revista de
EDUCACIÓN
número extraordinario 2006

PISA y la evaluación de las matemáticas

Tomás Recio Muñiz

PISA y la evaluación de las matemáticas

Tomás Recio
Universidad de Cantabria
www.recio.tk

Resumen:

Se presentan tres cuestiones matemáticas como pretexto para analizar el papel del «realismo» (en énfasis en la aplicabilidad de las matemáticas a las situaciones de la vida cotidiana) en el contexto de las pruebas PISA.

Palabras clave: matemáticas aplicadas a la vida real, competencias matemáticas, pruebas PISA.

Abstract: *PISA and evaluation in Mathematics*

Three mathematical questions are presented as a pretext to analyze the role of «realism» (ie. the emphasis in everyday's life applicability of mathematics) in the context of the PISA tests.

Key words: real life mathematics, mathematical competencies, PISA tests.

UN PROBLEMA ELEMENTAL

Consideremos el siguiente problema elemental, que hemos creado para esta ocasión:

> Vamos a comprar azulejos de dos tipos, A y B, en unas cantidades determinadas por la obra que estamos haciendo (una reforma de la cocina de la casa, por ejemplo, que requiere azulejos en el suelo y en las paredes).
>
> Los del tipo A cuestan (impuestos incluidos) 15 euros/m^2, esto es, la tercera parte que los del tipo B, que cuestan 45 euros/m^2. Necesitamos comprar 10 m^2 del tipo A y 15 m^2 del tipo B. En un comercio hay una oferta y nos hacen una rebaja del 15% en los del tipo A y del 10% en los del tipo B. En otro comercio, con los mismos precios para los distintos tipos de azulejo, la rebaja que aplican es, simplemente, del 12% del gasto global que hagamos.
>
> ¿Dónde resultará más económico realizar la compra?

El planteamiento de problemas de este tipo tiene un aire inequívocamente decimonónico, aunque aquí hablemos de euros y no de céntimos ni pesetas. Se trata de problemas que hoy, como antaño, pretenden referirse a situaciones de la vida «real», en las que el ciudadano tiene que (o tendría que) usar las matemáticas aprendidas en la enseñanza obligatoria. Esto es, son problemas que buscan plantear situaciones prácticas en las que la formación matemática recibida por una persona se revele necesaria (y suficiente), no sólo para encadenar una serie de operaciones aritméticas elementales, sino también –y sobre todo– para tener un estado de ánimo dispuesto a enfrentarse con la información numérica, para considerarse con la capacidad necesaria para ordenarla y estructurarla y para tener la seguridad de que los resultados obtenidos van a permitir a esa persona elegir la opción más ventajosa para su bolsillo.

El problema que aparece arriba, trivial y de corte tradicional para nuestro país, no es una de las cuestiones, mucho más sofisticadas en ocasiones, propuestas en las pruebas PISA. Pero puede analizarse desde eéese prisma[2]. Así, cuando PISA 2003 habla de competencias matemáticas, se refiere a

> identificar y comprender el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y usar e implicarse en las matemáticas en aquellos momentos en los que se presentens necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (INECSE, 2005, p. 15).

Ahora bien, comprender el papel de las matemáticas conlleva, en particular, saber que el resultado de una serie de cálculos y disquisiciones –como las que hacen falta para resolver el problema de la rebaja en el precio de los azulejos– no será, simplemente, una satisfacción para la mente, sino que va a tener unas consecuencias para nuestra economía. También podemos decir que utilizar e involucrarse en las matemáticas significa que, ante una serie de datos numéricos (los metros cuadrados y el precio de cada tipo de azulejo, el porcentaje de descuento, etc.), la competencia matemática adquirida nos va a proporcionar el ánimo suficiente para tratar de abordar el problema por nuestros propios medios. Finalmente, realizar razonamientos bien fundados puede referirse, en este contexto, a la capacidad para plantear y efectuar adecuadamente la secuencia de operaciones que deben conducir a la solución del dilema sobre *¿dónde resultará más económico realizar la compra?* Así pues, podemos concluir que se trata de un problema que podría medir, en cierto modo, algunos aspectos del tipo de competencia matemática de la que se habla en PISA.

