

LA RESOLUCION  
DE PROBLEMAS  
DE FISICA Y DE  
QUIMICA COMO  
INVESTIGACION

LA RESOLUCION  
DE PROBLEMAS  
DE FISICA Y DE  
QUIMICA COMO  
INVESTIGACION

JUAN LORENZO RAMIREZ CASTRO  
DANIEL GIL PEREZ  
JOAQUIN MARTINEZ TORREGROSA

JUAN LORENZO RAMIREZ CASTRO  
DANIEL GIL PEREZ  
JOAQUIN MARTINEZ TORREGROSA

C·I·D·E·

C·I·D·E·

# **LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE FISICA Y DE QUIMICA COMO INVESTIGACION**

**Juan Lorenzo Ramírez Castro.  
Daniel Gil Pérez.  
Joaquín Martínez Torregrosa.**

**ESTUDIO FINANCIADO CON CARGO A LA CONVOCATORIA  
DE AYUDAS A LA INVESTIGACION DEL C.I.D.E.**

Número 97

Colección: INVESTIGACION

Ramírez Castro, Juan Lorenzo: La resolución de problemas de física y de química como investigación / Juan Lorenzo Ramírez Castro, Daniel Gil Pérez, Joaquín Martínez Torregrosa. — Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: CIDE, 1994.

1. Física 2. Química 3. Solución de problemas 4. Método de enseñanza.

© MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

Secretaría de Estado de Educación

Dirección General de Renovación Pedagógica

Centro de Investigación y Documentación Educativa

EDITA: Secretaría General Técnica

Centro de Publicaciones

Tirada: 1200 ejs.

Depósito Legal: M-35148-1994

NIPO:176-94-120-8

I.S.B.N.: 84-369-2533-5

Imprime: DIN IMPRESORES

Marqués de San Gregorio, 5. 28026 Madrid

## INDICE

PRESENTACIÓN .....	9
Planteamiento de la investigación .....	9
Hipótesis generales de trabajo y diseño experimental .....	11
Hilo conductor para la presentación de la investigación .....	15

### CAPÍTULO I

#### **Un modelo de resolución de problemas como actividad de investigación**

I.1.-La didáctica de la resolución de problemas en cuestión ....	17
I.1.1.- <i>Diferencias entre expertos y novatos en la resolución de problemas</i> .....	18
I.1.2.- <i>La transformación de los problemas en ejercicios estándar</i> .....	19
I.2.-La construcción por los profesores de un modelo alternativo .....	23
I.2.1.- <i>Suscitar el cuestionario</i> .....	24
I.2.2.- <i>Un replanteamiento en profundidad</i> .....	26
I.3.-Un modelo de resolución de problemas que integra las aportaciones más relevantes de la investigación didáctica.....	31

## CAPÍTULO II

**Los resultados obtenidos por los estudiantes de enseñanza media con la utilización del modelo**

II.1.-Descripción cualitativa de la actividad de los estudiantes cuando resuelven problemas en el aula bajo la dirección del profesor .....	39
II.1.1.- <i>Problema 1: Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos venir un coche: ¿Pasamos o nos esperamos?</i> .....	42
II.1.2.- <i>Problema 2: ¿Qué valor ha de tener una resistencia para sustituir a otras dos?</i> .....	52
II.2.-Resultados cuantitativos correspondientes a los estudiantes cuando se enfrentan a problemas. Su actitud hacia la resolución de problemas .....	58
II.2.1.- <i>Resultados obtenidos cuando se solicita a los alumnos que analicen cualitativamente el enunciado de un problema</i> .....	61
II.2.2.- <i>Resultados obtenidos cuando se pide a los estudiantes que analicen el resultado de un problema</i> .....	64
II.2.3.- <i>Observaciones que los alumnos realizan sobre la forma en la que está resuelto un problema</i> .....	68
II.2.4.- <i>Resultados obtenidos en el análisis de las resoluciones de problemas realizados por los estudiantes</i> .....	70
II.2.5.- <i>Valoración que realizan los estudiantes de las metodologías de resolución de problemas</i> .....	75
II.2.6.- <i>Valoración general de los resultados obtenidos con los alumnos</i> .....	78

## CAPITULO III

**La asunción del modelo por profesorado**

III.1.-Los cambios en los profesores cuando (re) elaboran un modelo de resolución de problemas como investigación .....	81
III.1.1.- <i>La situación de partida</i> .....	83
III.1.2.- <i>El cambio producido en los profesores por los cursos de perfeccionamiento</i> .....	89

III.1.3.- <i>La valoración de los profesores</i> .....	92
III.2.-El seguimiento de la actuación del profesorado en el aula .....	94
III.2.1.- <i>Desarrollo de la asesoría durante el primer curso</i> .....	97
III.2.2.- <i>Desarrollo de la asesoría durante el segundo curso</i> .....	100
CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS .....	105
<b>ANEXO 1. Ejemplos de enunciados reformulados de problemas de Física y de Química</b> .....	107
Mecánica .....	107
Electromagnetismo .....	128
Química .....	144
<b>ANEXO 2. Ejemplos de desarrollo de la resolución de los problemas en clase</b> .....	161
Problema 3: ¿De cuánto tiempo dispone el niño para saltar del monopatín si no quiere golpearse contra el obstáculo? .....	161
Problema 4: Una esfera cargada toca a otra, ¿cuánta carga pierde? .....	174
Problema 5: ¿Cuánto ácido clorhídrico concentrado hemos de tomar para preparar la disolución de ácido diluido que necesitamos? .....	179
Problema 6: Determinar la cantidad de dióxido de carbono que exhala una persona, utilizando para ello una disolución de hidróxido de bario .....	184
<b>ANEXO 3. Un ejemplo de problema resuelto por procedimiento algorítmico</b> .....	191
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	193

## PRESENTACIÓN

### **Planteamiento de la investigación**

La resolución de problemas de lápiz y papel es desde hace algunos decenios - como muestra una abundante literatura (Garrett, 1986) - una de las líneas prioritarias de investigación en la didáctica de las ciencias. Esto es debido tanto a la importancia que se da a la resolución de problemas en el aprendizaje de las ciencias como a la constatación del fracaso generalizado de los estudiantes en esta tarea.

En cuanto al papel de la resolución de problemas en el aprendizaje hay un acuerdo generalizado en que ayuda a reforzar y clarificar los principios que se enseñan (Selvaratnman, 1983) y, más todavía, en que es a través de la resolución de problemas como mejor se aprenden (Larkin, 1981; Elshout, 1985) porque ello obliga a los estudiantes a poner constantemente sus conocimientos "en práctica" y favorece la motivación (Birch, 1986).

Por otra parte, existen numerosas pruebas experimentales de las graves dificultades encontradas por los estudiantes en la resolución de problemas de lápiz y papel en un dominio específico como el de la Física y la Química, en el que se centra nuestro estudio (Gil y Martínez-Torregrosa, 1983; Caillot y Dumas-Carre, 1987). Muchos estudiantes - como constatan Mettes y otros (1980) - no saben como empezar: simplemente buscan una fórmula adecuada o bien se limitan a esperar la resolución del profesor. En todo caso, hay acuerdo sobre el hecho de que una gran parte de los estudiantes no son capaces de abordar problemas nuevos (Gilbert, 1980; Mettes et al., 1980; Gil y Martínez-Torregrosa, 1983). Gilbert ha señalado

incluso la posibilidad de resoluciones mecánicas que llevan a la solución correcta.....sin que los estudiantes hayan entendido nada.

No es de extrañar, pues, que la resolución de problemas se haya convertido en una de las líneas prioritarias de investigación y constituya una de las cuestiones que más interesan a los enseñantes (Gabel, Samuel, Helgeson, McGuire, Novac y Butzon, 1987).

Partiendo de la problemática que presenta la resolución de problemas de lápiz y papel de Física y Química en las aulas - uno de los motivos del fracaso generalizado en estas asignaturas- iniciamos un estudio (Gil y Martínez-Torregrosa, 1984) de las causas de dicho fracaso, que nos llevó a cuestionar la forma en que los profesores y libros de texto abordaban la resolución de problemas. Se trataba de una investigación que, en lugar de poner el acento en el análisis de lo que los alumnos hacen (mal) para fracasar tan abundantemente, se centraba en las orientaciones que el profesor da, es decir, en la propia metodología de la enseñanza de resolución de problemas.

Los resultados inicialmente obtenidos en el campo de la Mecánica con el modelo de resolución de problemas como investigación mostraron en síntesis (Gil et al., 1988):

- Que la actividad que se propiciaba con el uso de este modelo en clase, tanto para los alumnos como para el profesor, se alejaba del operativismo y fomentaba, por el contrario, formas de pensamiento cualitativas y divergentes sin que por ello, se perdiera rigor.

- Que este cambio metodológico producía en los alumnos un aumento de su capacidad de enfrentarse y resolver los problemas gracias a la superación de su operativismo inicial y a la utilización por su parte en la resolución de problemas de aspectos esenciales del trabajo científico: realización de planteamientos cualitativos, emisión de hipótesis, elaboración de posibles estrategias antes de proceder a la resolución, etc.

- Y ponía de manifiesto una gran aceptación inicial del modelo de resolución de problemas como investigación tanto por los alumnos como por los profesores en formación.

A partir de aquí, hemos intentado profundizar en el modelo de resolución de problemas como investigación para, por un lado, replicar los esperanzadores resultados obtenidos en las investigaciones precedentes y avanzar en su contrastación con nuevos instrumentos de validación; para ampliar por otra parte el campo de



utilización del modelo a la mayor parte de los campos de la Física y la Química que se abordan en la Educación Secundaria; y, por último, para ver hasta qué punto podía ser asumido este modelo por el profesorado y así salir del círculo de la investigación y convertirse realmente en una herramienta eficaz para la resolución de problemas en las clases de Física y Química en la enseñanza media.

En consecuencia, enfocamos el trabajo en tres líneas de actuación. Primero, ampliando la fundamentación teórica del modelo de resolución de problemas propuesto viendo, en particular, si las aportaciones realizadas por los distintos investigadores en el campo de la resolución de problemas podían integrarse en él, lo que mostraría así su coherencia y su potencialidad como marco de referencia de futuras investigaciones.

Segundo, había que ver hasta qué punto las orientaciones del modelo eran aplicables a la generalidad de los temas de la Física y de la Química, estudiando si los problemas de electrostática o de estequiometría, por ejemplo, eran susceptibles de ser utilizados según el nuevo enfoque; y si al resolver estos problemas en el aula se obtenían los mismos resultados positivos que en el caso de la mecánica. Ello debería permitir, además, la revisión y perfeccionamiento del modelo.

Por último, en una investigación de este tipo, en la que se pretendía la validación de un modelo de intervención didáctica en el aula, que supone un cambio importante en el papel del profesor, resultaba fundamental estudiar hasta qué punto el modelo puede ser asumido por los profesores, no sólo en formación sino en ejercicio con varios años de experiencia docente, de cara a que pueda extenderse y contribuir a la mejora de la práctica docente.

### **Hipótesis generales de trabajo y diseño experimental**

Como hemos venido apuntado, lo que interesaba comprobar una vez fundamentado el modelo es si "funcionaba", si realmente producía cambios metodológicos en los alumnos y profesores que conllevaran más y mejores aprendizajes y más éxitos en la resolución de los problemas de Física y de Química. En síntesis, la investigación ha estado guiada por las siguientes hipótesis generales (cuadro I):

- I.- El modelo de resolución de problemas como actividad de investigación, ensayado hasta aquí exclusivamente en el campo de la mecánica, es aplicable -con las matizaciones necesarias- a las diversas partes de la Física y a la Química, contribuyendo a una mejor resolución de los problemas de lápiz y papel y a la familiarización con aspectos esenciales del trabajo científico por parte de los estudiantes.
- II.- Es posible diseñar actividades que faciliten la toma de conciencia de los profesores sobre las limitaciones de las orientaciones didácticas habituales para la resolución de problemas y consigan (re)elaborar el nuevo modelo.
- III.- Así mismo, -mediante un trabajo de seguimiento y asesoramiento de la actividad de los profesores en sus clases de forma que se impliquen en un proceso de investigación/evaluación- se puede conseguir que utilicen las orientaciones del modelo, venciendo las dificultades que plantea todo cambio didáctico de una cierta dificultad.

Como corolario, esperábamos encontrar una actitud, por parte de los estudiantes y profesores, mucho más positiva hacia el modelo propuesto que hacia el que venían utilizando.

La operativización de estas hipótesis generales lleva a la aparición de una gran variedad de consecuencias contrastables (ver Cuadros I, II y III en los correspondientes capítulos) que hacen que la validación se realice desde múltiples vertientes, lo que implica una metodología de trabajo y un diseño experimental rico y variado. En este sentido, existen en la investigación educativa dos tendencias polarizadas (Cook y Reichardt, 1986), la **experimental**, que utiliza fundamentalmente métodos cuantitativos, y la **etnográfica** o interpretativa, que se caracteriza por emplear sobre todo métodos cualitativos.

Entre los dos extremos se impone una tercera vía que combina técnicas y métodos de ambos tipos de investigación en la idea de que los puntos débiles de una son los fuertes de la otra y se complementan (Carr, 1989). El presente trabajo de investigación, aún teniendo una fuerte dosis de metodología cuantitativa -rigurosa fundamentación teórica, emisión previa de hipótesis, premisa de objetividad, etc.- participa también de las metodologías cualitativas en un intento de explicar mejor qué es lo que ocurre en el aula, en

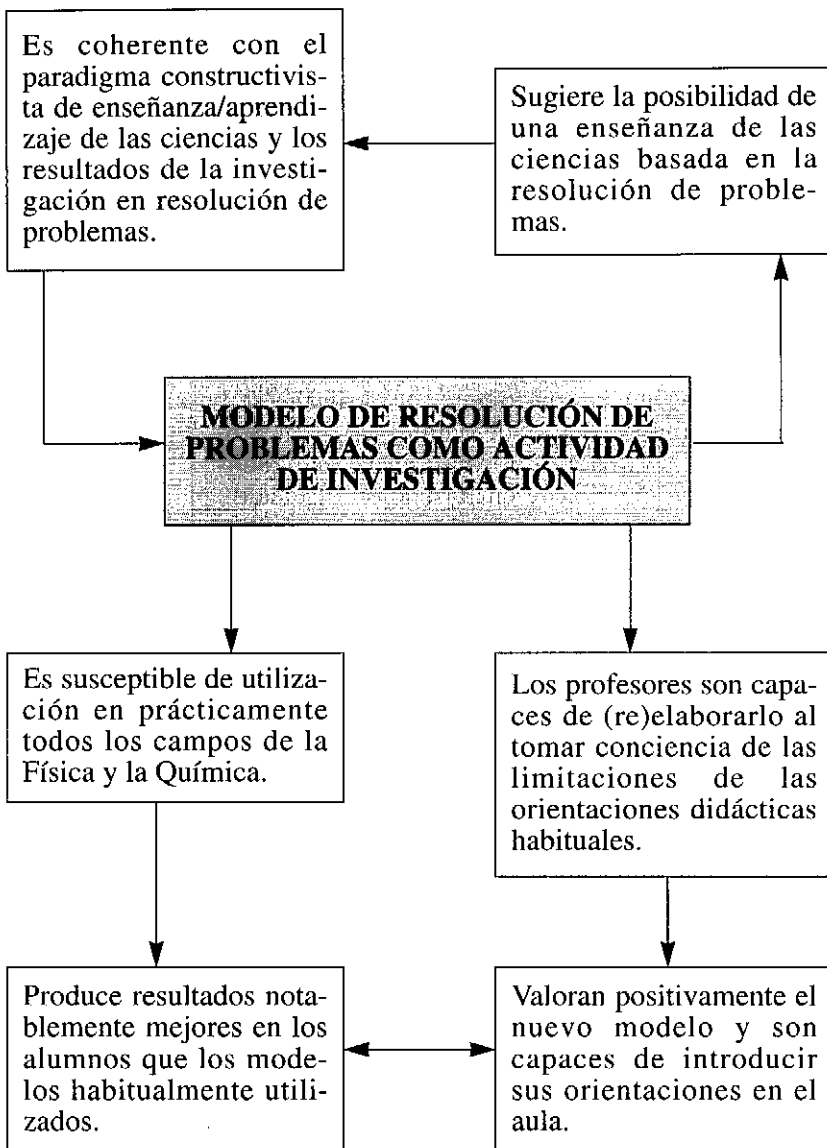
el mismo proceso de la resolución de un problema y que es lo que opinan los profesores y estudiantes y cuales son sus dificultades. Así, hemos procedido tanto a la obtención de resultados cuantitativos a través de pruebas escritas y encuestas, como a la observación detallada del desarrollo de las clases en las que se han resuelto problemas, a la realización de entrevistas o a la grabación de sesiones de discusión de los profesores.

Además, como estamos interesados en que se produzcan cambios notables, como consecuencia de la utilización de nuestro modelo, no necesitamos tanto las exigencias y técnicas estadísticas utilizadas por la sociología con grandes muestras en las que conseguir pequeñas diferencias, aunque significativas, sino múltiples enfoques que confluyan en colectivos de tamaño medio, en los que se pretende conseguir cambios sustanciales (Viennot, 1989; Wilson, 1977).

En consecuencia con lo anterior el diseño se basaba en la utilización sistemática del modelo en el aula con los alumnos integrado dentro del currículo normal, en la realización de cursos para profesores en ejercicio y en formación diseñados para la introducción del nuevo modelo de resolución de problemas, y en el asesoramiento y seguimiento de los profesores que intentaban implementarlo con sus alumnos.

A su vez, el diseño se orientaba en dos direcciones: Una, el análisis de lo que sucede en las clases con los estudiantes mientras se enfrentan a la resolución de problemas orientados por el profesor y del desarrollo de las sesiones de los cursos y seminarios en los que se presenta el modelo a los profesores, y dos, el análisis de los resultados cuantitativos que se obtienen de los cuestionarios, pruebas y encuestas a que son sometidos alumnos y profesores, tanto los que están involucrados en el proceso experimental como los utilizados como control.

### Cuadro I: Esquema General de la Investigación



## Hilo conductor para la presentación de la investigación

En el momento de solicitar la ayuda para el desarrollo del proyecto de investigación (1989) nuestro trabajo ya estaba avanzado. Así, se había elaborado una primera versión del modelo de resolución de problemas como investigación (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1983), se había avanzado en su fundamentación (Gil et al., 1988b) y había sido utilizado con éxito en el campo de la Mecánica (Gil et al., 1988). Además, ya se estaba trabajando en otros campos de la Física (Gil y Ramírez, 1987) e iniciada su difusión entre el profesorado (Gil et al., 1988).

Pero, un proyecto de investigación de tanta entidad y dificultad como el de la sustitución de un modelo de resolución de problemas por otro, con las implicaciones de cambio conceptual, metodológico y actitudinal que supone para profesores (y alumnos), no es nunca cerrado y supone la aparición continua de nuevos problemas y la necesidad de pequeñas mejoras y ajustes del modelo conforme se va avanzando en la investigación. En este sentido tenemos que indicar que a lo largo de la realización de este Proyecto de Investigación hemos seguido avanzando en la investigación, tanto en la concepción del propio modelo en sí, como en su utilización en otros campos de la Física y la Química, además de en la difusión entre el profesorado y su utilización por los profesores con sus alumnos.

Aunque muchos de los resultados que habíamos obtenido antes de 1989 ya los hemos dado a conocer, y a ellos nos remitimos a lo largo de esta memoria, el **primer capítulo** lo dedicamos precisamente a presentar el modelo de resolución de problemas como investigación tal y como lo concebimos en este momento, ya que hemos ido introduciendo modificaciones sustanciales a lo largo de la investigación.

En el **segundo capítulo** operativizamos la primera hipótesis general, revisando los resultados obtenidos con los alumnos de enseñanza media, y mostramos cómo estos resultados validan satisfactoriamente nuestras hipótesis. En particular, hemos concedido una especial atención a la descripción detenida de la actividad de los alumnos durante la resolución de algunos problemas, ejemplificando así la utilización del modelo, las dificultades surgidas, etc.

El **tercer capítulo** lo dedicamos al desarrollo de la segunda y

tercera hipótesis generales. Exponemos cómo, al facilitar la reconstrucción del modelo por los profesores, es asumido y valorado positivamente por ellos. Además, nos centramos en el seguimiento de profesores que han utilizado el modelo de forma habitual en sus clases, describiendo el proceso seguido por estos profesores, presentando los resultados que obtienen con sus alumnos y prestando una particular atención a las dificultades que aparecen cuando los profesores deciden cambiar su metodología de trabajo en el aula en lo que se refiere a la utilización de problemas de lápiz y papel en las materias de Física y de Química.

Las **conclusiones** podrían cerrar esta memoria, pero, en aras a intentar convertirla en un instrumento más útil para los profesores, hemos incluido dos anexos en los que se recogen materiales que creemos que pueden servir de ayuda para implementar nuestro modelo de resolución de problemas en el aula. El **anexo I** contiene una amplia relación de enunciados de problemas de Física y de Química adaptados a las necesidades del modelo y en el **anexo II** se desarrollan con cierto detenimiento nuevos ejemplos de problemas realizados en el aula (como continuación de los del capítulo II) que pueden ayudar a dar una imagen más "concreta" de la actividad de los estudiantes en la clase.

## CAPÍTULO I

# UN MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN

### **1.1. La didáctica de la resolución de problemas en cuestión**

La literatura sobre la resolución de problemas de lápiz y papel muestra, esencialmente, dos orientaciones teóricas : la asociada a la observación de cómo los resuelven los "expertos" y la que podríamos etiquetar como "orientación algorítmica". En cuanto a la primera, Larkin y Reif (1979), por ejemplo, al preguntarse cómo formular modelos útiles para la resolución de problemas científicos proponen observar qué hacen los expertos. Es una orientación que se ha desarrollado ampliamente (Larkin, McDermott, Simon y Simon, 1980; Finegold y Mass, 1985; Camacho y Good, 1989) y que está asociada a la tradición de la psicología cognitiva del procesamiento de la información (Greeno, 1976; Larkin, 1979; Chi, Glaser y Rees, 1982) en la que se inscriben también las investigaciones sobre simulaciones con ordenador (Larkin, 1981).

Aquí se incluirían también las investigaciones puntuales que, centrándose en lo que el alumno es capaz de hacer, relacionan la mayor o menor dificultad que tienen los estudiantes al resolver los problemas y la demanda cognitiva que implica su resolución (Garrett, 1989; Niaz, 1989; López, 1991; Palacios y López, 1992).

La segunda orientación teórica se encuentra explicitada en los

trabajos de Mettes et al. (1980; 1981; Van Weeren et al., 1981) quienes apoyándose en las ideas de Galperin, Talyzina y Landa sobre la formación de las acciones mentales "etapa por etapa", pretenden explícitamente transformar los problemas en situaciones estandar, que puedan resolverse mediante "operaciones rutinarias" (Mettes et al., 1980). Se puede hablar, pues, de algoritmización, al menos como tendencia, ya que la mencionada transformación no es, evidentemente, automática.

Analizaremos a continuación con más amplitud las dos mencionadas orientaciones teóricas. Nos basaremos en un trabajo representativo de cada una de las tendencias, como son el de Camacho y Good (1989) sobre expertos y novatos resolviendo problemas y el de Kamers-Pals, Lambrechts y Wolft (1983) sobre la resolución de problemas por etapas, los dos en el campo de la Química.

### **I.1.1. Diferencias entre expertos y novatos en la resolución de problemas**

El artículo de Camacho y Good (1989) es un trabajo representativo de las investigaciones basadas en el estudio de las diferencias entre expertos y novatos cuando se enfrentan con la resolución de un problema. En efecto, dicho artículo realiza una síntesis de las investigaciones precedentes con esta orientación y amplía, además, el campo de investigación a los problemas de Química, que se habían tenido poco en consideración.

Las conclusiones a las que llega esta línea de investigación son, en síntesis:

- El ser experto, o no, resolviendo problemas es un continuo más que una simple dicotomía.
- El análisis y contrastación frecuente del trabajo que se está realizando determina claramente parte del éxito en la resolución.
- Los expertos emplean un tiempo inicial con cada problema para desarrollar un esquema o representación de la situación antes de proceder con las fórmulas o ecuaciones.
- Los expertos exhiben unos conocimientos más coordinados e integrados.
- Los expertos muestran intuición para caracterizar o categorizar los problemas al comienzo (por ejemplo, de dinámica, o de equilibrio, etc.).



- La resolución del problema queda afectada negativamente cuando el individuo elige la memorización frente a la integración significativa del conocimiento.
- Los expertos demuestran poseer unas estrategias de resolución más poderosas que los novatos que utilizan fundamentalmente el ensayo y error y algoritmos.

Además de estas conclusiones indicadas explícitamente, los autores hacen notar las lagunas y errores conceptuales encontrados en los individuos que fracasan en la resolución de problemas, así como la actitud mucho más positiva hacia la resolución de los problemas observada en los buenos resolventes respecto a los malos.

Las conclusiones son interesantes y el marco teórico congruente. El problema se presenta cuando de aquí se han de extraer conclusiones de cara a la actuación docente. La hipótesis subyacente a esta orientación teórica es que una vez que se sabe qué es lo que hacen los expertos para resolver problemas con éxito no hay más que indicárselo a los novatos para que actúen como ellos, lo que está totalmente en línea con la concepción de enseñanza por transmisión verbal de conocimientos ya elaborados, que se ha mostrado tan insuficiente.

Así, las orientaciones didácticas que ofrecen Camacho y Good (1989) de cara a la enseñanza de la resolución de problemas se focalizan en la falta de conocimientos previos o en su mala estructuración, por parte de los alumnos, e indican implícitamente que si los estudiantes no resuelven bien los problemas es por su propia culpa, porque ellos no saben (opinión, por otro lado, ampliamente extendida entre el profesorado, como analizaremos más adelante).

Creemos, pues, que esta vía de investigación -a pesar de algunas aportaciones puntuales- no llevará a un modelo satisfactorio que haga avanzar la didáctica de resolución de problemas ya que su concepción fatalista no le permite dirigir la atención hacia qué acciones positivas puede realizar el profesor en clase para ayudar a sus alumnos a aprender a enfrentarse con éxito a los problemas.

### **I.1.2. La transformación de los problemas en ejercicios estandar**

La segunda orientación en la que nos vamos a detener aborda la resolución de problemas con la intención de "desproblematizarlos", bien convirtiéndolos en ejercicios más sencillos o sistematizándo-

los mediante algoritmos (Mettes et al., 1980, 1981; Kramers-Pals et al., 1982, 1983; Frazer y Sleet, 1984).

Kramers-Pals et al. (1983) a partir del modelo desarrollado inicialmente por Mettes et al. (1980, 1981) denominado Aproximación Sistemática a la Resolución de Problemas (en iniciales inglesas, S.A.P.) proponen una estrategia de resolución de problemas que consiste básicamente en "la transformación de los problemas cuantitativos en problemas estandar" (Sic). Las cuatro fases principales que se distinguen en el modelo SAP son:

Fase 1: Lectura razonada del problema. Análisis cuidadoso de los datos y de las incógnitas, representándolos esquemáticamente.

Fase 2: Establecer si el problema es, o no, estandar, por ejemplo, si puede ser resuelto mediante operaciones rutinarias (mediante operaciones matemáticas). Si no es así, buscar relaciones entre los datos y las incógnitas que puedan ser usadas en la transformación del problema en un ejercicio (standar problem). Trasformar el problema en ejercicio.

Queremos resaltar cómo se insiste explícitamente en transformar los problemas en ejercicios estandar, eliminando de esta manera la potencialidad que pudieran poseer para favorecer el pensamiento divergente y la creatividad (Garrett, 1987).

Fase 3: Ejecutar las operaciones rutinarias necesarias.

Fase 4: Analizar la respuesta e interpretar los resultados.

A pesar de que el modelo pormenoriza lo que debe hacerse en cada fase a modo de receta, Kramers-Pals et al. advierten la gran dificultad de ejecutar la fase 2 y matizan la estrategia a seguir en esta fase introduciendo la idea de relaciones -ecuaciones- clave (Key Relations) encadenadas (Solution Pathway), que consiste, en esencia, en que los alumnos debieran buscar las ecuaciones fundamentales del área conceptual en la que se inscribe el problema y encadenarlas de forma que, de dos en dos, compartan al menos una variable, de forma que, al final, se encuentren en la misma cadena la incógnita y los datos. Plantean dos vías para construir la cadena: bien se usarían los datos como punto de partida o, a partir de las incógnitas, se iría encadenando el problema hacia atrás (Bakward Reasoning). El algoritmo de resolución para la fase 2 es el de la figura 1 (además, en el anexo III se reproduce exactamente la resolución de uno de los problemas que estos autores realizan como ejemplo).

En una línea similar a la del encadenamiento otros autores (Frazer y Sleet, 1984) proponen que la estrategia general de resolución de problemas (de Química) debe de ser el subdividirlos en subproblemas, que después se irían enlazando.

A pesar de que este modelo explica a los profesores qué indicaciones deben dar a sus alumnos, sólo es válido para los ejercicios (Bodner y McMillen, 1986), como los mismos autores apuntan en las conclusiones, ya que si los estudiantes son capaces de realizar el algoritmo, es que reconocen las situaciones. Además no está claro que la subdivisión del problema necesariamente lo simplifique puesto que, en muchas ocasiones, cada uno de los pasos es tan difícil como el problema globalmente (Niaz, 1989) y, en otras muchas, aún pudiendo resolver un estudiante cada subproblema es incapaz de resolver el problema en su conjunto (Frazer y Sleet, 1984).

Por otro lado, si lo que se pretende es simplificar, nos encontraríamos con la necesidad de tratar y algoritmizar todos los problemas posibles para que los estudiantes, llegado el caso, no se vieran que enfrentar a un problema del que desconocieran el algoritmo.

Peor son todavía las consecuencias de la práctica de este modelo que lleva inevitablemente a favorecer un tratamiento operativista a partir de los datos que suministra el enunciado y que impide la reflexión cualitativa y el análisis de lo que se hace, conduciendo a los estudiantes a reconocer el problema o abandonar (Gil, Mtnez-Torregrosa y Senent, 1988). Además, este modelo concentra todas sus energías en hallar un resultado -aunque no sepa bien cómo- y desaprovecha el extraordinario potencial que tienen los problemas de favorecer el pensamiento divergente, por no hablar del aprendizaje de conceptos o de determinados aspectos de la metodología científica, etc.

Algunas de las contribuciones parciales aportadas por estas investigaciones -la importancia dada por los expertos al planteamiento cualitativo o al análisis de los resultados, por ejemplo- son potencialmente fructíferas, pero quedan "ahogadas" por la orientación general del modelo que se propone. Se hace necesario, pues, proceder a un replanteamiento en profundidad de la didáctica de la resolución de problemas. Un replanteamiento teóricamente fundamentado, que rompa con la aceptación acrítica de prácticas sin otro fundamento que el peso de una tradición de resultados, por lo demás, escasamente positivos.

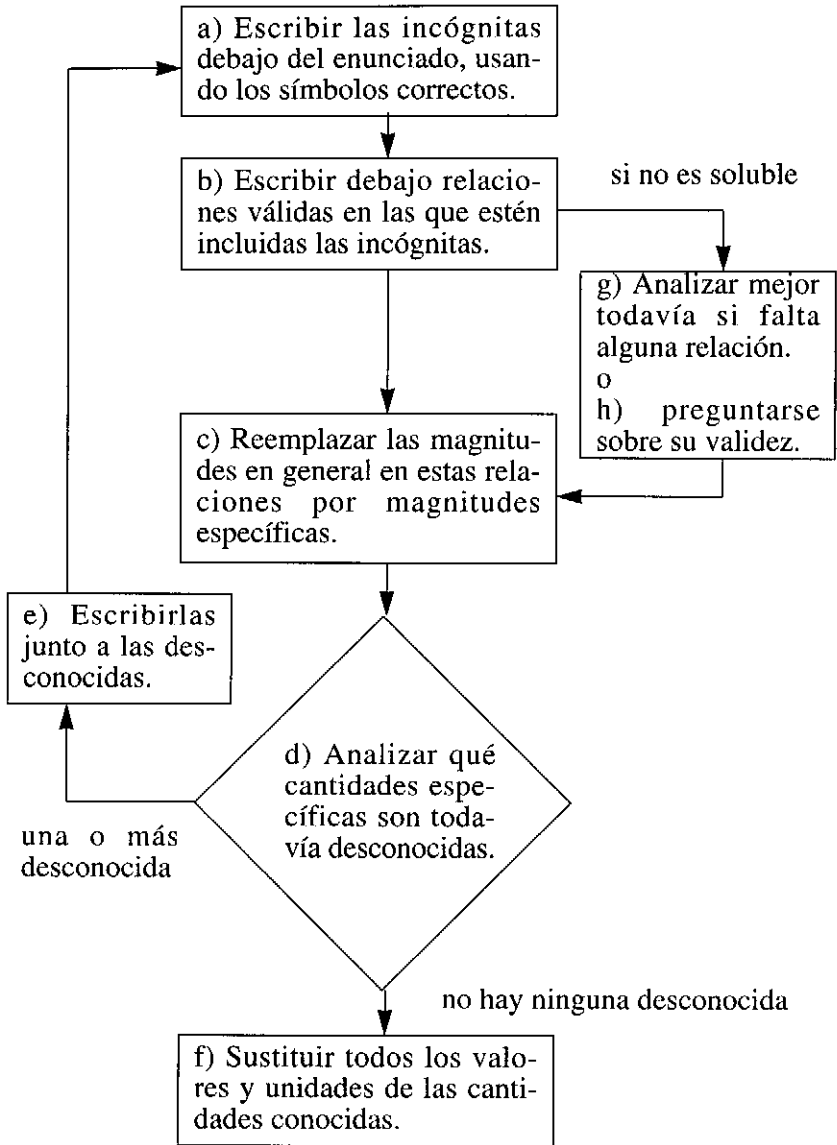


Figura 1.- Algoritmo de resolución de la fase 2 en el modelo S.A.P. (Kramers-Pals et al., 1983)

## **I.2. La construcción por los profesores de un modelo alternativo**

Como hemos indicado, nuestro punto de vista sobre el enfoque que ha de tener la investigación en resolución de problemas se diferencia substancialmente de las orientaciones precedentes. Por una parte, la orientación "algorítmica" pretende desproblematizar los problemas transformándolos en ejercicios estandar, con lo que elimina la potencialidad que pudieran poseer para favorecer el pensamiento divergente y la creatividad (Garrett, 1987) favoreciendo, por contra, el tratamiento operativista.

