. El éxito de este plan motivó su continuación en un nuevo plan, eEuropa 2005, en el que las acciones se centran en tres objetivos clave: la educación (*eLearning*); la sanidad (*eHealth*) y el gobierno (*eGovernment*). Estos tres sectores son considerados prioritarios para realizar el modelo europeo de sociedad del conocimiento.

Para el tema de usos matemáticos de Internet en la educación, podemos identificar tres áreas convergentes de trabajo comunitario, que operan a través de tres fuentes principales de financiación:

- Programas Marco de Investigación y Desarrollo y programas asociados.
- Programas de Educación: Sócrates (Comenius y Minerva), *eLearning*.
- Fondos estructurales: acciones innovativas.

Programas Marco de Investigación y programas asociados

Dentro del **5 Programa Marco**, el programa **IST (Tecnologías de la Sociedad de la Información)** disponía de una línea específica Multimedia para la Educación y la Formación (Key Action 3), que ha desarrollado una serie muy interesante de proyectos de investigación a través de la convocatoria especial “**Escuelas del mañana**”. Otros proyectos educativos han sido fi-

nanciados a través de sus líneas generales de investigación. Estos proyectos se centran sobre todo en los aspectos tecnológicos de las herramientas y servicios informáticos para la educación. Por ejemplo, en el diseño de aulas virtuales.

La línea de investigación socioeconómica ha producido algunos estudios e informes sobre el uso de las TIC en la educación, y, más recientemente, algunos estudios sobre *eLearning*.

eEuropa2002 generalizó el uso de indicadores y *benchmarking*, concentrado en la provisión de equipamiento e infraestructuras de base. A pesar del probado efecto de este plan en la conexión de las escuelas europeas a Internet, este enfoque ha sido también justamente criticado por muchos educadores porque los indicadores que miden esta conectividad (% de escuelas conectadas, ratio alumnos/PC) no son significativos desde el punto de vista cualitativo, y pueden desviar la atención del verdadero objetivo que es la mejora de la calidad y de la accesibilidad de la educación. Más allá de las infraestructuras, *eLearning*, la componente educativa de eEuropa ha tenido una acogida excelente y un desarrollo muy superior al esperado, y se ha convertido en un programa independiente.

Otros programas asociados a la investigación y el desarrollo que han financiado proyectos piloto educativos son:

eTEN, para fomentar la generalización del uso de las TIC, vía la financiación de estudios de viabilidad; de estudios de mercado; de tests a gran escala; y de medidas similares que puedan favorecer el desarrollo y la diseminación de productos y servicios *eLearning* europeos.

eContent, con un objetivo similar de fomentar la producción y la diseminación de contenidos digitales europeos, y con un énfasis especial en la información del sector público y en los temas relacionados con el multilingüismo. *eContent* ha sido otro programa con éxito, y el año que viene verá la puesta en marcha de su segunda fase, *eContentPlus*.

A continuación se presenta una selección de proyectos financiados por los programas de investigación y desarrollo.



WebLabs: New representational infrastructures for e-learning

IST Educación y Formación Escuelas del mañana

" <http://www.weblabs.eu.com/>

- " WebLabs se propone crear nuevas formas de representación y de expresión del conocimiento científico y matemático para comunidades europeas de alumnos (10-14 years).
- " El énfasis está en la colaboración. El objetivo del proyecto es hacer de Internet un medio en el que los estudiantes europeos construyan y critiquen juntos sus conocimientos y sus métodos de trabajo
- " Tres áreas de conocimiento: meros, grandes meros, infinito; cinemática y dinámica; sistemas complejos



Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



WebLabs es un proyecto que está dando buenos resultados prácticos. Su objetivo es facilitar el trabajo en colaboración via Internet de alumnos de 10 a 14 años. Su primera fase se centra en temas matemáticos.



Euler Take-Up

IST Acceso a contenidos científicos y culturales

<http://www.emis.de/projects/EULER/takeup/>

- Medida de acompañamiento para la creación de una biblioteca virtual de matemáticas (puras y aplicadas) de alta calidad basada en Europa ofreciendo una cobertura total de la literatura matemática mundial y una tecnología de punta para su uso.
- Euler intenta mejorar, sin ánimo de lucro, la disseminación y el intercambio de información de la comunidad matemática
- El servicio estará abierto a la cooperación con proveedores comerciales de información (editores, librerías) en Europa.



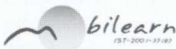
Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



El proyecto EULER es una "medida de acompañamiento" para la creación de una biblioteca virtual matemática europea.



Mobilearn

IST Technology Enhanced Learning

- **Alas para el e-learning**
- <http://www.mobilearn.org>
- Nuevos modos de satisfacer las necesidades de los que quieren aprender algo, solos o con otros, en clase o en cualquier lugar
- Una nueva arquitectura "m-learning" para la creación, la organización y la distribución de contenidos usando tecnologías de punta
- Alata conectividad y funcionalidad ¿un nuevo SMS?




Maruja Gutiérrez

36



28-08-2004




Mobilearn es un proyecto ambicioso, con un partenariado muy amplio, en el que hay profesores, editores, operadores de telecomunicaciones, y laboratorios de investigación. Su objetivo es desarrollar las bases para nuevos servicios y recursos educativos usando tecnologías de punta.

eContent



- **Sociedad para el progreso de juegos y simulaciones para la educación y la formación**
- <http://www.simulations.co.uk/sagsel>
- Fomentando un estilo de aprendizaje activo en todos los niveles de la educación, y para el aprendizaje a lo largo de la vida
- Materiales atractivos, desarrollados desde un punto de vista pluridisciplinar, para explorar la complejidad y la relaciones del aprendizaje con la vida real

Maruja Gutiérrez3628-08-2004


Este proyecto es una “medida de acompañamiento” para facilitar las redes europeas; en este caso una sociedad para el progreso de juegos y simulaciones para la educación y la formación.

Oscar
eContent

- **Colaboración entre PME de la creatividad**
- <http://www.oscar-econtent.org/>
- **Creación, localización y comercialización de contenidos educativos multilingües en Internet**
- **Consortio de cuatro compañías que actuarán como proveedor europeo de contenidos de alta calidad para la educación**
- **Atención a aspectos prácticos y legales, como, por ejemplo, gestión de los derechos de autor**



Maruja Gutiérrez3628-08-2004

El proyecto Oscar tiene varios aspectos muy interesantes, que reflejan bien la situación europea: está dirigido por cuatro PYMES, que cooperarán en la creación y comercialización de contenidos digitales multilingües, y en la gestión de aspectos legales, como los derechos de autor.

BSOLE
eTEN

Competencias básicas para adultos
<http://www.bsole.com>

- Estudio de mercado sobre la demanda de material de asesoramiento y aprendizaje para adultos en capacidades básicas (alfabetización numérica y textual) y la posibilidad de desarrollar contenidos en tres o más idiomas
- Producir, traducir y localizar material educativo para adultos en varios idiomas, y realizar estudios de mercado sobre su viabilidad (test en en, de, it, lv)

Maruja Gutiérrez3628-08-2004


BSOLE es un ejemplo de proyecto que ha llegado a un nivel de desarrollo en el que se plantea la viabilidad económica de la producción y distribución de material para la formación de adultos en varios idiomas.

Programas de educación y de formación profesional


El programa principal de educación es **Sócrates**, y dentro de él dos acciones en particular, **Comenius** (enseñanza escolar) y **Minerva** (nuevas tecnologías y educación a distancia) han financiado proyectos piloto para el desarrollo de nuevos métodos de docencia y de cooperación escolar, así como redes europeas.

Leonardo da Vinci, el programa europeo para la formación profesional, ha prestado desde su creación mucha atención a la innovación tecnológica. Aproximadamente 30% de sus proyectos son proyectos *eLearning*.



Finalmente, *eLearning*, un nuevo programa “post-Lisboa”, se centra por completo en la generalización del uso de nuevas tecnologías en la educación, financiando proyectos piloto, proyectos de intercambio de experiencia, y el portal *eLearning*.




MMKB
Minerva



- **Matemáticas en siete idiomas**
- Multilingual Mathematics Context Help = Mathematics Thesaurus On Line
- <http://thesaurus.math.org>
- Definiciones breves de términos matemáticos en siete idiomas (español en preparación)
- Más ambicioso que un thesaurus clásico: uso de los términos en un contexto amplio; relaciones con otros términos; navegación por gráficos de conceptos
- M-button: facilidad de uso




Maruja Gutiérrez
36
28-08-2004


Si un thesaurus es una herramienta muy valiosa en general; para el trabajo en contextos multilingües su valor se multiplica varias veces. El thesaurus MMKB presta además una atención especial a la facilidad de uso, por ejemplo, con el M-Button que lo mantiene accesible en todo momento con un simple clic.