Ignoro cuál sería el porcentaje de estudiantes españoles, al término de su educación obligatoria, que resolverían correctamente este problema. Ignoro, asimismo, el porcentaje de compatriotas adultos que se atrevieran a intentar solucionarlo y que, finalmente, lo lograran.

Desde luego, una forma de abordar el problema consiste en calcular el precio bruto de los azulejos del tipo A en la primera tienda (15 euros/m^2 x 10 m^2 = 150 euros) y del tipo B (45 euros/m^2 x 15 m^2= 675 euros). Luego restamos el descuento correspondiente (15% de 150 euros + 10% de 675) resultando 735 euros. En

[2] En las preguntas difundidas de PISA 2003 (INECSE, 2005) aparece, por ejemplo, un conjunto de cuestiones de naturaleza similar, sobre cambio de moneda (dólares de Singapur (SGD) a *rands* surafricanos (ZAR), donde se plantean preguntas sencillas sobre cuántos *rands* se reciben por un número de dólares si el cambio está a tanto, cuánto se habría ganado si el cambio fuera a tanto más, etc. La puntuación española fue, en todos los casos, inferior a la media de la OCDE, en un rango de 0,7 a 10 puntos porcentuales menos, según las cuestiones.

el caso de la segunda tienda tendremos que el coste global es de 150 + 675 = 825 euros, a los que tendremos que restar el 12%, arrojando un total de 726 euros, por lo que es éste el comercio que ofrece más ventajas.

UN PROBLEMA DE PISA 2000

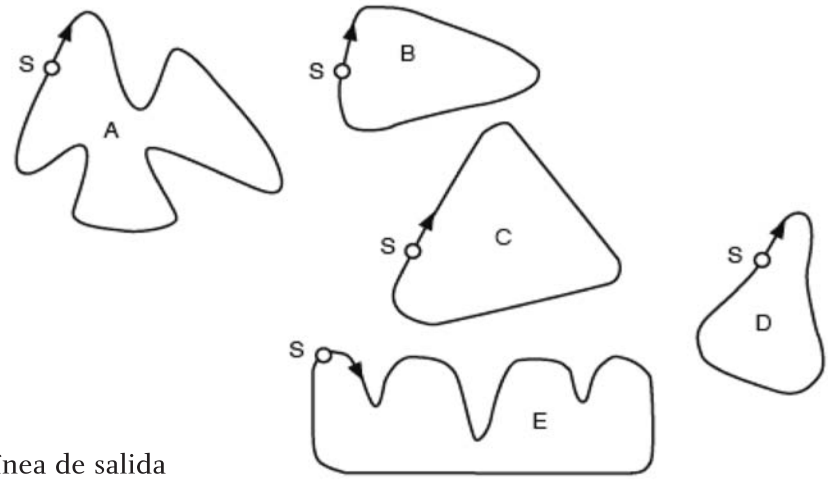
Un segundo problema que quisiera proponer a la consideración del lector es el siguiente (INECSE, 2004, pp. 55-56). Se muestra un gráfico velocidad/espacio con la velocidad de un coche de carreras en una pista llana, de 3 km. de longitud, durante la segunda vuelta.

FIGURA I

Las preguntas que el alumno debe contestar en este caso son del tipo *¿cuál es la distancia aproximada desde la línea de salida hasta el comienzo del tramo recto más largo que hay en la pista?* O del tipo siguiente: *Aquí están dibujadas cinco pistas:*

¿En cuál de estas pistas se condujo el coche para producir el gráfico de velocidad mostrado anteriormente?