Por otro lado, detrás del análisis de cómo resuelven los problemas los expertos y los novatos subyace el supuesto de la responsabilidad individual de los alumnos ("hay quien resuelve bien los problemas y quien no"); pero esta explicación resulta difícilmente aceptable cuando nos enfrentamos a un fracaso tan generalizado.

En contraposición a estas dos orientaciones, nuestro modelo dirige la atención sobre lo que el profesor hace en clase, sobre qué es lo que los profesores hacemos para enseñar -o no enseñar- a resolver problemas. Partiendo de la idea de problema como situación desconocida, para la que de entrada no se tiene solución (Kru-lik y Rudnik, 1980; Prendergast, 1986) nos planteamos las siguientes preguntas: ¿En qué medida lo que se enseña en clase se aproxima a una auténtica resolución de problemas?, y, por el contrario, ¿Qué orientaciones debieran guiar la actuación de los profesores y estudiantes?.

Estas mismas preguntas, reformuladas convenientemente, las hemos planteado a grupos de profesores asistentes a cursos y seminarios de actualización didáctica. Describiremos a continuación el proceso seguido en estos seminarios sobre resolución de problemas, planteados como sesiones de trabajo para un número de profesores similar al de alumnos en un aula de enseñanza media.

Como podrá constatarse, la estrategia seguida en estas actividades de formación del profesorado posee la misma orientación que las propuestas constructivistas recomiendan para el aprendizaje de los alumnos. Y ello tanto por razones de coherencia como de eficacia. De hecho, para producir un efectivo cambio didáctico, cada aspecto fundamental del proceso de enseñanza/aprendizaje debe ser abordado en profundidad, siguiendo orientaciones constructivistas como las que aquí se exponen a título de ejemplo (Gil y Pessoa, 1992).

### I.2.1. Suscitar el cuestionamiento

Cuando se pregunta al profesorado en activo cuáles pueden ser las causas del fracaso generalizado en la resolución de problemas de Física y Química, raramente aducen razones que inculpen a la propia didáctica empleada. Conviene, pues, que una de las primeras actividades a realizar conduzca, precisamente, a poner en cuestión dicha didáctica, a hacer sentir "en carne propia" las deficiencias de la enseñanza habitual de la resolución de problemas. Proponemos para ello el siguiente pequeño ejercicio que -aunque a estas alturas es sobradamente conocido por el uso que hemos hecho de el- nos ha dado tan buen resultado, ya que su realización favorece una fecunda discusión posterior. se trata de:

*Un objeto se mueve a lo largo de su trayectoria según la ecuación:  $e = 25 + 40t - 5t^2$  ( $e$  en metros si  $t$  en segundos). ¿Qué distancia habrá recorrido a los 5 segundos?*

Cuando se ha propuesto esta actividad en cursos para profesores de Física y Química en activo, la casi totalidad de los asistentes "resuelve" muy rápidamente el ejercicio, dando como respuesta, en general, 100 m ó 75 m. Sin entrar en la discusión de esta discrepancia, proponemos que calculen la distancia recorrida por el mismo móvil en 6 segundos. Los resultados obtenidos ahora (85 m quienes antes obtuvieron 100 m y 60 m quienes obtuvieron 75) muestran claramente que "algo va mal" (¡el móvil no puede haber recorrido en más tiempo menos distancia!). La resolución de este aparente enigma es, por supuesto, sencilla: Tras una pequeña reflexión, los asistentes comprenden que la ecuación  $e = 25 + 40t - 5t^2$ , corresponde al movimiento de un objeto que avanza con velocidad decreciente hasta pararse y comenzar a retroceder. Obtienen así los resultados correctos, que son 85 m a los 5 s (80 m hacia delante y 5 m hacia atrás) y 100 m a los 6 s (80 m hacia delante y 20 hacia atrás).

Pero lo que nos interesa aquí es reflexionar sobre el hecho de que un problema tan sencillo conduzca a resultados erróneos de forma muy generalizada. Conviene, pues, proceder a una reflexión/discusión en torno a ello:

*¿A qué cabe atribuir unos resultados erróneos tan generalizados en un problema como el del móvil? ¿de qué pueden ser índice? ¿qué sugieren?.*

Los resultados de los ejercicios que acabamos de comentar actúan de "toma de conciencia" y conducen a un debate detenido, que pone en cuestión la actividad del propio profesorado. Se hace referencia así, entre otras, a las siguientes características de la orientación dada habitualmente a la resolución de problemas:

– La falta de reflexión cualitativa previa, o, dicho de otro modo, el operativismo mecánico con que se abordan habitualmente los problemas, incluso por los mismos profesores. Conviene recordar a este respecto las palabras de Einstein: "Ningún científico piensa con fórmulas. Antes que el físico comience a calcular debe tener en su cerebro el curso de los razonamientos. Estos últimos, en la mayoría de los casos, pueden ser expuestos con palabras sencillas. Los cálculos y las fórmulas constituyen el paso siguiente". Sin embargo, insistimos, la didáctica habitual de resolución de problemas suele impulsar a un operativismo abstracto, carente de significado, que poco puede contribuir a un aprendizaje significativo.

– Un tratamiento superficial que no se detiene en la clarificación de los conceptos. Así, en el problema del móvil, se producen evidentes confusiones entre distancia al origen, desplazamiento y distancia recorrida. Y no se trata de una cuestión puramente terminológica de escasa importancia, sino índice, repetimos, de un tratamiento superficial que en poco puede favorecer una auténtica comprensión de los conceptos. Más aún: se manejan casi exclusivamente situaciones que favorecen las confusiones. En el caso que nos ocupa, por ejemplo, la mayor parte de los problemas sobre móviles, toman como sistema de referencia (explícita, o, más a menudo, implícitamente) el punto e instante en que el movimiento se inicia y sentido positivo el del movimiento, con lo cual el espacio "e" (distancia al origen) coincide con el desplazamiento; si además no hay retrocesos, el valor de la distancia recorrida coincide también. La repetición de ejemplos en que esto ocurre lleva, no solo a confundir los conceptos, sino incluso a hacer "innecesaria" la atención al sistema de referencia. El carácter relativo de todo movimiento es así escamoteado, negado en la práctica, por mucho que se haya insistido en él teóricamente. Y es necesario tener presente

que esta costumbre de absolutizar el movimiento, tomando siempre como referencia implícita el punto e instante de donde parte el móvil, corresponde a tendencias profundamente arraigadas en el niño de centrar todo estudio en sí mismo, en su propia experiencia, generalizándola acríticamente (Piaget, 1970).

De este modo, los problemas, en vez de contribuir a un aprendizaje significativo, ayudando a romper con visiones confusas, favorecen su afianzamiento. Y ello ocurre incluso -o, mejor, sobre todo- cuando se llega a resultados correctos. Pensemos en los numerosos ejercicios sobre caída de graves que se realizan y que los alumnos llegan a hacer casi con los ojos cerrados: ello no impide que sigan pensando que "un cuerpo de doble masa caerá en la mitad de tiempo". Es decir, los problemas "correctamente" resueltos no han permitido poner en cuestión la idea ingenua de la influencia de la masa.

En resumen: los problemas, en vez de ser ocasión privilegiada para construir y profundizar los conocimientos, se convierten en refuerzo de errores conceptuales y metodológicos. Podría pensarse que hay mucha exageración en estas conclusiones; pero basta mirar más adelante (capítulo III.1) el análisis que hemos realizado sobre los problemas resueltos en los textos para constatar que el operativismo, el tratamiento superficial -sin ni siquiera análisis de los resultados- es realmente muy general. La discusión anterior motiva, pues, que los profesores "tomen conciencia" de las deficiencias de la didáctica habitual de la resolución de problemas y comprendan la necesidad de un replanteamiento en profundidad de la misma.

### **I.2.2.- Un replanteamiento en profundidad**

Las mayores dificultades que a menudo ha encontrado el desarrollo de una ciencia han derivado de supuestos implícitos, aceptados sin cuestionamiento alguno, escapando así a la crítica. En tales casos se impone -como la historia de las ciencias ha mostrado reiteradamente- un replanteamiento en profundidad que analice críticamente hasta lo más obvio. Por lo que se refiere a la didáctica de la resolución de problemas, ello supone descender hasta la clarificación misma de la idea de problema. Esta es, pues, la actividad que proponemos ahora a los grupos de trabajo:



### *¿Qué hemos de entender por problema?*

Se ha señalado con frecuencia (Kruлик y Rudnik, 1980; Prendergast, 1986) que los investigadores en la resolución de problemas de lápiz y papel no suelen plantearse qué es un problema -lo que, a nuestro entender, constituye una de las limitaciones de sus investigaciones- pero existe un acuerdo general entre quienes sí han abordado la cuestión -lo que es el caso de los profesores asistentes a estos cursos-, en caracterizar como problemas aquellas situaciones que plantean dificultades para las que no se poseen soluciones hechas. La definición de Kruлик y Rudnik (1980) resume bien este consenso: "Un problema es una situación, cuantitativa o no, que pide una solución para la cual los individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla". Esta misma idea aparece indirectamente cuando se habla de resolución de problemas. Así Polya (1980) señala que "resolver un problema consiste en encontrar un camino allí donde previamente no se conocía tal, encontrar una salida para una situación difícil, para vencer un obstáculo, para alcanzar un objetivo deseado que no puede ser inmediatamente alcanzado por medios adecuados". Es una idea muy simple -aparentemente- pero que choca frontalmente con la postura del profesorado frente a la resolución de problemas, que en su práctica habitual los considera simples ejercicios que se han de saber hacer.

Algunos autores insisten justamente en el hecho de que la existencia de dificultades no es una característica intrínseca de una situación y que depende también de los conocimientos, experiencia, etc., del resolvente (Garrett, 1987). En este sentido Elshout (1985) desarrolla la idea de "umbral de problematicidad" diferente para cada persona y por encima del cual se puede considerar que una situación constituye un verdadero problema para las personas implicadas.

Hay en estas ideas de problema y umbral de problematicidad una primera fuente para la comprensión de los resultados tan negativos alcanzados en la enseñanza habitual. En este sentido podemos proponer a los profesores que se replanteen ahora la relación entre éstas ideas sobre lo que son los problemas y lo que se hace en clase. La pregunta es:

*¿En qué medida las explicaciones de los problemas hechas por los profesores o expuestas en los libros de texto están de acuerdo con su naturaleza de tarea desconocida, para la que de entrada no se posee solución?*

La discusión propiciada por esta actividad pone totalmente en cuestión la práctica docente habitual; se señala, en efecto, que los "problemas" son explicados como algo que se sabe hacer, como algo cuya solución se conoce y que no genera dudas ni exige tentativas: el profesor conoce la situación -para él no es un problema- y la explica linealmente, "con toda claridad"; consecuentemente, los alumnos pueden aprender dicha solución y repetirla ante situaciones idénticas, pero no aprenden a enfrentarse con un verdadero problema y cualquier pequeño cambio les supone dificultades insuperables provocando el abandono.

En definitiva, esta discusión en torno a qué entender por problema permite realizar una crítica más profunda de la didáctica habitual. Puede ahora darse un paso más y preguntar: Si la naturaleza de los problemas es su "problematicidad", el hecho de que, de entrada, no se saben resolver,

*Si un problema es una situación para la que no se tiene una respuesta elaborada, ¿cómo habrá que abordar su resolución?*

Si se acepta la idea de que todo problema es una situación ante la cual se está inicialmente perdido, una posible orientación consistiría en preguntarse ¿qué hacen los científicos en este caso?. Con ello planteamos muy concretamente que es lo que hacen los científicos delante de lo que para ellos constituye un verdadero problema y no ante un enunciado de lápiz y papel como los que se incluyen en los libros de texto. Se puede esperar, en efecto, que delante de problemas de lápiz y papel los científicos -que son a menudo profesores- adopten actitudes características de la enseñanza habitual y consideren los problemas como situaciones que se debe saber resolver y no como verdaderos problemas.

En este sentido, los estudios hechos sobre la manera en que los "expertos" abordan los problemas de lápiz y papel muestran que estarían todavía muy lejos de lo que supone enfrentarse a un verdadero problema. Es pues más útil preguntarse qué es lo que los cien-

tíficos hacen cuando tienen que habérselas con auténticos problemas para ellos. La respuesta en este caso es "simplemente" que... se comportan como investigadores. Y si bien es verdad que expresiones como investigación, metodología científica o método científico (con o sin mayúsculas) no tienen una clara significación unívoca, traducible en etapas precisas, resulta indudable que el tratamiento científico de un problema posee unas características generales que habría que tener en cuenta también en los problemas de lápiz y papel.

Cuando, a continuación se plantea qué entender por metodología científica lleva tiempo, sin embargo, clarificar algunas visiones simplistas e incorrectas que asignan a la observación el origen y centro de toda investigación y olvidan que es precisamente el pensamiento divergente -la invención de soluciones a título de hipótesis y el desarrollo de estrategias de resolución- el núcleo central del trabajo científico (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1983). En cualquier caso, se trata de una clarificación absolutamente necesaria, no sólo para un correcto planteamiento de la resolución de problemas, sino para hacer posible una visión menos simplista de lo que es la ciencia.

Llegados los profesores a la convicción de que el tratamiento de los problemas tendría que ser de forma investigadora, cabe preguntarles cuál es la razón de que ello no ocurra; por ejemplo: ¿los problemas que se proponen habitualmente favorecen un tratamiento correcto?. Dicho de otra manera:

*¿Qué es lo que en los enunciados habituales dificulta un tratamiento científico de los problemas y deja, en particular, sin sentido la tarea fundamental de emisión de hipótesis?*

El paso a dar ahora no es, ciertamente, fácil; pero el hilo conductor seguido hasta aquí permite concebir que la inclusión de los datos en el enunciado, así como la explicitación de todas las condiciones reinantes, como punto de partida ahogan la reflexión cualitativa y la emisión de hipótesis y orientan al manejo inmediato de dichos datos, y, en este sentido, las reflexiones de los equipos de profesores conducen hacia el cuestionamiento de los enunciados cerrados.

Creemos que la inclusión de los datos en el enunciado -lo que

ocurre en la presentación habitual de los problemas de Física y de Química- como punto de partida, responde a concepciones inductivistas y orienta la resolución hacia el manejo de unas determinadas magnitudes sin que ello responda a una reflexión cualitativa previa. De este modo, al resolver un problema, el alumno se ve abocado a buscar aquellas ecuaciones que pongan en relación los datos e incógnitas proporcionados en el enunciado, cayendo así en un puro operativismo. No basta con denunciar dicho operativismo: se trata de hacerlo imposible atacando sus causas.

La comprensión de que la presencia de los datos en el enunciado, así como la indicación de todas las condiciones existentes -todo ello como punto de partida- responde a concepciones inductivistas y orienta incorrectamente la resolución, constituye un paso esencial en el desbloqueo de la enseñanza habitual de problemas y sus limitaciones. Pero al mismo tiempo puede generar desconcierto en un principio, porque choca con la práctica reiterada, con lo que "siempre" se ha hecho. Un enunciado sin datos, se puede señalar, ¿no será algo excesivamente ambiguo frente a lo cual los alumnos acaben extraviándose?. Ahora bien, la ambigüedad, o, dicho con otras palabras, las situaciones abiertas, ¿no son acaso una característica esencial de las situaciones genuinamente problemáticas? ¿Y no es también una de las tareas fundamentales del trabajo científico acotar los problemas abiertos, imponer condiciones simplificadoras?.

Dos dificultades suelen apuntarse durante esta discusión: La primera se refiere a la posibilidad de eliminar los datos y precisiones de los enunciados habituales y construir enunciados más abiertos capaces de generar una resolución acorde con las características del trabajo científico. A este respecto, el trabajo realizado en numerosos talleres y cursos de perfeccionamiento del profesorado, ha permitido constatar que los enunciados habituales son "traducibles" sin dificultad. Así, por ejemplo, el enunciado:

*"Sobre un móvil de 5.000 Kg, que se desplaza con una velocidad de 20 m/s, actúa una fuerza de frenado de 10.000 N. ¿Qué velocidad llevará a los 75 m de donde comenzó a frenar?"*

puede ser traducido a una situación más abierta y que no señale cuales son las magnitudes relevantes, como la siguiente:

*"Un coche comienza a frenar al ver la luz amarilla, ¿qué velocidad llevará al llegar al semáforo?"*

Por supuesto, son posibles distintos enunciados, distintas situaciones problemáticas, más o menos abiertas; así, el problema anterior puede dar lugar, entre otros muchos, a este enunciado que, aunque aparentemente diferente plantea una situación muy similar a:

*"Chocará el tren contra la roca caída en la vía?"*

De hecho, cuando se plantea a varios grupos la traducción de un mismo enunciado tradicional, se obtienen distintas propuestas de situaciones problemáticas, en general igualmente válidas. En cualquier caso interesa destacar que estas traducciones no plantean dificultades mayores y que cualquier enunciado habitual es transformable en situación problemática, como veremos en el capítulo III.1.

Por otra parte subsiste la segunda dificultad apuntada sobre cómo orientar a los alumnos para abordar dichas situaciones, puesto que no basta, obviamente, con enfrentarles a enunciados sin datos para lograr una actividad con éxito:

*¿Qué orientaciones convendría proporcionar a los alumnos para facilitar la resolución de situaciones problemáticas abiertas?*

### **I.3. Un modelo de resolución de problemas que integra las aportaciones más relevantes de la investigación didáctica**

La contestación a la cuestión de qué orientaciones proporcionar a los alumnos para abordar la resolución de problemas sin datos (en los que ya no es posible el simple juego de datos, fórmulas e incógnitas) conduce ahora a los grupos de profesores participantes en un seminario como el que estamos describiendo, a elaborar propuestas básicamente coincidentes con las que se enuncian a continuación y que, en conjunto, suponen un modelo de resolución de problemas como investigación:

mo tema no impide que un importante porcentaje de estudiantes de Educación Secundaria e incluso de alumnos universitarios continúe considerando como "evidente" que un cuerpo de masa doble que otro caerá en la mitad del tiempo empleado por el primero.

d). Elaborar y explicitar posibles estrategias de resolución antes de proceder a ésta, evitando el puro ensayo y error. Buscar distintas vías de resolución para posibilitar la contrastación de los resultados obtenidos y mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos de que se dispone.

Si el cuerpo de conocimientos de que dispone el alumno juega, como hemos visto, un papel esencial en los procesos de resolución, desde la representación inicial del problema y la manera de modelar la situación, hasta en las hipótesis que se avanzan, es sin duda en la búsqueda de caminos de resolución donde su papel resulta más evidente. En efecto, los problemas de lápiz y papel son situaciones que se abordan disponiendo ya de un corpus de conocimientos suficientemente elaborado para permitir la resolución: su "estatus" en los libros de texto es el de problemas de "aplicación". Son, en efecto, situaciones que se pueden resolver con los conocimientos ya elaborados, sin que haya necesidad de nuevas verificaciones experimentales. Es por tanto lógico y correcto que en la literatura sobre resolución de problemas de lápiz y papel, se de mucha importancia a un buen conocimiento teórico.

Ya no resulta tan correcto que se interprete el fracaso en la resolución como evidencia de la falta de esos conocimientos teóricos: se olvida así que las estrategias de resolución no derivan automáticamente de los principios teóricos sino que son también construcciones tentativas, que parten del planteamiento cualitativo realizado, de las hipótesis formuladas y de los conocimientos que se poseen en el dominio particular pero que exigen imaginación y ensayos. Las estrategias de resolución son, en cierta medida, el equivalente a los diseños experimentales en las investigaciones que incluyen una contrastación experimental y hay que encararlas como una tarea abierta, tentativa. Es por ello que resulta conveniente buscar varios caminos de resolución, lo que además de facilitar la contrastación de los resultados puede contribuir a mostrar la coherencia del cuerpo de conocimientos.

e). Realizar la resolución verbalizando al máximo, fundamentando lo que se hace y evitando, una vez más, operativismos carentes de significación física.

La petición de una planificación previa de las estrategias de resolución está dirigida a evitar una actividad próxima al simple "ensayo y error", pero no pretende imponer un proceso rígido: los alumnos (y los científicos) conciben en ocasiones la estrategias de resolución a medida que avanzan, no estando exentos de tener que volver atrás a buscar otro camino. En todo caso, es necesario que la resolución esté fundamentada y claramente explicada -previamente o a medida que se avanza- lo que exige verbalización y se aleja de los tratamientos puramente operativos, sin ninguna explicación, que se encuentran tan a menudo en los libros de texto (ver capítulo III.1). Ello exige también una resolución literal hasta el final, lo que permite que el tratamiento se mantenga próximo a los principios manejados y facilitará, además, el análisis de los resultados. Como indican Jansweijer et al (1987) "Cuando la tarea es un verdadero problema, las dificultades y las revisiones son inevitables" y ello se ve facilitado, sin duda, por una resolución literal en la que los factores considerados como pertinentes aparecen explícitamente y se pueden reconocer los principios aplicados, lo que no ocurre obviamente, en el caso de una resolución numérica.

f) Analizar cuidadosamente los resultados a la luz de las hipótesis elaboradas y, en particular, de los casos límite considerados.

El análisis de los resultados constituye un aspecto esencial en la resolución de un verdadero problema y supone, sobre todo, su contrastación con relación a las hipótesis emitidas y al corpus de conocimientos. Desde este punto de vista adquieren pleno sentido propuestas como la que Reif (1983) denomina "verificación de la consistencia interna":

- "¿Es razonable el valor de la respuesta?.
- ¿Depende la respuesta, de una forma cualitativa, de los parámetros del problema en el sentido que cabría esperar?.
- ¿Se ajusta la respuesta a lo que se podría esperar en situaciones sencillas y especiales (por ejemplo las correspondientes a valores extremos de las variables)?.

- ¿Se obtiene la misma respuesta por otro medio diferente de resolución?"

Es importante constatar hasta que punto el proceso de análisis de los resultados preconizado por Reif en el texto precedente se ajusta a una verificación de hipótesis avanzadas al principio de la resolución para orientarla y dirigir la búsqueda de datos necesarios -las variables pertinentes- en lugar de pedir que "se reconozcan" en el enunciado como punto de partida. Cabe preguntarse, una vez más, por qué ese paso lógico y aparentemente tan sencillo no ha sido dado ni por Reif ni por otros autores. En nuestra opinión, la razón de ello estribaría en el hecho de aceptar, sin cuestionarlo, el tipo habitual de enunciado y la orientación didáctica asociada al mismo, consistente en "desproblematizar" los problemas.

Añadamos que, al igual que ocurre en una verdadera investigación, **los resultados pueden ser origen de nuevos problemas**. Sería conveniente que los alumnos (y los profesores) llegasen a considerar este aspecto como una de las derivaciones más interesantes de la resolución de problemas, poniendo en juego de nuevo su creatividad. Se trataría, pues, de incluir una séptima actividad en el tratamiento de los problemas:

g) Considerar las perspectivas abiertas tras la resolución de este problema contemplando, por ejemplo, la conveniencia de abordar la situación a un nivel de mayor complejidad o estudiando sus implicaciones teóricas (profundización en la comprensión de algún concepto) o prácticas (posibilidad de aplicaciones técnicas). Concebir, muy en particular, nuevas situaciones a investigar, sugeridas por el estudio realizado.

Es conveniente solicitar, por último, la **elaboración de una memoria** del tratamiento del problema, es decir, de la investigación realizada, que contribuya a dar a la comunicación y al aspecto acumulativo toda la importancia que poseen en el proceso de construcción de conocimientos. Ello puede ser la ocasión para una recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento del problema, tanto desde el punto de vista metodológico como desde cualquier otro. Dicha memoria se convierte así en un producto de interés para la comunidad (para sus compañeros o los de cursos



venideros), superando la idea de ejercicio escolar (destinado exclusivamente al profesor), lo que suele jugar un indudable papel motivador. Podemos así incluir esta última propuesta:

h) Elaborar una memoria que explique el proceso de resolución y que destaque los aspectos de mayor interés en el tratamiento de la situación considerada. Incluir, en particular, una reflexión global sobre lo que el trabajo realizado puede haber aportado, desde el punto de vista metodológico u otro, para incrementar la competencia de los resolventes.

Es conveniente remarcar que las orientaciones precedentes **no constituyen un algoritmo** que pretenda guiar paso a paso la actividad de los alumnos. Muy al contrario, se trata de indicaciones genéricas destinadas a llamar la atención contra ciertos "vicios metodológicos" connaturales: la tendencia a caer en operativismos ciegos o a pensar en términos de certeza y no de hipótesis, lo que se traduce en no pensar en posibles caminos alternativos de resolución o en no poner en duda y analizar los resultados, etc. Estas orientaciones intentan, pues, ayudar a superar lo que se ha denominado "metodología de la superficialidad" (Gil y Carrascosa, 1985) o "metodología del sentido común" (Hashweh, 1986), haciendo posible un tratamiento de los problemas a la vez imaginativo y riguroso, acorde con lo que constituye la metodología científica, sin el cual no es posible concebir ni una resolución eficaz de problemas ni la construcción de conocimientos científicos, es decir, el aprendizaje significativo de los mismos (Gil, 1986)

Como hemos indicado con anterioridad, nuestro modelo de resolución de problemas como actividad de investigación se aparta de las líneas predominantes en investigación en resolución de problemas, pero esto no quiere decir que rechazemos las aportaciones parciales positivas que han realizado; bien al contrario, una revisión de la literatura lleva a la conclusión de que los resultados fructíferos que se ponen de manifiesto en dichos trabajos son coherentes con nuestro modelo y ayudan a validarlo, como ya hemos venido apuntando y hemos mostrado en extenso en anteriores trabajos (Gil et al., 1988; Ramírez, 1990).

Así, autores como Glase (1982) indican que "a pesar de las refe-

rencias continuas a la metodología científica por los profesores de ciencias, muy poco en la práctica habitual refleja de manera adecuada esta orientación" y abogan por su toma real en consideración, y otros (Gilbert, 1980; Selvaratnam, 1983; Brissiaud, 1987) ponen en cuestión que los datos del enunciado deban ser el punto de partida, dado el peligro que encierran de caer en puro operativismo y avanzar en direcciones equivocadas -aunque no acierten a dar salida a este conflicto-.

De hecho, cada una de las propuestas que integra nuestro se ve apoyada por los resultados de distintas investigaciones puntuales, así, la importancia del planteamiento cualitativo es subrayada por numerosos autores (Gilbert, 1980; Reif, 1983; Birch, 1986; Dumas-Carré, 1987), lo mismo que la emisión de hipótesis (Caillot y Dumas-Carré, 1987; Gil, Mtnez-Torregrosa y Senent, 1988; Reyes y Furió, 1990); y, en particular, la consideración de casos límites (Mettes et al., 1980; Reif, 1983; Birch, 1986; Caillot y Dumas-Carré, 1987), como medio de facilitar el análisis de los resultados, aspecto este último en el que hay un consenso generalizado de los investigadores (Mettes et al., 1980; Reif, 1983; Jansweijer et al., 1987). Para concluir esta revisión diremos que la explicitación de las estrategias de resolución es otra de las ideas en las que un buen número de investigadores hacen incidencia (Larkin y Reif, 1979; Gilbert, 1980; Selvaratnam, 1983; Caillot y Dumas-Carré, 1987).

El modelo, por tanto, es capaz de recoger diferentes aportaciones dispersas de la investigación en resolución de problemas y dotarlas de coherencia, desde una nueva perspectiva, que antes no poseían, al tiempo que se proporcionan herramientas para hacer posible su implementación.

## CAPÍTULO II

# **LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA CON LA UTILIZACIÓN DEL MODELO**

A lo largo de este capítulo expondremos de forma conjunta y sucinta los resultados obtenidos a lo largo de más de diez años de trabajo con estudiantes de Bachillerato y COU con los que hemos venido utilizando el modelo de resolución de problemas como investigación, aunque los ejemplos de resultados los tomaremos de las últimas etapas de la investigación -que coinciden en el tiempo con este Proyecto de Investigación subvencionado por el CIDE-.

### **II.1. Descripción cualitativa de la actividad de los estudiantes cuando resuelven problemas en el aula bajo la dirección del profesor**

Volvemos a indicar que nuestro modelo pretende ser coherente con el paradigma emergente que concibe el aprendizaje como cambio conceptual (Posner et al., 1982) dentro de una óptica constructivista (Driver, 1986; Novak, 1988) superador de la simple transmisión/recepción de conocimientos ya elaborados. También, que este cambio conceptual no puede darse si no viene acompañado de un profundo cambio metodológico (Gil y Carrascosa, 1985) en la forma de abordar las cuestiones, cambio metodológico que debe contemplar las características esenciales de la metodología

científica, lo que exige poner a los estudiantes de forma continuada en situación de plantearse problemas en un contexto teórico dado, de formular hipótesis a la luz del cuerpo de conocimientos disponible, etc.

En este contexto de cambio metodológico, la resolución de problemas como actividades de investigación puede compartir la tradicional exclusiva de los trabajos prácticos para familiarizar a los alumnos con la metodología científica. De hecho, como veremos, la resolución de problemas puede convertirse ahora en ocasión privilegiada -y reiterada- de poner en práctica la metodología científica, contribuyendo de esta manera al necesario cambio conceptual y metodológico.

Quizás la mejor forma de constatar las virtudes del modelo propuesto sea proceder al análisis de los procesos de resolución que tienen lugar en la clase, bien a partir de una observación directa (utilizando grabaciones como ayuda) bien a partir de las memorias que los alumnos elaboran.

Al describir la actividad que produce en clase el modelo de resolución de problemas como investigación, no intentamos centrarnos en aspectos cuantificables particulares de la actividad de cada alumno sino, más bien, pretendemos obtener una descripción cualitativa y suficientemente detallada de lo que ocurre en las clases.

Tampoco se pretende hacer una transcripción literal, sino sintetizar las aportaciones de los distintos grupos en que está estructurada la clase, en la manera en la que se reformulan después de cada puesta en común. Esto no impedirá que se resalten las diferentes propuestas de los estudiantes, las situaciones de bloqueo, las intervenciones del profesor -y su justificación-, así como todos aquellos aspectos que ayuden a reflejar cualitativamente, del modo más fiel posible, la actividad que tiene lugar en clase cuando se están resolviendo problemas según el modelo propuesto.

Son, pues, las descripciones y el análisis de la actividad de los alumnos en el aula mientras resuelven problemas uno de los aspectos que consideramos esenciales de cara a validar el modelo, ya que es ahí donde mejor se aprecian los cambios metodológicos y actitudinales que propicia. En este sentido hemos elegido media docena de situaciones problemáticas de las cuales dos están desarrolladas a continuación, y las otras cuatro están transcritas en el Anexo II.

Como se ha podido constatar en el índice, los problemas incluidos en este capítulo y en el anexo tienen la numeración correlativa, porque su descripción está concebida, no solo como validación de nuestras hipótesis, sino también como recopilación de materiales de ayuda, que contribuyan a clarificar el modelo de resolución de problemas, para el profesor que se decida a introducirlo en sus clases. Más ejemplos se encontrarán en publicaciones anteriores (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1987; Martínez-Torregrosa, 1987; Ramírez, 1990; Reyes, 1991) y en documentos de trabajo no publicados que los autores pueden poner a disposición de los interesados.

Recomendamos la comparación de estos problemas así resueltos con las de las resoluciones de las mismas situaciones que aparecen descritas habitualmente en los libros de texto de Física y Química de Bachillerato y COU, así como en los libros de problemas resueltos, y, en particular, con la resolución que ofrecen Kramers-Pals et al. (1983) correspondiente a nuestro problema 5 y que aparece fotocopiada en el anexo III.

El desarrollo de las resoluciones de problemas se ha transcrito procurando mantener la secuencia de los diferentes aspectos a tratar que remarca el modelo, comenzando por la presentación de la situación problemática y acabando en el análisis de los resultados y las perspectivas que abre el problema. Por otra parte, para una mejor comprensión de las descripciones, aparecen realizadas las transcripciones literales de las preguntas o sugerencias que hace el profesor (en **negrita**) a la clase y los comentarios, respuestas, etc. que realizan los alumnos (en *cursiva*)

## PROBLEMA 1:

VAMOS A ATRAVESAR UNA CALLE DE CIRCULACIÓN RÁPIDA Y VEMOS VENIR UN COCHE: ¿PASAMOS O NOS ESPERAMOS?