Xmath
Minerva

- **Hablando de matemáticas en Internet**
- Coordinador: Hogskolen i Buskerud
- Part. Univ. Pontificia de Comillas, Madrid
- <http://www.xmath.org/>
- Demostración y evaluación de tecnología de punta para la descripción de matemáticas en Internet mediante el diseño de un curso de 12 módulos
- XML: Posibilidad de uso de símbolos matemáticos
- Atención a aspectos pedagógicos y de comunicación (“The Course Café”)


Maruja Gutiérrez
36
28-08-2004


Xmath utiliza XML para resolver las dificultades de manejar los símbolos matemáticos usando programas habituales de productividad personal. Este proyecto presta mucha atención a los aspectos de comunicación.

ME2 – Maths Europe Encyclopedia Minerva

- Coord: Les Editions du Kangourou
- Creación de una base de datos en Internet para la enseñanza de las matemáticas, y para motivar su práctica por medio de experimentos, juegos y problemas (10.000 recursos previstos)
- Esta base de datos será creada y dirigida por una red internacional de expertos
- Partenariado de base muy amplio, basado en una red que promueve el estudio de las matemáticas en escuelas y universidades
- Para docentes, estudiantes y alumnos, y en particular para aquellos que no pueden atender cursos tradicionales



Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



Las Editions du Kangourou son una iniciativa francesa con una gran experiencia y entusiasmo para hacer las matemáticas agradables e interesantes para los jóvenes. Este proyecto se propone extender el trabajo de Kangourou mediante una red de cooperación internacional



Molecool Minerva

- " **Jugando en Internet**
- " Coordinador: NCER, Noruega
- " <http://www.molekulit.no/euro/index.html>
- " Un juego multi-usuario en Internet para despertar el interés por la química, y por las ciencias en general
- " Diseño pedagógico desarrollado por profesionales de juegos de ordenador
- " Desarrollo de la versión europea: Noruega, Dinamarca, Portugal



Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



Molecool es un juego para despertar el interés por la química. Es una iniciativa noruega que a través de Minerva ofrece una versión multiusuario y multilingüe. Es de destacar su gran calidad gráfica (el diseño fue confiado a profesionales de los juegos de ordenador) y su buen tratamiento de los textos, que pueden ser traducidos muy fácilmente.

EMTISM

Comenius

- **Empowering Mathematics Teachers for the Improvement of School Mathematics**
- Charles University, Prague, Universidad de Derby, UK, Holmesskolan Torsby (escuela primaria), Suecia
- www.pdf.cuni.cz/kmdm/aktivty/socrates/emtism.htm
- Producción de un curso de alta calidad para la formación continua de docentes de matemáticas
- Sensibilización, motivación y mejora de la enseñanza de las matemáticas
- Producción y disseminación en tres idiomas (cz, en, sv)



Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



Una red europea para los profesores de matemáticas, en tres idiomas europeos, dos de los cuales son relativamente minoritarios (checo y sueco)

IDMAMIM**Comenius**

- **Enseñar matemáticas en un contexto multicultural**
- Coord: Universidad de Pisa
- Socios: Univ. de Granada / Univ. de Lisboa
- Ejemplo de cooperación escuela-universidad
- Desarrollo de un enfoque innovador para la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta los diferentes idiomas y culturas de los alumnos
- Productos previstos: CD-ROM y manual
- Ref: <http://thales.cica.es/xceam/comtalexp.htm>



Maruja Gutiérrez

36

28-08-2004



Un ejemplo de cooperación universidad-escuela, pensado para un contexto multicultural y multilingüe. Es uno de los raros proyectos en curso que se limita al uso de CD-ROM. Es de esperar que la rápida mejora de las condiciones de acceso le permitan hacer uso de Internet.

**cEVU
eLearning**

- **Enseñando a enseñar**
- Redes europeas de enseñanza superior
- www.cevu.org
- Promoción del uso de eLearning en la universidad y validación de modelos educativos
- Cooperación entre cinco redes establecidas y con amplia experiencia: EuroPace, EUNITE, ECIU, Grupo Coimbra, EUA
- Resultado: Manual de enseñanza colaborativa



Maruja Gutiérrez

55

28-08-2004



CEVU, la Universidad Virtual Cooperativa Europea, es uno de los primeros proyectos e-Learning. Su objetivo es explorar nuevas modalidades de cooperación basadas en técnicas virtuales. CEVU ha contado con la cooperación de cinco redes europeas bien establecidas y con una amplia experiencia.

**U-Learn
eLearning**

- **Comunidad de docentes pioneros**
- Istituto Tecnologie Didattiche, Italia
- <http://www.u-learn.it>
- Hacia un syllabus de tecnología didáctica: llegar a una comprensión común de las competencias necesarias para ser un maestro innovador
- Cinco países (IT, DK, ES, NL, UK) han desarrollado servicios de apoyo para estimular la creación de comunidades de e-learning




Maruja Gutiérrez

55

28-08-2004





El concepto de base de U-Learn es muy atractivo. Se trata de facilitar el debate y el intercambio de experiencias entre "docentes pioneros" para llegar a comprender mejor las competencias necesarias para ser un maestro innovador y para fomentar comunidades "pioneras" de e-learning.



european quality observatory

EQO
eLearning

- **Observatorio europeo de la calidad**
Universidad de Duisburg, Alemania
- www.eqo.info
- Marco europeo para la calidad en e-learning
- Cooperación entre escuela, universidad, e investigación
- Inventario abierto de buenas prácticas y de métodos de evaluación de la calidad
- Portal europeo para la calidad




Maruja Gutiérrez
55
28-08-2004


EQO, el Observatorio Europeo de la Calidad ha realizado un inventario abierto de prácticas, métodos y normas de evaluación de la calidad de herramientas y servicios e-learning en la forma de un portal europeo de la calidad. Este proyecto ha tenido mucho éxito, y parece tener buenas perspectivas de sostenibilidad.



Eudoxos
eLearning

- **Compartiendo un microscopio electrónico**
- Escuela Ellinogermaniki, Atenas
- <http://www3.ellinogermaniki.gr/ep/eudoxos/html>
- El uso a distancia y compartido de recursos pedagógicos de alta calidad y coste es uno de los aspectos más interesantes de las TIC
- Este proyecto busca interesar a los alumnos y desarrollar una enseñanza científica interdisciplinar


Maruja Gutiérrez
58
28-08-2004


Este proyecto presenta dos aspectos de gran interés: el acceso compartido via Internet a recursos educativos caros o escasos, y el trabajo colaborativo en temas muy especializados.

5. PERSPECTIVAS PARA E-LEARNING EN LA UNIÓN EUROPEA

El desarrollo político de *e-Learning* a corto plazo se llevará a cabo en el contexto del programa *e-Learning*, y de Europa. A medio plazo, en el contexto del proceso “Educación y Formación 2010”, principalmente a través del grupo de trabajo ICT, pero también a través de los informes periódicos al Consejo Europeo. Es de esperar que, pasada la “euforia Internetica” de los primeros años de la década del 2000, este desarrollo se focalizará más en los aspectos cualitativos y estructurales de los sistemas de educación que pueden ser mejorados o ampliados por el uso de las nuevas tecnologías.

En cuanto a los aspectos operativos, la propuesta del nuevo “Programa Integrado de aprendizaje a lo largo de la vida 2007-2013” contiene una línea

transversal de innovación y nuevas tecnologías, orientada ya en las líneas cualitativas mencionadas.

Hasta su finalización en 2006, los programas Sócrates y Leonardo de Vinci seguirán financiando proyectos piloto similares a los presentados como ejemplo, en particular a través de la acción Sócrates-Minerva. Pero a nivel de proyectos y de redes europeas, es el programa *e-Learning* el encargado de seguir y analizar la evolución del eLearning en Europa, con vistas al mejor diseño posible de los modos de intervención del nuevo programa integrado.

Con este mismo fin se han contratado varios estudios estratégicos (sobre *e-Learning* en las PYME; *e-Learning* para la formación profesional; nuevos entornos educativos; nuevos modelos de universidades virtuales y de movilidad virtual; mercado europeo del *e-Learning*) y se va a potenciar el portal *e-Learning* www.elearningeuropa.info que se ha revelado como una buena plataforma de contacto y de diseminación de información.

6. LA ACCIÓN *E-TWINNING* DEL PROGRAMA *E-LEARNING*

La acción de hermanamiento de escuelas que es la acción principal (un 45% del presupuesto) del programa *e-Learning* representa una forma nueva de ejecutar un programa, basada en una cooperación estrecha y bien estructurada entre la Comisión Europea y los Estados Miembros de la UE; sin financiación directa a los participantes; basada en redes de apoyo personal a los docentes y en facilitar el intercambio de buenas prácticas y de recursos públicos; y con una dimensión importante de comunicación y de estímulo profesional.