FIGURA II



S: Línea de salida

Parece evidente que esta situación ya no tiene el aroma decimonónico del problema de la primera sección. No sólo porque no era posible, en aquella época, hablar de coches de carreras, sino porque el análisis cualitativo (nótese que el problema no incluye el dato preciso de la función v=f(e), cuyo grafo se supone que está representado en la figura I) de gráficas no se consideraba parte de las competencias matemáticas básicas. Hoy día, ciertamente, la mayoría de los ciudadanos estamos en contacto, a través de los medios de comunicación, con imágenes y argumentos de este tipo.

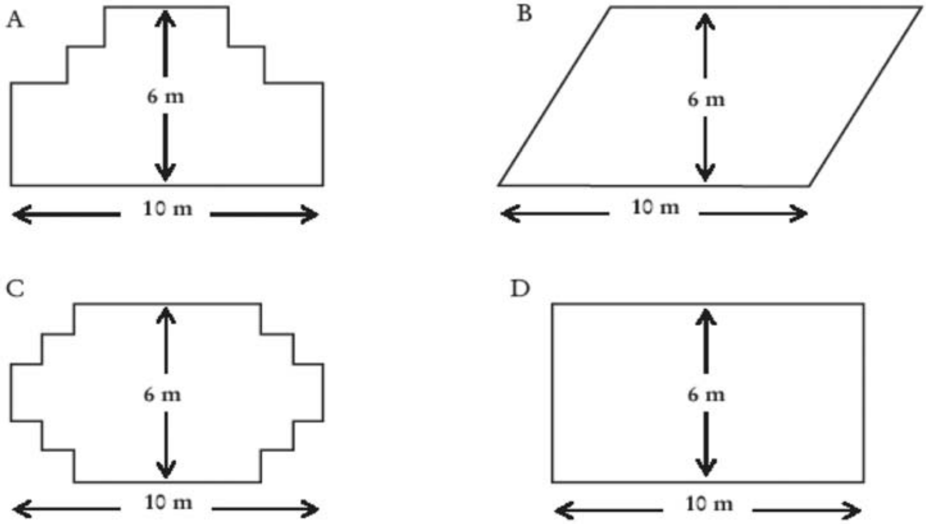
La solución de las dos cuestiones que hemos planteado en este punto podría ser la siguiente. En primer lugar, parece razonable suponer que un coche de carreras mantiene la velocidad más alta durante los tramos rectos, mientras que baja en cada curva. Así pues, según la figura I, el circuito ha de tener tres curvas, siendo la más acusada la segunda que aparece tras el paso por la línea de salida. Además el tramo recto que incluye a la línea de salida parece el más corto (como se aprecia en la figura I, si unimos el final y el principio de la gráfica). Por tanto el circuito B de la figura II podría ser el modelo adecuado para esta situación. Por otra parte parece que, en la figura I, el coche comienza a acelerar a los 1,5 km. del punto de salida para alcanzar el tramo más largo de velocidad alta; luego esta puede ser la distancia desde la salida al tramo recto más largo de la pista.

En este caso sí es posible conocer cómo han resuelto los alumnos españoles de 15 años estas dos cuestiones. La respuesta correcta a la pregunta *¿En cuál de estas pistas se condujo el coche para producir el gráfico de velocidad mostrado anteriormente?* fue obtenida sólo por un 23% de alumnos españoles, frente a un 28,3% de media en la OCDE. Análogamente, hubo sólo un 65% de respuestas correctas de los alumnos españoles, frente a un 66,9% de media en la OCDE, para la pregunta *¿Cuál es la distancia aproximada desde la línea de salida hasta el comienzo del tramo recto más largo que hay en la pista?*

UNA PREGUNTA DE PISA 2003

Una tercera y última cuestión, esta vez de las pruebas PISA 2003 (INECSE 2005, p. 36) que quisiera comentar someramente y resumiendo algo su enunciado, pregunta cuáles de la siguientes figuras tienen perímetro menor o igual que 32 metros.