### *PRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA*

Cuando hemos de atravesar una vía de circulación rápida por un lugar donde no existe paso de peatones, solemos analizar brevemente la situación y optar entre pasar corriendo o esperar. Esta elección se apoya en la recogida y tratamiento de informaciones pertinentes que, aunque tengan un carácter inconsciente, no dejan de basarse en las leyes de la Física. Proponemos, pues, abordar dicha situación y responder a esta cuestión: "Vamos a atravesar una calle de circulación rápida y vemos llegar un coche: ¿Pasamos o nos esperamos?".

Como puede verse se trata de una situación en la que cualquier alumno, cualquier ciudadano, puede encontrarse con relativa frecuencia y en la que necesariamente se procede a realizar estimaciones cualitativas que determinan la elección final (pasar o esperarse). Explicitar dichas estimaciones y proceder a un tratamiento más riguroso de la situación puede tener interés desde distintos puntos de vista:

\* Ayudar a comprender el papel de las estimaciones cualitativas, a las que los científicos recurren con frecuencia, previamente a realizar cálculos más precisos. Se puede romper así con la visión tópica que asocia trabajo científico con cálculos minuciosos que, a menudo, pierden toda significación.

\* Hacer ver que las disposiciones legales sobre límites de velocidad, las decisiones urbanísticas sobre localización de semáforos, isletas en el centro de una calzada, etc., se basan o deberían basarse entre otros, en un estudio físico cuidadoso de las situaciones, es decir, en la resolución de problemas como el que aquí se propone.

\* Podemos referirnos, por último, al interés que puede tener el tratamiento de esta situación para incidir en aspectos de educación vial y, más en general, en la toma de decisiones en torno a problemas de relación ciencia/técnica/sociedad.

Vale la pena, pensamos -en este y en cualquier problema- **pedir a los alumnos que se planteen cual puede ser el interés de la situación problemática propuesta** e insistir, en la reformulación, en algunas de las ideas aquí expuestas. Ello puede contribuir a favorecer una actitud más positiva hacia la tarea, evitando que los alumnos se vean sumergidos en el tratamiento de una situación sin haber podido siquiera formarse una primera idea motivadora. De hecho, cuando se propone este problema a alumnos de Secundaria superior o de Magisterio, los grupos de trabajo introducen ideas semejantes a las aquí expuestas.

En general, si se desea romper con planteamientos excesivamente escolares, alejados de la orientación investigativa que aquí se propone, es absolutamente necesario que cada tarea planteada sea presentada cuidadosamente, prestando atención a crear un interés previo que evite un activismo ciego.

Veamos ahora, tras estas reflexiones introductorias, el desarrollo previsible del trabajo de los alumnos en este problema, cuando les pedimos, como es habitual, que procedan al análisis cualitativo de la situación, etc.

### *ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA SITUACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA*

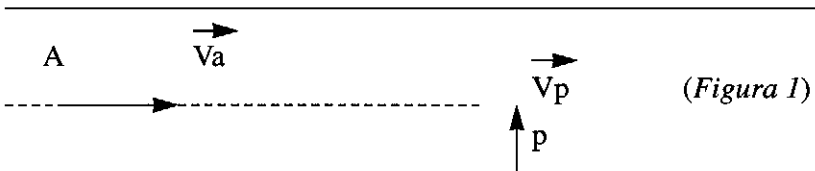
Señalemos, en primer lugar, que solicitar "el análisis cualitativo de la situación y planteamiento del problema" constituye una petición bastante global, lo que nos parece preferible a ir orientando el trabajo de los alumnos con preguntas más concretas que parcialicen la resolución de la situación. Ello no quiere decir que el profesor no pueda introducir, si es necesario, nuevas cuestiones durante las puestas en común, pero lo esencial es que los grupos de trabajo se planteen una actividad suficientemente global para que tenga sentido y no constituya un simple ejercicio escolar controlado por el profesor. El papel de éste ha de ser el de favorecer una actividad lo más autónoma y significativa posible, sin descomponer innecesariamente la tarea a base de preguntas muy concretas que pueden incluso esconder el hilo conductor. Insistimos en ello porque la actitud más habitual en el profesorado es precisamente la contraria, es decir, la de parcializar la tarea en "ejercicios simples" que pier-

den significación e interés y pueden convertir a los alumnos en simples marionetas.

Volviendo al problema que nos ocupa, señalaremos en primer lugar que analizar una situación problemática abierta hasta formular un problema concreto exige un esfuerzo de precisión, de toma de decisiones modelizantes, etc., que, incluso en un problema tan sencillo como este, encierra dificultades para los alumnos. Entendemos, sin embargo, que son dificultades debidas, en gran parte, a la falta de hábito en detenerse suficientemente en las situaciones, en hacer explícito lo que "se da por sentado", etc. La intervención del profesor no necesita, pues, en general, ir más allá de **pedir precisiones e impulsar a una mayor profundización**.

Los alumnos pueden llegar así, tras la puesta en común del trabajo de los pequeños grupos, a concebir la situación planteada en la forma que transcribimos, sintéticamente, a continuación:

*"Consideraremos que el automóvil A sigue una trayectoria rectilínea y que el peatón P atraviesa también en línea recta, perpendicularmente (fig. 1)*



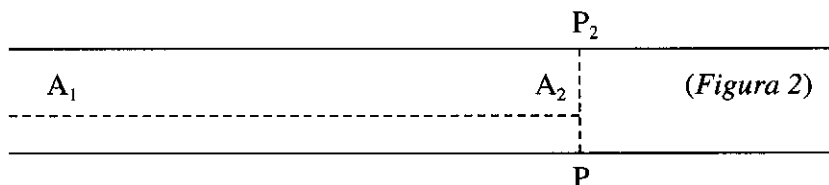
*Tomamos las velocidades de ambos vehículos,  $V_A$  y  $V_B$ , como constantes: ello supone, claro está, que el peatón atraviesa sin obligar a frenar al automóvil".*

La discusión acerca de la constancia de las velocidades es del mayor interés y no siempre se produce espontáneamente. No se trata sólo de una simplificación como las que suelen hacerse para facilitar la resolución de un problema sino que constituye una cuestión esencial de educación vial: el conductor también evalúa la situación y ha de poder seguir su movimiento sin frenar ni desviarse bruscamente (con los peligros que ambas cosas comportan). Por supuesto la discusión puede ir más lejos y contemplar la cuestión de las velocidades máximas a las que circulan los coches y de la



distancia mínima entre ellos. En efecto, si el peatón ha alcanzado un automatismo, basado en la distancia a la que percibe los coches y en la velocidad máxima a la que estos circulan habitualmente, ¿qué ocurrirá cuando un conductor circule a mayor rapidez... o acelere una vez el peatón ha comenzado ya a atravesar? ¿Qué puede ocurrir, por otra parte, si el coche frena y hay otro automóvil detrás que no ha respetado la distancia mínima que corresponde a su velocidad? Se trata, pues, de proceder a opciones que van más allá de la simple modelización simplificadora y que pueden dar lugar a debates muy vivos ("¡La ciudad ha de ser, ante todo, para los peatones!, ¡Habría que poner fuertes multas a los peatones irresponsables!", etc.). Los alumnos, por último, añaden la siguiente precisión para acotar el problema:

*"Cabe pensar que el peatón atravesará si puede llegar a la otra orilla antes que el automóvil llegue a su altura, es decir, P ha de llegar a  $P_2$  antes de que A llegue a  $A_2$ " (fig. 2).*



También esta clarificación de las condiciones en las que el peatón decidirá pasar genera discusión: para algunos sería preciso ampliar el margen de seguridad. En cualquier caso, la reformulación del profesor permite alcanzar un consenso en torno a la necesidad de que ni el peatón ni el conductor se vean obligados a acelerar o desviarse, como expresión de que la acción del peatón no genere peligro. Ello puede concretarse en que el peatón ha de llegar a la otra acera antes que el coche llegue a su altura (el tiempo empleado por el peatón en realizar su movimiento ha de ser menor al del automóvil). Se puede, pues, resolver el problema en términos de desigualdad, dejando así un amplio margen a las condiciones de seguridad que cada peatón puede considerar necesarias.

Una dificultad particular es la que presenta la traducción del enunciado ("¿Pasará o no el peatón?") a una forma que implique

alguna magnitud concreta. No basta, en efecto, con acotar y modelizar la situación para tener un problema: **se ha de saber lo que se busca**. Una posible pregunta que cabe esperar que los alumnos se formulen a este respecto es la siguiente:

*"¿Con qué velocidad debe pasar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?"*

Se trata de una cuestión que dirige la resolución hacia el cálculo de la velocidad que ha de llevar el peatón:

*"Si dicha velocidad está dentro de márgenes razonables (para el peatón en cuestión) pasará; en caso contrario se parará"*

Son posibles, sin embargo, otros enfoques y **conviene solicitar un esfuerzo para concebir otras preguntas**. Surgen así, por ejemplo, las siguientes:

*"¿Que velocidad máxima puede llevar el automóvil (para que el peatón pueda atravesar la calle antes de que llegue a su altura)?"*

*"¿A que distancia mínima ha de encontrarse el automóvil?", "¿De cuanto tiempo dispone el peatón para pasar?", etc.*

Todas estas preguntas son formas de operativizar el mismo problema y resultará conveniente resaltarlo al analizar los resultados.

Se ha llegado de este modo a formular un problema concreto a partir de la situación problemática inicial. Conviene, por supuesto, **proceder a sintetizar el trabajo realizado**, es decir, solicitar dicha síntesis de los propios alumnos. No la transcribimos aquí para evitar repeticiones y pasamos, pues, a la formulación de hipótesis susceptibles de focalizar el problema y de orientar su resolución.

### **CONSTRUCCIÓN DE HIPÓTESIS QUE FOCALICEN EL PROBLEMA Y ORIENTEN SU RESOLUCIÓN**

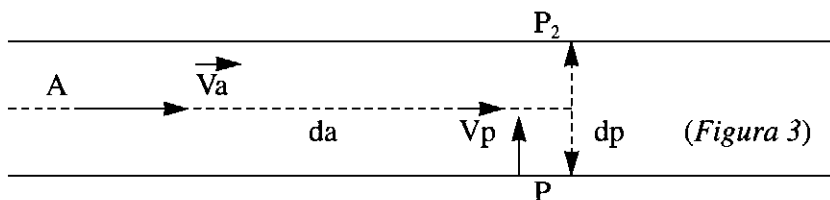
Si el problema ha quedado formulado como "¿Con qué velocidad ha de atravesar el peatón (para atravesar la calle antes de que el automóvil llegue a su altura)?" las hipótesis formuladas por los distintos grupos indican que

"la velocidad mínima que ha de llevar el peatón,  $V_p$ , dependerá de (ver fig. 3):

\* la velocidad del automóvil,  $V_A$  (cuanto mayor sea ésta más aprisa habrá de atravesar el peatón; obviamente, para  $V_A=0$  la velocidad del peatón puede hacerse tan pequeña como se quiera

\* la distancia inicial a que se encuentra el automóvil,  $d_A$  (cuanto mayor sea ésta, menor puede ser la velocidad del peatón)

\* la anchura de la vía,  $d_p$  (cuanto mayor sea ésta más aprisa habrá de pasar el peatón; de hecho, una anchura muy grande hace impensable atravesar, a menos que la visibilidad sea excelente y permita ver el automóvil desde distancias también muy grandes".



Todo lo anterior puede esquematizarse en:

$$V_p = f(V_A, d_A, d_p)$$

pero conviene evitar que estas formulaciones esquemáticas -que resultan poco significativas- substituyan a la explicación detenida del sentido de las variaciones. Por ello insistimos, una vez más, en que no conviene descomponer esta tarea, como se hace cuando se pide, p.e., "de qué dependerá  $V_p$ " para, a continuación, solicitar el sentido de las variaciones. Esto favorece las presentaciones esquemáticas, la inclusión de factores que no juegan ningún papel, etc. **Es preciso, pues, cuando los alumnos señalan algún posible factor, preguntarles por qué lo incluyen** y no contentarse tampoco con formulaciones abstractas del tipo "si  $V_A$  aumenta  $V_p$  aumentará", sino pedir **¿qué significa eso?** hasta conseguir que el enunciado sea más significativo: p.e., "cuanto mayor sea la velocidad  $V_A$  a que circula el automóvil, más aprisa tendrá que pasar el peatón, es decir, mayor habrá de ser la velocidad mínima  $V_p$  que puede llevar el peatón". Del mismo modo hay que evitar la utilización mecánica de algunos casos límites como "si  $V_A$  tiende a cero  $V_p$  tenderá a cero también" que ha de dejar paso a

expresiones más significativas del tipo "si la velocidad del automóvil se hace muy pequeña (tiende a cero), la velocidad que ha de llevar el peatón puede disminuir también, es decir, la velocidad mínima  $V_p$  que ha de llevar el peatón tiende a cero... lo que no quiere decir, por supuesto, que vaya a atravesar la calle con velocidad nula".

## ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

Las mayores dificultades con que los alumnos tropiezan para encontrar estrategias de resolución adecuadas tienen lugar cuando no asocian esta búsqueda con lo que ya han realizado, es decir, con las hipótesis enunciadas y con el mismo análisis cualitativo de la situación. Conviene, pues, insistir explícitamente en ello, hasta que se convierta en algo "connatural" para los alumnos, pidiendo: **Concebir alguna(s) estrategia(s) de resolución, teniendo en cuenta la forma en que ha sido formulado el problema y las hipótesis enunciadas.** Ello permite a los alumnos elaboraciones como la siguiente:

*"Se trata de tener en cuenta que el tiempo tardado por el peatón en atravesar la calle (con movimiento uniforme),  $t_p$ , ha de ser menor que el  $t_A$  empleado por el automóvil en llegar a su altura (también con movimiento uniforme); es decir, se ha de cumplir que  $t_p < t_A$ . Basta, pues, poner dichos tiempos en función de las distancias y velocidades (constantes) respectivas, puesto que son esas las magnitudes que figuran en las hipótesis".*

Vemos así cómo las hipótesis y el análisis cualitativo en que se basan juegan un papel orientador sin el cual la búsqueda de estrategias de resolución se convierte en algo cuasi aleatorio, guiado simplemente por la necesidad de encontrar las ecuaciones que pongan en relación las incógnitas con las otras variables.

**¿Qué otras estrategias pueden imaginarse?** Es lógico que se piense en estrategias cinemáticas como la que acabamos de transcribir, pero ello no excluye una cierta diversidad de aproximaciones, formulando el problema de manera distinta (planteando, p.e., el cálculo de la velocidad máxima que puede llevar un automóvil para que el peatón se atreva a pasar,) o utilizando un tratamiento vectorial, etc.

## RESOLUCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como es lógico, los alumnos no tienen dificultad en obtener:

$$d_p/V_p < d_A/V_A \text{ y de aquí } V_p > V_A \cdot d_A/d_p$$

(si lo que se persigue es determinar la velocidad mínima que ha de llevar el peatón) o bien:

$$V_A < V_p \cdot d_A/d_p$$

(si lo que se busca es la velocidad máxima que puede llevar el coche) o bien:

$$d_p < d_A \cdot V_p/V_A$$

(si se calcula la anchura máxima que puede tener la calle), etc.).

Quizás las mayores dificultades las plantea la lectura significativa de este resultado -más allá de la pura expresión matemática- evidenciándose así, una vez más, la escasa práctica en el trabajo de interpretación física. En este problema, sin embargo, dicha interpretación es sencilla y los alumnos pueden constatar, sin mayores dificultades, que *"el resultado da cuenta de las hipótesis concebidas (tanto en el sentido general de las variaciones como en los casos límite concebidos)"*.

Vale la pena, sin embargo, **insistir en la búsqueda de otros argumentos que permitan aceptar o rechazar dicho resultado**, contrariando la tendencia a darse fácilmente por satisfechos por mayores cuestionamientos (actitud característica del pensamiento ordinario, con el que es preciso romper). Los alumnos pueden añadir así algunas consideraciones pertinentes, como *"el resultado es dimensionalmente correcto; las distancias recorridas por cada móvil son proporcionales a sus respectivas velocidades (como corresponde a movimientos uniformes), etc."*

Mayor interés puede tener **solicitar una estimación numérica** correspondiente a una situación real (una vía próxima al Centro escolar) de forma que se puede **proceder a continuación a una contrastación experimental**.

La discusión de las estimaciones permite salir al paso de algunas suposiciones inverosímiles: considerar, p.e., que el coche lleva una velocidad de 60 m/s, o suponer que el coche se encuentra tan cerca del peatón que éste se ve obligado a batir récords de velocidad. se favorece así el entrenamiento a la evaluación cualitativa de cantidades, a la que los científicos recurren muy frecuentemente.

La contrastación experimental -semicuantitativa- es en este caso muy simple y los grupos de alumnos obtienen valores similares y plausibles para la velocidad mínima que ha de llevar el peatón.

## NUEVAS PERSPECTIVAS

**Puede ser interesante solicitar de los alumnos que conciban otros problemas relacionados con los que acaban de resolver,** incidiendo así en un aspecto clave de la investigación científica. Algunas propuestas de los alumnos resultan, sin duda, de interés; por ejemplo:

*"Se puede pensar en la determinación de la velocidad mínima a que se debe atravesar un semáforo".*

Esta es una situación aún más ordinaria que la abordada aquí y por ello mismo de mayor interés práctico. La cuestión de la decisión -pasar o esperar- se mantiene y de hecho observamos con frecuencia peatones que atraviesan corriendo cuando el naranja ya se ha encendido, mientras que otros esperan hasta que el semáforo vuelve a ponerse verde.

Suele plantearse también la situación opuesta en la que es el conductor el que ha de tomar la decisión: *"Un automovilista percibe a un peatón atravesando un paso de cebra ¿Conseguirá parar antes de atropellarlo?"*

Otra situación muy similar al problema resuelto pero raramente planteada es la siguiente: *"¿Se alcanzará a los fugitivos antes de que alcancen la frontera?"*.

Imaginar estas situaciones -imaginar, en definitiva, nuevos problemas- constituye, repetimos, una actividad del mayor interés y conviene que la cuestión sea planteada, allí donde sea posible.

## NOTAS DE RECAPITULACIÓN

Conviene, por último, solicitar de los alumnos **una recapitulación de los aspectos más destacados del tratamiento de este problema**, tanto desde el punto de vista metodológico como desde cualquier otro. Por nuestra parte destacaríamos los siguientes:

\* Nos hemos referido, en primer lugar, a la conveniencia de plantear una reflexión previa acerca del interés de la situación problemática planteada (que en este caso concreto tiene claras implicaciones en aspectos de educación vial) como forma de favorecer una actitud más positiva de los alumnos y de romper con actitudes puramente escolares de "seguimiento de consignas".

\* El tipo de enunciado propuesto (¿atravesamos la calle o nos esperamos?) ha permitido enfrentar a los alumnos con la tarea - pocas veces planteada- de precisar cuál es la magnitud a determinar, ampliando así la toma de decisiones que el paso de una situación problemática a un problema concreto conlleva. La modelización de la situación problemática ha permitido, más allá de las típicas simplificaciones, plantear opciones de interés acerca de la regulación del tráfico, etc.

\* Otra singularidad de interés es la que representa una resolución en términos de desigualdad ("*la velocidad del peatón ha de ser mayor que...*") a lo que los alumnos, en general, están poco acostumbrados.

\* Hemos insistido en la formulación significativa de las hipótesis (superando la mera enumeración de factores, etc.) y en la necesidad de un cuestionamiento del resultado tan profundo como sea posible (sin conformarse con las primeras verificaciones).

\* Hemos visto también la posibilidad de introducir estimaciones cualitativas y contrastaciones experimentales, que permiten ir más allá de la simple resolución de lápiz y papel y a las que conviene recurrir siempre que sea posible.

\* Por último hemos visto la posibilidad de enfrentar a los alumnos con la tarea de concebir nuevos problemas.

## PROBLEMA 2:

### *¿QUÉ VALOR HA DE TENER UNA RESISTENCIA PARA SUSTITUIR A OTRAS DOS?*

#### PRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y DISCUSIÓN DEL POSIBLE INTERÉS DE SU ESTUDIO

Se trata de una situación que normalmente aparece en los libros de texto planteada como un apartado más de los contenidos conceptuales sin hacer referencia a su necesidad teórica o utilidad tecnológica, y que después se plantea como aplicación de ellos a través de un enunciado<sup>(1)</sup> pensado para la simple utilización directa de una fórmula. La transcripción del trabajo de los alumnos permitirá constatar, en este caso, no sólo la creatividad generada por la nueva orientación, sino cómo el aprendizaje de contenidos conceptuales puede abordarse como resolución de problemas y puede integrarse, además, con los trabajos prácticos.

Habría que añadir el interés que para el profesor tiene esta situación por los conceptos (y preconceptos) básicos sobre corriente eléctrica involucrados a los que deben enfrentarse los alumnos, y por la posibilidad que otorga este problema de presentarlo a los estudiantes como un problema tecnológico habitual, consistente en la necesidad de sustitución de un elemento por otro u otros sin modificar el sistema en el que se integran. Por ejemplo, en el caso que estamos tratando, qué resistencias hemos de elegir para sustituir a una dada que necesitamos (sería absurdo tener que fabricar de entrada resistencias de todos los valores, si por combinación de un número reducido de ellas de valor estandar podemos obtener la que queremos).

Además, en el plano metodológico, este problema ilustra con claridad la necesidad y el acierto de abordar las estrategias de resolución a la luz de las hipótesis previamente elaboradas.

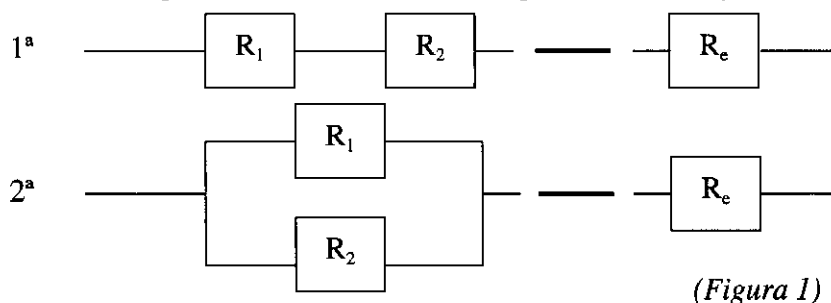
(1) Por ejemplo:

"Dos resistencias de 10 y 20 Ohmios, respectivamente, se encuentran colocadas en paralelo, ¿qué resistencia opondrán en conjunto al paso de la corriente eléctrica?"



## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los alumnos, al analizar la situación e intentar plantear este problema, no tienen dificultad en expresar que el problema consiste en encontrar el valor de una resistencia que haga el mismo papel en un circuito que otras dos dadas: "Habrá que sustituirlas por otra que valga lo mismo"; acompañándose con gráficos que materializan la sustitución de las dos resistencias  $R_1$  y  $R_2$  por la resistencia equivalente  $R_E$ , lo que les lleva a considerar dos posibilidades (fig.1).



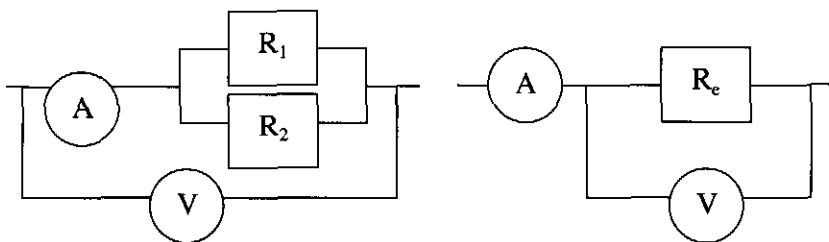
(Figura 1)

La discusión que sigue nos lleva a centrarnos en la 2ª situación, como problema más relevante, ya que para la primera ya tienen una respuesta elaborada: "Si una resistencia está a continuación de la otra, habrá que sustituirlas por otra que valga la suma, ya que la intensidad tendrá que pasar por las dos".

Este argumento para las resistencias en serie, que de forma similar sale al tratar las resistencias en paralelo, puede encerrar la idea errónea de considerar las resistencias como consumidoras de intensidad de corriente eléctrica -en lugar de consumidoras de diferencia de potencial-. Puede ser la ocasión de **preguntarles entonces sobre las consecuencias de que aumente o disminuya la resistencia en un circuito eléctrico** y así salir al paso del error tan frecuente de considerar que los generadores proporcionan intensidad y no voltaje.

De todas formas, una vez escogida la situación de las resistencias en paralelo, es conveniente ir más allá y señalar qué quiere decir "hacer el mismo papel" (Puede ser necesario que el profesor pregunte a los grupos : **¿Qué quiere decir exactamente "hacer el mismo papel"?**): Los alumnos llegan así a precisar que "la intensi-

*dad de corriente y la caída de potencial no tendrán que cambiar, o dicho de otra manera, un voltímetro V y un amperímetro A - colocados como indica la figura 2 -deberán señalar los mismos valores en ambos casos":*



(Figura 2)

En este problema el enunciado está suficientemente acotado respecto a la magnitud a buscar -el valor de la resistencia equivalente-, pero antes de seguir adelante es conveniente **animar a los estudiantes a plantear la situación desde otro punto de vista**. Surgen así otros posibles enunciados:

*"¿Qué resistencia hemos de añadir a un circuito eléctrico para conseguir una intensidad de corriente determinada?"*

*o, "¿Cómo se modifica un circuito al eliminar una resistencia?"*

que modifican el foco de atención y cuya elaboración favorece la creatividad y la profundización en la situación problemática que se aborda.

### CONSTRUCCIÓN DE HIPÓTESIS

Al plantearse la cuestión de qué dependerá el valor de la resistencia equivalente algún grupo suele referirse, además de a los valores de  $R_1$  y  $R_2$ , a la diferencia de potencial  $V$  y a la intensidad  $I$ . Este es un error típico que muestra hasta qué punto se hace una lectura incorrecta de expresiones como la Ley de Ohm (el hecho de que  $R$  se pueda despejar como  $R = V/I$  no quiere decir que modificando la intensidad o el voltaje se modifique el valor de la resisten-

cia). Es conveniente que estas ideas salgan a la luz y puedan ser discutidas. Esta es una de las ventajas de las actividades abiertas, como es la emisión de hipótesis.

Como final de la discusión entre los alumnos queda, en principio, reducida la hipótesis a  $R_E=f(R_1,R_2)$  (aunque queda pendiente la contrastación de que, efectivamente,  $R_E$  no depende ni de  $V$  ni de  $I$ ): "*¡Claro!, la resistencia equivalente no debe de depender mas que de las que sustituye. Si las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  aumentan la resistencia total debe de aumentar y al revés*".

Por otro lado, hay que insistir - como ya hemos indicado repetidamente- en que las hipótesis no pueden reducirse a indicar los factores de los que depende una magnitud. Hace falta paralelamente que los alumnos profundicen en el sentido de estas dependencias. Esto debe llevar a los estudiantes a considerar situaciones especiales - casos límite - con significación física clara. Así, los diferentes grupos suelen plantear alguna de las siguientes situaciones :

- "*Si una de las resistencias, p.e.  $R_1$ , es muy grande, prácticamente "infinita" (es decir, se trata de un aislante perfecto), toda la corriente pasará por la otra resistencia,  $R_2$ . La situación, entonces, será equivalente a tener un circuito con una sola resistencia  $R_2$ , o sea, la resistencia equivalente  $R_E$  será en este caso igual a  $R_2$* ".

- "*Si una de las resistencias es nula - conductor perfecto - la corriente podrá pasar por ella sin ningún impedimento y, por tanto, la resistencia equivalente también será nula*".

- "*En general la corriente se bifurcará y circulará una parte por cada resistencia. Esto quiere decir que la corriente tiene más facilidad para circular que si solo hay una resistencia, es decir,  $R_E$  ha de ser menor que  $R_1$  o  $R_2$ . En el caso que ambas resistencias sean iguales la mitad de la corriente podrá circular por cada una y se ha de suponer que  $R_E$  será ahora la mitad de cada resistencia (la corriente puede circular con el doble de facilidad)*".

Estas y otras consideraciones juegan el papel de una operativización de la hipótesis que hará posible el posterior análisis de los resultados. Pero, sobre todo, se ha de resaltar el valor de esta actividad de pensamiento divergente como estímulo de la creatividad.

## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN

Las propuestas de los alumnos - expresadas de una u otra forma - coinciden en que se trata de aplicar la Ley de Ohm a cada una de las resistencias  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_E$ , teniendo en cuenta que - como han expresado en la figura 2 -  $V$  es la misma para las tres resistencias (están conectadas a los mismos puntos). A veces, una respuesta mecánica lleva a algún grupo a afirmar que *"la intensidad también ha de ser la misma"* pero fácilmente se entiende que si el amperímetro marca la misma  $I$  eso no quiere decir que ésta sea la intensidad que circula por cada resistencia (durante la discusión de las hipótesis ya se ha hecho referencia a que  $I=I_1+I_2$ ).

En definitiva se trata, pues, de aplicar la Ley de Ohm a cada conductor para obtener el valor de la intensidad y aplicar después  $I=I_1+I_2$  hasta obtener una relación entre  $R_E$ ,  $R_1$  y  $R_2$ . Es evidente que una estrategia de este estilo viene guiada ineludiblemente por las hipótesis realizadas previamente. Si los estudiantes no hubieran aventurado que la resistencia equivalente ha de depender solamente de  $R_1$  y  $R_2$  no plantearían una estrategia en la que se tendiera a simplificar y eliminar de las ecuaciones las magnitudes  $I$  y  $V$ . De hecho, cuando se explica en clases teóricas -como teoría- cuál es la expresión para calcular la resistencia equivalente a otras varias, los alumnos no entienden por qué se hace como se hace y cuál es el motivo de eliminar la intensidad y el voltaje.

Los estudiantes, pues, indican: *"Como  $I = I_1 + I_2$ , se sustituyen los valores de las intensidades por la Ley de Ohm, se simplifica y ya está"*.

También hay algún grupo que plantea la relación entre el antes y el después a través de la diferencia de potencial que también se ha de mantener constante *"Si la diferencia de potencial entre los extremos de las resistencias ha de ser la misma, podemos igualar los potenciales y luego sustituir"* sin prever las dificultades que esta estrategia encierra para eliminar después las magnitudes  $V$  e  $I$ . Es en el apartado siguiente, cuando la ponen en práctica, si sus compañeros no los han convencido de lo contrario, cuando reconocen las dificultades que les plantea para llegar a una expresión que no dependa más que del valor de las resistencias iniciales. Será el momento de hacer algún comentario más respecto a la importancia de guiar la resolución a la luz de las hipótesis para evitar soluciones parciales o equivocadas.

## RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

La resolución no plantea ahora ninguna dificultad a los alumnos: la Ley de Ohm aplicada a los conductores de resistencia  $R_1$  y  $R_2$  les conduce a

$$I_1 = V/R_1 \quad \text{y} \quad I_2 = V/R_2$$

mientras que aplicada a  $R_E$  les da  $I = V/R_E$

Por último sustituyendo en  $I = I_1 + I_2$  los respectivos valores obtienen

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1)$$

Evidentemente esta es ya una expresión que da  $R_E$  en función de  $R_1$  y  $R_2$ . No es necesario despejar  $R_E$ , pero también puede pedirse para que obtengan

$$R_E = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) \quad (2)$$

Cualquiera de las dos expresiones puede utilizarse para el análisis de los resultados.

## ANÁLISIS Y CONTRASTACIÓN DE LOS RESULTADOS

No insistiremos aquí en mostrar que tanto la expresión (1) como la (2) permiten verificar las hipótesis emitidas. Así, p.e., se constata que si  $R_1 = \infty$  (aislante),  $R_E = R_2$ , etc., etc.

Más interesante es referirse a las posibilidades de contrastación experimental que los alumnos proponen, consistentes básicamente en utilizar dos resistencias de valores conocidos, calcular la resistencia equivalente mediante la expresión (2) y determinarla experimentalmente haciendo el montaje de la figura 2.

Digamos por último, que una vez obtenida la expresión (1) ó (2) y analizados los resultados se puede proceder al manejo de datos concretos (con vistas a determinar, por ejemplo, que resistencias pueden asociarse para obtener una cierta resistencia equivalente). Los tratamientos

numéricos tienen también su interés formativo y la consideración de la viabilidad de un cierto valor, etc., puede formar parte del análisis de los resultados. Con otras palabras: nuestro rechazo de los datos se limita a su uso sistemático como punto de partida, por las deformaciones que introduce en el tratamiento científico de las situaciones problemáticas.