El objetivo (ambicioso) de esta iniciativa es doble:

- Probar que las nuevas tecnologías permiten el desarrollo de proyectos de cooperación escolar de manera simple, que puede ser incorporada en la práctica cotidiana.
- Contribuir al desarrollo de la dimensión europea de la educación. La hipótesis de trabajo es que esta cooperación con centros escolares de otros países, en otros idiomas, facilitará la interiorización de la dimensión europea tanto a los docentes como a los alumnos.

La acción *e-Twinning* empezará durante el curso 2004-2005, con una gran conferencia europea para docentes (se barajan las cifras de aproximada-

mente 400 participantes) el 15-16 de enero del 2005, en la que se abrirá formalmente el portal *e-Twinning*.

7. ALGUNAS CONCLUSIONES SOBRE MATEMÁTICAS, INTERNET Y LA DIMENSIÓN EUROPEA DE LA EDUCACIÓN

Las matemáticas son iguales en todos los países y deberían ser un campo privilegiado de cooperación escolar europea, pero esta similaridad parece por el contrario dificultar el establecimiento de contactos sociales entre alumnos (un profesor nos decía que la discusión sobre temas sociales es inagotable, pero sobre temas matemáticos esto sólo se produce para alumnos especialmente dotados en esta disciplina)

Es posible que la necesidad de un nivel de razonamiento y por tanto de lenguaje superior (cf. normas Escuela Europea: matemáticas, lengua y filosofía en lengua materna) dificulte el desarrollo de proyectos de cooperación internacional en temas matemáticos.

Existe una fuerte tradición competitiva (concursos y olimpiadas matemáticas), y una buena “oferta” pedagógica en este sentido, que puede obviar el recurso a otros tipos de proyectos colaborativos.

En cualquier caso, la necesidad de crear interés por las matemáticas y de evitar una actitud negativa personal y social es un objetivo común europeo.

8. ALGUNAS CONCLUSIONES SOBRE LA DIMENSIÓN EUROPEA DE LA EDUCACIÓN

No parecen existir buenas prácticas universales, ni siquiera europeas, pero hay acuerdo sobre la utilidad del intercambio de buenas prácticas, que es reconocido como uno de los mejores métodos de aprendizaje y desarrollo profesional.

La dimensión europea e internacional es un factor muy fuerte de motivación política y social. Por ejemplo, la difusión de los resultados del estudio PISA 2000 tuvo un impacto muy fuerte a nivel europeo, y ha influido mucho en la decisión de llevar a cabo reformas educativas en varios países europeos.

Internet y los recursos y servicios multimedia pueden ser un recurso clave para desarrollar la dimensión europea, facilitando la cooperación entre

los centros e instituciones y profesionales de la educación (por ejemplo, la acción *e-Twinning* de hermanamiento escolar via Internet del programa *e-Learning*) y el intercambio de buenas prácticas (por ejemplo, sitios Internet de los proyectos citados; portal *e-Learning*).

Por último, una conclusión importante. Europa se precia justamente de su diversidad cultural, que es un hecho diferencial y enriquecedor. Los contextos y sistemas educativos de los diferentes países son muy diversos, y está fuera de cuestión el intentar diseñar medidas o soluciones únicas a nivel europeo. Sin embargo, un marco de referencia europeo para la enseñanza obligatoria en un contexto de aprendizaje a lo largo de la vida puede ser muy útil para aunar experiencias, para facilitar la movilidad a escala europea que es una realidad para un número creciente de jóvenes, y que va haciéndose cada vez más frecuente en temas profesionales. Este marco de referencia europeo debe incluir junto a las competencias básicas tradicionales (lectura, escritura, matemáticas) las nuevas competencias necesarias para la sociedad del conocimiento, entre las que ocupa un lugar importante la capacidad de usar de manera competente y crítica las tecnologías de la información y de la comunicación.

BIBLIOGRAFÍA

European Commission official documents, E-Learning studies.

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/studies_en.html

Digital Transformation. A framework for ICT literacy. A report from the ICT Literacy Panel. Educational Testing Service 2002. Princeton, NJ. [EN]

<http://www.ets.org/research/ictliteracy/ictreport.pdf>

eEurope 2005 Mid-term Review. Communication from the Commission to the Council, the European Parliament, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions. COM(2004) 108 final. Brussels, 18.2.2004 [EN].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2005/doc/all_about/acte_en_version_finale.pdf

Decision No 2318/2003/EC of the European Parliament and of the Council of 5 December 2003 adopting a multiannual programme (2004 to 2006) for the effective integration of information and communication technologies (ICT) in education and training systems in Europe (eLearning Programme) Official Journal of the European Union L 345/9. 31.12.2003 [EN].

http://europa.eu.int/eur-lex/pri/en/oj/dat/2003/l_345/l_34520031231en00090016.pdf

[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV]

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/doc_en.html

“Education & Training 2010” The success of the Lisbon strategy hinges on urgent reforms. Draft joint interim report on the implementation of the detailed work programme on the follow-up of the objectives of education and training systems in Europe. COM(2003) 685 final. Brussels, 11.11.03 [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/policies/2010/doc/jir_council_final.pdf

[DA, DE, FR, ES, IT, NL, PT, FI, SV].

http://europa.eu.int/comm/education/policies/2010/et_2010_en.html

eLearning: Designing Tomorrow's Education. A Mid-Term Report. Commission staff working paper. SEC (2003) 905 Brussels, 30.7.2003 [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/doc/mid_term_report_en.pdf

Amended proposal for a decision of the European Parliament and of the Council adopting a multi-annual programme (2004-2006) for the effective integration of Information and Communication Technologies (ICT) in edu-

ation and training systems in Europe (eLearning Programme) COM(2003) 245 final 2002/0303 (COD) Brussels, 29.4.2003 [EN].

http://europa.eu.int/eur-lex/en/com/pdf/2003/com2003_0245en01.pdf

Proposal for a decision of the European Parliament and of the Council adopting a multiannual programme (2004-2006) for the effective integration of Information and Communication Technologies (ICT) in education and training systems in Europe (eLearning Programme) COM(2002) 751 final 2002/0303 (COD) Brusells, 19.12.2002 [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/doc/dec_en.pdf
[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV].

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/doc_en.html

eEurope 2005: Benchmarking Indicators. Communication from the Commission to the Council and the European Parliament. COM(2002) 655 final. Brussels, 21.11.2002. [EN].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/news_library/documents/benchmarking05_en.pdf
[DE, EN, FR].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/news_library/documents/index_en.htm

"The Copenhagen Declaration" Declaration of the European Ministers of Vocational Education and Training, and the European Commission, convened in Copenhagen on 29 and 30 November 2002, on enhanced European cooperation in vocational education and training. [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/copenhagen/copenhahagen_declaration_en.pdf

eEurope 2005: An information society for all. An Action Plan to be presented in view of the Sevilla European Council, 21/22 June 2002. Communication from the Commission to the Council, the European Parliament, the Economic and Social Committee and the Committee of the Regions. COM(2002) 263 final. Brusells, 28.05.2002 [EN].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/news_library/documents/eeurope2005/eeurope2005_en.pdf
[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV]

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2005/all_about/action_plan/index_en.htm

eLearning: Designing Tomorrow's Education. Interim report. Commission Staff Working Paper. SEC (2001) 236. Brussels, 21.2.2002 [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/sec_2002_236_en.pdf

[ES, DE, FR, IT]

http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/doc_en.html

Making a European area of lifelong learning a reality. Communication from the Commission. COM(2001) 678 final. Brussels, 21.11.2001. [EN].

http://europa.eu.int/comm/education/policies/lll/life/communication/com_en.pdf

[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV].

<http://elearningeuropa.info/ecb.php?lng=4&lng=4&sid=39675fd5c0d6ea7e8472fdffe3ae60e1>

The concrete future objectives of education systems. Report from the Commission. COM(2001) 59 final. Brussels, 31.01.2001.[EN].

<http://europa.eu.int/comm/education/doc/official/keydoc/com2001/com2001-059en.pdf>

[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV].

<http://elearningeuropa.info/ecb.php?lng=1&sid=39675fd5c0d6ea7e8472fdffe3ae60e1>

eEurope 2002. An Information Society For All. Action Plan. Prepared by the Council and the European Commission for the Feira European Council 19-20 June 2000. Brussels, 14.6.2000 [EN].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/action_plan/pdf/actionplan_en.pdf

e-Learning - Designing tomorrow's education. Communication from the Commission. COM(2000) 318 final. Brusells, 25.5.2000 [EN].