FIGURA III



La respuesta correcta es «las figuras A, C, D», y fue obtenida por un 12,9% de alumnos españoles, frente a un 20% de media de la OCDE. Para aceptar las figuras A, C y D como solución, se ha de observar que la suma de las longitudes horizontales de los tramos de una escalera coincide con la longitud horizontal total, medida desde el inicio hasta el fin de la misma; lo mismo sucede con la suma de las alturas de los escalones, que ha de coincidir con la altura total de la escalera. Además, se puede apreciar que, para descartar el caso B, la longitud de una línea oblicua (tal como una escalera de mano apoyada en el suelo y contra una pared) es mayor que la de una línea recta que tenga la misma base y alcance la misma altura.

LA CRECIENTE IMPORTANCIA DE LAS COMPETENCIAS PARA LA VIDA

¿Qué podemos decir sobre PISA y la evaluación de las matemáticas, en vista de estas cuestiones y de los resultados obtenidos por nuestros alumnos?

En primer lugar, podemos señalar que todas estas cuestiones pretenden *medir las capacidades de analizar, razonar y comunicar eficazmente, puestas en juego por los estudiantes en situaciones usuales de la vida cotidiana que involucran matemáticas; y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido*[3].

[3] Parafraseando libremente a L. Rico (2005), quien señala textualmente que «El foco de la evaluación PISA 2003 se centra, pues, en *cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido»*.

Cuando se refiere al dominio general que se evalúa, el Proyecto PISA entiende por *competencia* el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Es importante subrayar la doble negación («no sólo, ni principalmente…») de la última frase, porque está en línea con la interpretación rupturista que algunos colectivos están haciendo, en nuestro país, de la evaluación de las matemáticas en PISA. Esta interpretación viene a decir que, tradicionalmente, en el sistema escolar nos hemos limitado a medir lo que el alumno «sabe»; ahora PISA está midiendo lo que realmente «sabe hacer»… y por eso obtenemos resultados tan pobres.

No es un hecho aislado. De un tiempo a esta parte parece plantearse, implícitamente, una minusvaloración del contenido curricular (esto es, de la organización del aprendizaje a través de unos ítems concretos en un programa[4]) y una sobrevaloración de los objetivos finales y generales del currículo, tales como la adquisición de competencias para enfrentarse a problemas de la vida cotidiana, de modo que esta noción va ganando, aceleradamente, terreno entre determinados sectores de la comunidad educativa. Resulta curioso observar, a título de ejemplo, que el currículo de la ESO y el de Bachillerato de mi propia comunidad autónoma (posiblemente no muy dispar del de otras muchas), publicado en 2002, sólo menciona dos o tres veces la palabra «competencias», y, estas pocas menciones están limitadas al ámbito de la enseñanza de la lengua o de los idiomas. Mientras, el borrador de la LOE (MEC, 2005) incluye la palabra «competencia» al menos medio centenar de veces. En el mismo sentido podemos observar cómo la Ley de Calidad de la Educación (BOE, 2002) incluye sólo cuatro veces la expresión «competencias básicas», frente a las más de 30 apariciones de esa expresión en la LOE.

Dejando al margen la influencia en este asunto del cambio de partido político en el Gobierno (menor en la práctica de lo que se piensa), a lo largo de los últimos años, hay un doble argumento para explicar esta tendencia. La necesidad de armonizar los sistemas educativos europeos plantea, ante la imposibilidad de hacer concordar los currículos, el ineludible establecimiento de unos niveles de referencia[5] respecto de lo que los alumnos deben acabar «sabiendo hacer», con independencia de cómo y en qué orden y de qué manera lo hayan aprendido en cada país. Por otro lado, el logro de la competencia matemática para enfrentarse a situaciones reales se presenta como algo objetivo y objetivamente deseable, muy por encima de la organización de los contenidos curriculares que se adopte en un país y momento dado, frecuentemente sesgada o lastrada por el peso de las tradiciones, personalidades y escuelas dominantes en cada circunstancia.