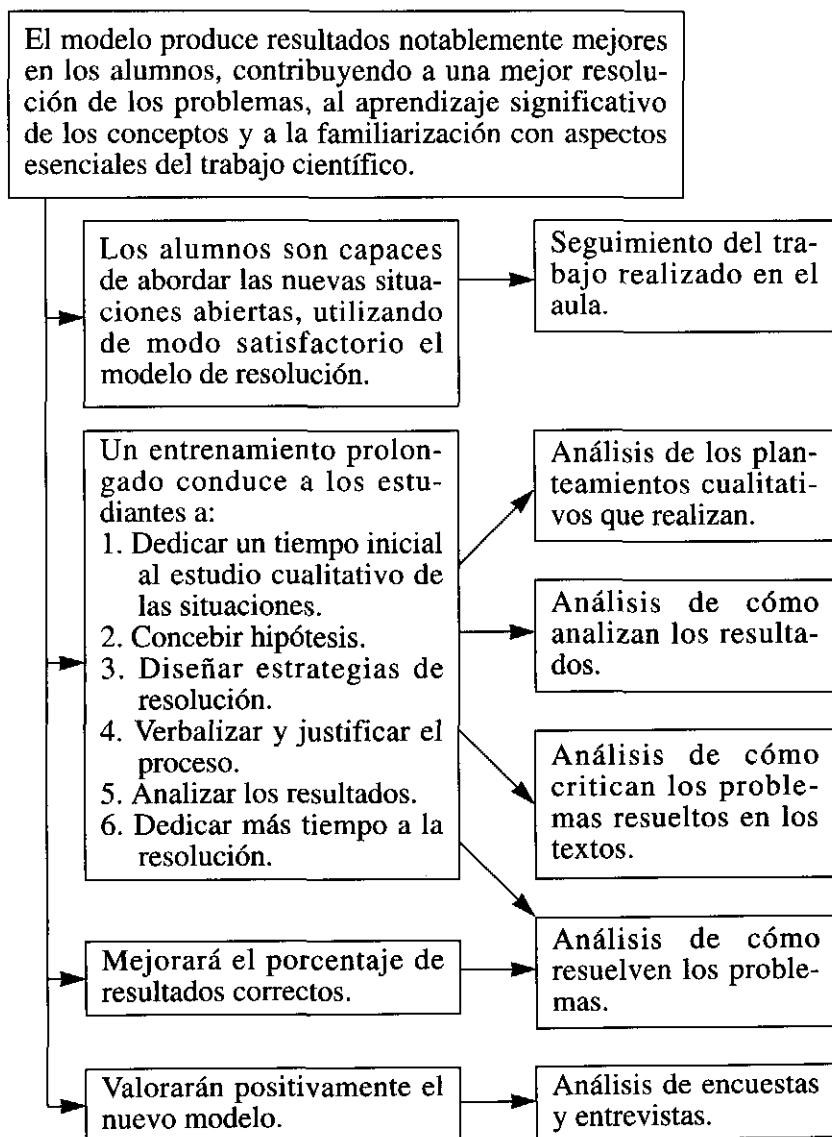
Pensamos que este ejemplo resuelto en cualquier libro de texto como un simple ejercicio muestra la posibilidad de un tratamiento didáctico que favorezca la familiarización con aspectos clave de la metodología científica (emisión de hipótesis, etc., demasiado a menudo olvidados) y contribuya a un auténtico cambio metodológico en los alumnos.

## **II.2.- Resultados cuantitativos correspondientes a los estudiantes cuando se enfrentan a problemas. Su actitud hacia la resolución de problemas.**

Una vez que hemos mostrado como se desarrollan las sesiones de resolución de problemas de Física y Química siguiendo las orientaciones de el modelo de resolución de problemas como investigación, vamos a exponer algunos de los resultados cuantitativos que hemos obtenido en los últimos años con nuestros alumnos de Bachillerato y COU, que complementan y revalidan las observaciones cualitativas realizadas a los estudiantes cuando resuelven problemas en clase.

En el cuadro II se expone de forma esquemática el desarrollo de la primera hipótesis general y las diferentes aproximaciones que hemos realizado para su validación. En esencia, el diseño para la contrastación de las hipótesis se ha realizado por cinco vías (un desarrollo más detallado del diseño experimental y de los resultados obtenidos con alumnos puede encontrarse en Mtez-Torregrosa (1987) y en Ramírez (1990)):

- 1) Análisis de la forma en que los alumnos realizan el planteamiento cualitativo de los problemas.
- 2) Análisis de la manera en que los estudiantes analizan el resultado de los problemas.
- 3) Análisis de la crítica de los estudiantes a la forma en la que se les muestran los problemas resueltos como ejemplos de resolución en los libros de texto.
- 4) Análisis de la manera en la que los alumnos resuelven los problemas.
- 5) Por último, análisis de la valoración que realizan de nuestro modelo.



**Cuadro II: Desarrollo de la Primera Hipótesis General**

Presentamos de forma separada los resultados correspondientes a cada uno de estos aspectos, aunque en cada caso se exponen tanto los datos obtenidos con alumnos tratados como no tratados. Para el tratamiento estadístico de los valores hemos utilizado los criterios y herramientas que habitualmente se exponen en los diferentes manuales de estadística referidos a este tipo de investigación (Turner, 1979; Serramona, 1980; Van Dalen y Meyer, 1981; Welkowitz et al., 1981).

Digamos que después del tratamiento, esperábamos encontrar un cambio sustancial en la manera en que los estudiantes abordaran los problemas -tanto con enunciados abiertos como tradicionales- de tal forma que tuvieran en cuenta los siguientes aspectos en la resolución de los mismos:

- 1) Planteamiento cualitativo de la situación, que conduzca a una formulación precisa de cuál es el problema, en qué condiciones se va a abordar su estudio, etc., en contraposición a la manipulación inmediata de datos y fórmulas, típica del operativismo ciego
- 2) Avance de suposiciones o hipótesis sobre qué magnitudes influirán en la magnitud buscada y en qué modo lo harán, que oriente la búsqueda de datos y permita un posterior análisis de los resultados obtenidos.
- 3) Elección de los "datos" que se consideren necesarios para la solución a partir del planteamiento cualitativo, de las hipótesis y/o de la estrategia escogida, y no como un punto de partida ya fijado.
- 4) Elaboración de posibles estrategias **antes** de comenzar la resolución propiamente dicha, evitando tanto el puro ensayo y error, como una resolución explicada y desarrollada simultáneamente, sólo posible si se trata de un ejercicio, no de un verdadero problema.
- 5) Resolución planteada como la puesta en práctica de la estrategia, haciendo referencia cuidadosa al corpus teórico necesario, -que vendrá determinado por las condiciones impuestas, las hipótesis, la estrategia, etc.-, y al aparato lógico-matemático, y desarrollada de un modo literal con el fin de facilitar y fomentar el análisis de los resultados.
- 6) Análisis de resultados, que deben aparecer como fruto de un proceso abierto, de una investigación cuya validez debe, por tanto, ser contrastada.



Más recientemente, al incorporar en nuestro modelo de forma explícita la importancia de contextualizar la situación problemática, de dotarla de un interés compartido por los estudiantes y de considerar las perspectivas abiertas con la resolución del problema, haciendo trabajar a los estudiantes en esta dirección, podemos pensar que también llegarán los alumnos por sí solos a ser capaces de prestar atención a estas cuestiones

No es necesario que los estudiantes desarrollen de un modo secuenciado y lineal las características numeradas anteriormente - como, de hecho, tampoco pasa al investigar -, pero deberían poderse identificar si abordan los problemas de forma coherente con nuestro modelo (o deberían resaltarlas los alumnos, si aparecen, cuando analizan la forma en que es resuelto un problema o criticar su ausencia, en caso contrario).

Además de lo que acabamos de enumerar, que responde a lo que solicita el modelo explícitamente, cabe esperar que estos estudiantes tratados:

- 7) Mejoren su actuación globalmente, lo que se ha de traducir en un porcentaje de resultados correctos notable y significativamente superior a los porcentajes habituales.
- 8) Dediquen más tiempo a intentar la resolución de los problemas antes de abandonar sin caer, por tanto, en la actitud habitual de "reconocer o abandonar" típica de la metodología de la superficialidad.
- 9) Valoraren positivamente el modelo y, consecuentemente, se produzca un cambio notablemente positivo en su actitud hacia la resolución de problemas.

### **II.2.1.- Resultados obtenidos cuando se solicita a los alumnos que analicen cualitativamente el enunciado de un problema**

En este caso, el diseño se concreta en presentar a los estudiantes el enunciado de un problema en su forma cerrada, de los que habitualmente aparecen en los libros de texto, con la indicación de que *exclusivamente* realizaran el planteamiento cualitativo de la situación.

Esperábamos que, mientras los alumnos no tratados serían prácticamente incapaces de realizar lo que les pedíamos, los tratados sí

que lo harían en buena medida, por ejemplo, precisando que es lo que pide el problema, cuál es la situación de partida, etc.

Como ejemplo exponemos los resultados que corresponden al enunciado de un problema de electrostática que habitualmente se propone en 3º de BUP. La prueba se ha realizado con un curso de Física de COU (36 estudiantes no tratados) y con otros dos de 3º de BUP (en total 49 alumnos tratados) en situación normal de clase (como un ejercicio puntuable, pero no como un examen formal avisándoles con antelación), después de que ambos grupos hubieran trabajado la unidad correspondiente de electrostática. Pensamos que el hecho de que el grupo control sea de un curso superior avallará mejor los resultados obtenidos a nuestro favor.

Los resultados se muestran en el cuadro II.1. En él se incluyen los diferentes ítems que hacen referencia al planteamiento cualitativo de un problema junto con el tanto por ciento de alumnos tratados y no tratados que realizan lo que en ellos se indica, de forma que la lectura es directa. Para favorecer una visión rápida de estos resultados hemos adjuntado el diagrama de barras correspondiente (figura 1).

Como puede apreciarse, las diferencias entre estudiantes tratados y no tratados son muy amplias y en todos los casos significativas a favor de nuestra hipótesis. Es la primera evidencia cuantitativa que nos indica que un entrenamiento en nuestro modelo hace que los estudiantes pasen de considerar el enunciado de los problemas como un conjunto de datos de partida que se han de combinar para obtener el resultado de forma precipitada, a considerarlo como una situación problemática sobre la que es preciso reflexionar previamente de forma cualitativa, para llegar a hacerse una idea clara de cuál es la situación de partida, qué es lo que se busca, etc

Tabla II.1 ANÁLISIS DE LA MANERA EN LA QUE LOS ESTUDIANTES REALIZAN EL PLANTEAMIENTO CUALITATIVO DE LOS PROBLEMAS

	Grupo no experimental % (Sd)	Grupo experimental % (Sd)
1. Aparecen los datos de inmediato.	91,7 (4,6)	8,2 (3,9)
2. Explican claramente la situación de partida.	5,5 (3,8)	71,4 (6,4)
3. Precisan qué es lo que pide el problema, aquello que se busca.	11,1 (5,3)	91,9 (3,9)
4. Emiten hipótesis (por ejemplo, sobre cómo puede evolucionar el sistema o una magnitud determinada).	0,0 (-)	79,6 (5,7)
5. Realizan algún gráfico y/o esquema.	41,7 (8,2)	95,9 (2,8)

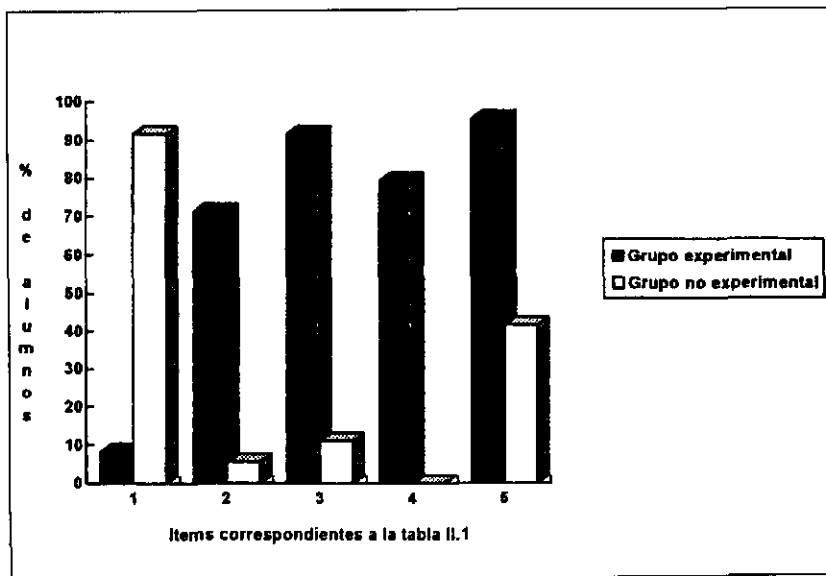


Figura 1.- Planteamiento cualitativo (Cómo lo realizan los estudiantes)

## II.2.2. Resultados obtenidos cuando se pide a los estudiantes que analicen el resultado de un problema

Conjuntamente con el planteamiento cualitativo, es el análisis de los resultados otro de los aspectos que para los investigadores en resolución de problemas tiene más importancia (Mettes et al., 1980; Reif, 1983; Jansweijer, 1987). Por ello hemos considerado específicamente también este aspecto como una segunda vía para validar nuestra hipótesis. Presentamos, por tanto, un ejemplo de resultados correspondientes a la manera cómo los estudiantes analizan el resultado de un problema.

Mostramos aquí los enunciados de los problemas, con sus correspondientes resultados, presentados a los alumnos para su análisis:

*"Partiendo de una disolución concentrada de HCl ha sido preparado un volumen (Vd) de 5,000 litros de disolución diluida, de concentración Cd = 0,100 M. El ácido concentrado tiene una concentración Cc = 8,5 M. ¿Cuántos mililitros de la disolución concentrada de HCl se necesitan?."*

Resultado:

$$V_c = \frac{C_d \cdot V_d}{C_c} = \frac{0,5 \cdot 5000}{8,5} = 58,8 \text{ ml}$$

*"Calcular la resistencia Ra que se ha de colocar en paralelo con otra Rb, de manera que la resistencia equivalente sea Re."*

Resultado:

$$R_a = \frac{R_b \cdot R_e}{R_b - R_e}$$

En este segundo ejemplo también, como control, utilizamos grupos de COU. Concretamente dos grupos con alumnos que cursaban física (en total 75 estudiantes) a los que se les enfrentó con el problema de electricidad, y un grupo de 28 alumnos que habían elegido la química de COU como asignatura optativa que analizaron el

resultado del problema de química. Tanto en un caso como en otro, se esperó a que se hubiera tratado la materia correspondiente - corriente eléctrica o disoluciones-, y sus problemas, para someterles a la prueba.

El grupo experimental era un 3º de BUP con 38 alumnos que utilizó de forma habitual a lo largo del curso 1987-88 nuestro modelo de resolución de problemas, dentro del modelo de enseñanza/aprendizaje concebido como cambio conceptual, metodológico y actitudinal (Gil, 1985). El análisis de la solución de los problemas se requirió en forma de prueba de evaluación después de haber trabajado los conceptos correspondientes y haber realizado los consiguientes problemas de lápiz y papel.

Esto quiere decir que cuando los alumnos de 3º de BUP se enfrentaron al análisis del resultado del problema de física llevaban aproximadamente cuatro meses de tratamiento (última semana de enero) y que cuando lo hicieron con el problema de química, el entrenamiento ya era de ocho meses (primera semana de junio), con lo que los resultados pueden suministrar un primer indicio de hasta qué punto influye el tiempo de tratamiento en la consecución del cambio metodológico en la resolución de problemas.

En todos los casos se indicó a los estudiantes que tenían todo el tiempo que quisieran para elaborar su respuesta, de forma que pudiéramos utilizar el tiempo que emplearan como un índice de la tendencia, o no, a abandonar, cuando no se reconocen las situaciones problemáticas y la respuesta no es inmediata.

Los resultados, que se muestran en la Tabla II.2, se refieren directamente a los aspectos, considerados o no por los estudiantes, que aparecen al costado, de forma que la lectura es directa. Para una mejor comprensión, estos resultados se representan de forma gráfica en la figura 2 y, concretamente, los correspondientes a los tiempos de reflexión en la figura 3.

El análisis de estos resultados nos lleva a realizar las siguientes consideraciones:

En primer lugar se aprecian grandes diferencias y muy significativas entre el grupo experimental, después de haber sido tratado durante todo un curso, y los grupos control en todos los aspectos y en el sentido de que los estudiantes que han trabajado según nuestro modelo son capaces en una gran proporción (más del 65%) de analizar el resultado de un problema con rigor.

Tabla II.2 FORMA EN LA QUE LOS ALUMNOS ANALIZAN EL RESULTADO DE UN PROBLEMA

	Física COU no tratados % Sd	3º BUP (tra. 4 meses) % Sd	Química COU no tratados % Sd	3º BUP (tra. un curso) % Sd
1.- Sólo se preocupan de aspectos formales.	21,3 (4,7)	13,1 (5,3)	53,6 (9,4)	5,2 (3,6)
2.- Realizan o intentan desarrollar toda la resolución del problema.	12,0 (3,7)	15,8 (5,9)	25,0 (8,2)	5,2 (3,6)
3.- Utilizan el análisis dimensional.	2,7 (1,9)	7,9 (4,4)	7,1 (4,8)	65,8 (7,7)
4.- Hacen referencia a las variables.	9,3 (3,3)	65,8 (7,7)	7,1 (4,8)	89,5 (8,7)
5.- Hacen referencia a la influencia de las variables.	4,0 (2,3)	42,1 (8,0)	0,0 (-)	76,3 (6,9)
6.- Analizan condiciones límite.	1,3 (1,3)	23,7 (6,9)	0,0 (-)	65,8 (7,7)
7.- Ermiten opiniones gratuitas carentes de todo fundamento.	40,0 (5,6)	5,3 (3,6)	7,1 (4,8)	0,0 (-)
8.- Los alumnos han acabado el análisis antes de (% acumulado)				
- diez minutos	5,3 (2,6)	0,0 (-)	7,1 (4,8)	0,0 (-)
- veinte minutos	78,7 (4,7)	23,7 (6,9)	82,1 (7,2)	5,3 (3,6)
- treinta minutos	97,3 (1,9)	47,4 (8,1)	100 (-)	26,3 (7,1)
- cuarenta minutos	100 (-)	65,8 (7,7)		63,1 (7,8)
- cincuenta minutos		89,5 (5,0)		97,4 (2,6)
- sesenta minutos		100 (-)		100 (-)

Estas diferencias entre grupo experimental y control se hacen menores cuando el tratamiento está reducido a cuatro meses y, aunque en los aspectos del análisis directamente relacionados con nuestro modelo -ítems 4, 5 y 6- las diferencias continúan siendo grandes y significativas, no son suficientemente satisfactorias.

Es más, cuando relacionamos los resultados a los cuatro y ocho meses de tratamiento, vuelven a surgir diferencias grandes y significativas en todos los ítems considerados (y más teniendo en cuenta que el problema de química y su resultado contienen datos numéricos que pudieran hacer dirigir la atención hacia ellos, como ocurre con el grupo de química de COU, en el ítem nº 1). Esto es congruente con la tesis de que los cambios en educación (tanto concep-

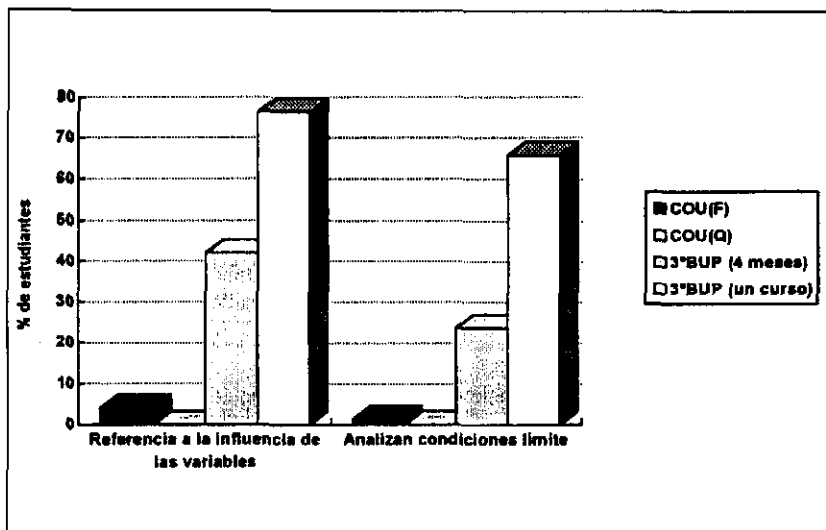


Figura 2. Análisis del resultado de los problemas por los alumnos

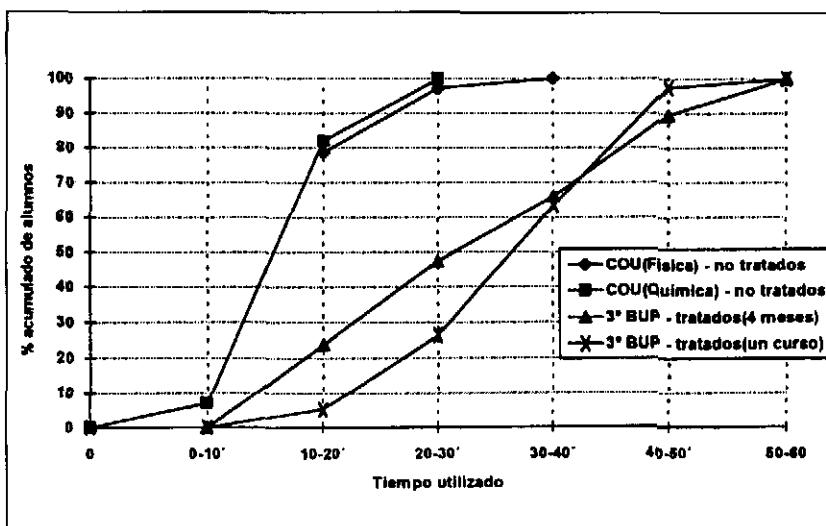


Figura 3. Tiempo de reflexión en el análisis del resultado de un problema

tuales, como metodológicos y actitudinales) son lentos y difíciles, y que se necesita un tiempo mínimo para empezar a recoger frutos.

El salto que se aprecia en el ítem nº 3, referente a la utilización del análisis dimensional, en el grupo experimental tiene su explicación en el mayor hincapié que realizó en este sentido el profesor a la vista del resultado observado en la primera prueba.

En cuanto al tiempo utilizado por los estudiantes en el análisis, para apercibirnos de las diferencias, a favor de una mayor utilización del tiempo para reflexionar por parte del grupo experimental, no hay más que observar el gráfico de la figura 3 donde, para los veinte minutos, un 80% de los alumnos no tratados ya habían entregado su ejercicio mientras que solo menos de un 24% o un 6% de los tratados lo había hecho en ese mismo tiempo. Advertir, también, que el tiempo de reflexión parece que aumenta ligeramente con el tratamiento.

### **II.2.3.- Observaciones que los alumnos realizan sobre la forma en la que está resuelto un problema**

Con este instrumento de validación y con el siguiente se aborda de modo global la concepción que los alumnos tienen de la resolución de problemas. Por tanto, los resultados deberán ser congruentes entre sí y con los aspectos parciales vistos en los dos puntos anteriores II.2.1 y II.2.2.

Aquí, presentábamos a los estudiantes fotocopias de problemas resueltos en libros de texto para que hicieran todas las observaciones que creyeran pertinentes respecto a la forma en la que estaban resueltos y expuestos. Los resultados corresponden a tres grupos de alumnos de COU que cursaban tanto la física como la química. En uno de estos grupos (de 36 alumnos) había sido utilizado el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación ya desde el curso anterior, mientras que en los otros dos no, que actúan como referencia (73 alumnos). Los resultados se muestran en la tabla II.3 y, de forma gráfica, en la figura 4.

Otra vez volvemos a encontrar enormes diferencias entre alumnos tratados y no tratados. Se aprecia claramente que, mientras que los estudiantes que habían utilizado el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación son críticos con la forma habitual en la que son presentados los problemas resueltos, los



Tabla II.3 OBSERVACIONES REALIZADAS POR LOS ALUMNOS SOBRE EL MODO EN QUE SE PRESENTAN LOS PROBLEMAS RESUELTOS EN LOS LIBROS DE TEXTO

Los estudiantes hacen referencia a si:	COU no tratados % (Sd)	COU tratados % (Sd)
1.- Los enunciados contienen datos y/o son totalmente directivos.	1,4 (1,4)	91,7 (4,6)
2.- Se realiza, o no, planteamiento cualitativo.	5,5 (2,7)	55,6 (8,3)
3.- Si se formulan hipótesis.	1,4 (1,4)	88,9 (5,2)
4.- Si se explicita la estrategia antes o durante la resolución.	1,4 (1,4)	72,2 (7,5)
5.- Si se hace referencia a la información teórica relevante.	0,0 (-)	63,9 (8,0)
6.- Si se realiza el análisis de los resultados.	0,0 (-)	94,4 (3,8)
7.- Sin objeciones.	60,3 (5,7)	0,0 (-)

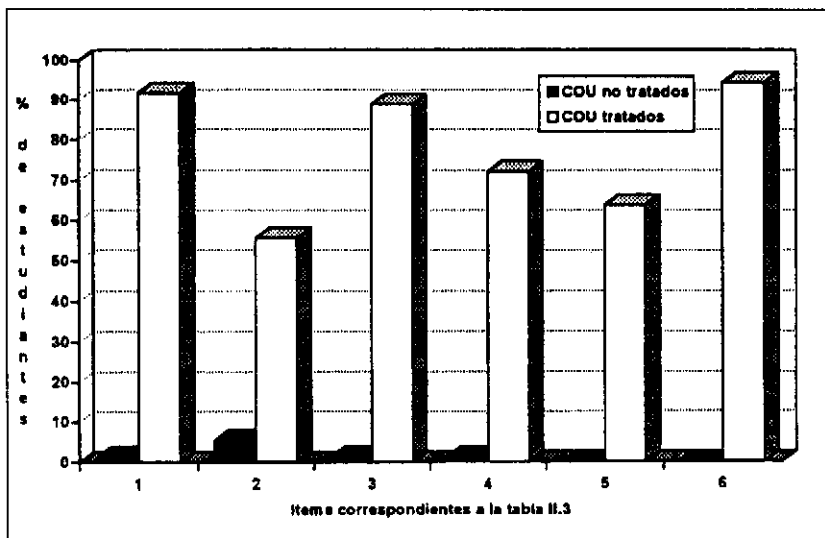


Figura 4. Análisis de problemas resueltos

alumnos del grupo control la aceptan prácticamente sin objeciones de fondo e incluso algunos la alaban. Como ejemplo, este comentario de un clarividente alumno:

*"Yo encuentro correcto este método (el método tradicional de exposición de los problemas), porque, aunque el resultado que nos da no se puede generalizar a otros problemas, se pueden clasificar por grupos todos los problemas con enunciado parecido y su forma de resolverlos será similar"*

que puede servir para ejemplificar hasta que punto los alumnos de cursos superiores se identifican con los métodos tradicionales que han vivido. A este respecto el ítem nº 7 nos sirve de resumen: más de un 60% de los estudiantes no tratados no realiza ningún tipo de objeción a la forma en que se les han presentado los problemas resueltos.

#### **II.2.4.- Resultados obtenidos en el análisis de las resoluciones de problemas realizados por los estudiantes**

Los resultados obtenidos en los apartados anteriores deben ser congruentes con la propia metodología de resolución de problemas adquirida por los alumnos y se debe de manifestar en la manera en la que se enfrentan a ellos autónoma e individualmente. Por ésto, la cuarta vía para validar el modelo en los estudiantes consiste en presentar un problema, con el enunciado en la forma en la que habitualmente aparecen, para ver hasta qué punto son capaces de transferir el modelo y resolver el problema como una actividad de investigación.

El enunciado del problema para la resolución del cual aquí ofrecemos resultados era el siguiente:

*"Calcular la resistencia que se ha de colocar en paralelo con otra de 20 W de manera que la resistencia equivalente del conjunto quede reducida a 10 ohmios."*

Dicho problema se planteó a tres grupos de 3º BUP una vez que todos ellos habían trabajado en clase el concepto de resistencia equivalente y la forma de calcularla, de tal manera que podríamos decir que para ambos grupos el problema debía de resultar fácil. Uno de estos grupos (31 alumnos) venía trabajando con nuestro modelo desde

el curso anterior (2º de BUP) y los otros dos (64 alumnos), que actuaban como control, lo hacían de la manera expositiva tradicional.

En la tabla II.4 se recogen los ítems que hacen referencia a los distintos aspectos que se debieran considerar en la resolución de un problema junto con el tanto por ciento de alumnos que los tienen en cuenta. También se indica si el resultado alcanzado es correcto (ítem 11) y el grado de verbalización (ítem 13), cuantificado por el promedio del número de frases que escribe cada estudiante a lo largo de la resolución. En las figuras 5 y 6 se visualizan mejor las diferencias.

El diseño experimental contempla que una medida del operativismo de los alumnos vendría dada por la rapidez con la que se hace uso de las fórmulas. Los resultados obtenidos en el análisis de los escritos de los estudiantes también aparecen en la tabla II.4 y, gráficamente en la figura 7. Además se contabilizó el tiempo total que utilizó cada uno de los alumnos para intentar resolver el problema, como índice de su capacidad de reflexión y constancia en contraposición a la actitud de "reconocer" el problema o abandonar. La tabla II.4 recoge estos resultados, representados en la gráfica de la figura 8.

Una vez más los resultados obtenidos concuerdan con nuestra hipótesis de partida, siendo a su vez coherentes con los de las otras vías de validación mostrados anteriormente. Así, las diferencias en todos los casos son lo suficientemente grandes y significativas como para indicar que los alumnos que han sido suficientemente entrenados en el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación han interiorizado unas pautas de comportamiento más acordes con los aspectos más relevantes de la metodología científica que les hace ser más eficientes en la resolución de problemas que aquellos otros estudiantes a los que se les enseña las respuestas ya elaboradas.

Por otra parte, todos estos resultados son similares a los obtenidos por nosotros en otras ocasiones anteriores, por ejemplo con problemas de Mecánica (Mtnez-Torregrosa, 1987), o por otros autores cuando han utilizado este mismo modelo. Así, Reyes y Furió (1989 y 1990) con un problema de estequiometría muestran resultados semejantes a los nuestros, tanto para los alumnos tratados como para muestras de no tratados, salvo en lo referente al número de alumnos que consiguen resolver bien los problemas, que es inferior en su caso, aunque se mantiene la proporcionalidad (aproximadamente es el doble el número de resultados correctos en los grupos experimentales).