<http://europa.eu.int/comm/education/programmes/elearning/comen.pdf>

Lisbon European Council. Presidency conclusions. Lisbon, 23 and 24 march 2000.[EN]

<http://ue.eu.int/newsroom/LoadDoc.asp?MAX=1&BID=76&DID=60917&LANG=1>

eEurope: An Information Society For All. Communication on a Commission Initiative for the Special European Council of Lisbon, 23 and 24 March 2000. [EN].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/news_library/pdf_files/english.pdf

[DA, DE, FR, ES, EN, IT, NL, PT, FI, SV].

http://europa.eu.int/information_society/eeurope/2002/news_library/documents/index_en.htm

The Bologna Declaration on the European space for higher education: an explanation. This document was prepared by the Confederation of EU Rectors' Conferences and the Association of European Universities (CRE).

Includes the Joint declaration of the European Ministers of Education convened in Bologna on the 19th of June 1999. [EN].

<http://europa.eu.int/comm/education/policies/educ/bologna/bologna.pdf>

BLOCK, D. *Globalization, Transnational Communication and the Internet*. International Journal on Multicultural Societies (IJMS). Vol.6, No.1. UNESCO. 2004. [EN].

http://portal.unesco.org/shs/en/file_download.php/5f024ead56140ce1039b49f65c77048aIJMS_6-1_Block.pdf

CARBO, T. (1997) *Mediacy: knowledge and skills to navigate the information superhighway*. Proceedings of infoethics Conference, Monte Carlo, 10-12 March 1997. Paris, UNESCO. 1997.[EN].

<http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror2/unesco/www.unesco.org/webworld/infoethics/speech/carbo.htm>

DUTTA, Soumitra, LANVIN, Bruno and PAUA, Fiona. *The Global Information Technology Report 2003-2004 Towards an Equitable Information Society*. New York Oxford. Oxford University Press G2004. [EN]

<http://www.weforum.org/site/homepublic.nsf/Content/Global+Competitiveness+Programme%5CGlobal+Competitiveness+Report>

ITU Digital Access Index: World's First Global ICT Ranking. Education and Affordability Key to Boosting New Technology Adoption. Press Release. International Telecommunication Union. Geneva, 19 November 2003 [EN]

http://www.itu.int/newsarchive/press_releases/2003/30.html

Recommendations addressed to the United Nations Educational Scientific and Cultural Organization UNESCO Youth Media Education. Seville, 15-16 February 2002. [EN]

http://portal.unesco.org/ci/ev.php?URL_ID=5680&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201&reload=1084092864

EL LEGADO EDUCATIVO DE MIGUEL DE GUZMÁN: UNA VISITA VIRTUAL

Inés M. Gómez-Chacón
Universidad Complutense de Madrid

Tomás Recio
Universidad de Cantabria

RESUMEN

1. INTRODUCCIÓN

2. UNA VISITA VIRTUAL DESDE LA MIRADA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

- 2.1. La presencia matemática en nuestra sociedad
- 2.2. El espacio digital: algunas observaciones
- 2.3. Los usos matemáticos de internet en la investigación en Educación Matemática

3. UNA VISITA VIRTUAL DESDE LA MATEMÁTICA

4. Y PARA TERMINAR

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RESUMEN

En este capítulo, vamos a presentar algunas de las aportaciones que hizo Miguel de Guzmán sobre Matemáticas e Internet. La selección se ha realizado desde dos perspectivas la Educación Matemática y la investigación Matemática.

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es rendir homenaje a Miguel de Guzmán (1936-2004) a través del estudio de la obra de este académico ofertada en su sitio web.

Como se ha indicado en la presentación de esta monografía, Miguel de Guzmán era miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y Catedrático de Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias

Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. A lo largo de su vida mostró, entre tantas otras cosas, una especial capacidad y sensibilidad para contribuir a la mejora de la Enseñanza Secundaria y universitaria, para la formación de profesores y de talentos matemáticos precoces.

En nuestra exposición realizaremos una relectura de sus textos para presentar la interacción iniciada por él en su sitio web (<http://ochoa.mat.ucm.es/~guzman/>) y dirigida a un gran público, con la finalidad de mejorar la enseñanza de la matemática. En el sitio web están recogidos una buena parte de sus trabajos en materia educativa algunos de ellos publicados ya de formas diversas (artículos, libros,...) y otros nunca publicados. Como él mismo nos decía, el lazo de unión del material ofrecido es que todos ellos tienen que ver de algún modo con la reflexión en torno al quehacer matemático.

Deseamos dirigir estas ideas a la comunidad matemática (a un público de matemáticos, a un público de investigadores en Educación Matemática, a un público de enseñantes de la matemática) desde dos perspectivas, que han sido seleccionadas por combinar valor matemático intrínseco con fructíferas aplicaciones y conexiones para la Educación Matemática. Por supuesto, siempre en el contexto de *Usos matemáticos de Internet*.

Las dos perspectivas son las siguientes:

- Una visita virtual desde la mirada de la Educación Matemática.
- Una visita virtual desde la mirada de la Matemática.

2. UNA VISITA VIRTUAL DESDE LA MIRADA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

No es nuestra pretensión sintetizar aquí U organizar de otro modo lo que el sitio web de Miguel de Guzmán contiene. Como hemos indicado, se trata de releer lo allí incluido, para evidenciar algunos aspectos de interés que son impulso de la Educación Matemática hoy.

Los puntos sobre los que centramos nuestra exposición son:

- La presencia matemática en nuestra sociedad.
- El espacio digital: algunas observaciones.
- Los usos matemáticos de Internet en la investigación en Educación Matemática.

2.1. La presencia matemática en nuestra sociedad

En el congreso “Mathematics Education and Society” que se celebró del 26 al 31 de marzo del año 2000 en el Algarve (Portugal) ¹, un grupo de asistentes elaboró un comunicado dirigido a la comunidad de educadores matemáticos de todo el mundo que

- hace una llamada a la responsabilidad ciudadana de los educadores matemáticos;
- subraya que la matemática es una herramienta necesaria para comprender la realidad económica;
- apuesta por el valor de las personas por encima de las cosas;
- propone acciones encaminadas a construir una sociedad más justa y más humana.

Ya hacía largo tiempo que Guzmán trataba de comunicar que la matemática es una ciencia que se puede contemplar desde distintas vertientes: como un juego intelectual con sus “objetos” y reglas, que goza de una dimensión lúdica; como un arte en cuanto al quehacer matemático, al modo de concebir procesos que conducen a la búsqueda de resultados, en el que en ocasiones la belleza sirve de guía a la inspiración; como herramienta para comprender la realidad social y natural, explicar y predecir hechos y situaciones, identificar problemas y proponer soluciones (Guzmán, 1993). En este sentido el profesor Guzmán subrayaba que la matemática capacita para ejercer una ciudadanía responsable, desarrollando la sensibilidad y la comprensión acerca de la problemática social y proporcionando instrumentos para abordarla.

En muchas ocasiones nos mostró sus exploraciones sobre las muchas relaciones de la matemática con otros aspectos de la cultura. En este marco nos parecía significativo destacar algunos de sus textos en el que se exponen ideas alrededor de este tema, que lleva por título *Aspectos insólitos de la actividad matemática* ². Este artículo se publicó en 1983 en la revista *Investigación y Ciencia*, la versión española de *Scientific American*. En él aparecen de forma breve algunas de las reflexiones que en los años posteriores desarrollaría con más extensión. Guzmán trató de modificar las creencias colectivas sobre la matemática, destacando su polivalencia.

¹ <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/eventos/eventos2000.html#237>

² <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/aspectosinsolitos/aspectosinsolitos.html>

Los títulos de las diferentes secciones del artículo dan buena idea de esta riqueza que la matemática contiene: Filosofía y matemáticas, matemati- zación del pensamiento, Matemática como modelo del pensamiento, Mate- mática y estética, la belleza matemática, creatividad matemática, Matemática como instrumento de exploración, Aplicabilidad de la matemática, La mate- mática como juego, La matemática, aventura del pensamiento.

Otros de sus textos es *Matemáticas y estructuras de la naturaleza*³. Este artículo fue la aportación de Guzmán en una serie de conferencias que bajo el título general *Ciencia y Sociedad. Desafíos del conocimiento ante el tercer milenio* organizó la Fundación Central-Hispano en 1997. Considera- ba que este texto era una síntesis de sus ideas en torno a la naturaleza pro- funda del tipo de ocupación de la mente humana cuando construye la mate- mática.

Miguel consideraba imprescindibles, en cualquier conceptualización de la matemática escolar, poder definir una visión de la matemática subra- yando sus potenciales formativos y de capacitación de los sujetos y una ampliación y fortalecimiento del contenido matemático de sus actores.