Creemos que se trata de una noble ilusión. No sólo porque el currículo tradicional de matemáticas vigente incluye, desde hace años, como proyecto fundamental, la adquisición de esas competencias en situaciones problemáticas cerca-

[4] Tales como (BOC, 2002, pp. 3487):
Magnitudes directamente proporcionales. Repartos proporcionales. Porcentajes. Equivalencias entre porcentajes, decimales y fracciones. Las magnitudes y su medida. Medidas directas e indirectas. Estimación, precisión y exactitud. Cifras significativas. Truncar y redondear. Unidades de medida de longitud, masa, capacidad y derivadas: superficie y volumen. Múltiplos y submúltiplos decimales.

[5] Véase un ejemplo, que adopta el marco PISA, en el informe de la *European Mathematical Society*, EMS (2001).

nas al alumno[6] (con otra terminología distinta, pero concomitante, tal como «destrezas» en vez de «competencias»), sino porque también incluye ya, como criterio de evaluación, diversas referencias explícitas a la consecución de las competencias matemáticas básicas (ya sea con esta terminología o con otra distinta)[7]. El problema es que el sistema educativo no sabe (o no ha sabido, o no ha podido, o no ha querido hasta ahora) hacerlo mejor. Y la situación no va a cambiar, simplemente, porque enfaticemos, tras los resultados de PISA 2003, que nuestros alumnos deberían adquirir, en la medida que nosotros desearíamos, esas competencias. ¿Cómo lograrlo? Más horas de matemáticas, una metodología más activa, una recuperación del enfoque preconizado por la LOGSE y que nunca pudo realmente llevarse al aula –por falta de recursos, por vaivenes políticos–, etc. son algunas de las soluciones reiteradamente propuestas[8]. Sin embargo, no son, en absoluto, propuestas nuevas y no es evidente que las circunstancias actuales permitan su implementación generalizada.

REALISMO[9] COMO MANIERISMO[10]

Pero no es sólo una ilusión esta reivindicación de una enseñanza de las matemáticas «basada en competencias»[11] como método novedoso para mejorar, en el futuro, los resultados de PISA. Lo es también, en mi opinión, la percepción de que la competencia matemática es algo objetivo y objetivamente evaluable mediante pruebas como las que se incluyen en PISA.

Es cierto que nuestros alumnos aprenden, en general, unas matemáticas tamizadas por el contexto escolar y que responderían mucho mejor si las pruebas se refiriesen a los tipos de problemas y cuestiones que acompañan habitualmente a la enseñanza de los distintos contenidos del programa. Los alumnos, en el caso más favorable, saben de lo que han aprendido, pero –salvo excepciones notables– sólo en el mismo contexto en el que lo han aprendido.

También es cierto que la enseñanza escolar (y universitaria) de las matemáticas está alejada de «las situaciones usuales de la vida cotidiana que involucran matemáticas» a las que hacíamos referencia antes.

- No es obvio el que, para aprender a resolver «las situaciones usuales de la vida cotidiana que involucran matemáticas», deba enseñarse de un modo

[6] Así, el currículo de la ESO en Cantabria, (BOC, 2002, p. 3.486) señala explícitamente, en la introducción a las Matemáticas que «como criterio general parecen aconsejables las actuaciones que potencien el aprendizaje inductivo, sobre todo durante los primeros años de la etapa, a través de observación y manipulación, y refuercen, al mismo tiempo, la adquisición de destrezas básicas, esquemas y estrategias personales a la hora de enfrentarse ante una situación problemática cercana al alumno, sin perder de vista la relación con otras áreas del currículo».
[7] Véanse los criterios de evaluación de matemáticas, (BOC, 2002, p. 3487), por ejemplo: «Utilizar de forma adecuada los números enteros, las fracciones y los decimales para recibir y producir información en actividades relacionadas con la vida cotidiana».
[8] Véase J. L. Álvarez (2005).
[9] Véase T. Recio (2005) para una discusión del papel de la *Realistic Mathematics Education* en PISA.
[10] Manierismo y matemáticas: véase J. Hernández (2002) y, en particular, las páginas 665 y 666, así como el trabajo clásico de J. Fortea (1976). En Arte el manierismo tiene que ver, en parte, con la naturalidad artificiosa o artificial, afectada… que no es ajena al gusto español (caso de El Greco).
[11] Véase EDUCASTUR (2005).