Tabla II.4 ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR LOS ESTUDIANTES

	3° BUP no tratados % (Sd)	3° BUP tratados % (Sd)
1.- Manejan los datos de inmediato	92,2 (3,3)	9,7 (5,3)
2.- Realizan un planteamiento cualitativo de la situación	3,1 (2,2)	87,1 (6,0)
3.- Precisan qué es lo que pide el problema, aquello que se busca	6,2 (3,0)	93,5 (4,4)
4.- Emiten hipótesis	0,0 (-)	87,1 (6,0)
5.- Profundizan en las hipótesis emitidas considerando casos límite que deben ser cumplidos por el resultado	0,0 (-)	74,2 (7,8)
6.- Elaboran la estrategia antes de iniciar la resolución	15,6 (4,5)	38,1 (8,7)
7.- Explican claramente la estrategia que siguen	26,6 (5,5)	77,4 (7,5)
8.- Hacen referencia a la información teórica a utilizar	17,2 (4,7)	100 (-)
9.- Hacen la resolución literal	10,1 (3,8)	93,5 (4,4)
10.- Analizan los resultados obtenidos	0,0 (-)	80,6 (7,1)
11.- El resultado es correcto	42,2 (6,7)	80,6 (7,1)
12.- Abandonan o realizan una resolución totalmente incorrecta	26,6 (5,5)	3,2 (3,2)
13.- Grado de verbalización (n° de frases por alumno)	1,5 (2,2)	13,4 (3,2)
14.- Aparecen fórmulas en los:(% acumulado)		
- primeros cinco minutos	87,5 (4,1)	9,7 (5,3)
- entre cinco y diez minutos	96,9 (2,2)	22,6 (7,5)
- entre diez y quince minutos	100 (-)	58,1 (8,9)
- entre quince y veinte minutos		80,6 (7,1)
- después de veinte minutos		100 (-)
15.- Los alumnos han acabado la resolución en: (% acumulado)		
- diez minutos	12,5 (4,1)	0,0 (-)
- veinte minutos	82,8 (4,7)	12,9 (6,0)
- treinta minutos	96,9 (2,2)	22,6 (7,5)
- cuarenta minutos	100 (-)	74,2 (7,8)
- cincuenta minutos		96,8 (3,2)
- sesenta minutos o más		100 (-)

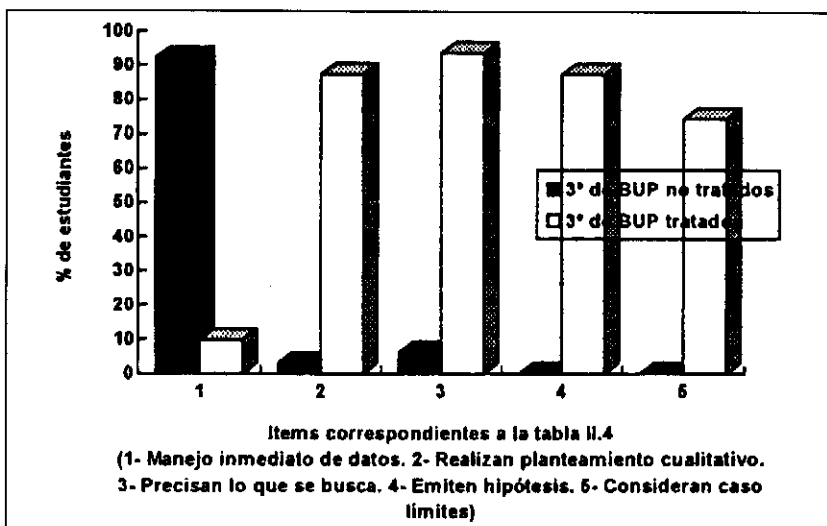


Figura 5. Resolución de problemas (Planteamiento y emisión de hipótesis)

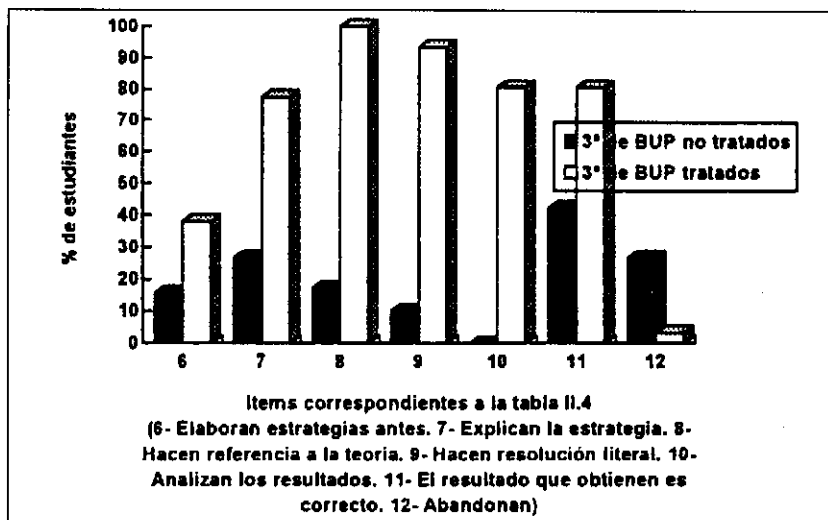


Figura 6. Resolución de problemas (Estrategias, resolución y resultados)

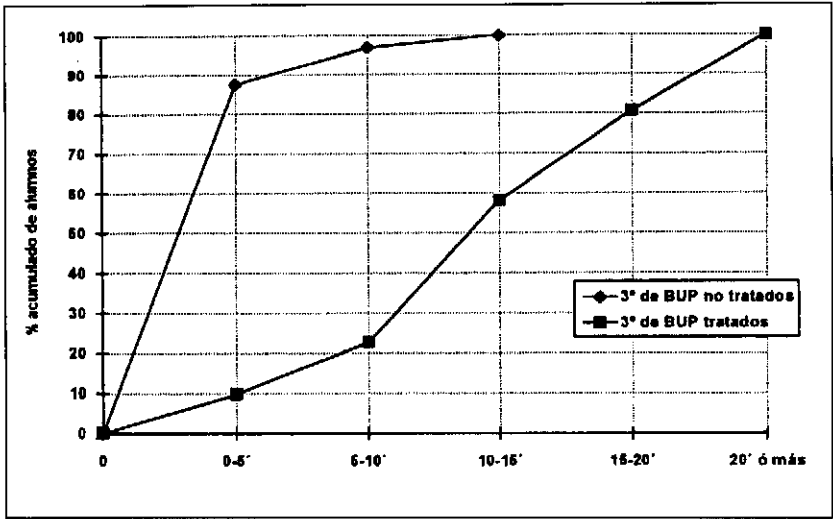


Figura 7. Resolución de problemas  
(Tiempo en el que aparecen las fórmulas)

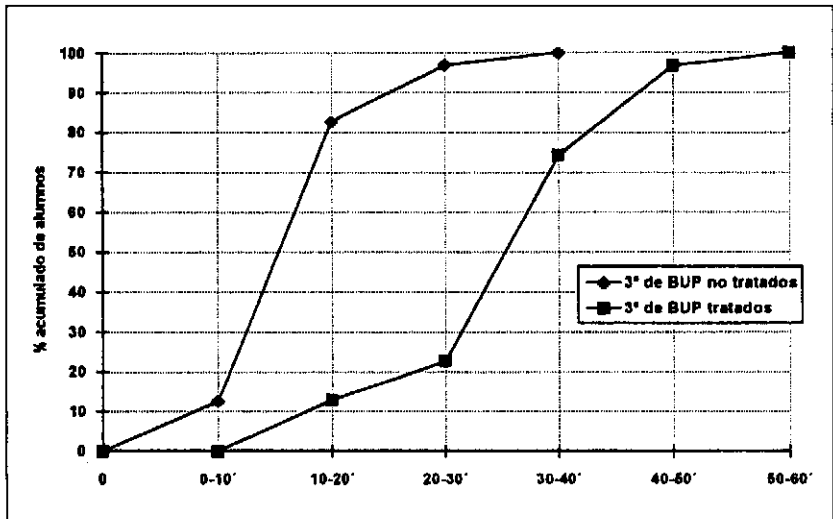


Figura 8. Resolución de problemas  
(Tiempo que utilizan en la resolución)

### **II.2.5.- Valoración que realizan los estudiantes de las metodologías de resolución de problemas**

Para producir un cambio metodológico estable es fundamental que se produzca paralelamente un cambio actitudinal que lleve a los alumnos no sólo a obtener mejores resultados en la resolución de problemas -aunque esto, evidentemente, ayudará al cambio actitudinal- sino también a valorar más positivamente la nueva metodología.

Para comprobar que ésto es realmente así se han pasado cuestionarios a sendos grupos de alumnos que durante el curso 3º de BUP habían utilizado el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación, cuando al curso siguiente -cursando las asignaturas de física y de química de COU-, con otro profesor, habían vuelto a la metodología expositiva tradicional. En el cuestionario se les pedía que valoraran comparativamente ambas metodologías de resolución de problemas y que indicaran hasta qué punto les parecían diferentes o no. El cuestionario fue pasado por su profesor, como cosa suya, y sin que nosotros interviniéramos en esa fase. Los resultados para uno de los grupos se muestran en la tabla II.5.

Posteriormente, además de que en el cuestionario podían realizar cuantas observaciones creyeran pertinentes y algunos así lo hicieron, mantuvimos una entrevista con cinco alumnos escogidos al azar para que, teniendo como guión el cuestionario explicaran el porqué de sus valoraciones.

Para empezar diremos que todos los alumnos consideraban que las metodologías eran diferentes (16,7% diferente; 83,3% muy diferente) y que ésto era corroborado en la entrevista posterior.

En cuanto a estos resultados de la encuesta de valoración en sí y a pesar de que sale netamente favorecido nuestro modelo de resolución de problemas respecto al que en ese momento estaban utilizando, nos encontramos que las valoraciones otorgadas por uno de los grupos (las mostradas en la tabla II.5) no respondían a las expectativas que inicialmente habíamos adquirido, teniendo en cuenta los magníficos resultados que íbamos obteniendo con el tratamiento, como hemos visto en los apartados anteriores.

Tabla II.5 VALORACIÓN COMPARATIVA ENTRE EL MODELO HABITUAL Y NUESTRO MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN

Puntuaciones medias (sobre 10) otorgadas por los estudiantes (N = 18) a los aspectos más abajo reseñados, en función de que sean favorecidos por la orientación metodológica en cuestión	Metodología empleada este curso (modelo habitual) x (Sd)	Metodología empleada el curso pasado (modelo experiment.) x (Sd)
1. Cómo os resulta de atractiva e interesante la resolución de problemas.	5,6 (2,1)	6,5 (1,7)
2. Preparación que os produce para resolver problemas que no se han hecho antes.	5,8 (1,7)	7,6 (2,0)
3. Grado en que os favorece la comprensión profunda de los conceptos.	5,0 (1,6)	8,0 (1,7)
4. Posibilidades que os ofrece para analizar la forma en la que se ha resuelto el problema y los resultados obtenidos.	4,9 (0,9)	7,7 (0,5)
5. Autoconfianza que os produce a la hora de resolver problemas.	6,1 (1,5)	7,6 (1,6)
6. Cómo contribuye a fomentaros un modo de actuar coherente con la metodología científica.	4,4 (1,2)	9,0 (0,8)
7. Cómo os ayuda a adquirir hábitos de reflexión, de planificación de estrategias, de comprobación de resultados.	4,9 (1,4)	9,6 (0,7)

Concretamente, en los ítems 2 y 5, relativos a la preparación y autoconfianza para resolver problemas, las diferencias, aunque significativas al nivel del 1 y del 2 por ciento, respectivamente, no son muy grandes y, en cuanto a si la metodología de resolución les resultaba atractiva, la diferencia solo es significativa cuando consideramos el 10%. Estos resultados contrastan también con los encontrados en el otro grupo (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1987) en el que las diferencias son mucho mayores, siendo más altas las puntuaciones a favor del modelo de resolución de problemas como investigación y menores las del otro (con diferencias de más de cinco puntos en todos los ítems).

Hemos de añadir que estudios paralelos (Reyes, 1991) muestran que una continuación en la utilización del modelo en un curso más, amplía substancialmente las diferencias de valoración entre modelos -lo que una vez más avala tratamientos prolongados-



Pero parece ser, a la vez, que estos alumnos sí que opinan que las ventajas del modelo son evidentes, sobre todo en los aspectos en los que hace más hincapié, como son:

- favorecer la comprensión profunda de los conceptos
- análisis de la resolución y resultado de los problemas
- fomentar un modo de actuar coherente con la metodología científica
- favorecer la adquisición de hábitos de reflexión y planificación.

y, por contra, esta valoración positiva está matizada por alguno de ellos en lo que se refiere a aspectos que debieran ser consecuencia de su utilización: producir confianza, preparación e interés.

¿Cuál es el razonamiento que se esconde detrás de estas opiniones no tan suficientemente positivas?. Los comentarios realizados tanto en las mismas hojas de encuesta como, posteriormente, en la entrevista lo aclaran. Son opiniones que, como vamos a ver, no atacan el modelo sino un aspecto no directamente contemplado en él, pero de gran importancia en los procesos de enseñanza/aprendizaje, por lo que los condiciona. Nos estamos refiriendo a la evaluación.

Por un lado, estaban suficientemente satisfechos de como les iba en ese momento. Las puntuaciones otorgadas al modelo que utilizaban así lo avalan (los datos obtenidos en el otro grupo no superan para la metodología tradicional los 2,6 puntos). Esta valoración estaba influenciada por los resultados que obtenían al resolver problemas: "no tenemos muchas dificultades para resolver los problemas que nos plantea la profesora".

Pero la piedra angular de la cuestión se encontraba concretamente en que los estudiantes valoraban los dos modelos, no en abstracto, sino en el contexto de rentabilidad pura y dura a corto plazo, es decir de las exigencias que les impone uno u otro modelo y de las ventajas que obtienen en términos de rentabilidad académica.

El modelo de resolución de problemas como investigación posee desde el punto de vista del aprendizaje notables ventajas que estamos poniendo de manifiesto, pero para algunos alumnos tiene dos inconvenientes que aparecen reflejados en sus comentarios y que se traducen en valoraciones menos positivas.

El primero de ellos es que les obliga a reflexionar y, en consecuencia, a trabajar. Les obliga a trabajar con todas las variables cuando su tendencia natural es a disminuir su número lo más posible (Staver, 1986) para disminuir, así mismo, la demanda cognitiva (Niaz, 1989). Y, por otra parte, el modelo tradicional de reconocer soluciones o utilizar algoritmos no es eficaz con verdaderos problemas, pero es más descansado (Lin, 1982). Este mismo fenómeno del cansancio que producen los métodos que obligan a los estudiantes a reconstruir el conocimiento, aunque en relación al aprendizaje y cambio de conceptos, también ha sido puesto de manifiesto por otros autores (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1987; Espar et al., 1989).

El segundo es que cuando los alumnos han de resolver problemas siguiendo el modelo investigativo muestran todo lo que saben, pero también todo lo que no saben y los conceptos y estrategias erróneas que poseen. No sólo han de llegar a un resultado correcto sino que, además, han de intentar verbalizar, reflexionar, etc., correctamente, con lo que manifestar errores es más fácil. En el modelo tradicional basta con llegar a un resultado correcto aunque el razonamiento sea equivocado (Jansweijer et al., 1985).

Aquí aparece, pues, una vía de investigación paralela, en la que ya hemos entrado (Alonso, Gil y Mtnez-Torregrosa, 1991, 1992) sobre el cambio de actitud del profesor a la hora de valorar -y también calificar- el esfuerzo y los resultados que obtienen los estudiantes cuando resuelven problemas, en la idea de evitar que un planteamiento de la evaluación restrictivo y pobre pudiera dar al traste con buena parte de los esfuerzos que realicemos al enseñar a nuestros alumnos a resolver problemas.

### **II.2.6. Valoración general de los resultados obtenidos con los alumnos**

Como hemos visto, el conjunto de resultados obtenidos, cuando se utiliza en las clases de Física y de Química de Bachillerato y COU de forma reiterada y habitual el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación, muestra grandes diferencias y estadísticamente significativas respecto a otras metodologías que parece ser que no enseñan a resolver problemas sino a memorizar resoluciones explicadas por el profesor. En este sentido pode-

mos afirmar que hemos validado la primera hipótesis en lo que afirma que nuestro modelo contribuye a una mejor resolución de los problemas de Física y de Química en su conjunto. Así, los alumnos experimentales, en contra de lo que ocurre con los no experimentales, muestran:

- Una clara superación del operativismo habitual, siendo capaces de reflexionar desde el principio de la resolución, analizando la situación de partida, etc., y no cayendo en la utilización inmediata de datos y fórmulas.
- Una notable familiarización con los aspectos esenciales del trabajo científico.
- Un mayor conocimiento de lo que supone enfrentarse a problemas siendo capaces de criticar la forma en la que se presenta su resolución.
- Una mayor capacidad para resolver y enfrentarse a problemas, obteniendo mejores resultados tanto en la "calidad" de la resolución como en el resultado final, y mostrando mayor perseverancia y tenacidad, en contra de la tendencia habitual a reconocer el problema o abandonar.
- Por último, evidencian claramente que son conscientes de las ventajas que les reporta nuevo modelo, aunque algunos matizan su entusiasmo alegando la sobrecarga de esfuerzo que les supone frente a otros modelos que, aunque no enseñan a resolver problemas, tampoco exigen mucho.

## CAPÍTULO III

### LA ASUNCION DEL MODELO POR EL PROFESORADO

#### **III.1. Los cambios en los profesores cuando (re)elaboran un modelo de resolución de problemas como investigación**

Todo nuevo modelo de intervención didáctica ha de considerar hasta que punto es asumido por el profesorado y la valoración que éste le otorga. Los resultados positivos en esta dirección se convertirán en un argumento más para su validación. Es por ello que parte de nuestra investigación se ha centrado en el estudio de los profesores a los que se les enfrenta al nuevo modelo de resolución de problemas durante los cursos de formación que realizan, bien iniciales, de actualización o seminarios de trabajo.

En este apartado del capítulo III, completamos la validación de la segunda de nuestras hipótesis generales referida a la posibilidad de conseguir que los profesores tomen conciencia de las limitaciones de las orientaciones didácticas habituales para la resolución de problemas y (re)elaboren un nuevo modelo alternativo. Ya hemos descrito en el capítulo I el proceso seguido en seminarios sobre resolución de problemas, planteados como sesiones de trabajo para un número de profesores similar al de alumnos en un aula de enseñanza media, y como este proceso da lugar a una reflexión que lleva, precisamente, a propuestas para la enseñanza de la resolución de problemas en la educación secundaria básicamente coincidentes

con el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación.

Recordemos la estrategia seguida en estas actividades de formación del profesorado, que como se ha podido constatar, posee la misma orientación que las propuestas constructivistas recomiendan para el aprendizaje de los alumnos y que, en esencia, consiste en lo siguiente:

- Plantear el "problema de los problemas" de forma que sea asumido por los profesores como una cuestión relevante a estudiar.
- Hacer explicitar a los profesores la metodología de resolución de problemas que utilizan y las ideas que tienen al respecto.
- Hacerles vivir los inconvenientes de la metodología que utilizan.
- Poner en cuestión los fundamentos de lo que para ellos supone la resolución de problemas, intentando que nada escape a la crítica. Así, la idea misma de problema, cómo enfocar la resolución de verdaderos problemas, etc.
- Hacerles elaborar un modelo alternativo de resolución de problemas más acorde con su propia naturaleza.
- Poner en práctica el modelo para constatar sus potencialidades y virtudes.

Realizábamos allí un seguimiento de las discusiones y aportaciones que los diferentes grupos de profesores hacían en cada una de las actividades, con la idea de intentar reflejar cualitativamente cuál es la formulación que se produce en las puestas en común que siguen a cada una de ellas. Creemos que hemos mostrado suficientemente los cambios cualitativos que se producen en un curso de este tipo en los profesores asistentes y cómo estos cambios refuerzan el modelo de resolución de problemas que proponemos.

Paralelamente, hemos intentado encontrar datos cuantitativos, sobre los cambios producidos en los profesores asistentes a los cursos, que ayudasen a la validación de la segunda hipótesis general de esta investigación cuyo desarrollo se muestra de forma esquemática en el cuadro III. Vamos a ver, pues, a continuación resultados cuantitativos correspondientes a dichos cambios, que acompañan a la puesta en cuestión de la didáctica habitual de resolución

de problemas y la elaboración fundamentada de propuestas más efectivas -datos que también corroboran ensayos precedentes (Gil, 1987; Gil y Ramírez, 1989; Garrett, Gil, Mtnez-Torregrosa y Satterly, 1990)-.

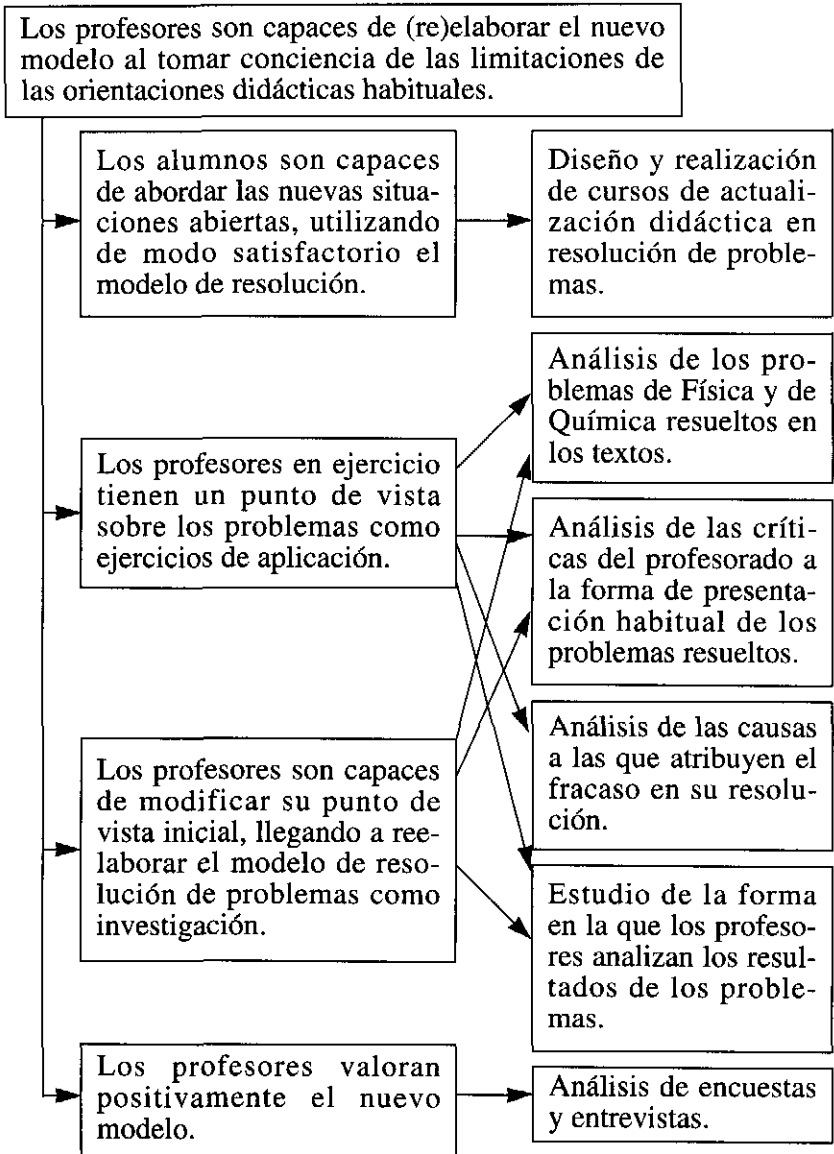
### III.1.1. La situación de partida

Toda formación del profesorado ha de partir de lo que piensan y hacen considerándolo como "natural". Incluso los profesores en formación tienen ya toda una formación docente adquirida "ambientalmente" a lo largo de los muchos años que han sido alumnos. Cuánto más, los profesores en activo, con largos años de experiencia docente y, por tanto, con una práctica reiterada de las orientaciones habituales.

Ignorar esta formación tiene los mismos efectos negativos que no tomar en consideración los preconceptos de los alumnos a la hora de diseñar los aprendizajes. Por tanto, hay que tener en cuenta las ideas previas con las que llegan los profesores para no incurrir en un aprendizaje no significativo y en la persistencia de su práctica docente cotidiana.

En este sentido, nos interesaba saber de entrada la concepción que sobre los problemas de Física y Química en la enseñanza media tenían los profesores. Así, lo primero que hicimos fue analizar los problemas resueltos en los libros de texto de Bachillerato y COU. De sobra es conocida la relación que existe entre lo que aparece en los textos y lo que hacen los profesores en clase, que en este caso, como veremos, se vuelve poner de manifiesto. Los resultados nos servirían para diseñar las actividades de toma de conciencia.

Hemos analizado problemas de prácticamente todos los libros de texto de Física y de Química del Bachillerato y COU. Los resultados se muestran en la tabla III.1. Estos resultados no necesitan apenas comentarios. Baste resaltar que prácticamente todos los enunciados son muy directivos e incluyen todos los datos y todas las condiciones de la situación planteada y que continúa su resolución como simples ejercicios de aplicación, lo que se pone de manifiesto, por ejemplo, por el alto porcentaje de problemas en los que no se explicita la estrategia ni antes ni durante la resolución.



**Cuadro III: Desarrollo de la Segunda Hipótesis General**

Tabla III.1 ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS RESUELTOS  
EN LOS LIBROS DE TEXTO (Resultados comparativos de problemas  
de Mecánica, Electromagnetismo y Química)

	Mecánica % (Sd)	Electromag. % (Sd)	Química % (Sd)
1.- El enunciado es de tipo ejercicio, absolutamente directivo.	91 (4,2)	94 (1,7)	98 (1,0)
2.- No se hacen planteamientos cualitativos.	80 (5,8)	74 (3,1)	67 (4,1)
3.- No se explicita con claridad qué es lo que pide el problema, aquello que se busca.	85 (5,3)	88 (2,2)	86 (3,0)
4.- No se precisan y explicitan las condiciones que se consideran reinantes en la situación abordada.	43 (7,3)	79 (2,9)	52 (4,3)
5.- No se emiten hipótesis.	100 (-)	100 (-)	100 (-)
6.- No se explicita la estrategia antes de iniciar la resolución.	89 (4,6)	89 (2,2)	91 (2,5)
7.- No se explica claramente la estrategia que se sigue.	67 (6,9)	61 (6,4)	57 (4,3)
8.- No se hace referencia a posibles caminos alternativos.	41 (7,3)	98 (1,0)	94 (2,0)
9.- No se hace referencia cuidadosa a la información teórica a utilizar.	57 (7,3)	73 (3,1)	62 (4,2)
10.- Se hace uso inmediato de las ecuaciones sin referencia a su dominio de aplicación.	-	96 (1,4)	73 (3,8)
11.- No se hace la resolución literal.	54 (7,3)	72 (3,2)	83 (3,2)
12.- No se interpretan los resultados obtenidos.	83 (5,6)	88 (2,3)	79 (3,5)
13.- No se contrastan los resultados.	93 (3,6)	97 (1,2)	94 (2,0)

Con estos datos en la mano ya podíamos prever el tipo de concepción sobre la resolución de problemas que tendrían los profesores que acudieran a los cursos. Preparamos, por tanto, actividades de toma de conciencia para que los profesores explicitaran sus ideas y para que, una vez siendo conscientes de ellas, se enfrentaran a situaciones problemáticas de las que, a pesar de su sencillez, difícilmente podrían salir airoso utilizando la orientación operativa e irreflexiva habitual.



Así, en algunas ocasiones, las primeras actividades consistían en el análisis por los profesores de algunos ejemplos de problemas resueltos en los libros de texto, que se les entregaban fotocopiados y en el enunciado de las causas a las que ellos creían que era atribuible el fracaso tan flagrante de los alumnos en la resolución de problemas de Física y de Química. Los resultados obtenidos con estas actividades se muestran en las tablas III.2 y III.3.

Tabla III.2 OBSERVACIONES REALIZADAS  
POR EL PROFESORADO EN ACTIVO SOBRE EL MODO  
EN QUE SE PRESENTAN LOS PROBLEMAS RESUELTOS  
EN LOS LIBROS DE TEXTO.

<b>% de profesores que realizan alguna observación (tanto en positivo como en negativo) sobre los siguientes aspectos, en relación al problema resuelto que se les ha presentado</b>	<b>% (Sd)</b>
1.- Los enunciados contienen datos y/o son totalmente directivos.	0,0 (-)
2.- Se realiza, o no, planteamiento cualitativo.	40,9 (7,4)
3.- Se formulan hipótesis.	0,0 (-)
4.- Se explicita la estrategia antes de la resolución.	6,8 (3,8)
5.- Se hace referencia a la información teórica relevante.	43,2 (7,5)
6.- Se hace desarrollo literal.	4,5 (3,1)
7.- Se realiza el análisis de los resultados.	31,8 (7,0)

Prácticamente todos los profesores de enseñanza media encuestados consideran en líneas generales correctas las resoluciones que se les presentan, no haciendo sino correcciones de matiz, pero ni uno sólo llega a plantear que el enunciado sea excesivamente directivo y, es más, incluso algunos indican que los enunciados no contienen absolutamente todas las condiciones que definen la situación. Es decir, consideran correcta la presentación habitual. No es por tanto de extrañar que a la hora de indicar cuáles son, en su opinión, las causas del fracaso en la resolución de problemas, no se achaquen a la actividad docente y sí a carencias de los alumnos (Reyes y Furió, 1988).

Solamente en dos de once equipos de trabajo de profesores a los que se pidió que realizaran estas actividades, se reseñaron como

causas del fracaso aspectos relacionados con la actividad del profesor, pero expresados de forma genérica: "no enseña a resolver bien los problemas", "Se plantean problemas demasiado difíciles". El resto se centran básicamente en los tres aspectos que aparecen en la tabla III.3, cuyos resultados se obtuvieron a partir de las contestaciones individuales de un grupo de 17 profesores, además de que, en menor proporción indican otros aspectos no específicos de la resolución de problemas, como "no estudian" -los estudiantes-, "no se esfuerzan", etc.

Tabla III.3 CAUSAS DE FRACASO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, INDICADAS POR EL PROFESORADO.

% de profesores que indican como causa una de las siguientes:	% (Sd)
1.- Lectura no comprensiva del enunciado.	70,6 (11,0)
2.- Deficiente preparación teórica.	76,5 (10,3)
3.- Deficiente manejo del aparato matemático.	58,8 (11,9)

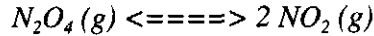
Recordemos que, una vez explicitadas las concepciones previas sobre la resolución de problemas por los propios profesores, o las más de las veces directamente, planteábamos actividades que las pusieran en cuestión y que les hiciera sentir "en carne propia" las deficiencias de la enseñanza habitual (capítulo I). Hacerles ver que los profesores, que leen comprensivamente, tienen suficiente preparación teórica y manejan con soltura el aparato matemático, son capaces de equivocarse, lanzarse a operativismos estériles o, sencillamente, no son capaces de realizar aquello que ellos mismos reclaman, como es el análisis del resultado de un problema.

Hemos venido proponiendo para su resolución problemas como el siguiente:

*Un objeto se mueve a lo largo de su trayectoria según la ecuación:  $e = 25 + 40t - 5t^2$  (e en metros si t en segundos). ¿Qué distancia habrá recorrido a los 5 segundos?*

del que ya hemos comentado el juego que da; u otros como:

*"Se introducen 0,1 moles de  $N_2O_4$  en un recipiente de 2 litros de capacidad a  $25^\circ C$ . Teniendo presente que la reacción*



*tiene una  $K_c = 0,0058$  moles/litro a  $25^\circ C$ , calcular la densidad de la mezcla en el equilibrio."*

Frente al cual, la práctica totalidad de los profesores se lanza rápidamente a operar para conseguir las cantidades de los compuestos en el equilibrio cuando, con una sencilla reflexión cualitativa inicial se obtiene el resultado directamente.

Pero en otras ocasiones, o además de -si la duración del curso lo permitía-, pedíamos que analizaran el resultado de un problema, supuestamente realizado por un estudiante. Por ejemplo, les proponíamos que analizaran el siguiente:

*"Partiendo de una disolución concentrada de HCl ha sido preparado un volumen (V) de 5,000 litros de disolución diluida, de concentración  $C = 0,100$  M. El ácido concentrado tiene una densidad (d) de 1,13 g/ml y contiene el 25,5 % (en peso) de HCl. ¿Cuántos mililitros de la disolución concentrada de HCl se necesitan?."*

Resultado:

$$V_c = \frac{V \cdot C \cdot M}{10 \cdot d \cdot \%} = \frac{5000 \cdot 0,1 \cdot 36,5}{10 \cdot 1,13 \cdot 25,5} = 61,6 \text{ ml}$$

Los resultados obtenidos al estudiar la forma en la que 31 de estos profesores se habían enfrentado al análisis del resultado del problema se muestran en la tabla III.4. La inmensa mayoría de ellos sólo llegan a hacer superficiales referencias a las variables puestas en juego o comentarios sobre si las operaciones están bien o mal hechas.

En esta misma línea son varios los que dicen: "Pero, ¿se puede hacer algo más que utilizar el análisis dimensional?", e, incluso, un par de ellos llega a confundir el resultado del problema

Resultado:

$$V_c = \frac{V \cdot C \cdot M}{10 \cdot d \cdot \%} = \frac{5000 \cdot 0,1 \cdot 36,5}{10 \cdot 1,13 \cdot 25,5} = 61,6 \text{ ml}$$

con su resolución -tan acostumbrados están a resoluciones operativas y mecánicas mediante la fórmula "ad hoc"-. De manera que critican que los alumnos resuelvan los problemas sustituyendo los datos en ecuaciones particulares memorizadas.

Tabla III.4 FORMA EN LA QUE LOS PROFESORES ANALIZAN EL RESULTADO DE UN PROBLEMA

<b>% de profesores que, al analizar el resultado de un problema, hacen uso de los siguientes aspectos:</b>	<b>% (Sd)</b>
1.- Utilizan el análisis dimensional.	16,1 (6,6)
2.- Hacen referencia a que las variables de la ecuación del resultado aparecen en el enunciado.	51,6 (9,0)
3.- Hacen referencia a la influencia de las variables.	12,9 (6,0)
4.- Analizan condiciones límite.	0,0 (-)

### III.1.2. El cambio producido en los profesores por los cursos de perfeccionamiento

Lo primero que hemos de indicar es que no nos hemos encontrado en ningún caso con profesores que, llegados al final de estos cursos, tuvieran ningún tipo de dificultad para realizar la transformación de los enunciados habituales a situaciones problemáticas más abiertas y que, además, sus propuestas han sido siempre básicamente coincidentes con las nuestras. Poníamos en el capítulo I un ejemplo de problema de Mecánica, pero se pueden poner otros, como:

*"¿Cuál es la resistencia de un hilo de cobre ( $r = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ) que tiene una longitud de 20 m y una sección de  $1,5 \text{ mm}^2$ ?"*

Que puede ser traducido como:

*- ¿Qué resistencia ofrece al paso de la corriente eléctrica un hilo metálico?*

o bien:

**– *¿Qué longitud de hilo metálico necesitamos para construir una resistencia?***

Y también de química como el siguiente:

*"Disponiendo de disolución comercial de ácido clorhídrico (HCl) del 36 por 100 de riqueza y 1,18 g/cm<sup>3</sup> de densidad, ¿Cómo se puede preparar medio litro de concentración 6 g/l?"*

que suele aparecer varias veces en el mismo manual pero consignando ácidos o cantidades diferentes, sería:

**– *¿Qué cantidad de ácido comercial hemos de tomar para preparar la disolución de ácido diluido que necesitamos?***

Queremos llamar la atención de que de esta manera no solo disminuye drásticamente el número de posibles enunciados, sino que además éstos pueden utilizarse a diferentes niveles de dificultad en función de la concreción que posteriormente se haga de ellos. Y, aunque estas traducciones no plantean dificultades mayores, hemos procedido a transformar los enunciados de la mayoría de los problemas que se encuentran en los libros de texto de Bachillerato y COU; por un lado, para mostrar públicamente que es posible y, por otro, para que, en todo caso, puedan servir de ayuda o guía de referencia a los profesores que decidan aplicar nuestro modelo en sus clases (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1987; Ramírez, 1990). En este sentido el anexo I de esta memoria recoge una cantidad representativa de ellos.