En los estudios sobre actitudes hacia las matemática y creencias que hemos realizado o que otros investigadores han realizado, se ha puesto de manifiesto que los valores de la cultura matemática que los estudiantes vi- vencian, son aprendidos de forma implícita e incluso no consciente (Gó- mez-Chacón, 2000, 2001)⁴. En muchos casos, los valores que se asocian a las matemáticas no son nada beneficiosos para la formación matemática y personal del alumno. Por ejemplo, basta considerar las opiniones acerca de la naturaleza de las matemáticas arraigadas en el público en general. Aunque esto forma parte de la imagen social de la matemática, lo que también está cada vez más claro es que las Matemáticas, además de ser una clase determi- nada de tecnología simbólica (reglas, conceptos, algoritmos, etc.), también como tipo de conocimiento es portadora, y al mismo tiempo producto, de unos valores determinados. Si sólo pretendemos comprender las matemáti- cas como una tecnología simbólica concreta, únicamente comprenderemos una pequeña parte de ella: de hecho, quizás la menos importante para la edu- cación y para nuestro futuro.

³ <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/matyest.htm>

⁴ GÓMEZ-CHACÓN, I. M. *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea. Madrid, 2000.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. «Afecto y aprendizaje matemático: causas y conse- cuencias de la interacción emocional». En J. CARRILLO, *Reflexiones sobre el pa- sado, presente y futuro de las Matemáticas*. Publicaciones Universidad de Huelva, 2001.

2.2. El espacio digital algunas observaciones

En el año 2000, Año Mundial de las Matemáticas, nos decía:

*“Hasta hace unos pocos años no se sabía muy bien cuál iba a ser el influjo del ordenador y de la informática en las matemáticas, pero ahora ya está muy claro que es algo fundamental. Los cambios que ese están introduciendo son sumamente importantes. Las ventajas del uso del ordenador en este ámbito que se podían prever se relacionaban sobre todo con la facilidad de cálculo, pero ahora estamos viendo que, además de eso, los experimentos que uno puede hacer con el ordenador potencian la facilidad del pensamiento (ya se empiezan a diseñar programas que facilitan las demostraciones), de visualización y de interacción. Y con el tiempo yo creo que eso tiene que repercutir en la investigación todavía más”*⁵.

En el encuentro de *Tecnologías de la Información y Matemáticas* hay un campo apasionante, o al menos así nos parece que Guzmán lo percibía, y quizá eso hiciera que tratara sobre el tema con una cierta pasión y emoción, pero también desde un punto de vista crítico.

Creemos que el encuentro es muy interesante por la cantidad de sugerencias y capacidades que abre a un nuevas formas de enseñar y aprender la matemática, en una sociedad tecnológica. Dentro de este encuentro, hemos querido centrar nuestra atención en algunos de sus escritos:

- *Un paseo matemático por Internet*⁶. Éste es un breve artículo con la finalidad de mostrar algunas de las facilidades que Internet ofrece a la persona interesada en matemáticas. En este texto se pueden encontrar algunos enlaces acompañados de una breve descripción de los lugares correspondientes.
- *Programas de ordenador en la Educación Matemática*⁷. Una discusión en detalle de las posibles formas de proceder en lo que se refiere a la utilización de los programas de Cálculo Simbólico.
- *Construcciones geométricas con materiales diversos*⁸. Experimentos de Geometría. En 1986 el Ministerio de Educación pidió a Guzmán que elaborara unas notas sobre geometría que sirvieran de apoyo práctico para los profesores de enseñanza primaria. Este artículo

⁵ GUZMÁN, M. de. “Matemáticas, creatividad y rigor”, *Cuadernos de Pedagogía*, 291, Mayo 2000, pp. 44-49.

⁶ <http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/InternetMat/SinConexPaseo.htm>

⁷ GUZMÁN, M. de. «Programas de ordenador en la Educación Matemática». Publicado en *Vela Mayor, Revista de Anaya Educación*, 3, 1994, 33-40.
<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/velamayor/ordenadoreducacion.html>

⁸ <http://usuarios.bitmailer.com/edeguzman/GeometLab/indice.htm>

recoge distintos experimentos de geometría en respuesta a esa petición, como son los siguientes: Geometría del pliegue, en busca del mejor folio, un poco de geometría del triángulo, la tira de geometría en la tira de papel, las pitagóricas maravillas del pentágono regular, números en polígonos, la mejor idea de Arquímedes, una cinta mágica, vamos a jugar al billar, una curva polivalente y los apéndices: Un billar más complicado, Ecuaciones y demostraciones de las propiedades de la cicloide.

- *Los riesgos de la utilización del ordenador en la enseñanza*⁹. En este artículo nos señala que en este siglo se ha producido una matematización acelerada de todas las ciencias, no sólo porque la matemática se utilice para medir o describir fenómenos, sino como herramienta básica para su desarrollo. Esta tendencia a la matematización, y en concreto el hecho de que los datos numéricos se pueden procesar fácil y rápidamente gracias a las calculadoras y a los ordenadores, comporta el peligro de creer que todo se puede reducir a números, descuidando otras dimensiones, como los valores, que quedan fuera de los niveles de abstracción que comporta la matemática.

2.3. Los usos matemáticos de Internet en la investigación en Educación Matemática

La didáctica de la matemática ha logrado en la actualidad una posición consolidada desde el punto de vista institucional. Hoy parece necesario avanzar más en establecer un diálogo (y una sistematización) entre las agendas de investigación y en los marcos teóricos y metodológicos disponibles. Aún existe un divorcio muy fuerte entre la investigación científica que se está desarrollando en el ámbito académico y su aplicación práctica a la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Guzmán a propósito de este tema, investigación y educación matemática, nos decía en el año 2000, Año Mundial de las Matemáticas, en un Congreso sobre Educación Matemática que se celebró en Bilbao:

“... la educación matemática es una actividad interdisciplinaria extraordinariamente compleja, que ha de abarcar saberes relativos a las ciencias matemáti-

⁹ GUZMÁN, M. de. *Los riesgos del ordenador en la Enseñanza de la Matemática*. En Manuel ABELLANAS y Alfonso GARCÍA (Eds.). Actas de las Jornadas sobre Enseñanza Experimental de la Matemática en la Universidad, Universidad Politécnica de Madrid, 10, 11 y 12 de diciembre de 1991, pp. 9-27. <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/riesgosordenador/riesgoordenador.html>

cas y a otras ciencias básicas que hacen uso de ella, a la psicología, a las ciencias de la educación... Sólo en tiempos muy recientes se ha ido consolidando como un campo, con tareas de investigación propias, difíciles y de repercusiones profundas en su vertiente práctica. Se puede afirmar que en el sistema universitario un tanto inerte de nuestro país la educación matemática aun no ha llegado a encontrar una situación adecuada por muy diversos motivos, a pesar de que ya van formándose grupos de trabajo en los que se producen resultados importantes.

A mi parecer, es muy necesario, por lo que a la sociedad le va en ello, que se formen en nuestras universidades buenos equipos de investigación en educación matemática que ayuden a resolver los muchos problemas que se presentan en el camino para una enseñanza matemática más eficaz”.

Y cuando estábamos preparando este proyecto de *Usos matemáticos de Internet* Guzmán retomaba estas idea y mostraba un interés especial por desarrollar el tema de usos de Internet para investigación.

Existen otros muchos sitios web interesantes y muy útiles para el educador matemático, aquí sin ánimo de exhaustividad, incluimos a continuación algunas direcciones electrónicas agrupadas en seis categorías que estimábamos oportunas:

Webs sobre reflexiones críticas sobre Matemáticas e Internet. Un magnífico artículo de Gene Klotz titulado, *Mathematics and the World Wide Web* (<http://mathforum.org/articles/webteaching/>). El contenido se puede ver a través de los títulos de los apartados que desarrollan son los siguientes: desarrollo previsible de Internet; lo bueno, lo malo, lo bueno y malo de Internet; razones para el uso de Internet; cómo Internet penetra en el mundo de las matemáticas; cómo se usa Internet para la investigación matemática y cómo se usa Internet en la educación en todos los niveles.

Otra referencia es las reflexiones realizadas en el CERME 3 ¹⁰ (Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education), celebrado en 28 Bellaria, Italia del 28 febrero-3 marzo del 2003, donde se abordó el tema de Herramientas y Tecnologías en Didáctica de las Matemáticas.

Webs para profesorado y estudiantes. Una de las páginas más interesantes para profesorado y estudiantes de Matemáticas es The Math FORUM ¹¹. Se trata de un ambicioso proyecto de ámbito internacional en habla inglesa que ha recibido numerosos premios y en el que podemos encontrar una

¹⁰ <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/>

¹¹ <http://forum.swarthmore.edu/>

gran cantidad de información de calidad en relación con las Matemáticas y con su enseñanza. El objetivo es llegar a constituir una comunidad virtual de profesores, padres, estudiantes, investigadores y ciudadanos en general que tengan interés en las Matemáticas y la educación matemática. Personas de distintos ámbitos profesionales han trabajado en colaboración para producir una gran cantidad de material para la red, que está disponible de manera gratuita.