radicalmente diferente (mientras se mantengan las condiciones actuales en el sistema educativo).

- Es posible que un esfuerzo poco meditado de aproximación, desde el sistema educativo, hacia «las situaciones usuales de la vida cotidiana que involucran matemáticas», acabe contextualizando las mismas como ejercicios escolares alejados de la vida real.
- De este modo, es posible que, contradictoriamente, se acaben adquiriendo menos competencias –que con la enseñanza actual– para enfrentarse, fuera del marco escolar, a los problemas reales.

En efecto, el pretendido «realismo» matemático de muchas de las pruebas PISA es una suerte de manierismo, una peculiar –aunque atractiva– interpretación escolar de la realidad, pero, a veces, tan alejada de ella como los problemas de grifos y obreros que eran tradicionales para el aprendizaje de las reglas de tres (directa e inversa) hace 50 años.

Por ejemplo, en la primera cuestión con la que abríamos este artículo, es evidente que un ciudadano, en la vida cotidiana, resolvería la pregunta allí planteada simplemente solicitando en cada tienda el presupuesto correspondiente y comparando las dos cifras obtenidas. También es evidente que, en la segunda cuestión, cualquier artículo periodístico sobre una carrera de coches va a ofrecer, como dato más relevante, el trazado del circuito (mucho antes que el gráfico velocidad/espacio), con el que un aficionado al motor va a poder responder directamente a las preguntas planteadas. Y, en lo que se refiere a la tercera pregunta, el propio informe PISA reconoce que se trata de un ítem en un contexto educativo.

Las matemáticas, como es bien conocido, están cada vez más presentes, pero también más ocultas, en la vida cotidiana de los países avanzados[12]. Se trata de algo parecido a lo que ocurre con la mecánica automovilística popular: ahora hay más coches y se usan más que nunca, pero las oportunidades para que un ciudadano ejerza, en la práctica, su competencia sobre mecánica del automóvil, ha disminuido (afortunadamente): los coches tienen menos averías y las que se producen no pueden resolverse con unos conocimientos básicos.

Creo que sería muy interesante conocer el resultado de las pruebas PISA sobre una población de ciudadanos adultos, inequívocamente «constructivos, comprometidos y reflexivos», para valorar en su justa medida los resultados alcanzados por nuestros adolescentes. Estoy seguro de que, si se hiciera ese experimento, la valoración de la sociedad hacia su sistema educativo sería bien distinta. Hace tiempo realicé una pequeña encuesta a un colectivo de catedráticos de universidad (ciudadanos constructivos, etc.) de variadas disciplinas (no científicas) sobre su capacidad para hallar el valor de la suma de las fracciones $1/3+1/6$, una competencia que asumimos con toda naturalidad como integrante de la enseñanza obligatoria. Sin embargo, la mayor parte de estos ciudadanos, sin duda

[12] Véase M. De León et. al. (2005)

reflexivos, no era capaz de abordar el problema ni, mucho menos, de resolverlo. Es algo natural: no hay que escandalizarse, sino reflexionar sobre el papel real de las matemáticas en la enseñanza obligatoria[13].

Tal vez, en el fondo, la valoración de PISA se ve sesgada en función de la proximidad de la tradición de la enseñanza de las matemáticas de un país a la tradición de la enseñanza de las matemáticas «realistas», una transposición escolar de la realidad tan interesante como otra cualquiera, pero nada más.