Además, y para comprobar hasta que punto se ha producido cambio en las concepciones de los profesores asistentes a los cursos, una vez finalizados, les hemos pedido, a modo de post-test, a) que volvieran a comentar, de manera individual, la forma en la que los textos resuelven los problemas; b) que analizaran el resultado dado a otro problema y c) que realizaran una valoración comparativa, sobre diversos aspectos relacionados con la resolución de problemas, entre el modelo que utilizaban antes y el nuevo modelo (re)elaborado por ellos. Los resultados de estas pruebas se muestran en las tablas III.5, III.6 y III.7, respectivamente.

Como se aprecia en la tabla III.5, se producen avances sobre todo en los aspectos más novedosos que aporta el modelo, como puede ser la consideración de lo cerrados que son los enunciados habituales o la conveniencia de la formulación de hipótesis que dirijan la estrategia y resolución.

Incluso, en los dos únicos casos en que las diferencias cuantitativas no son estadísticamente significativas, ítem 2 sobre las referencias a la realización de planteamiento cualitativo e ítem 5 sobre las referencias a la información teórica, se avanza. Pero más significativo es analizar cualitativamente el tipo de referencias que realizan antes y después del curso. Antes son referencias a si ellos -los profesores- hubieran realizado gráficos o no, por ejemplo, en el planteamiento cualitativo o si hubieran utilizado esta ecuación de partida o la otra, respecto a la información teórica, es decir, simplemente hacen referencias. Después, las referencias son críticas a que no se ha realizado el planteamiento o que lo único que se ha hecho es considerar los datos del enunciado o a que se plasman las ecuaciones sin ningún tipo de referencia teórica a su dominio de aplicabilidad, como ejemplos.

Tabla III.5 OBSERVACIONES REALIZADAS  
POR EL PROFESORADO EN ACTIVO, ANTES Y DESPUÉS  
DE REALIZAR EL CURSO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS,  
SOBRE EL MODO EN QUE SE PRESENTAN LOS PROBLEMAS  
RESUELTOS.

<b>% de profesores que realizan alguna observación (tanto en positivo como en negativo) sobre los siguientes aspectos, en relación al problema resuelto que se les ha presentado</b>	<b>ANTES DEL CURSO % (Sd)</b>	<b>DESPUÉS DEL CURSO % (Sd)</b>
1.- Los enunciados contienen datos y/o son totalmente directivos.	0,0 (-)	95,4 (3,1)
2.- Se realiza, o no, planteamiento cualitativo.	40,9 (7,4)	52,3 (7,5)
3.- Se formulan hipótesis.	0,0 (-)	65,9 (7,5)
4.- Se explicita la estrategia antes de la resolución.	6,8 (3,8)	47,7 (7,5)
5.- Se hace referencia a la información teórica relevante.	43,2 (7,5)	50,0 (7,5)
6.- Se hace desarrollo literal.	4,5 (3,1)	40,9 (7,4)
7.- Se realiza el análisis de los resultados.	31,8 (7,0)	75,0 (6,5)

Resultados comparables a éstos son los que aparecen en la tabla III.6. Después del curso ya hay más de un 50% de profesores que son capaces de analizar el resultado de un problema de una forma rigurosa, utilizando tanto el análisis dimensional como la significación física o química de las magnitudes puestas en juego en el resultado del problema.

Tabla III.6 FORMA EN LA QUE LOS PROFESORES ANALIZAN EL RESULTADO DE UN PROBLEMA (ANTES Y DESPUÉS DEL CURSO)

<b>% de profesores que, al analizar el resultado de un problema, hacen uso de los siguientes aspectos:</b>	<b>antes % (Sd)</b>	<b>después % (Sd)</b>
1.- Utilizan el análisis dimensional.	16,1 (6,6)	64,5 (8,6)
2.- Hacen referencia a que las variables de la ecuación del resultado aparecen en el enunciado.	51,6 (9,0)	67,7 (8,4)
3.- Hacen referencia a la influencia de las variables.	12,9 (6,0)	54,8 (8,9)
4.- Analizan condiciones límite.	0,0 (-)	51,6 (9,0)

De todas las formas, los avances no son sustanciales, sobre todo si los comparamos con los mejores resultados obtenidos por los alumnos tratados cuando se les enfrenta a pruebas similares (ver capítulo II), aunque son homologables a los obtenidos en otras situaciones (Garrett et al., 1989) con profesores en formación. Creemos que la corta duración de los cursos, lo que implica que no sea posible una práctica reiterada, es una de las responsables de que los resultados no sean más satisfactorios.

### III.1.3.- La valoración de los profesores

A pesar de esto, las ventajas potenciales que los profesores aprecian en el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación son muy grandes. En la tabla III.7 aparecen las puntuaciones medias otorgadas a los cuestionarios de valoración y resaltan las enormes diferencias entre ambas metodologías, donde se ve que las puntuaciones otorgadas a la nueva orientación casi doblan en todos los casos a las de la metodología que ellos consideran habitual.

El nuevo modelo, de acuerdo con la opinión generalizada de los participantes en los cursos, amplía el campo de objetivos didácticos a conseguir con la resolución de problemas. Ya no es sólo que pueda incrementar la tasa de éxitos en la resolución de problemas, sino que también puede contribuir al aprendizaje significativo de conceptos, al desarrollo del pensamiento divergente, a la introducción de hábitos de duda sistemática en los alumnos y también a crear y aumentar una actitud positiva de los estudiantes hacia la resolución de problemas, incluso los difíciles, etc.

La importancia de la valoración positiva del modelo por los profesores, no sólo está en que en cierto modo lo valida, sino, sobretodo, en que es condición imprescindible para que se animen a ponerlo en práctica en sus aulas y confirmen en ellas las potencialidades que encierra.

Tabla III.7 VALORACIÓN COMPARATIVA POR EL PROFESORADO ENTRE EL MODELO HABITUAL (ORIENTACIÓN HABITUAL) Y NUESTRO MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDADES DE INVESTIGACIÓN (ORIENTACIÓN (RE)ELABORADA)

Puntuaciones medias (sobre 10) otorgadas por los profesores (N = 44) a los aspectos mas abajo reseñados, en función de que sean favorecidos por la orientación metodológica en cuestión.	ORIENTACIÓN (RE) ELABORADA x (Sd)	ORIENTACIÓN HABITUAL x (Sd)
Planteamiento cualitativo del problema (Prestar atención a los aspectos cualitativos de la situación antes de usar ecuaciones y datos).	8,6 (0,9)	4,1 (2,1)
Formulación de hipótesis (Pensamiento divergente).	8,4 (1,2)	2,9 (1,9)
Elaboración de estrategias previas a la resolución (Pensamiento divergente).	7,9 (1,3)	3,8 (2,3)
Resolución a la luz de la estrategia (Pensamiento lógico).	7,7 (1,2)	4,8 (2,5)
Interpretación y contrastación de resultados (Introducción en los alumnos de hábitos de duda).	8,3 (1,2)	3,5 (2,1)
Aprendizaje significativo de los conceptos científicos fundamentales.	7,5 (1,4)	4,5 (1,9)
Actitud positiva ante un problema que no se sabe hacer (Autoconfianza).	7,2 (1,6)	3,2 (1,9)
Actitud positiva hacia la ciencia y su aprendizaje.	7,5 (1,6)	4,0 (2,0)
Detección y corrección de errores conceptuales.	7,7 (1,2)	3,9 (2,1)
Motivación de los alumnos.	7,9 (1,4)	4,2 (1,9)



### **III.2.- El seguimiento de la actuación del profesorado en el aula**

Aunque, como es lógico, la valoración positiva del nuevo modelo por los profesores es condición necesaria -imprescindible para su posible generalización-, debemos añadir que no suficiente. El contacto con los profesores, al cabo de un año de realizarse los cursos, para comprobar el grado de utilización del modelo de resolución de problemas como investigación en sus clases, es ilustrativo de la efectividad y limitaciones de los cursos intensivos de corta duración como el descrito.

De los 14 profesores a los que pudimos reclamar información al cabo de un año, ni uno sólo de ellos utilizaba el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación de forma sistemática en el aula. Cuatro de ellos tenían en cuenta habitualmente algunos aspectos del modelo y además, de vez en cuando, planteaban problemas con enunciados abiertos utilizando la nueva orientación. Los restantes diez profesores afirmaban que, aún no utilizando problemas abiertos, tenían en cuenta en su actuación didáctica, a partir de la realización del curso, algunos de los aspectos que allí descubrieron como fundamentales, como podía ser la importancia del planteamiento cualitativo, el diseño de la estrategia antes de la resolución o el análisis de los resultados.

Todos ellos indicaban, sin embargo, que si no utilizaban el nuevo modelo de forma habitual en sus clases no era debido a que hubiera cambiado su valoración hacia él, que seguía siendo positiva, sino que lo achacaban a la influencia de múltiples factores externos que les impedían cambiar sus hábitos. Este tipo de comportamiento de los profesores parece ser que es generalizado en todos los cursos intensivos de corta duración (Ibernon, 1987; Briscoe, 1991), que, por otro lado, son la inmensa mayoría.

Desde esta perspectiva nos planteamos la necesidad de un seguimiento y tutorización de los profesores que se animaran a llevar la nueva orientación al aula, implicándoles en un proceso de investigación-acción, considerado por numerosos autores como la mejor manera de hacer asumir la innovaciones y de favorecer una efectiva formación permanente (Erdás, 1987; Gimeno, 1987; Goyette y Lessard, 1988; Klafki, 1988; Elliott, 1989; 1990; Darder et Al., 1991; Briscoe, 1991).

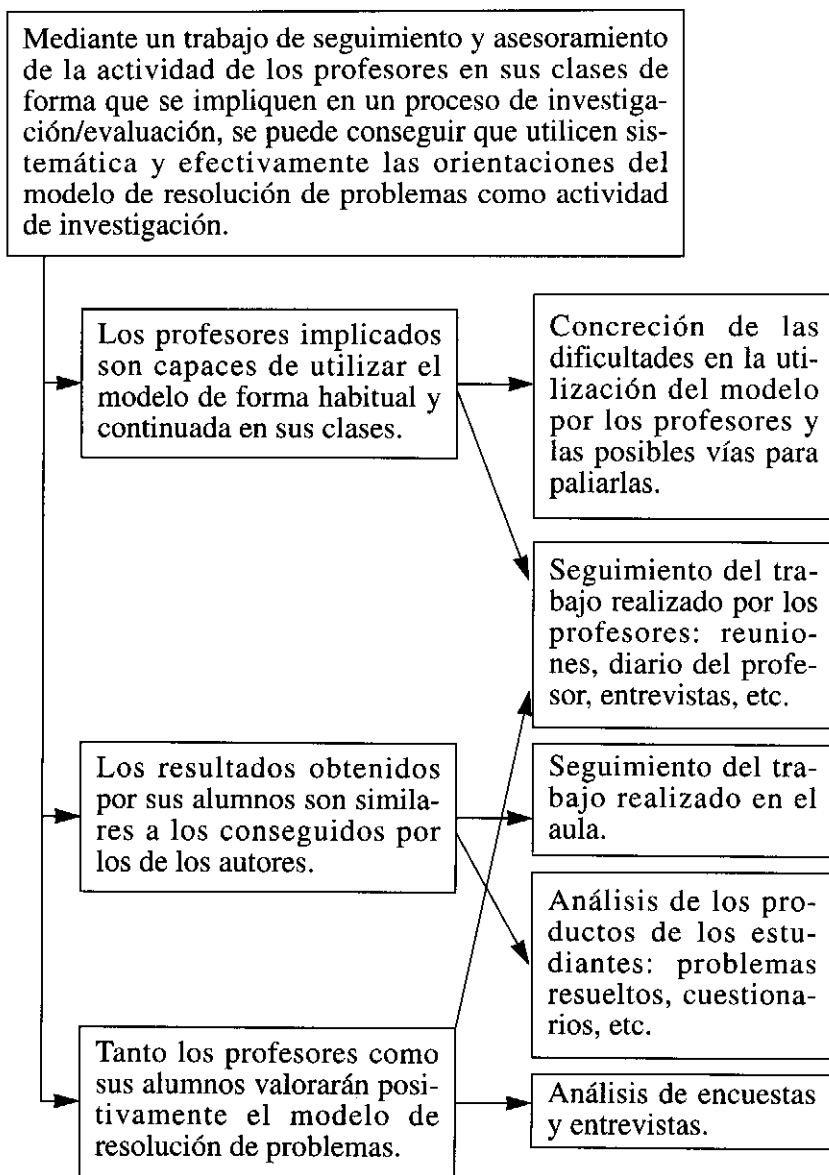
Esta vertiente del Proyecto de investigación se situaba, pues, en una línea de investigación *sobre la acción* (Kemmis y McTaggart, 1988) con la que intentaríamos replicar los resultados obtenidos por nosotros mismos con nuestros alumnos (ver capítulo II), lo que, a su vez, permitiría la validación de nuestra **tercera hipótesis general** (cuadro VI), según la cual:

*Mediante un trabajo de seguimiento y asesoramiento de la actividad de los profesores en sus clases de forma que se impliquen en un proceso de investigación/evaluación, se puede conseguir que utilicen sistemática y efectivamente las orientaciones del modelo de resolución de problemas como actividad de investigación.*

En esencia, este planteamiento nos permitiría conseguir: por un lado, que los profesores utilizaran de forma continuada y habitual nuestro modelo de resolución de problemas en sus clases y, por otro, poder recoger las informaciones que indicaran qué es lo que ocurría en sus clases, qué resultados obtenían con sus alumnos, qué problemas surgían, qué actitud manifestaban profesores y alumnos, etc.,

Esta nueva fase de la investigación se inició a principios del curso 1989-90, cuando seleccionamos y pactamos el proceso y las características de la investigación con dos grupos de profesores de enseñanza secundaria -cuatro profesores de BUP y otros cuatro de FP-, y se ha extendido durante dos cursos académicos.

La idea central del diseño era el convertir a estos profesores en investigadores replicantes de los estudios previamente realizados por nosotros y hacerles vivir, de alguna manera, el mismo proceso de investigación. Para ello dividimos el trabajo en dos fases. En una primera, debían constatar la situación del "problema de los problemas" y las posibles alternativas que mejoraran la situación: debían analizar cómo enseñaban ellos a resolver problemas a sus alumnos y cómo los resolvían éstos y los resultados que obtenían. La crítica a su metodología habitual de resolución de problemas y el análisis de lo que supone enfrentarse a verdaderos problemas debía llevarles a la propuesta de un nuevo modelo en línea con el nuestro.



**Cuadro IV: Desarrollo de la Tercera Hipótesis General**

En el primer curso (1989-90) llevamos adelante, pues, un proceso en cierto modo similar al de los cursos de formación para profesores descrito en el apartado anterior de este mismo capítulo, pero, a la vez, muy diferente. Por ejemplo, los datos que en un curso de corta duración podían aportar los ponentes aquí son conseguidos por los profesores directamente de sus alumnos o las posibilidades didácticas de un determinado problema ya no son sólo suposiciones, sino que se convierten en hipótesis contrastables en sus clases.

El segundo curso (1990-91), una vez puesto a punto el modelo, lo dedicamos a su aplicación sistemática. A lo largo de las sesiones periódicas de reunión, analizábamos la implementación del modelo, los resultados que iban obteniendo con sus alumnos, las dificultades con las que se encontraban y los diferentes instrumentos de evaluación a utilizar en cada situación. Los profesores replicaban así la investigación de introducción del modelo, mientras que, por nuestra parte, considerábamos en qué medida asumían la nueva orientación de enseñanza de la resolución de problemas.

### **III.2.1. Desarrollo de la asesoría durante el primer curso**

Siguiendo el hilo conductor del curso de formación (apartado III.1 de este capítulo), la primera tarea realizada fue analizar la manera en la que los profesores implicados enseñaban a resolver problemas y establecer el paralelismo con las presentaciones de los libros de texto y con los resultados existentes sobre la forma de hacer de otros profesores. Así mismo, los profesores analizaron el fracaso que padecían también sus propios alumnos y las causas a las que podían achacarse.

Podría pensarse que estos profesores fueran especialmente "preocupados" o "innovadores" y que, por tanto, asumían que su actuación en el aula era un factor a tener en cuenta a la hora de analizar los resultados académicos (y de otros tipos) conseguidos por sus alumnos, y que ésto favorecería un cambio en su forma de hacer para conseguir mejoras en la resolución de problemas por los estudiantes. Pero esta misma predisposición también la tenían los profesores asistentes a los cursos de formación de corta duración y sin embargo las dificultades de éstos últimos para poner en práctica el modelo habían sido manifiestas.

A lo largo de las primeras sesiones, no solo se analizaron problemas resueltos por alumnos suyos de diferentes cursos (en las asignaturas de Física y Química de Bachillerato o Formación Profesional o de Física o Química de COU), sino las valoraciones que sus alumnos realizaron sobre la resolución de problemas y el papel que juegan en estas asignaturas. Dichos análisis se cotejaron con los resultados que al respecto ya se habían obtenido en investigaciones precedentes sobre el planteamiento que de los problemas hacen los libros de texto, las propias ideas de los profesores sobre cómo plantear los problemas en Física y Química, etc.

Los resultados obtenidos por los profesores colaboradores concordaron en todos los casos con los que nosotros veníamos consiguiendo, hasta el punto que reproducirlos aquí sería redundante con los datos que hemos mostrado en apartados precedentes (capítulo II): operativismo, linealidad, falta de verbalización, ausencia de aspectos clave como el análisis de resultados, etc. En este sentido, el análisis de la forma en la que sus alumnos resolvían los problemas reveló a los profesores colaboradores unos resultados que les sorprendieron por lo pobre. Comentarios como "*Lo hacen bastante peor de lo que me pensaba*" fueron la nota predominante.

Este proceso de reflexión sobre **su realidad** hizo que fuera mucho más fácil que en los cursos de corta duración el poner en crisis su modelo habitual de enseñanza de resolución de problemas y sus ideas sobre el porqué de unos resultados tan pobres (los alumnos no entienden el enunciado, no saben la teoría, etc.) y que llegaran a proponer en esencia -o en otras palabras a reconstruir- el modelo de resolución de problemas como actividad de investigación. Cuando decimos más fácil no queremos decir en menos tiempo, puesto que este proceso tuvo lugar a lo largo de seis meses con reuniones periódicas quincenales y estuvo acompañado de lecturas y reflexiones complementarias sobre didáctica de las ciencias y, sobre todo, de un trabajo de análisis de los problemas que ellos habitualmente utilizaban en sus clases, de traducción de sus enunciados y de resolución de dichos problemas a la luz del nuevo modelo.

Este trabajo previo de resolución de problemas por los profesores es fundamental, no sólo para familiarizarse con el modelo, sino también para prever las potencialidades de cada problema, sus dificultades, etc., en fin, para poder decidir previamente el interés que pueda tener cada situación problemática.

Una vez reconstruido el nuevo modelo y adquirida una cierta práctica en su manejo, las últimas sesiones del primer curso se dedicaron a preparar la mejor manera de introducirlo de forma sistemática en las clases en el curso siguiente. Había dos aspectos fundamentales a decidir. Uno, si este nuevo tratamiento de los problemas de lápiz y papel les obligaba también a modificar su metodología en general, dado que habitualmente utilizaban el modelo que se ha venido a denominar de transmisión verbal de conocimientos ya elaborados, por decirlo de una forma esquemática y simplista. Dos, en cualquier caso, de qué manera comenzar a trabajar con el nuevo enfoque de resolución de problemas.

Aunque los autores de este trabajo concebimos la resolución de problemas de lápiz y papel incardinada con el aprendizaje de conceptos y la realización de trabajos prácticos dentro de un modelo general constructivista, utilizando programas-guía que se estructuran en base a la resolución de problemas pertinentes (Gil y Mtnez-Torregrosa, 1987b; Ramírez, 1990; Gil, Furió, Carrascosa y Mtnez-Torregrosa, 1991; Reyes, 1991), la decisión final a la que llegaron los dos grupos de profesores colaboradores fue la de no modificar su estrategia general, salvo en lo que concerniera propiamente a la resolución de problemas.

Esto, presentaba el inconveniente que acompaña a las reformas parciales, que normalmente se ven ahogadas por la dinámica habitual y acaban abandonándose (Briscoe, 1991), pero también la ventaja de poder validar el modelo de resolución de problemas independientemente de otros aspectos y de que si la valoración era positiva, su introducción pudiera servir de punta de lanza para que los profesores se animaran a realizar posteriores innovaciones.

En cuanto a la forma de comenzar a trabajar los problemas con el nuevo enfoque se distinguieron dos situaciones. Aquellas en las que los estudiantes se enfrentaban por primera vez a la resolución de problemas (2º de BUP, Primer Grado de FP) y en las que se tenía que cambiar los hábitos de los alumnos ya que estaban entrenados en los modelos tradicionales (3º de BUP, COU y Segundo Grado de FP).

En este último caso se diseñaron unas actividades específicas para conseguir el cambio conceptual, metodológico y actitudinal que se pretendía, que en esencia reproducen, con algunas simplificaciones, las utilizadas por nosotros con los profesores en los cursos

de formación (ver en el capítulo I las actividades y sus comentarios). Dicho programa-guía -concebido solo para introducir a los estudiantes la nueva metodología de resolución de problemas- fue experimentado en el último trimestre del primer curso por los profesores colaboradores en sus clases tanto para verificar la eficacia del programa como para que sirviera de ensayo para el curso siguiente.

Finalmente, cinco de los ocho profesores colaboradores desarrollaron el programa-guía con sus alumnos, todos ellos con resultados muy satisfactorios: los estudiantes reelaboraron en sus líneas generales el modelo y no tuvieron ninguna dificultad en "traducir" enunciados tradicionales a situaciones problemáticas más abiertas.

Habíamos llegado al final del curso, por tanto, en condiciones de implantar al año siguiente desde el principio y de forma sistemática el modelo de resolución de problemas como investigación. Este aspecto era muy importante porque, como hemos mostrado en el capítulo II con los alumnos, solo un entrenamiento prolongado por lo menos de un curso académico lleva a resultados óptimos y duraderos.

### **III.2.2. Desarrollo de la asesoría durante el segundo curso**

Al comienzo del segundo curso el número de profesores colaboradores operativos quedó reducido a tres debido a circunstancias externas: Traslado de centro, cambios de turno o incluso de materia a impartir. Mucho se ha hablado de la inestabilidad de los profesores en los centros y en una tarea específica como causa de dificultades para la innovación y la excelencia en su trabajo; creemos que nuestro caso puede considerarse paradigmático. Sin embargo ello no afecta excesivamente a las investigaciones como la que aquí proponemos basadas en el seguimiento detenido de la actividad de un número necesariamente reducido de profesores (Tobin y Espinet, 1989)

Estos tres profesores, todos ellos de bachillerato, introdujeron el modelo a comienzo de curso en los grupos que tenían de 3º de BUP y COU con el programa-guía que ya hemos comentado y lo utilizaron de forma sistemática en todas sus clases (incluidas las de 2º de BUP).

En este momento los profesores ya disponían de abundantes materiales de soporte, tanto enunciados de problemas traducidos como situaciones problemáticas desarrolladas (algunos ejemplos se encuentran en los anexos I y II) y, lo que es más importante, ya estaban sentadas las bases de actuación y la motivación necesaria,

labor a la que nos habíamos dedicado el año anterior. No por esto las sesiones periódicas de seguimiento fueron superfluas: El estudio de nuevos problemas, el abordaje de las dificultades que iban surgiendo, el análisis de los resultados que se conseguían de los estudiantes, etc. supusieron un afianzamiento de la seguridad de los profesores y un estímulo para seguir trabajando en esta dirección a lo largo de todo el año.

A lo largo del curso se recogieron problemas resueltos por los alumnos en situación de examen y de tarea para casa, así como sus valoraciones de la nueva propuesta a través de cuestionarios y entrevistas en pequeños grupos. Todo este proceso de recogida de datos fue realizado por los profesores colaboradores en una situación que podríamos denominar de evaluación en un contexto de profesor como investigador (Elliott, 1990).

Los resultados que obtuvieron con sus alumnos fueron muy esperanzadores tanto en cuanto al cambio metodológico como actitudinal que se produjo. Por poner un par de ejemplos, en las tablas III.8 y III.9 se muestran respectivamente los resultados del análisis de la resolución de un problema de Campo Eléctrico con enunciado tradicional por estudiantes de Física de COU y las valoraciones que otorgan al modelo investigativo.

Tabla III.8 ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR LOS ALUMNOS DE LOS PROFESORES COLABORADORES (Mayo 1991. N = 24)

	Física de COU x (Sd)
1.- Manejan los datos de inmediato.	12,5 (6,7)
2.- Realizan un planteamiento cualitativo de la situación.	87,5 (6,7)
3.- Precisan qué es lo que pide el problema, aquello que se busca.	91,7 (5,6)
4.- Emiten hipótesis.	87,5 (6,7)
5.- Profundizan en las hipótesis emitidas considerando casos límite que deben ser cumplidos por el resultado.	50,0 (10,2)
6.- Elaboran la estrategia <b>antes</b> de iniciar la resolución.	41,7 (10,1)
7.- Explican claramente la estrategia que siguen.	75,0 (8,8)
8.- Hacen referencia a la información teórica a utilizar.	100 ( - )
9.- Hacen la resolución literal.	83,3 (7,6)
10.- Analizan los resultados obtenidos.	37,5 (9,9)



Tabla III.9 VALORACIÓN COMPARATIVA DE LOS ALUMNOS DE LOS PROFESORES COLABORADORES ENTRE EL MODELO HABITUAL Y EL MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN

Puntuaciones medias (sobre 10) otorgadas por los alumnos a las diferentes cuestiones	Modelo experimental x (Sd)	Modelo habitual x (Sd)
1.- ¿Cómo resulta de atractiva e interesante la forma en que se os enseña a resolver problemas en clase?	7,4 (1,2)	4,4 (1,5)
2.- ¿El tipo de enunciado favorece el interés por el problema?	7,8 (1,6)	5,8 (1,9)
3.- ¿En qué medida os prepara para resolver problemas que no se han hecho antes?	7,6 (1,1)	4,1 (1,3)
4.- ¿Os ayuda a no abandonar ante un problema desconocido y seguir intentando su resolución?	7,4 (1,3)	3,8 (1,6)
5.- ¿Ayuda a reflexionar antes de intentar resolver el problema?	8,2 (1,0)	3,6 (1,6)
6.- ¿Ayuda a imaginar diferentes formas de resolver un problema?	7,4 (1,1)	3,8 (1,7)
7.- ¿En qué grado os favorece la comprensión profunda de los conceptos?	8,1 (1,4)	4,8 (1,6)
8.- ¿Qué posibilidades os ofrece para analizar la forma en la que se ha resuelto el problema?	7,6 (1,1)	3,8 (1,1)
9.- ¿Qué posibilidades os ofrece para analizar los resultados obtenidos?	7,6 (0,8)	3,7 (1,5)
10.- ¿Qué autoconfianza os produce a la hora de resolver vosotros los problemas?	7,5 (0,9)	4,6 (1,7)
11.- ¿Contribuye a fomentaros un modo de actuar coherente con la metodología científica?	8,3 (1,0)	3,1 (1,5)

Como se puede apreciar, si se comparan con los resultados mostrados en el capítulo II, no tienen nada que envidiar a los obtenidos por los autores. Es decir, que los profesores colaboradores fueron capaces de trabajar a lo largo de todo el curso con el modelo de resolución de problemas como investigación y obtener con sus alumnos resultados muy satisfactorios.

En cuanto a los profesores colaboradores, hemos de decir de entrada que el balance que realizan es francamente positivo: sus comenta-

rios en las reuniones de seguimiento y de evaluación final y en las encuestas así lo atestiguan. Por ejemplo, ante un cuestionario como el III.7, las puntuaciones que otorgan a los diferentes aspectos que favorece el modelo están todas en promedio entre el siete y el ocho.

A título de ejemplo podemos enumerar las ventajas del modelo que uno de los profesores explicita:

- *Se huye del planteamiento de resolución de problemas como algoritmos.*
- *Se evita el formulismo, al menos en parte (muchos alumnos siguen pensando en la fórmula de resolución mientras hacen los pasos previos a la estrategia).*
- *Se huye de una imagen "cerrada" de la ciencia.*
- *Se tienen en cuenta las condiciones de utilización de las fórmulas.*
- *Se emiten hipótesis contrastables.*
- *Se analiza el problema y qué variables son pertinentes.*
- *Se hace análisis de los resultados obtenidos.*
- *Los alumnos que no solían "saber resolver" y que, por tanto, abandonaban con facilidad, ven que pueden hacer partes del problema, y que su opinión es tan válida como la de los "buenos resolvedores".*
- *Es más motivador.*

Todo esto no quiere decir que los profesores no hayan encontrado dificultades, algunas aparentes, como es el caso del mayor tiempo que se ha de dedicar a la resolución de cada problema, sino que globalmente consideran muy positivo el tratamiento de los problemas de Física y de Química como actividades de investigación, aunque, como en su caso, el resto de los aspectos se trabajen de forma tradicional.

De cualquier forma los profesores y los alumnos distinguen claramente entre la aplicación del modelo en situación de clase -como modelo de intervención en el aula- para el que no encuentran más que elogios, y cuando los estudiantes individualmente -en situación de examen, por ejemplo- se han de enfrentar a la resolución de un problema. En este último caso advierten los profesores de las dificultades que los estudiantes continúan teniendo para resolver bien hasta el final los problemas y de la necesidad de una valoración de todo el proceso que realizan al resolverlos y no sólo de la estrategia y el resultado. En este mismo sentido los estudiantes se quejan del

trabajo que les supone el tener que verbalizar y de las dificultades que tiene para ellos el planteamiento cualitativo y la emisión razonada de hipótesis, ya que requiere una mayor comprensión y elaboración de los conceptos involucrados, que no es necesaria cuando sólo han de dar cuenta de un resultado numérico.

Para finalizar este capítulo nos gustaría hacer una serie de comentarios y sugerencias adicionales para aquellos profesores que se decidan a introducir este modelo de resolución de problemas en sus aulas, que se fundamentan en la experiencia vivida con los profesores colaboradores.

La innovación debería realizarse en equipo y con una intencionalidad clara de evaluar y hacer públicos los resultados. Se puede, por ejemplo, replicar una investigación como la aquí descrita, pensando como mínimo en una duración temporal de un curso escolar.

No debe existir preocupación por el mayor tiempo que hay que dedicar a cada problema que se compensa ampliamente ya que no es necesario tratar ahora la multiplicidad de "problemas" similares o iguales que habitualmente se tratan.

La utilización de actividades específicas para introducir el modelo en los cursos superiores ha dado muy buenos resultados (capítulo I). En los primeros cursos es preferible una introducción y una exigencia más paulatina: se puede empezar por entrenar a los alumnos en la realización de planteamientos cualitativos, por analizar resultados ya dados de situaciones problemáticas y solamente cuando el curso esté avanzado desarrollar completamente de principio a fin los problemas.

Además, se debe empezar siempre por problemas relativamente sencillos con los que los alumnos puedan tener éxito. En este sentido hay una labor en la que estamos en los momentos actuales inmersos y que deben considerar los profesores que adopten este modo de trabajar los problemas, consistente en seleccionar las situaciones más idóneas para cada momento, más creativas, que mejor generen aprendizajes, en resumen, que sean más pertinentes.

Por último, se deben valorar **todos** los logros que los estudiantes vayan consiguiendo ya que el modelo debe suponer también un cambio en el modelo de evaluación. El profesor no ha de ser un capataz exigente y desconfiado, sino el director del equipo de investigación que introduce una relación nueva de cooperación entre los estudiantes y con él mismo (Gil et al, 1991).

## CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Los resultados presentados en los diferentes apartados de esta memoria correspondientes a varios años de investigación han permitido mostrar, en primer lugar, la coherencia del modelo de resolución de problemas propuesto con las aportaciones de la investigación en didáctica de la ciencias y, en particular, las relativas a la resolución de problemas (ver capítulo I).

En segundo lugar hemos mostrado la aplicabilidad del modelo a la mayor parte de los campos de la Física y de la Química que se estudian en la Educación Secundaria (ver capítulo II.1).

En tercer lugar se ha podido constatar que su práctica reiterada produce en los alumnos un verdadero cambio metodológico, acercando su actividad a las características del trabajo científico y modificando positivamente su actitud hacia la resolución de problemas, como hemos mostrado repetidamente tanto con nuestros alumnos como con los de los profesores colaboradores (ver capítulo II.2).

En cuarto lugar, y en lo que se refiere a la formación del profesorado hemos mostrado que una reflexión descondicionada sobre la naturaleza de los problemas y lo que ésto supone, puede conducir a los profesores a reconstruir el modelo y generar un cambio actitudinal que les lleve a introducir cambios en la orientación de la resolución de problemas, que se ven muy favorecidos por un periodo de tutorización y trabajo colectivo de investigación-acción en el que los profesores se implican como sujetos activos (ver capítulo III).

Consideramos, pues, que el modelo propuesto de resolución de problemas como actividad de investigación -que se enmarca en el paradigma constructivista de enseñanza/aprendizaje de las ciencias- puede constituir una herramienta fundamental para la renovación de la enseñanza de la Física y la Química y, en última instancia,

para favorecer el aprendizaje significativo de los alumnos y alumnas y su familiarización con aspectos clave del trabajo científico.