Entre los recursos que ofrece el Math Forum se encuentran los grupos de discusión ¹², que aparecen clasificados por temas como álgebra, geometría, análisis, historia de las Matemáticas, etc. Una de las secciones especialmente interesante relacionada con los grupos de discusión es Ask Dr. Math ¹³, donde los estudiantes de primaria, secundaria y bachillerato pueden enviar sus preguntas y dudas a Dr. Math.

Webs de centros de documentación y bibliotecas. Destacamos la biblioteca virtual de la Cornell University Mathematics Library ¹⁴, un interesante centro de documentación que nos hace accesible una gran cantidad de libros digitalizados, libros escaneados de difícil acceso. Forma parte de un proyecto desarrollado entre 1990 y 1992 entre la Cornell University y Xerox Corporation. Esta biblioteca tiene una serie de monografías de la historia de la matemática ¹⁵, son libros que han caducado sus copyrights, o estaban en mal estado de conservación y que han sido cuidadosamente escogidos. Las monografías han sido escaneadas en su edición facsímil. Otra biblioteca interesante, que ofrece recursos en Internet sobre matemáticas y ciencias es la de Columbia ¹⁶.

Webs con amplios recursos. Nos gustaría destacar dos direcciones que por su variedad ofrecen entre sus principales prestaciones: a) información y documentación sobre temas curriculares de Secundaria, b) software educativo, c) información de congresos, jornadas, etc., d) listas de distribución para profesores. La primera es una web alemana ¹⁷ que ofrece direcciones de contacto con profesores que se dedican a la investigación en Matemáticas y educación matemática. La segunda es una web japonesa ¹⁸, que ofrece gran cantidad de materiales en Java.

Apoyo al currículum de Secundaria. Reseñamos dos. Una primera que incluye un libro de estadística electrónico con múltiples e interesantes

¹² <http://forum.swarthmore.edu/discussions/>

¹³ <http://forum.swarthmore.edu/dr.math/>

¹⁴ <http://www.library.cornell.edu/math/digital-books.php#index>

¹⁵ <http://historical.library.cornell.edu/math/>

¹⁶ <http://www.columbia.edu/cu/lweb/indiv/mathsci/offsite-math.html>

¹⁷ <http://www.math-net.de>

¹⁸ <http://www.ies.co.jp/math/java/index.html>

enlaces. Además, ofrece simulaciones para demostrar muchos conceptos estadísticos y diversidad de ejemplos ¹⁹. La segunda sobre resolución de problemas a través del currículum. Este web está dedicado exclusivamente a la Resolución de problemas. Dirigido a padres, estudiantes, docentes e investigadores. Con material para el aula ²⁰.

Popularización de las Matemáticas: Existen muchas direcciones útiles en un sentido transversal en todos los bloques de contenidos específicos, incluyendo páginas de Matemática recreativa. Una visita virtual al Museo Goudreau de Matemáticas en Arte y Ciencia (New York) ²¹ puede ser interesante.

Sociedades matemáticas y apoyo al seminario de matemáticas y la formación continua. En este caso destacaría las web promovidas por la Federación Española de Matemáticas y el portal DivulgaMat de la Real Sociedad de Matemáticas Española; en ellas se puede encontrar recursos editoriales y contactos con asociaciones para la autoformación.

Seguidamente pasamos a la otra perspectiva que deseamos abordar en esta visita virtual al legado educativo de Miguel de Guzmán.

3. UNA VISITA VIRTUAL DESDE LA MIRADA DESDE LA MATEMÁTICA

Miguel de Guzmán era un matemático de amplísimo espectro; tanto, que resulta imposible, en una simple y corta visita a su obra, cubrir los muchos campos que Miguel abordó a lo largo, no ya de su vida, sino de los últimos años en los que fue elaborando su página web.

Por ello, en estas breves líneas, hemos querido presentar sólo un aspecto matemático que nos resulta, por razones personales, de recuerdo particularmente entrañable.

A finales de los ochenta, a pesar de la distancia, comenzamos a compartir con Miguel un interés por la mezcla, poco común en aquellas fechas, de tres ingredientes:

- cálculo simbólico (esto es, programas de matemáticas por ordenador),

¹⁹ <http://www.ruf.rice.edu/~lane/rvls.html>

²⁰ <http://www2.hawaii.edu/suremath/home1.html>

²¹ <http://www.mathmuseum.org/>

- educación matemática [ver Guzmán (1994)], uno de los primeros artículos de Miguel sobre Educación Matemática, según confesión propia; ver también Recio (1993),
- geometría elemental.

Compartíamos, sobre todo, un interés por la Geometría clásica, abordada desde renovadas perspectivas y con modernas herramientas. Miguel de Guzmán amaba especialmente la Geometría. Él mismo confesaba, en su página personal de Internet ²² que “la Geometría Elemental ha sido la gran afición que me atrajo al estudio de las matemáticas y ha permanecido conmigo a lo largo de mi vida”. Por eso no es extraño que esa misma página aparezca una sección dedicada a las Miniaturas del Triángulo, que incluye, fundamentalmente, algunos resultados en torno al siguiente teorema (de finales del siglo XVIII, probablemente debido a Simson, pero generalmente atribuido a Wallace, ambos matemáticos escoceses) ²³:

Teorema. Dado un triángulo arbitrario y un punto del circuncírculo del mismo, los pies de las perpendiculares trazadas desde ese punto a los lados del triángulo están alineados.

La recta así determinada (denominada recta de Simson o de Simson-Wallace) ha sido, desde hace más de doscientos años, el origen de interesantes propiedades geométricas (como, por ejemplo, la generación de la curva deltoide de Steiner, al considerar la envolvente del haz de rectas de Simson correspondientes a diferentes puntos del circuncírculo; o la relación con el círculo de los nueve puntos, al intersectar las rectas –que resultan ser perpendiculares– correspondientes a puntos diametralmente opuestos, etc.).

También Miguel de Guzmán se interesó por el estudio de alguna de tales propiedades usando, novedosamente, programas de cálculo simbólico (como DERIVE) para la exploración de diversas situaciones protagonizadas por la recta de Simson de un triángulo. Sus hallazgos y experimentos han quedado documentados en distintos trabajos ²⁴ incluidos en el muy variado material que Miguel colgaba en la red o en los discos compactos que distribuía gratuitamente a quien se lo solicitase.

²² <http://www.mdeguzman.net>

²³ <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Simson.html>

²⁴ GUZMÁN, M. de. *La envolvente de las rectas de Wallace-Simson. Una demostración sencilla del teorema de la deltoide de Steiner*. En www.mdeguzman.net (ver también <http://nonio.mat.uc.pt>).

GUZMÁN, M. de. *Experimentos alrededor de la recta de Wallace-Simson*. En www.mdeguzman.net (ver también <http://nonio.mat.uc.pt>).

Pero, tal vez, la aportación de Miguel que él estimaba más original en este contexto se refiera a la variante, debida a Steiner, del teorema anteriormente mencionado. Además, tenemos la fortuna de poder seguir directamente la presentación que Miguel, en una carta electrónica dirigida al autor de estas notas, va desgranando sobre este problema ²⁵:

De: Miguel de Guzman [SMTP:mailhost.bitmailer.net]

Enviado: martes 22 de abril de 1997 18:14

Para: 'recio@matesco.unican.es'

Asunto: Contestando

Querido Tomás: Contesto a tu mensaje ordenadamente para no alargarlo demasiado.

...

La referencia al teorema de Simson generalizado ²⁶ que te interesa es F.G.-M. Exercices de Geometrie (cinquieme edition, Maison A. MAME et fils, Tours-J. DE GIGORD, Paris, 1912). El autor aparece así "F.G.-M" y Dörrie ²⁷ dice que se trata de un tal Frere Gabriel-Marie (Por modestia no firmó, supongo). En la página 329 dice que el teorema generalización del de Simson (perpendiculares y área fija) fue enunciado por Steiner en Annales de Gergonne, XIV (1823-1824), p. 13, y que fue "resolu" en el mismo volumen, p. 280, por Querret (Saint-Malo), y, p. 286, por Sturm (Geneve).

"Imagino ²⁸ que la generalización de la que me hablaste (si he entendido bien, tu consideras tres direcciones de proyección –no necesariamente ortogonal– desde un punto p , y quieres que los tres puntos obtenidos sobre los lados sean colineales, obteniendo que p ha de estar en una cónica que pasa por los vértices) sería de tu cosecha. Si me das una referencia a tu aportación la incluyo, también, en mis trabajos sobre el tema. Mejor aún sería que me envíases tus notas... Te diré que, de forma automática ²⁹, yo encuentro la ecuación"

²⁵ Lo que sigue es una reproducción literal, con una mínima edición (supresión de algunas líneas de contenido personal, inclusión de notas aclaratorias a pie de página, etc.), del correo electrónico original.