UNA REVISIÓN DE LAS CUESTIONES PLANTEADAS

Sin embargo, es necesario mejorar la competencia matemática de nuestros alumnos, aunque no lleve el marchamo utilitario (alfabetizador) que PISA presenta como banderín de enganche. Desde luego, se puede lograr proporcionándoles las herramientas matemáticas necesarias para los pequeños problemas matemáticos que se pueden encontrar en el mundo actual, pero, tal vez, en unas disciplinas de educación para la ciudadanía o para la vida social, donde la conexión con la realidad sea mas natural y mas directa. Y, en matemáticas, pero justamente en un sentido contrario al que planteábamos inicialmente.

Reconsideremos la primera cuestión, libres ya de la pretendida utilidad práctica de la misma. Lo interesante, matemáticamente hablando, de esa cuestión es pensar en cómo podemos resolverla de una manera más eficiente que la que se ha detallado en la primera sección de este artículo. Por ejemplo, ¿podemos contestar a la pregunta formulada sin saber exactamente la cantidad de azulejos de cada tipo que tenemos que comprar? ¿Y si sólo recordamos que los del tipo A cuestan un tercio que los del tipo B, pero no sabemos el precio exacto de cada tipo de azulejo? Se trata de encontrar un procedimiento de pre-cálculo, una fórmula en función de ciertos datos que varían fácilmente, con lo que podríamos resolver este mismo problema en unos pocos pasos y en multitud de instancias. Pero el enfoque algorítmico y el análisis de la complejidad de los mismos, a pesar de las recomendaciones de la Comisión Internacional para la Instrucción Matemática (ICMI) y a pesar de la importancia de los ordenadores en la vida actual, no parece despertar el interés de la comunidad educativa.

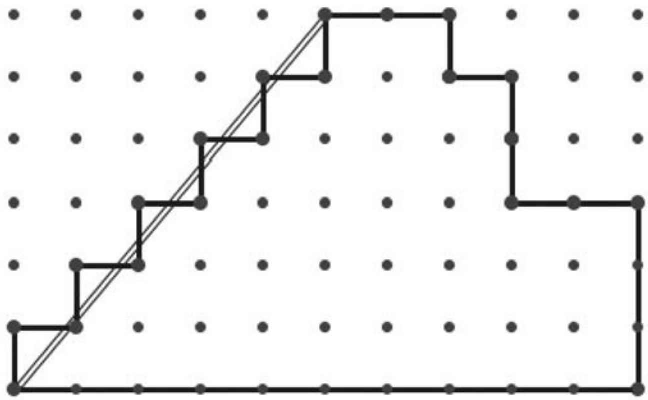
En relación con la segunda cuestión, tal vez podamos plantearnos cómo es posible que, entre los puntos kilométricos del circuito 0,4 km. y 0,6 km. el gráfico velocidad/espacio siga un tramo recto, casi como la bisectriz del primer cuadrante. ¿Puede un coche efectuar un recorrido siguiendo cualquier gráfico que dibujemos arbitrariamente? ¿Es realmente posible que un coche actual siga, durante un tramo, una trayectoria próxima a la recta v=e? ¿Es, en definitiva, «realista» el gráfico ofrecido? Si uno tuviera los gráficos de varios coches, ¿cómo podría deducir cuál ha ganado la carrera? Esto es más fácil con un gráfico espa-

[13] Una versión preliminar de esa encuesta surge en el contexto de una reunión en la Real Academia de Ciencias, celebrada en 1999 y presidida por Miguel de Guzmán e Ildefonso Díaz, y cuyo documento de conclusiones contiene numerosas recomendaciones válidas aún hoy para entender el tema que nos ocupa. Véase (RACEFN, 1999)

cio/tiempo. ¿Cómo obtener éste a partir del gráfico velocidad/espacio? Son estas cuestiones bastante complicadas: tal vez la competencia matemática consista, entre otras cosas, en intuir su complejidad y en no formular, por tanto, un problema, supuestamente elemental, en estos términos.