Queremos insistir para terminar en que, al centrarnos en los problemas de lápiz y papel, no estamos suponiendo que la renovación de la enseñanza/aprendizaje de las ciencias pueda abordarse como un entrenamiento a distintas actividades autónomas. Muy al contrario, hemos intentado mostrar que, mediante el planteamiento de situaciones problemáticas pertinentes, se puede llegar a romper las barreras entre las distintas actividades de la enseñanza de las ciencias -introducción de conceptos, trabajos prácticos y resolución de problemas de lápiz y papel- englobándolas todas con una nueva orientación común de "aprendizaje como investigación" que tome además en cuenta los aspectos sociales y tecnológicos consubstanciales a la actividad científica. Se puede contribuir así, por otra parte, a que los alumnos adquieran una visión más correcta de lo que es el trabajo científico y una actitud más favorable hacia la ciencia y su estudio.

## ANEXO 1

### EJEMPLOS DE ENUNCIADOS REFORMADOS DE PROBLEMAS DE FISICA Y DE QUIMICA

#### PROBLEMAS DE MECÁNICA

##### Enunciado habitual

1. La velocidad de la luz en el vacío es de 300.000 km/s. La luz del Sol tarda en llegar a la Tierra 8 minutos y 20 segundos. ¿Cuál es la distancia del Sol a la Tierra?

2. Un ciclista lleva una velocidad de 30 km/h. ¿Qué distancia recorrerá en 5 h y 27 min?

3. Para despegar, un avión realiza en el campo un recorrido de 700 m en un tiempo de 20 s con un movimiento que supondremos uniformemente acelerado. ¿Cuál es la velocidad con que despega?

4. Un vehículo arranca con una aceleración constante de 4 m/s<sup>2</sup>. ¿Qué velocidad adquiere al cabo de 5 s? ¿Qué distancia recorre en ese tiempo? ¿Qué distancia recorre hasta que su velocidad es de 30 m/s?

##### Enunciado transformado

1. ¿Cuánto tardará la luz del Sol en llegar a la Tierra?

2. ¿Qué distancia ha recorrido un ciclista?

3. ¿Con qué velocidad máxima puede despegar un avión?

4.1. Un coche arranca, ¿qué velocidad adquirirá?

4.2. Un coche acelera hasta alcanzar una determinada velocidad. ¿Qué distancia habrá recorrido?

### Enunciado habitual

5. Un tren de 90 m de largo que lleva una velocidad de 70 km/h, atraviesa un túnel en 40 s. ¿Cuál es la longitud del túnel?

6. Un móvil, partiendo del reposo, ha recorrido con movimiento uniformemente acelerado 5 m en el primer segundo de su movimiento.

- a) ¿Cuál es su aceleración?
- b) ¿Qué distancia recorrerá en 4 s?
- c) ¿Qué distancia recorrerá en el cuarto segundo?

7. Un coche de policía persigue a 120 km/h a un automóvil que va a 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará en darle alcance si inicialmente están separados 5 km?

8.1. Dos automóviles se encuentran en la misma posición. Marchan en el mismo sentido en una recta de la autopista. Sus velocidades son 72 y 90 km/h y se mantienen constantes. ¿Qué distancia les separará al cabo de 5 minutos?

8.2. Haz el mismo problema anterior, suponiendo que partiendo de la misma posición se mueven en sentidos contrarios.

### Enunciado transformado

5. ¿Cuánto tiempo tardará un tren en atravesar un túnel?

6.1. ¿Con qué aceleración arranca un coche?

6.2. Un coche arranca, ¿dónde se encontrará? 6.3. ¿Qué distancia recorrerá un vehículo en un segundo?

7.1. ¿Cuánto tiempo tardará la policía en dar alcance a un automóvil al que persigue?

7.2. Dos vehículos circulan por la misma carretera, ¿dónde se cruzarán?

8. ¿Qué distancia separará a dos vehículos después de cruzarse?

**Enunciado habitual**

9. Un automóvil, que está parado, arranca con una aceleración constante de  $1,5 \text{ m/s}^2$ . En el mismo instante en que arranca es alcanzado por un camión que se mueve con una velocidad de  $43,2 \text{ km/h}$ .

- a) ¿A qué distancia del punto de partida el automóvil alcanzará al camión?
- b) ¿Qué velocidad tendrá el automóvil en ese momento?

10. Un vehículo marcha a una velocidad de  $80 \text{ km/h}$ . Cuando lleva recorrido  $1 \text{ km}$ , sale en su persecución otro vehículo con una aceleración de  $g/2 \text{ m/s}^2$ . Hallar gráfica y analíticamente cuándo lo alcanza.

11. Un mercancías va a  $50 \text{ km/h}$ . Un tren rápido va por la misma vía a  $120 \text{ km/h}$  por detrás del mercancías y lo divisa cuando se halla a  $200 \text{ m}$  de él. El rápido frena, fuertemente, pero aún recorre, mientras frena,  $0,5 \text{ km}$ . ¿Habrá choque? Hallar la solución analítica y gráficamente.

12. Una liebre se dirige en línea recta con una rapidez de  $10 \text{ m/s}$  a su madriguera que se encuentra a  $20 \text{ m}$ . La persigue un perro que corre con una rapidez de  $12 \text{ m/s}$  y que se encuentra a  $10 \text{ m}$  de ella. ¿La cogerá?

**Enunciado transformado**

9.1. Cuando un vehículo arranca es sobrepasado por un camión, ¿dónde volverá a encontrarlo?

9.2. Cuando un vehículo arranca es sobrepasado por un camión, ¿qué velocidad tendrá cuando lo alcance?

10. Un automóvil sobrepasa a otro que está parado y que posteriormente sale en su persecución. ¿Dónde se cruzarán?

11. Un maquinista de tren advierte que otro tren circula más lento por la misma vía. ¿Llegarán a chocar?

12. ¿Cogerá el perro a la liebre antes de que llegue a su madriguera?



**Enunciado habitual**

13. Desde una altura de 100 m se deja caer un objeto.

- a) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?
- b) ¿Con qué velocidad llegará?
- c) ¿Qué velocidad tendrá cuando se encuentre a 15 m del suelo?
- d) ¿Qué distancia recorrerá en el tercer segundo de caída?

14. Desde un edificio de 40 m de altura, se deja caer un objeto. Calcular el tiempo que tardará en cruzar por delante de una ventana que se halla en la vertical de lanzamiento y a 15 m de la azotea. La longitud de la ventana es de 1,2 m.

15. Un globo está ascendiendo con una velocidad de 5 m/s. Cuando se encuentra a 100 m del suelo, suelta un objeto. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar al suelo?

16. Un ascensor sube a 1 m/s. Una persona que está dentro, deja caer una piedra desde el techo del mismo. ¿A qué distancia estará del suelo del ascensor al cabo de medio segundo? Altura del ascensor: 2 m.

**Enunciado transformado**

13.1. Se deja caer un objeto, ¿con qué velocidad llegará al suelo?

13.2. Se lanza un cuerpo al aire verticalmente, ¿con qué velocidad llegará al suelo?

13.3. Un cuerpo está en el aire, ¿qué velocidad tendrá?

13.4. Un cuerpo está cayendo, ¿qué distancia recorrerá en un segundo?

14. Se deja caer un objeto desde la azotea de un edificio. ¿Cuánto tiempo tardará en atravesar por delante de una ventana?

15.1. Se suelta un objeto desde un globo que asciende, ¿con qué velocidad llegará dicho objeto al suelo?

15.2. Se suelta un objeto desde un globo que asciende, ¿cuánto tiempo tardará en llegar al suelo el objeto?

16. Cuando un ascensor sube, se suelta la lámpara del techo, ¿cuánto tardará en chocar con su suelo?

**Enunciado habitual**

17. Un cohete es empujado hacia arriba por los gases durante 10 s. En ellos adquiere una velocidad vertical de 200 m/s. Sigue con la aceleración de la gravedad, hasta parar y volver a tierra. Representar gráficamente en ejes (v, t) el viaje entero. Leer en la gráfica la aceleración inicial, el camino recorrido en cada fase, y confirmar esa lectura con el cálculo por las fórmulas.

18. Un tren se aproxima a una estación con una velocidad de 36 km/h, entonces frena y tarda en pararse 16 s. ¿Cuál es la aceleración de frenado? ¿Qué distancia recorre hasta parar?

19. Un tren del metro arranca con aceleración de  $50 \text{ cm/s}^2$ . Al cabo de 20 s continúa con la velocidad adquirida, hasta que frena, con igual aceleración que al principio, y para en la siguiente estación, distante de la primera 800 m. Hallar el tiempo y distancia de cada fase.

20. Un cuerpo A se deja caer desde una altura de 10 m y otro, B, se lanza hacia arriba, en el mismo instante, con una  $v=20 \text{ m/s}$ . ¿Dónde y cuándo se cruzarán?

**Enunciado transformado**

17.1. Un pequeño cohete acelera hacia arriba hasta que se acaba el combustible, ¿qué altura alcanzará?

17.2. Un pequeño cohete acelera hacia arriba hasta que se acaba el combustible, ¿con qué velocidad llegará al suelo?

18.1. ¿Qué fuerza ha actuado sobre el tren para detenerlo?

18.2. ¿Chocará el tren con el obstáculo?

19. Un móvil acelera, continúa con velocidad constante y frena hasta parar. ¿Qué distancia ha recorrido?

20 ¿Dónde se cruzarán un cuerpo que se deja caer y otro que se lanza verticalmente desde el suelo?

**Enunciado habitual**

21. Calcular la velocidad mínima con que debe correr una persona situada a 10 m de la base de un edificio, de 40 m de alto, para coger un objeto que se deja caer desde la azotea. La persona lleva velocidad constante.

22. Dos trenes de 105 y 60 m de longitud, tardan 5 s en cruzarse cuando van en sentido contrario y 35 s cuando van en el mismo sentido. Calcular la velocidad en km/h de cada uno.

23. Un coche recorre 10 km a 40 km/h y otros 20 km a 60 km/h. Hallar la velocidad media. Hallarla en el caso que circule 15 min a 40 km/h y 20 min a 60 km/h.

24. Suena una campana en un punto A. A los 20 s, otra situada en B, que dista 10 km de A. Calcular la posición de una persona alineada entre A y B, que oye los dos sonidos al mismo tiempo.

25. Un disco de 30 cm de diámetro gira a  $33 \frac{1}{3}$  rpm. Calcular en m/s las velocidades lineales de puntos situados en el disco a 5, 8, 10, 12 y 15 cm de su centro. ¿Qué relación existe para esos puntos del sólido en rotación, entre las velocidades lineales y las distancias al centro?

**Enunciado transformado**

21. ¿Alcanzará una persona que está en la calle, un objeto dejado caer desde una ventana?

22. ¿Cuánto tiempo estarán cruzándose dos trenes que circulan por vías paralelas?

23. Un coche realiza parte de un trayecto a una velocidad y parte a otra. ¿Cuál será su velocidad media?

24. ¿Dónde se debe colocar una persona para oír al mismo tiempo las campanadas de dos campanarios que no han tocado al mismo tiempo?

25.1. ¿Qué velocidad tiene un punto de un disco que gira?

25.2. ¿Con qué velocidad saldrá la piedra de la honda?

**Enunciado habitual**

26. Desde un mismo punto de una plaza circular de 600 m de perímetro, parten en sentidos contrarios dos móviles que se mueven sobre la circunferencia con velocidades de 20 m/s y 10 m/s. Calcular los momentos y posiciones en que se encuentran.

27. ¿Qué fuerza en newtones se deberá aplicar a un cuerpo cuya masa es de 10 kg para producir a dicho cuerpo una aceleración de  $6 \text{ m/s}^2$ ? ¿Y en kp? Recuerda:  $1 \text{ kp} = 9,8 \text{ N}$ .

28. Sobre un cuerpo de 5 kg de masa, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 100 N durante 4 s. Calcular la aceleración del movimiento en dicho intervalo, así como la velocidad final y el espacio recorrido.

29. Qué fuerza ejerce una masa de 80 kg sobre el suelo de un ascensor, cuando: a) Sube durante 3 s con una velocidad que varía de 0 a  $1/2 \text{ m/s}$ ; b) Se mueve con una velocidad constante durante 3 s; c) Frena en 3 s, desde  $1/2 \text{ m/s}$  a 0.

30. Hallar la tensión del cable de una grúa que sostiene 600 kg, cuando empieza a levantar el peso con aceleración

**Enunciado transformado**

26. Dos corredores están dando vueltas a la misma plaza circular. ¿Dónde se encontrarán?

27. ¿Qué fuerza se deberá aplicar a un cuerpo en movimiento?

28.1. ¿Qué velocidad adquirirá un cuerpo inicialmente en reposo?

28.2. Sobre un cuerpo en reposo empieza a actuar una fuerza. ¿Qué distancia recorrerá?

29.1. ¿Qué fuerza ejercerá una persona sobre el suelo de un ascensor?

29.2. Una persona se sube a una báscula situada en un ascensor. ¿Qué marcará la báscula?

30. Desde una azotea se están subiendo y bajando objetos con una cuerda. ¿Cuál es su tensión?

**Enunciado habitual**

de  $0,5 \text{ m/s}^2$ ; cuando lo levanta con velocidad constante de  $1,5 \text{ m/s}$ ; cuando lo baja con esa misma velocidad; y cuando frena, antes de dejarlo, con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ .

31. Al disparar un arma, los gases resultantes de la explosión de la pólvora, actúan con una fuerza de  $780 \text{ N}$  durante  $0,01 \text{ s}$  sobre un proyectil de  $15 \text{ g}$ . Calcula: la velocidad de salida de la bala, la velocidad con que retrocede el arma, de  $0,5 \text{ kg}$ , y la longitud del cañón.

32. Una bala que tiene una masa de  $10 \text{ g}$ , atraviesa un bloque de madera, fijo, disminuyendo su velocidad de  $200 \text{ m/s}$  a  $50 \text{ m/s}$  en un tiempo de  $0,0005 \text{ s}$ . ¿Qué fuerza opuso la madera a la bala?

33. Una fuerza de  $100 \text{ N}$  actúa durante  $0,2 \text{ s}$  sobre un cuerpo de  $5 \text{ kg}$ . Hallar la velocidad adquirida. Se aplica después un freno, que, con fuerza constante, lo para a lo largo de  $5 \text{ m}$ . Hallar la fuerza que ejerce el freno.

**Enunciado transformado**

31.1. ¿Con qué velocidad saldrá una bala de un fusil?

31.2. ¿Qué fuerza actuará sobre una bala dentro de un cañón?

31.3. ¿Cuál será la velocidad de retroceso de un fusil?

32.1. ¿La bala atravesará la pared?

32.2. ¿Qué velocidad tendrá una bala después de atravesar una tabla?

32.3. ¿Cuánto tiempo tardará una bala en atravesar una plancha de madera?

33.1. Sobre un cuerpo inicialmente en reposo, actúa una fuerza, cesa y posteriormente actúa otra que lo detiene, ¿cuánto valdrá esta última?

33.2. Sobre un cuerpo inicialmente en reposo, actúa una fuerza, cesa y posteriormente actúa otra que lo detiene. ¿Que distancia habrá recorrido el cuerpo?

**Enunciado habitual**

34. Un proyectil de 4 kg que se mueve a una velocidad de 500 m/s, se incrusta en un vehículo de 296 kg inicialmente en reposo. Calcular la velocidad que adquirirá el vehículo con el proyectil incrustado.

35. Un tren marcha a velocidad constante de 108 km/h, frena y se detiene en 25 s. ¿Qué ángulo forma con la vertical una plomada colocada dentro de uno de los vagones del tren, en el momento de frenado?

36. Una masa de 100 kg cuelga del techo atada a dos cuerdas, de modo que forman con el techo un ángulo de  $60^\circ$ . Hallar la tensión de las cuerdas.

37. Un cuerpo de 2 kg pende de un hilo. En un punto P de este hilo se tira con una fuerza horizontal de 10 N. ¿Qué ángulo formará el hilo con la vertical? ¿Cuál es la tensión del hilo? ¿Cuáles son ambas cosas si la fuerza horizontal es de 100 N?

38. Sea una barra de 40 cm y de peso despreciable, articulada en un punto A de la pared. Por el extremo B, estando la barra horizontal, se la sujeta a la pared con un hilo de medio

**Enunciado transformado**

34. Un proyectil se incrusta en un bloque. Calcular la velocidad del conjunto.

35. ¿Cuánto se separará de la vertical un péndulo que cuelga del techo de un vagón de tren?

36. Una lámpara cuelga del techo mediante dos cuerdas. Hallar la tensión de las cuerdas.

37. Se tira horizontalmente de un cable del que cuelga una lámpara. ¿Qué ángulo formará con la vertical?

38. Un letrero cuelga de una barra horizontal articulada en la pared y sujeta a la misma con una cuerda atada en su otro extremo. Hallar la tensión del hilo que sujeta la barra.

**Enunciado habitual**

metro. En el extremo B hay un peso de 3 kg. Hallar la tensión del hilo y la fuerza horizontal de la pared contra la barra.

39. Calcular las tensiones de las cuerdas que sostienen una barra de 3 m y peso despreciable, de la que pende un cuerpo de 90 N a 1 m de uno de sus extremos.

40. Una tabla de 5 m de longitud y 50 N de peso está apoyada por su punto medio. En uno de sus extremos se coloca una pesa de 40 N. ¿Dónde se deberá colocar una pesa de 65 N para que la tabla esté en equilibrio?

41. Un cuerpo de 5 kg descansa sobre un plano inclinado  $30^\circ$  sujeto por una cuerda tangente al plano, ya que no existe rozamiento. Calcular la tensión de la cuerda. ¿Cuál sería la tensión si el ángulo fuera  $90^\circ$ ? ¿Y si fuera de  $0^\circ$ ?

42. Una vagoneta de 300 kg puede desplazarse por una vía recta horizontal. Calcula en julios el trabajo que se realiza en los siguientes casos:

- a) Se le empuja con una fuerza de 100 N durante un minuto sin que se mueva.
- b) Se le empuja con una fuer-

**Enunciado transformado**

39. Hallar las tensiones de las cuerdas que sostienen una barra horizontal de la cual pende un objeto.

40. En el extremo de una barra apoyada por su punto medio se ha colocado un objeto. ¿Dónde debe colocarse un segundo objeto para que haya equilibrio?

41. ¿Qué fuerza hay que hacer sobre un cuerpo que se encuentra sobre un plano inclinado para que no deslice?

42.1. ¿Qué trabajo realizamos al arrastrar una vagoneta con una cuerda?

42.2. ¿Qué potencia desarrollamos al arrastrar una vagoneta con una cuerda?

42.3. ¿Qué trabajo realiza el motor de un elevador cuando éste asciende?

**Enunciado habitual**

za de 500 N, consiguiendo que recorra 5 m en 10 s.

- c) Se le hace, utilizando una cuerda, una fuerza de 600 N formando un ángulo de  $45^\circ$  con la vía, desplazándose 5 m en 15 s.

Calcula igualmente la potencia desarrollada en cada caso.

43. Un cuerpo de 20 kg se lanza por una superficie horizontal con una rapidez de 30 m/s. El coeficiente de rozamiento es 0,1. ¿Qué distancia recorrerá hasta parar?

44. Un cuerpo desliza por un plano inclinado de  $20^\circ$ , cuyo coeficiente de rozamiento es 0,2. Si partió del reposo, ¿qué velocidad tendrá al cabo de 8 m de recorrido?

45. Un martillo pilón de 2000 kg, cae desde una altura de 11 m sobre una estaca y ésta se introduce en el suelo 0,8 m. Hallar la energía cinética del martillo al chocar. ¿Qué fuerza media ha actuado sobre la estaca?

46. Se deja caer un cuerpo desde una altura de 5 m sobre una vasija que contiene un líquido de densidad  $1,17 \text{ g/cm}^3$ . Hallar la profundidad a la que se hundirá el cuerpo si su densidad es  $0,5 \text{ g/cm}^3$ .

**Enunciado transformado**

43.1. Se lanza un cuerpo por una superficie, ¿dónde se parará?

43.2. ¿Se caerá un cuerpo lanzado horizontalmente sobre una mesa?

44. Se deja caer un cuerpo por un plano inclinado, ¿qué velocidad adquirirá?

45. Un cuerpo cae sobre una estaca, ¿cuánto se hundirá ésta?

46. Se deja caer un cuerpo sobre una vasija con líquido, ¿cuánto se hundirá?



### Enunciado habitual

47. Desde un pozo se elevan, cada 3 minutos, 1000 l de agua desde una profundidad de 65 m. ¿Qué potencia debe tener el motor si se pierde el 30% de la misma?

48. Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo. En el primer segundo llega a una altura de 20 m. ¿Qué altura máxima alcanzará?

49. Una piedra se deja caer en un pozo y 1 s después se deja caer otra. ¿Qué distancia les separará al cabo de 8 s?

50. Un cuerpo se deja caer desde una altura de 45 m y 1 segundo después se lanza otro verticalmente hacia arriba desde el suelo. Calcular la velocidad de lanzamiento para que se crucen cuando el segundo alcance la altura máxima.

51. Una barca que se desplaza a 6 m/s sale de la orilla de un río de 60 m de anchura, en una dirección que forma un ángulo de  $50^\circ$  con la orilla (en el sentido en que avanza la corriente). Si la rapidez de la corriente es de 2 m/s, ¿a qué punto de la otra orilla llegará la barca?

### Enunciado transformado

47. Una bomba extrae agua de un pozo, ¿qué potencia útil desarrolla?

48. Un objeto está en el aire, ¿qué altura máxima alcanzará?

49. Desde un mismo punto se dejan caer dos piedras no simultáneamente. Hallar la distancia que les separará al cabo de cierto tiempo.

50. Un cuerpo se deja caer desde lo alto de un edificio. Hallar la velocidad con que debe ser lanzado otro desde el suelo para que se crucen cuando este último alcanza la altura máxima.

51. Una barca parte de la orilla de un río para atravesarlo. ¿A qué punto de la otra orilla llegará?

**Enunciado habitual**

52. Dos avionetas vuelan a 2000 y 2500 m de altura a una velocidad de 150 y 200 km/h respectivamente en direcciones perpendiculares y se cruzan en la misma vertical. ¿Qué distancia les separará 20 s después, suponiendo que no rectifican el rumbo?

53. Un avión que vuela horizontalmente con una velocidad de 500 km/h y a una altura de 1200 m, deja caer un paquete. Suponiendo que la resistencia del aire es despreciable, hallar la desviación que sufrirá éste respecto a la vertical de lanzamiento.

54. Se dispara un proyectil con una inclinación de  $30^\circ$  y con velocidad inicial de 1000 m/s. Hallar: a) la altura máxima; b) el alcance máximo y c) el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima y en caer.

55. Un gran peñasco que desliza sobre un barranco, resbala y sale despedido desde una altura de 400 m sobre el fondo, con una rapidez de 15 m/s y formando un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. ¿A qué distancia de la vertical caerá el peñasco?

**Enunciado transformado**

52. Dos avionetas que vuelan a distintas alturas según líneas que se cruzan perpendicularmente, se encuentran en un determinado instante en la misma vertical. Determinar la distancia que les separa cierto tiempo después.

53. Un avión deja caer un paquete, ¿en qué punto caerá al suelo?

54.1. Un cañón dispara un proyectil, ¿qué altura máxima alcanzará?

54.2. Un cañón dispara un proyectil, ¿cuál será su alcance?

54.3. Un cañón dispara un proyectil, ¿cuánto tardará en caer?

55. Una piedra resbala por una pendiente y cae a un barranco. ¿Cuál será su alcance?

**Enunciado habitual**

56. ¿Con qué velocidad deberá disparar un cañón que lanza los proyectiles con un ángulo de  $40^\circ$ , para sobrepasar una montaña de 1200 m que se halla a 3000 m del cañón?

57. Desde un plano inclinado de  $15^\circ$  se lanza un objeto con una velocidad de 20 m/s formando ángulo de  $60^\circ$  con la superficie del plano. Hallar su alcance sobre el plano.

58. Una granada cae verticalmente con una rapidez de 60 m/s; cuando se encuentra a 2000 m del suelo, hace explosión en dos fragmentos de igual masa, uno de los cuales se proyecta en dirección vertical descendente a 80 m/s. Calcular la velocidad de salida, inmediatamente después de la explosión del segundo fragmento.

59. Un cuerpo se lanza con una velocidad de 10 m/s por un plano inclinado de  $30^\circ$ , cuyo coeficiente de rozamiento es 0,1. Calcular la altura máxima que alcanzará y la velocidad con que volverá al punto de lanzamiento.

60. Un cuerpo se lanza por una mesa horizontal con una

**Enunciado transformado**

56. Se desea lanzar un objeto por encima de una pared, ¿con qué velocidad se deberá lanzar?

57. ¿Dónde caerá un cuerpo lanzado al aire desde un plano inclinado?

58. Un objeto que cae estalla en dos fragmentos. ¿Cuál será la velocidad de uno de ellos?

59.1. Un cuerpo se lanza por un plano inclinado. ¿Qué altura máxima alcanzará?

59.2. Un cuerpo se lanza por un plano inclinado. Calcular la velocidad con que regresará al punto de lanzamiento.

60. Se lanza un cuerpo por una mesa horizontal y al llegar

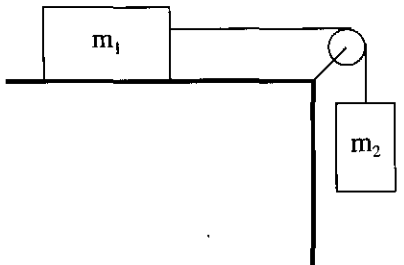
**Enunciado habitual**

rapidez de 20 m/s y a 2 m del borde, al llegar al mismo sale y cae al suelo. ¿Con qué velocidad llegará? (Coeficiente de rozamiento: 0,2.).

61. Un bloque de 500 g de masa está sobre un plano inclinado  $40^\circ$ . El bloque está unido por una cuerda que pasa por una polea a otra masa de 400 g. Calcular la tensión de la cuerda y la aceleración.

62. Dos cuerpos de 10 y 15 kg cuelgan de los extremos de una cuerda que puede deslizar por una polea de masa despreciable. Calcular la aceleración de los cuerpos si se estira de la polea hacia arriba con una fuerza de 300 N.

63. En el montaje de la figura,  $m_1 = 5 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 15 \text{ kg}$ ,  $\mu = 0,2$ . Calcular: a) la aceleración del sistema; b) la velocidad de  $m_1$  cuando haya descendido 0,4 m si partió del reposo.



**Enunciado transformado**

al extremo opuesto cae al suelo. ¿Con qué velocidad llegará?

61. Sobre un plano inclinado, se encuentra un cuerpo unido mediante una cuerda, que pasa por una polea, a otro que cuelga verticalmente. Calcular la aceleración del sistema.

62. Se estira hacia arriba de una polea de la que cuelgan dos cuerpos unidos por una cuerda. Hallar la aceleración de los cuerpos.

63. Un cuerpo que cuelga verticalmente, tira mediante una cuerda que pasa por una polea de otro que se encuentra sobre un plano horizontal. Calcular la velocidad de los cuerpos cuando el que cuelga haya descendido una determinada distancia.

**Enunciado habitual**

64. Un bloque de 10 kg que cuelga verticalmente tira, mediante una cuerda que pasa por una polea, de otro que se encuentra sobre una superficie horizontal y cuya masa es de 7 kg. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento de la superficie es 0,09, hallar la masa mínima que debe situarse sobre el cuerpo de 7 kg para que no deslice.

65. Un objeto de masa  $m$  desliza sin rozamiento por la superficie de una cuña triangular. La cuña, de masa  $M$  y ángulo  $\theta$ , se encuentra sobre una superficie horizontal también sin rozamiento. ¿Cuál es la aceleración de la cuña?

66. ¿Con qué velocidad se ha de hacer girar un vaso que contiene agua y está atado al extremo de una cuerda de 1 m para que el agua no se vierta al estar el vaso boca abajo?

67. Un esquiador de 60 kg de masa se desliza por una colina aproximadamente circular en su cima, de 10 m de radio. Calcular a partir de qué velocidad se separará del suelo.

68. Una masa puntual de 1 kg pende de un hilo de 24 cm fijo

**Enunciado transformado**

64. Un cuerpo B que cuelga verticalmente tira mediante una cuerda que pasa por una polea de otro, A, que se halla sobre una superficie horizontal. Hallar la masa mínima que debe colocarse sobre A para que no deslice.

65. Una cuña, en forma de triángulo rectángulo, apoya uno de sus catetos en una superficie horizontal. Sobre la hipotenusa se deja un objeto que desliza. Hallar la aceleración de la cuña.

66. En una noria especial las personas llegan a estar cabeza abajo en la parte superior. ¿Cuál debe ser la velocidad de giro para que no caigan?

67. ¿A partir de qué velocidad se separará del suelo un esquiador que se desliza por un montículo aproximadamente circular?

68. Una esfera que cuelga de un hilo se hace girar en un plano

**Enunciado habitual**

por su otro extremo. La partícula está girando sobre un plano horizontal con movimiento circular uniforme. Calcular la velocidad de la partícula y la tensión de la cuerda si el hilo forma un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical.

69. Un vehículo describe una curva de 20 m de radio siendo el coeficiente de rozamiento de 0,2. Se pide:

- Determinar la rapidez máxima que podría llevar el vehículo sin llegar a deslizar lateralmente.
- En caso de no haber rozamiento, ¿cuál debería ser el peralte de la curva para que a 25 m/s no se deslice lateralmente?

70. Un anillo de masa  $M$  y radio  $R$  está suspendido por una cuerda de modo que cuelga en un plano vertical. Dos cuentas idénticas, de masa  $m$  cada una, se sueltan desde el reposo en la parte superior del anillo, donde se encuentra atada la cuerda, y deslizan sin rozamiento cada una por un lado del anillo. Mostrar que el anillo se elevará si la razón  $M/m$  es suficientemente pequeña. ¿Cuál es el máximo valor de  $M/m$  para que el anillo se pueda elevar? ¿en qué posi-

**Enunciado transformado**

horizontal. ¿Qué ángulo formará el hilo con la vertical?

69. ¿Con qué velocidad máxima un coche puede tomar una curva sin derrapar?

70. En un aro circular que cuelga verticalmente sujeto por una cuerda, se dejan caer dos cuentas iguales desde su parte superior (una a cada lado de la cuerda). Hallar en qué posición de las cuentas se elevará el aro.

**Enunciado habitual**

ción de las cuentas ocurrirá esto?

71. Se lanza un cuerpo con una velocidad de 8 m/s, que recorre una distancia de 2 m por una superficie horizontal y asciende por un plano inclinado de  $20^\circ$ . Hallar la altura máxima que alcanzará. (Dato:  $\mu = 0,08$ .)

72. Un cuerpo de 0,5 kg de masa se abandona libremente sobre un plano inclinado de  $60^\circ$  sin rozamiento, continúa después 0,5 m por una superficie horizontal (coeficiente de rozamiento: 0,04) y comprime un muelle de constante elástica 1000 N/m. ¿Cuál será la máxima elongación del muelle? El cuerpo se ha dejado caer desde una altura de 3 m.

73. Una bala que se mueve en dirección horizontal a una velocidad de 400 m/s se incrusta en un bloque, suspendido del techo por una cuerda, de 50 kg. La masa de la bala es de 100 g. Calcular cuánto ascenderá el bloque.

74. Un volante de 3 m de diámetro cuya masa es de 300 kg y puede considerarse concentrada en la llanta, gira a razón de 180 rpm. Calcular: a) la energía

**Enunciado transformado**

71. Un cuerpo se lanza por una superficie horizontal al final de la cual hay una rampa ¿Qué altura alcanzará?

72. Un cuerpo resbala por una rampa y sigue después por un plano horizontal hasta tropezar con un muelle. ¿Cuánto lo comprimirá?

73. Una bala se incrusta en un bloque que cuelga del techo. Calcular la altura que ascenderá después del impacto.

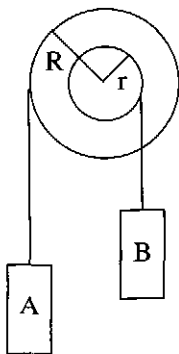
74. Un volante gira respecto a un eje principal, ¿cuántas vueltas dará hasta pararse?

**Enunciado habitual**

cinética del volante; b) número de vueltas que dará hasta pararse si se le aplica un par de frenado de 800 Nm; c) el tiempo que tardará en pararse.

75. Un volante de eje horizontal tiene una masa de 1500 g uniformemente repartida en su llanta de 15 cm de radio. Un hilo enrollado en esa llanta sostiene un cuerpo de 200 g de masa. Calcular la velocidad del cuerpo cuando haya descendido 2 m partiendo del reposo.

76. Calcular la aceleración de las masas del sistema de la figura. (Datos:  $m_A=4$  kg;  $m_B = 3$  kg;  $I_{\text{polea}} = 20$  kg  $m^2$ ;  $R = 20$  cm;  $r = 8$  cm.)

**Enunciado transformado**

75.1. Un volante de eje horizontal tiene enrollada en su periferia una cuerda de la que cuelga un cuerpo. Hallar la velocidad del cuerpo cuando haya descendido una determinada distancia.