²⁶ Es decir, a un teorema de Steiner que establece lo siguiente:

Teorema. Dado un triángulo y una constante k , el lugar geométrico de los puntos p tales que el triángulo determinado por los pies de su proyección ortogonal sobre los lados del triángulo dado tiene área k es un círculo concéntrico con el circuncírculo del triángulo dado.

Naturalmente, si tomamos $k = 0$, las proyecciones desde el punto p formarán un triángulo de área cero; es decir, una recta, la recta de Simson... y es así como este teorema de Steiner generaliza al de Simson-Wallace.

²⁷ GUZMÁN se refiere, sin duda, al libro de H. DÖRRIE, 100 Great Problems of Elementary Mathematics. Their History and Solution, Dover, New York (1965).

²⁸ Aquí M. de GUZMÁN reproduce entre comillas parte de un correo anterior de T. Recio, al que él contesta ahora.

²⁹ El trabajo que motivó el intercambio de correos era, justamente, la demostración automática de teoremas de geometría elemental (ver capítulo I del libro Cálculo simbólico y geométrico, escrito a instancia de Miguel de GUZMÁN y Luis

Has entendido bien la generalización de la que te hablé³⁰. Efectivamente es de mi cosecha, pero el mérito único consiste en pensar en la posibilidad de que haya tal teorema. Sólo se lo he contado a algunos amigos de aquí cerca. En mayo voy a exponerlo en un seminario.

La demostración es muy sencilla sin ninguna cuenta en absoluto.

Si $P(u, v)$ es el punto y α, β y γ , son las direcciones de proyección sobre los lados a, b, c , respectivamente, entonces los pies R, S, T , son de coordenadas $(r_1(u, v), r_2(u, v)), (s_1(u, v), s_2(u, v)), (t_1(u, v), t_2(u, v))$

siendo todas estas funciones lineales con coeficientes que sólo dependen de los coeficientes de las rectas a, b, c , y de los vectores α, β , y γ . Escribimos que el triángulo ΔRST tiene área S mediante “determinante de la matriz de las coordenadas = $2S =$ ecuación fija (!) de segundo grado en u, v ”.

Ahora ya es claro que, al variar S obtenemos una familia de cónicas homotéticas. Para $S = 0$ la cónica correspondiente pasa por los vértices A, B, C . Es muy fácil determinar el centro común (o el eje de la parábola, cuando se trata de una parábola) y los ejes de toda la familia hallando centro y ejes de la correspondiente a $S = 0$, ya que trazando paralelas a las direcciones de proyección dadas por los vértices obtenemos enseguida un hexágono con lados opuestos paralelos que tiene por diagonales los lados del triángulo ΔABC .

Es divertido proponerse ahora ejercicios diversos para resolver por los medios de la geometría sintética (regla y compás).

¿Cuándo las cónicas son circunferencias? (El caso de Simson no es el único, pero casi) ¿Cuándo son hipérbolas equiláteras?

¿Cuándo son parábolas? ¿Cuándo hay degeneración? Dado ΔABC y una dirección, ¿se pueden determinar las otras para que resulte, por ejemplo una hipérbola equilátera?

...

Un abrazo con mis saludos...

Miguel

Como es bien sabido, Miguel recogió, finalmente, en una publicación (Guzmán, 1999). Ver también su página web, donde se recoge la versión html del mismo) el teorema cuya génesis hemos descrito, pero nos legó, generosamente, a todos los amantes de la geometría elemental, tantas cuestiones interesantes... cuya solución completa no quiso incluir en ese artículo (pero sobre las que consideramos oportuno proponer al lector unas “pistas” en la última sección del mismo: no conocemos, hasta ahora, que se hayan publicado o difundido unas soluciones detalladas de las mismas).

RICO, directores de la colección). En particular, aquí se pone de manifiesto que ya se había podido demostrar automáticamente el teorema de Steiner.

³⁰ Continúa Miguel de GUZMÁN.

4. Y PARA TERMINAR

Como se ha podido observar, hay en la obra de Miguel de Guzmán una gran cantidad de ideas que estimulan el pensamiento de quien se pone en contacto con ellas. Deseamos que este texto haya servido para animar a los profesores de matemáticas a reflexionar sobre los procesos del quehacer matemático y en la educación matemática expresados en su sitio web.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GUZMÁN, M. de. *El pensamiento matemático, eje de nuestra cultura*. Discurso inaugural de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid. Policopiado. 1993.

GUZMÁN, M. de. *An extension of the Wallace-Simson theorem: Projecting in arbitrary directions*. American Mathematical Monthly, 106 (July-August 1999, pp. 574-580). 1993.

GUZMÁN, M. de. “*Pensamientos en torno al quehacer Matemático*” CD-ROM. 2000.

RECIO, T. *El cálculo simbólico automático y la enseñanza del álgebra elemental en el diseño curricular base*, 13, SUMA, 1993, 13-28.

RECIO, T. *Cálculo simbólico y geométrico*. Colección. Editorial Síntesis. Madrid, 1998.

**EDICIONES DEL INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN
DEL PROFESORADO**

**Subdirección General de Información y Publicaciones
del Ministerio de Educación y Ciencia**

EDICIONES DEL INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Subdirección General de Información y Publicaciones
del Ministerio de Educación y Ciencia

El Instituto Superior de Formación del Profesorado tiene como objetivo impulsar, incentivar, financiar, apoyar y promover acciones formativas realizadas por las instituciones, Universidades y entidades sin ánimo de lucro, de interés para los docentes de todo el Estado Español que ejercen sus funciones en las distintas Comunidades y Ciudades Autónomas. Pero, tan importante como ello, es difundir, extender y dar a conocer, en el mayor número de foros posible, y al mayor número de profesores, el desarrollo de estas acciones. Para cumplir este objetivo, el ISFP pondrá a disposición del profesorado español, con destino a las bibliotecas de Centros y Departamentos, **dos colecciones**, divididas cada una en cuatro series.

Con estas colecciones, como acabamos de señalar, se pretende difundir los contenidos de los cursos, congresos, investigaciones y actividades que se impulsan desde el Instituto Superior de Formación del Profesorado, con el fin de que su penetración difusora en el mundo educativo llegue al máximo posible, estableciéndose así una fructífera intercomunicación dentro de todo el territorio del Estado.

La primera de nuestras colecciones se denomina **Aulas de Verano**, y pretende que todo el profesorado pueda acceder al conocimiento de las ponencias que se desarrollan durante los veranos en la *Universidad Internacional Menéndez Pelayo de Santander*, en los cursos de la *Universidad Complutense en El Escorial*, en los de la *Universidad Nacional de Educación a Distancia en Ávila* y en los de la *Fundación Universidad de Verano de Castilla y León en Segovia*. En general, esta colección pretende dar a conocer todas aquellas actividades que desarrollamos durante el período estival.

Se divide en cuatro series, dedicadas las tres primeras a la Educación Secundaria (la tercera a FP), y la cuarta a Infantil y Primaria.

Colección **Aulas de Verano**, que se identifica con el color “bermellón Salamanca”

- | | |
|-----------------------|----------------|
| • Serie “Ciencias” | Color verde |
| • Serie “Humanidades” | Color azul |
| • Serie “Técnicas” | Color naranja |
| • Serie “Principios” | Color amarillo |

La segunda colección se denomina **Conocimiento Educativo**. Con ella pretendemos difundir las investigaciones realizadas por el profesorado o grupos de profesores, el contenido de aquellos cursos de verano de carácter más general, y dar a conocer aquellas acciones educativas que desarrolla el Instituto Superior de Formación del Profesorado durante del año académico.

La primera serie está dedicada fundamentalmente a investigación didáctica y, en particular, a las didácticas específicas de cada disciplina; la segunda serie se dirige al análisis de la situación educativa y estudios generales, siendo esta serie el lugar donde se darán a conocer nuestros Congresos EN_CLAVE DE CALID@D; la tercera serie, “Aula Permanente”, da a conocer los distintos cursos que realizamos durante el período docente y el contenido de los cursos de verano de carácter general, y la cuarta serie, como su nombre indica, se dedica a estudios, siempre desde la perspectiva de la educación, sobre nuestro Patrimonio.

Colección **Conocimiento Educativo**, que se identifica con el color “amarillo oficial”

- | | |
|---------------------------|---------------|
| • Serie “Didáctica” | Color azul |
| • Serie “Situación” | Color verde |
| • Serie “Aula Permanente” | Color rojo |
| • Serie “Patrimonio” | Color violeta |

Estas colecciones, como hemos señalado, tienen un carácter de difusión y extensión educativa, que prestará un servicio a la intercomunicación, como hemos dicho también, entre los docentes que desarrollan sus tareas en las distintas Comunidades y Ciudades Autónomas de nuestro Estado. Pero, también, se pretende con ellas establecer un vehículo del máximo rigor científico y académico en el que encuentren su lugar el trabajo, el estudio, la reflexión y la investigación de todo el profesorado español, de todos los niveles, sobre la problemática educativa.