Por último, sobre la tercera cuestión, podemos imaginar –tratando de resolverla, en un ejercicio mental– que la escalera que forma uno de los lados de la figura A tiene cada vez más peldaños, que empieza en la mitad del lado de arriba, justo donde llega la flecha que aparece en la figura III y acaba en el vértice de abajo a la derecha de la misma, como se muestra en la figura IV.

FIGURA IV



Ya sabemos que la longitud de ese lado, por muchas vueltas que demos, va a ser igual a cinco (dado que empieza en la mitad de un lado de longitud 10), más seis (dado que tiene que descender una altura de seis metros), es decir, 11 metros. Ahora bien, conocemos el teorema de Pitágoras y sabemos que la línea oblicua que va del punto medio del lado de arriba al vértice inferior derecho mide la raíz cuadrada de 5^2+6^2, es decir, algo más que 7,8. Y, sin embargo, una escalera de escalones muy pequeños se aproxima, midiendo siempre 11, tanto como queramos a esa diagonal que mide 7,8. ¿Cómo es esto posible?

Tal vez sea en esa trascendencia a los datos concretos y en la capacidad para imaginar situaciones imposibles donde se encuentre, precisamente, la competencia matemática real. Saber qué matemáticas precisa un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo, es mucho más difícil de lo que parece.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁLVAREZ GARCÍA, J. L. (2005): «PISA, Reforma y Matemáticas, ¿encontraremos el baricentro que equilibre este triángulo?», en *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*. 8, 2.

BOC (2002): Boletín Oficial de Cantabria. Decreto 40/2002, de 28 de marzo, por el que se establece el currículo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Cantabria.

BOE (2002): Boletín Oficial del Estado. Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación.

DE LEÓN, M. ; RECIO, T.: «La presencia de las matemáticas en España», en *Padres y Madres. Revista de la CEAPA*, 82.

FORTEA, J. (1976): *Bourbaki as a manneristic cultural phenomenom*. Congreso «Langage et pensée mathématique». Luxembourg.

HERNÁNDEZ, J. (2002): « La matemática y sus elementos: de Euclides a Bourbaki», en. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, Vol. 5.3.

INECSE (2005): *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia.

RECIO, T. (2005): *PISA 2003: Factores del rendimiento en matemáticas*. En: *VI Seminario de Primavera. La enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA*. Madrid, Santillana.

RICO ROMERO, L. (2005): *La competencia matemática en PISA*. En: *VI Seminario de Primavera. La enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA*. Madrid, Santillana.

PÁGINAS WEB

INECSE (2004): *Preguntas planteadas en PISA 2000*. Madrid.: Ministerio de Educación y Ciencia. Ver http://www.ince.mec.es/pub/pubintn.htm#ref15 (Consulta: 12/12/2005)

MEC: *Proyecto de Ley Orgánica de Educación y Memoria Económica*. Ver http://www.mec.es (Consulta: 12/12/2005)

EDUCASTUR (2005): *Primeros pasos en Competencias Clave: Ciencias, Idioma (inglés), Lengua, Matemáticas, Tecnologías de la Información y la Comunicación*. Ver http://www.educastur.princast.es/info/calidad/indicadores/primeros_pasos.php (Consulta: 12/12/2005)

EMS (2001): *Reference levels in school mathematics education in Europe*. European Mathematical Society. May.

http://www.emis.de/projects/Ref/doc_ems_pdf/EMS_INTERNATIONAL_REPORTS/

(Consulta: 12/12/2005)

RACEFN (2005): Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. *Reunión sobre la Enseñanza de las Matemáticas*. Ver http://www.rsme.es/comis/educ/acadcien.pdf (Consulta: 12/12/2005)