Esta segunda función es singularmente importante, porque incentiva en los docentes el imprescindible objetivo investigador sobre la propia función, lo que constituye la única vía científica y, por tanto, con garantías de eficacia, para el más positivo desarrollo de la formación personal y los aprendizajes de calidad en los niños y los jóvenes españoles.

Índices de calidad de las publicaciones:

Los programas de publicación son aprobados por una comisión compuesta por el Director del Instituto Superior de Formación del Profesorado, la Directora de Programas y la Directora de Publicaciones del Instituto Superior de Formación del Profesorado y los Directores (o persona en quien deleguen) del Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia y del INCE.

**NORMAS DE EDICIÓN
DEL INSTITUTO SUPERIOR DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO:**

- Los artículos han de ser inéditos.
- Se entregarán en papel y se añadirá una copia en disquete o CD con formato Word.
- Los autores deben dar los datos personales siguientes: referencia profesional, dirección y teléfono personal y del trabajo y correo electrónico.
- Hay que huir de textos corridos y utilizar con la frecuencia adecuada, epígrafes y subepígrafes
- Debe haber, al principio de cada artículo, un recuadro con un índice de los temas que trata el mismo y que debe coincidir con los epígrafes y subepígrafes del apartado anterior.
- Cuando se reproduzcan textos de autores, se entrecomillarán y se pondrán en cursiva.
- Al citar un libro, siempre debe aparecer la página de la que se toma la cita, excepto si se trata de un comentario general.
- Se deben adjuntar fotografías, esquemas, trabajos de alumnos,... que ilustren o expliquen el contenido del texto.
- Al final de cada artículo, se adjuntará la lista de la bibliografía utilizada.
- La bibliografía debe ser citada de la siguiente manera: apellidos/s (con mayúsculas), coma; nombre según aparezca en el libro (en letra corriente), punto; título del libro en cursiva, punto; editorial, punto; ciudad de edición, coma y fecha de publicación, punto.

**CENTRAL DE EDICIONES DEL INSTITUTO SUPERIOR DE
FORMACIÓN DEL PROFESORADO**

• Dirección y coordinación (ISFP):
Paseo del Prado 28, 6.ª planta. 28014. Madrid.
Teléfono: 91.506.57.17.

• **Suscripciones y distribución:**
Instituto de Técnicas Educativas.
C/ Alalpardo s/n. 28806. Alcalá de Henares.
Teléfono: 91.889.18.54.

• **Puntos de venta:**

– Ministerio de Educación y Ciencia. C/ Alcalá, 36. Madrid.

– Subdirección General de Información y Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. C/ Juan del Rosal s/n. Madrid.

TÍTULOS EDITADOS

	<u>COLECCIÓN</u>	<u>SERIE</u>
<i>La Educación Artística, clave para el desarrollo de la creatividad</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>La experimentación en la enseñanza de las Ciencias</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Metodología en la enseñanza del Inglés</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Destrezas comunicativas en la Lengua Española</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Dificultades del aprendizaje de las Matemáticas</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>La Geografía y la Historia, elementos del Medio</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>La enseñanza de las Matemáticas a debate: referentes europeos</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>El lenguaje de las Matemáticas en sus aplicaciones</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>La iconografía en la enseñanza de la Historia del Arte</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Grandes avances de la Ciencia y la Tecnología</i>	AULAS DE VERANO	Técnicas
<i>EN CLAVE DE CALIDAD: La Dirección Escolar</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Situación
<i>Didáctica de la poesía en la Educación Secundaria</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica
<i>La seducción de la lectura en Edades tempranas</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Aplicaciones de las nuevas tecnologías en el aprendizaje de la Lengua Castellana</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Lenguas para abrir camino</i>	AULAS DE VERANO	Principios

<i>La dimensión artística y social de la ciudad</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>La Lengua, vehículo cultural Multidisciplinar</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Globalización, crisis ambiental y educación</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>Los fundamentos teórico-didácticos de la Educación Física</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica
<i>Los lenguajes de la expresión</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>La comunicación literaria en las primeras edades</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>La Física y la Química: del descubrimiento a la intervención</i> . .	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>La estadística y la probabilidad en el Bachillerato</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica
<i>La estadística y la probabilidad en la Educación Secundaria Obligatoria</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica
<i>Nuevas profesiones para el Servicio a la sociedad</i>	AULAS DE VERANO	Técnicas
<i>El número, agente integrador del conocimiento</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>Los lenguajes de las Ciencias</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>El entorno de Segovia en la historia de la dinastía de Borbón</i> . .	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Aprendizaje de las lenguas extranjeras en el marco europeo</i> . .	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Contextos educativos y acción tutorial</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Aula Permanente
<i>De la aritmética al análisis: historia y desarrollo recientes en matemáticas</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>El impacto social de la cultura científica y técnica</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Investigaciones sobre el inicio de la lectoescritura en edades tempranas</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Situación

<i>Lenguas extranjeras: hacia un nuevo marco de referencia en su aprendizaje</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Servicios socioculturales: la cultura del ocio</i>	AULAS DE VERANO	Técnicas
<i>Habilidades comunicativas en las lenguas extranjeras</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Didáctica de la Filosofía</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Nuevas formas de aprendizaje en las lenguas extranjeras</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Filosofía y economía de nuestro tiempo: orden económico y cambio social</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Las artes plásticas como fundamento de la educación artística</i>	AULAS DE VERANO	Humanidades
<i>Los sistemas terrestres y sus implicaciones medioambientales</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>Metodología y aplicaciones de las matemáticas en la ESO</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>Últimas investigaciones en Biología: células madre y células embrionarias</i>	AULAS DE VERANO	Ciencias
<i>La transformación industrial en la producción agropecuaria</i>	AULAS DE VERANO	Técnicas
<i>Perspectivas para las ciencias en la Educación Primaria</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Leer y escribir desde la Educación Infantil y Primaria</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>Números, formas y volúmenes en el entorno del niño</i>	AULAS DE VERANO	Principios
<i>EN_CLAVE DE CALID@D: hacia el éxito escolar</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Situación
<i>Orientaciones para el desarrollo del currículo integrado hispano-británico en Educación Infantil</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica

<i>Orientaciones para el desarrollo del currículo integrado hispano-británico en Educación Primaria</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Didáctica
<i>Imagen y personalización de los centros educativos</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Aula Permanente
<i>Nuevos núcleos dinamizadores de los centros de Educación Secundaria: los departamentos didácticos</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Aula Permanente
<i>Diagnóstico y educación de los alumnos con necesidades educativas específicas: alumnos intelectualmente superdotados</i>	CONOCIMIENTO EDUCATIVO	Aula Permanente



Este volumen tiene su origen en el CURSO DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO: “Usos matemáticos de internet”, que se celebró en la Universidad Internacional Menéndez Pelayo de Santander en el verano de 2004.

ISBN 84-369-4141-1



9 788436 941418

La primera de nuestras colecciones se denomina **Aulas de Verano**, y pretende que todo el profesorado pueda acceder al conocimiento de las ponencias que se desarrollan durante los veranos en la *Universidad Internacional Menéndez Pelayo de Santander*, en los cursos de la *Universidad Complutense en El Escorial*, en los de la *Universidad Nacional de Educación a Distancia en Ávila* y en los de la *Fundación Universidad de Verano de Castilla y León en Segovia*.

Colección **Aulas de Verano**, que se identifica con el color "bermellón Salamanca"

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Serie "Ciencias"• Serie "Humanidades"• Serie "Técnicas"• Serie "Principios" | <ul style="list-style-type: none">Color verdeColor azulColor naranjaColor amarillo |
|--|---|

La segunda colección se denomina **Conocimiento Educativo**. Con ella pretendemos difundir las investigaciones realizadas por el profesorado o grupos de profesores, el contenido de los cursos de verano de carácter más general y dar a conocer aquellas acciones educativas que desarrolla el Instituto Superior de Formación del Profesorado, durante el año académico.

Colección **Conocimiento Educativo**, que se identifica con el color "amarillo oficial"

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Serie "Didáctica"• Serie "Situación"• Serie "Aula Permanente"• Serie "Patrimonio" | <ul style="list-style-type: none">Color azulColor verdeColor rojoColor violeta |
|--|---|

Estas colecciones tienen un carácter de difusión y extensión educativa, al servicio de la intercomunicación entre los docentes que desarrollan sus tareas en las distintas Comunidades y Ciudades Autónomas de nuestro Estado.



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN
Y CIENCIA