75.2. Un volante de eje horizontal tiene enrollada en su periferia una cuerda de la que pende un cuerpo. Hallar la velocidad angular del volante cuando el cuerpo haya descendido una determinada distancia.

76. Una polea fija está formada por la unión de dos discos concéntricos de tamaños distintos. En las llantas de los discos, se encuentran enrolladas sendas cuerdas de las que penden dos cuerpos. Hallar la aceleración de los cuerpos al dejarlos libres.



**Enunciado habitual**

77. Un cilindro de 2 kg de masa y 5 cm de radio rueda sin deslizamiento por un plano inclinado  $30^\circ$ . Suponiendo que el cilindro partió del reposo, determinar: a) su velocidad después de haber rodado 3 m por el plano inclinado; b) Idem suponiendo que el cilindro es hueco y toda su masa está distribuida por la periferia.

78. Una escalera de 20 kg de masa y 10 m de longitud, descansa contra una pared vertical deslizante, formando un ángulo de  $30^\circ$  con la vertical. La escalera, de construcción uniforme, no resbala debido al rozamiento con el suelo. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que la escalera ejerce sobre la pared?

79. Una varilla de longitud  $L$  y masa  $M$  puede girar libremente alrededor de su extremo superior,  $A$ . Una bala de masa  $m$  y velocidad  $v$  golpea a la varilla a una distancia  $x$  de  $A$  y se incrusta en ella. Determinar el momento angular del sistema después del impacto.

80. Una varilla vertical se mueve horizontalmente con velocidad  $v$  y choca con un obstáculo puntual unido a tierra.

**Enunciado transformado**

77. Calcular la velocidad con que llegará a la base de un plano inclinado un cuerpo que baja rodando por él.

78.1. Una escalera se apoya sobre un muro. ¿Qué fuerza ejerce sobre el mismo?

78.2. ¿Cuándo comenzará a resbalar una escalera apoyada sobre la pared?

79. Una bala que viaja horizontalmente, se incrusta en una varilla que cuelga verticalmente de uno de sus extremos respecto al cual puede girar. Calcular la velocidad angular después del impacto.

80.1. Una varilla vertical que se mueve horizontalmente choca con un punto fijo. En caso de choque inelástico hallar la velo-

**Enunciado habitual**

Calcular la distancia del punto de impacto al centro de masas para que la velocidad con que gira la varilla tras el impacto sea máxima, suponiendo choque inelástico. Para una distancia  $d$  cualquiera, calcular, siendo el choque elástico, la velocidad de traslación del centro de masas y la de rotación en torno a éste.

**Enunciado transformado**

... cidad angular de la varilla tras el impacto.

80.2. Hallar la velocidad del centro de masas de la varilla anterior en caso de choque elástico.

## PROBLEMAS DE ELECTROMAGNETISMO

### Enunciado habitual

1.- El potencial a una cierta distancia de una carga puntual es 600v y el campo eléctrico 200N/C :

- 1) ¿Cuál es la distancia a la carga?
- 2) ¿Cuál es el valor de la carga?

2.- ¿A qué aceleración se ve sometida una carga puntual  $q_1=0,05C$ , que se encuentra a la misma distancia,  $d=2m$ , de otras dos,  $q_2=q_3=0,3C$ , separadas también por  $d$ ?

3.- Dos cargas, de  $5 \cdot 10^{-9}C$  y  $9 \cdot 10^{-9}C$  están en el vacío a una distancia de  $10^{-3}m$ . Determinar la fuerza que se realizan mutuamente.

4.- Dos cargas  $Q_1=Q_2=3 \cdot 10^{-4}C$  se encuentran en las posiciones  $(-2,0)$  y  $(2,0)$  en unidades SI, respectivamente. Una tercera carga eléctrica  $Q_3=2 \cdot 10^{-5}C$ , se encuentra inicialmente en reposo en la posición  $(0,3)$ . Calcular la velocidad que llevará  $Q_3$  cuando pase por el origen de coordenadas.

### Enunciado transformado

1.- ¿A qué distancia nos encontramos de una carga?

2.1.- ¿Qué aceleración tiene una carga?

2.2.- ¿Cuánto ha de recorrer una carga para que disminuya su aceleración a la décima parte?

3.1.- ¿Cuál es la fuerza a la que está sometida la carga?

3.2.- ¿En qué posición se encuentra un péndulo electrostático en equilibrio sobre una distribución plana de cargas?

3.3.- ¿Cuál es la fuerza a la que se está sometida una de las dos cargas?

4.- ¿Qué velocidad adquiere una carga al atravesar una distribución de cargas eléctricas dada?

**Enunciado habitual**

5.- Tenemos dos cargas de  $-3$  y  $+4$  C en las posiciones (0,3) y (4,0) respectivamente. Las coordenadas vienen dadas en unidades del sistema internacional. Calcular la intensidad de campo eléctrico en P, origen de coordenadas.

6.- Calcular el potencial que crea el sistema de cuatro cargas  $Q_1=10^{-3}$ C,  $Q_2=10^{-4}$ C,  $Q_3=-10^{-3}$ C y  $Q_4=-10^{-4}$ C colocadas en los vértices de un cuadrado de 2m de lado, en su centro.

7.- Una carga positiva  $+Q$ , situada en el origen produce un campo eléctrico  $E_0$  en el punto P( $x=1, y=0$ ). Se coloca una carga negativa en un punto tal que produce un campo eléctrico resultante nulo en el punto P. ¿Dónde se ha colocado?

8.- Dos cargas de  $3 \cdot 10^{-2}$ C y  $-5 \cdot 10^{-3}$ C se encuentran en los vértices opuestos de un cuadrado de 1m de lado. Calcular el trabajo que hay que realizar para trasladar otra carga de  $2 \cdot 10^{-4}$ C desde uno de los vértices vacíos al otro.

9.- ¿Cuál es el trabajo necesario para colocar tres cargas eléctricas,  $+q$ ,  $+2q$  y  $-4q$ , en los

**Enunciado transformado**

5.- ¿Cuál es la intensidad de campo eléctrico en un punto que está rodeado de una distribución de cargas eléctricas puntuales?

6.- ¿Cuál es el potencial que crea un sistema de cargas en un punto?

7.- ¿Dónde se ha de colocar una carga para anular el campo eléctrico en un punto?

8.- ¿Qué trabajo se realiza al trasladar una carga entre dos puntos a través de una distribución de cargas puntuales?

9.1.- ¿Qué trabajo se ha de realizar para formar un sistema de cargas eléctricas puntuales?

**Enunciado habitual**

vértices de un triángulo equilátero de 10cm de lado?.  
 $q=1,0 \cdot 10^{-6}C$ .

**10.-** Encontrar el potencial y el campo en un punto del eje de un anillo de radio R y carga Q, que se encuentra a una distancia x del centro del anillo.

**11.-** Encontrar, por la aplicación del teorema de Gauss, el campo y el potencial creados por una esfera conductora de radio R cargada con una carga positiva Q.

**12.-** Un campo electrico está dado por la expresión :  $E=200y^{1/2}j$  N/C. Se pide calcular el flujo eléctrico que atraviesa un cubo de lado L, que está orientado según los ejes coordenados, a una distancia L del plano xz. Asimismo, calcular la carga que hay en su interior.

**13.-** A una esfera metálica de 10cm de diámetro se le suministra una carga positiva de  $3 \cdot 10^{-9}C$ . Calcular el potencial eléctrico que adquiere y la capacidad.

**Enunciado transformado**

**9.2.-** ¿Cuánto vale la energía del electrón en el átomo de hidrógeno?

**9.3.-** ¿Cuál es la variación de la energía de un sistema de cargas al eliminar una?

**10.-** Encontrar el potencial y el campo eléctrico en un punto del eje de un anillo cargado.

**11.-** ¿Cuál es el potencial y la intensidad de campo eléctrico que crea una esfera cargada?

**12.-** ¿Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa cada cara de un cubo?

**13.-** ¿Cuál es la capacidad eléctrica de una esfera metálica?

### Enunciado habitual

14.- Una esfera metálica de 10cm de radio, aislada, se carga a una tensión de 5000v. ¿Cuál es su carga en culombios? A continuación se une a otra esfera descargada y aislada, de 8cm de radio. Determinar :

- a) La carga de la esfera.
- b) El potencial común de ambas.

15.- La superficie de cada armadura de un condensador plano son 200cm<sup>2</sup> y la distancia entre ellas es 0,1mm. Si la constante dieléctrica relativa del medio colocado entre las dos armaduras es 4, y el condensador se conecta a una d.d.p. de 2000v, determinar la capacidad del condensador y su carga.

16.- La capacidad de un condensador es 0,2 microfaradios, siendo el vacío el medio entre sus placas. Si establecemos entre ellas un dieléctrico de constante dieléctrica relativa 81, ¿Cuál será la capacidad del nuevo condensador?

17.- Un condensador de 1  $\mu$ F se carga a 300v, después se desconecta de la fuente de potencial y se conecta a un segundo condensador de 2  $\mu$ F descargado, en paralelo. Calcular :

### Enunciado transformado

14.- Una esfera cargada toca a otra : ¿Cuánta carga pierde?

15.1.- ¿Cuál es la capacidad de un condensador plano?

15.2.- ¿Qué carga tiene el condensador?

16.1.- ¿Como varía la capacidad de un condensador al introducirle un dieléctrico?

16.2.- ¿Cuánto vale la capacidad de un condensador al que se le ha introducido parcialmente un dieléctrico?

17.- Un condensador se descarga con otro : ¿Cuánta carga remanente mantendrá?

**Enunciado habitual**

- a) la carga de cada condensador;
- b) la d.d.p. final entre las placas de cada uno.

**18.-** Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad  $6 \cdot 10^4 \text{N/C}$  entre las láminas de un condensador plano que distan 2,5cm. Si un electrón parte del reposo de una de las láminas, ¿Con qué velocidad llega a la otra lámina?. Carga del electrón  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ; masa del electrón  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$ .

**19.-** Dos placas, de  $4 \times 4 \text{ cm}$ , de un tubo de rayos catódicos están situadas horizontalmente, 2cm una por encima de la otra, a 12cm de la pantalla. El campo eléctrico uniforme entre las placas tiene una intensidad de  $20000 \text{N/C}$  y está dirigido hacia arriba.

Se lanza un electrón con una velocidad inicial de  $2 \cdot 10^7 \text{m/s}$  en la dirección de un eje equidistante de las placas del tubo de rayos catódicos.

- a) ¿Qué distancia perpendicular al eje ha recorrido el electrón cuando pasa por el extremo de las placas?
- b) ¿Qué ángulo con el eje forma su velocidad cuando abandona las placas?
- c) ¿A qué distancia por debajo del eje choca con la pantalla fluorescente?

**Enunciado transformado**

**18.1.-** ¿Qué velocidad lleva un electrón entre las armaduras de un condensador?

**18.2.-** Un electrón salta entre las armaduras de un condensador. ¿Con qué velocidad llega?

**19.-** ¿Con qué ángulo sale desviado un electrón al pasar entre las placas de un condensador?

**Enunciado habitual**

20.- Una esfera de  $5 \cdot 10^{-3} \text{Kg}$  de masa cuelga de un hilo en el interior de dos láminas cargadas con distinto signo y separadas entre sí  $5 \cdot 10^{-2} \text{m}$ . Se pide la diferencia de potencial entre las láminas sabiendo que el hilo forma un ángulo de  $150^\circ$  con la vertical y que la carga de la esfera es de  $+10^{-8} \text{C}$ . Se supone que el campo en el interior de las láminas es constante.

21.- En un aparato de Millikan se observa que una gota de aceite cargada cae a través de una distancia de  $1 \text{mm}$  en  $27,4 \text{s}$ , en ausencia de un campo eléctrico externo. La misma gota permanece estacionaria en un campo de  $2,37 \cdot 10^4 \text{N/C}$ . ¿Cuántos electrones en exceso ha adquirido la gota?. La viscosidad del aire es de  $1,80 \cdot 10^{-5} \text{N.s/m}^2$ . La densidad del aceite es  $800 \text{Kg/m}^3$  y la densidad del aire es  $1,30 \text{Kg/m}^3$ .

22.- Se colocan dos condensadores de  $5 \mu\text{F}$  y  $3 \mu\text{F}$  en paralelo, acoplados a una d.d.p. de  $5000 \text{v}$ . Calcular la carga de cada condensador.

23.- Por una bombilla circula una intensidad de corriente de  $0,1$  amperios. Si está funcionan-

**Enunciado transformado**

20.- ¿Qué ángulo forma un péndulo situado entre las armaduras de un condensador?

21.- ¿Qué diferencia de potencial tiene que existir entre dos placas paralelas horizontales para que una gota de aceite se mantenga estacionaria entre ellas?

22.- ¿Cuánta carga podemos acumular con dos condensadores?

23.1.- ¿Qué cantidad de carga ha circulado por una bombilla?



**Enunciado habitual**

do tres horas, ¿Qué cantidad de electricidad ha circulado a su través?

24.- ¿Cuál es la resistencia de un hilo de cobre ( $r=1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ) que tiene una longitud de 20m y una sección de  $1,5mm^2$  ?

25.- Por una bombilla conectada a la red de 220v circula una intensidad de 0,5A. ¿Qué resistencia tiene la bombilla?

26.- ¿Qué potencia consume una bombilla con las indicaciones 40w, 110v, al conectarla a 220v?

27.- Calcular la resistencia que se ha de colocar en paralelo con otra de  $20 \Omega$  de manera que la resistencia equivalente del conjunto quede reducida a 10 ohmios.

28.- Dos bombillas de 60 y 100w, respectivamente, se conectan en serie a la red (220). ¿Qué potencia disipa cada una de ellas?

**Enunciado transformado**

23.2.- ¿Cuántos electrones han pasado por una bombilla?

24.1.- ¿Qué resistencia ofrece al paso de la corriente eléctrica un hilo metálico?

24.2.- ¿Qué longitud de hilo metálico necesitamos para construir una resistencia?

24.3.- ¿Cómo haríamos una resistencia eléctrica con un cable?

25.- ¿Qué valor tienen las resistencias de las bombillas?

26.- ¿Qué potencia consume una bombilla?

27.- ¿Qué valor ha de tener una resistencia para sustituir a otras dos?

28.1.- Si conectamos dos bombillas a la red, ¿cuál lucirá más?

28.2.- Si conectamos dos bombillas a la red, ¿cuál gastará más?

**Enunciado habitual**

**29.-** Encontrar la intensidad de corriente que circula por la resistencia de un brasero eléctrico si su valor son  $100 \Omega$  y se enchufa a la red de 220v.

**30.-** Si el Kw-h cuesta 15 ptas., ¿Cuánto se tendrá que pagar por una lavadora de 900w de potencia que funciona una hora diaria durante un mes?

**31.-** Un calentador eléctrico de 100 l de capacidad y 1500 w de potencia ha de calentar agua de 15 a  $65^{\circ}\text{C}$ . Calcular el tiempo que tardará.

**32.1.-** Se disponen en serie sobre un circuito cuya resistencia es  $50 \Omega$ , 6 pilas de iguales características: f.e.m.=1,4 v;  $r_i=3,3 \Omega$ . Calcular la intensidad de la corriente obtenida.

**32.2.-** Se tienen 15 pilas de las mismas características que las del ejercicio anterior. Calcular la intensidad de la corriente, 1) Cuando se disponen 5 series de 3 pilas. 2) Cuando se montan 3 series de 5 pilas.

**33.-** Si se montan dos pilas en serie sobre un circuito de  $2 \Omega$  de resistencia se obtiene una corriente de 0,25 A; si se montan

**Enunciado transformado**

**29.1.-** ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por una estufa?

**29.2.-** ¿Cuál es la intensidad de corriente que circula por el motor de un ascensor?

**30.1.-** ¿Cuánto nos cuesta cada lavada de ropa?

**30.2.-** ¿Cuánta energía transforma el motor de una lavadora en cada lavada?

**31.-** ¿Cuánto tiempo está encendido un calentador de agua?

**32.1.-** ¿Qué intensidad circula por un circuito alimentado por pilas?

**32.2.-** ¿Cómo varía la intensidad de la corriente en un circuito alimentado por pilas, al añadir una?

**33.-** En un circuito alimentado por dos pilas, encontrar las características de una si se conocen las de la otra.

**Enunciado habitual**

en oposición en el mismo circuito la intensidad de la corriente en 0,0125 A. Siendo 1v y 2  $\Omega$  la f.e.m. y la resistencia interna de una de ellas, calcular las características de la otra.

**34.1.-** Una pila de 4,5 V se conecta en serie con dos resistencias de 6 y 12  $\Omega$  respectivamente. ¿Cuál es la V entre los extremos de la resistencia de 6  $\Omega$ ?

**34.2.-** Dibujar el esquema de un circuito eléctrico formado por los siguientes elementos : tres pilas en serie, un hilo conductor, un amperímetro que mide la intensidad de corriente que circula y tres resistencias en paralelo. Si el voltaje de las pilas es 4,5v y la resistencia del conjunto es de 20  $\Omega$ , ¿Cuál será la intensidad que marca el amperímetro?

**35.-** En un circuito en serie, formado por un generador de corriente continua de 4,5 v y 2  $\Omega$  de resistencia interna, una resistencia variable y una bombilla, ésta luce normalmente cuando el reostato marca 18  $\Omega$ . Se conecta en paralelo una segunda bombilla, idéntica a la primera, y se ajusta el reostato hasta conseguir en las dos bombillas la misma luminosidad ini-

**Enunciado transformado**

**34.1.-** Un generador se encuentra en serie con dos resistencias. ¿Cuál es la d.d.p. entre los extremos de una de ellas?

**34.2.-** ¿Qué intensidad de corriente circula por el circuito?

**35.-** En un circuito eléctrico, que tiene un reostato en serie con una bombilla, ¿Qué valores ha de ir tomando el reostato para que, al ir añadiendo bombillas, sigan luciendo siempre igual?

**Enunciado habitual**

cial. ¿A qué resistencia se ha tenido que ajustar el reostato?

**36.-** En las mallas de la figura se han señalado los valores de las resistencias, de la f.e.m. de los generadores y de sus resistencias internas, de la f.c.e.m. de los motores y de sus resistencias internas. Calcular la intensidad de corriente que atraviesa cada resistencia.

**37.-** Un electrón penetra perpendicularmente a las líneas de fuerza de un campo magnético uniforme de  $6 \cdot 10^{-5} \text{T}$ , con una velocidad de  $1,5 \cdot 10^6 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Calcular el radio de la trayectoria. Datos: carga del electrón,  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ; masa del electrón,  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{Kg}$ .

**38.-** Determinar la fuerza que actúa sobre un electrón situado en un campo de inducción magnética  $\mathbf{B} = -2 \cdot 10^{-2} \mathbf{k} \text{T}$ , cuando su velocidad es  $\mathbf{v} = 2 \cdot 10^7 \mathbf{i} \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**39.-** Un alambre metálico de masa  $m$  se desliza sin rozamiento entre dos raíles paralelos separados una distancia de  $l$  metros. La vía está atravesada por un campo magnético uniforme cuya inducción magnética es  $B$ . Por los raíles circula una intensidad de  $I$

**Enunciado transformado**

**36.1.-** ¿Cuál es la intensidad de corriente que atraviesa las resistencias en una malla?

**36.2.-** ¿Qué f.e.m. ha de tener un generador?

**36.3.-** ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los bornes de un generador de corriente eléctrica?

**37.1.-** ¿Quedarán atrapado el electrón en el campo magnético?

**37.2.-** ¿Qué trayectoria sigue el electrón?

**38.-** ¿Qué fuerza actúa sobre el electrón?

**39.-** ¿Con qué velocidad desliza un alambre por dos raíles inclinados y sumergidos en un campo magnético?

**Enunciado habitual**

amperios. Calcular la inclinación del plano de los raíles para que el alambre pueda deslizar a velocidad constante.

**40.-** Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme  $\mathbf{E} = 100\mathbf{i}$  v.m<sup>-1</sup>, con una velocidad  $\mathbf{v} = 2 \cdot 10^6\mathbf{j}$  m.s<sup>-1</sup>. Se desea calcular la inducción magnética  $\mathbf{B}$  de un campo magnético que superpuesto al eléctrico permita al electrón mantener su dirección y sentido del movimiento.

**41.-** Una partícula tiene una carga de  $2 \cdot 10^{-9}\text{C}$ . Cuando se mueve con una velocidad  $\mathbf{v} = 10^4\mathbf{j} + 10^4\mathbf{k}$  (m/s), un campo magnético uniforme ejerce sobre ella una fuerza  $\mathbf{F}_1 = -F_x\mathbf{i}$  (N). Cuando la partícula se mueve con una velocidad de  $\mathbf{v}_2 = 2 \cdot 10^4\mathbf{i}$  (m/s) sufre, por ese campo magnético, una fuerza  $\mathbf{F}_2 = 4 \cdot 10^{-3}\mathbf{j}$  (N). ¿Cuál será el valor de  $\mathbf{B}$ ?

**42.-** En un espectrómetro de masas de tipo Dempster de una diferencia de potencial de 2000v hace que los iones  $^{24}\text{Mg}^+$  describan una trayectoria de radio R. ¿Cuál será el radio de la trayectoria descrita por los iones  $^{25}\text{Mg}^+$ ? ¿Con qué diferencia de potencial habría que acelerar estos últimos iones para que

**Enunciado transformado**

**40.1.-** ¿Qué valores tienen los campos eléctrico y magnético, ya que no se desvía el electrón?

**40.2.-** ¿Qué velocidad debe llevar un electrón para no desviarse?

**41.-** ¿Cuánto vale la inducción magnética que actúa sobre una carga que se mueve?

**42.1.-** ¿Qué radio describe la trayectoria de un ión en un campo magnético?

**42.2.-** ¿Qué tiene que ocurrir para que dos iones diferentes se muevan con la misma trayectoria en un campo magnético?

**42.3.-** ¿Escapará el protón al campo magnético?

**Enunciado habitual**

describiesen la misma trayectoria que los  $^{24}\text{Mg}^+$ ?

**43.-** Una espira rectangular de lados  $l=0,1\text{m}$  y  $l'=0,25\text{m}$  está colocada verticalmente, formando un ángulo de  $30^\circ$  con el plano  $zy$ . Existe un campo magnético constante cuyo  $\mathbf{B}=10^{-2}\mathbf{j}$ . Calcular la fuerza que actúa sobre cada lado de la espira y el módulo del momento sobre la misma si está recorrida por una corriente eléctrica de  $5\text{A}$ .

**44.1.-** Calcular la inducción magnética creada por una espira cuadrada de lado  $L$  en su centro, cuando es recorrida por una corriente de intensidad  $I$ .

**44.2.-** Calcular la inducción magnética en el centro de una espira circular de radio  $R$  por la que circula una corriente de intensidad  $I$ .

**45.1.-** Una varilla metálica de longitud  $l=1,5\text{m}$  se coloca en un campo magnético constante cuya inducción magnética  $B=0,2\text{T}$  y se desplaza perpendicularmente a las líneas de fuerza a una velocidad constante de  $10\text{m/s}$ . ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del conductor?

**Enunciado transformado**

**43\*.-** ¿Cuál es el momento de las fuerzas magnéticas que actúan sobre una espira?

**44.-** ¿Cuánto vale la inducción magnética creada por una espira?

**45.1.-** ¿Qué f.e.m. se induce en la barra?

**Enunciado habitual**

**45.2.-** Los extremos de una varilla conductora de 2m de longitud se apoyan sobre un conductor fijo, en forma de U, que se encuentra en el plano xy. Perpendicular a dicho plano xy hay un campo magnético uniforme cuyo  $B=2 \cdot 10^{-2} \text{T}$ . La varilla se desplaza sobre los dos brazos de la U con una velocidad uniforme de 3m/s. Calcular la fuerza electromotriz inducida. Suponer que la resistencia del circuito es constante de  $0,5 \Omega$ . Calcular también la potencia que hay que aplicar para mantener el sistema en movimiento.

**45.3.-** Una varilla conductora, perpendicular al eje Y, se mueve con una velocidad constante  $v=5 \text{ m/s}$ , de tal manera que v es paralelo al eje Y. Sobre este eje está situado un largo conductor rectilíneo por el que circula una intensidad de corriente  $I=10 \text{ A}$  en sentido contrario a v. Calcúlese la fuerza electromotriz inducida en la varilla.

**46.-** Por un alambre recto y largo circula una corriente de 3A. Un electrón viaja con una velocidad de  $6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  paralelamente al alambre y en el mismo sentido que la intensidad de la corriente y a 0,05m del alambre. ¿Qué fuerza ejerce el campo magnético sobre el electrón en movimiento?

**Enunciado transformado**

**45.2.-** ¿Qué d.d.p. se crea en los extremos de la varilla?

**46.1.-** ¿Qué fuerza soporta un electrón en movimiento?

**46.2.-** ¿Qué fuerza soporta un electrón que se mueve al lado de un hilo de corriente?

**Enunciado habitual**

47.- A partir del teorema de Ampere calcular la inducción magnética en el interior de un solenoide muy largo recorrido por una corriente I.

48.- Una barra metálica de longitud L gira con una velocidad angular  $\omega$  en el seno de un campo magnético constante B, perpendicular al plano xy y dirigido hacia el eje de las z positivo. La barra se mantiene en el plano xy por lo que  $\omega$  tiene la dirección del eje positivo de las z. Calcular la fuerza electromotriz inducida en la barra.

49.- Una espira rectangular, situada en el plano yz, se mueve con una velocidad  $v=5j$  m/s en el seno de un campo magnético cuya inducción magnética es  $B=(2-y)i$  T.

Calcular la f.e.m. inducida en la espira, siendo sus dimensiones  $1*2m$ . En el tiempo  $t=0$  la espira está situada con el lado de  $(+2m)$  sobre el eje  $+oz$  y el otro sobre el eje  $+oy$ .

50.1.- Una bobina de 500 espiras está situada normalmente a un campo magnético uniforme de 1000 gauss; su radio es 10cm; calcular la f.e.m. inducida si el campo se anula en  $10^{-1}s$ .

**Enunciado transformado**

47.- Encontrar la inducción magnética en el interior de un solenoide.

48.- ¿Qué f.e.m. se induce en una barra que gira?

49.1.- ¿Qué f.e.m. se induce en una espira que se mueve?

49.2.- ¿Qué corriente circula por la espira?

50.1.- ¿Qué f.e.m. se induce en una bobina sumergida en un campo magnético, cuando éste se anula?



**Enunciado habitual**

**50.2.-** Una bobina que tiene 20 vueltas y un área de  $0,04\text{m}^2$  rota a  $10\text{rev/s}$  en un campo magnético de  $0,02\text{T}$ . La resistencia de la bobina es  $2\ \Omega$  y su autoinductancia es  $10^{-3}\text{H}$ . Encontrar la f.e.m. inducida y la corriente.

**51.-** Se aplica a los extremos de un circuito de corriente alterna de  $50\text{Hz}$  una tensión de  $110\text{v}$ . Si está formado por los siguientes elementos colocados en serie: tres resistencias  $R_1=10\ \Omega$ ,  $R_2=R_3=5\ \Omega$ , una reactancia capacitiva  $X_C=4\ \Omega$  y otra inductiva  $X_L=12\ \Omega$ . Calcular:

- la intensidad de corriente en el circuito.
- la caída de potencial entre los extremos de los diferentes elementos.
- la autoinducción y la capacidad de la bobina y el condensador.

**52.-** Un circuito tiene una resistencia de  $40\ \Omega$ , una autoinductancia de  $0,1\ \text{H}$  y una capacitancia de  $10^{-3}\text{F}$ . La f.e.m. aplicada tiene una frecuencia de  $50\ \text{Hz}$ . encontrar la reactancia, la impedancia, el desfase de la corriente y la frecuencia de resonancia del circuito.

**Enunciado transformado**

**50.2.-** ¿Qué f.e.m. se induce en una bobina que gira?

**51.1.-** ¿Qué intensidad de corriente pasa por un circuito de corriente alterna, con los elementos colocados en serie?

**51.2.-** ¿Cómo evoluciona la carga de un condensador en un circuito de AC?

**52.1.-** Encontrar la reactancia del circuito.

**52.2.-** ¿Cuál es el desfase de la corriente?

**Enunciado habitual**

**53.-** Entre los extremos de una resistencia óhmica de 50 W se conecta una f.e.m. de 220 v (valor eficaz). ¿Qué potencia se disipa en el circuito y cuál es el valor máximo de la intensidad?

**54.-** Determinar la frecuencia propia de un circuito formado por una autoinducción de 0,05H en serie con una resistencia de 100  $\Omega$  y un condensador de 100 $\mu$ F al conectarle una tensión alterna de 100Hz.

**Enunciado transformado**

**53.-** ¿Qué potencia se disipa en el circuito?

**54.1.-** ¿Cuál es la frecuencia del circuito?

**54.2.-** ¿Sintonizaremos la emisora?

## PROBLEMAS DE QUÍMICA

### Enunciado habitual

1.- Encontrar la composición centesimal del agua.

2.- ¿Cuántos moles suponen un kilo de  $\text{CaCO}_3$ ?

3.- El sulfato de cobre en estado natural se encuentra pentahidratado. ¿Qué cantidad de sulfato de cobre anhidro hay en 100 g del compuesto hidratado?

4.1.- ¿Qué cantidad de ioduro de cobre (II) se obtiene al hacer reaccionar 50 g de cobre con 50 g de yodo?

4.2.- Calcular la masa de cloruro de cinc ( $\text{ZnCl}_2$ ) que podrá obtenerse al introducir 10 g de polvo de cinc (Zn) en un recipiente cerrado que contiene 5 g de cloro ( $\text{Cl}_2$ ). (FURIO y HERMANDEZ, 1987)

5.- ¿Qué cantidad sobra de azufre cuando se unen 100 g de S y 100 g de Fe?

### Enunciado transformado

1.- Encontrar la composición centesimal de un compuesto binario.

2.- Tenemos una cierta cantidad de un carbonato en un frasco. ¿Cuántos moles hay de este compuesto?

3.- ¿Cuánta agua de cristalización hay en el sulfato de cobre hidratado?

4.1.- Se introducen en un mismo recipiente las mismas masas de yodo y de cobre con el fin de que se combinen y se forme ioduro de cobre (II). ¿Cuánto se obtendrá?

4.2.- Calcular la masa de cloruro de cinc que podrá obtenerse al introducir polvo de cinc en un recipiente que contiene cloro.

5.1.- Cuando reaccionan dos elementos, ¿cuánto sobra del que está en exceso?

5.2.- Si dos elementos se unen para formar un compuesto, ¿cuánto sobrará de cada uno de ellos?

**Enunciado habitual**

6.- Se hacen reaccionar en el laboratorio 25 g de sosa cáustica (NaOH) con sulfamán ( $H_2SO_4$ ). ¿Qué cantidad de sulfato de sodio se obtiene?

7.- ¿Cuánto oxígeno se combina con 10 g de hidrógeno?

8.- ¿Qué volumen de Hidrógeno, medido en condiciones normales, se obtiene al hacer reaccionar 20 g de cinc con ácido clorhídrico?

9.1.- Para la determinación de la cantidad de plata contenida en una moneda, se disolvieron 1,033 g del metal en ácido nítrico. A continuación, se añadió ácido clorhídrico diluído con lo que la plata precipitó como cloruro. El precipitado se filtró, lavó y fue cuidadosamente secado y pesado. La masa de precipitado resultante era 0,877 g. Calcular el contenido en plata de la moneda. (KRAMERS-PALS et al., 1983).

**Enunciado transformado**

6.- ¿Cuánta sal se formará en el laboratorio a partir de sulfamán y sosa cáustica?

7.1.- ¿Cuánto oxígeno necesitamos para quemar el hidrógeno contenido en una bala?

7.2.- ¿Cuánto oxígeno necesitamos para obtener cierta cantidad de un óxido?

7.3.- ¿Qué cantidad hemos utilizado del elemento A para obtener el compuesto?

8.1.- ¿Cuánto hidrógeno se recoge al hacer reaccionar cinc con ácido clorhídrico?

8.2.- El cinc reacciona con el ácido clorhídrico dando cloruro de cinc. Encontrar la fórmula empírica del cloruro de cinc.

9.1.- Para calcular el contenido en plata de una moneda, primero se disolvió la moneda con ácido nítrico y, a continuación, se precipitó la plata con ácido clorhídrico. ¿Cuánta plata contenía?

**Enunciado habitual**

**9.2.-** La cloromicetina es un anti-biótico de fórmula  $C_{11}H_{12}O_5N_2C_{12}$ . Una muestra de 1,03 g de una pomada que contiene cloromicetina se trata químicamente hasta convertir los átomos de cloro en iones cloro. A continuación, los iones  $Cl^-$  se precipitan en forma de cloruro de plata. Si el  $AgCl$  pesa 0,0129 g, calcular el porcentaje de cloromicetina en la muestra. (BROWN y LE MAY, 1981 en FRAZER y SLEET, 1984).

**10.-** Una tonelada de carbón, con la siguiente composición porcentual, 85% C, 4% H y 11% materia inerte, se quema en presencia de aire y, como sub-producto, se obtiene dióxido de carbono a  $40^\circ C$  y 2 atm de presión. Calcular el volumen que se recoge.

**11.-** ¿Qué cantidad de cal viva se obtiene por calcinación de 1 Tm de caliza si el rendimiento de la operación es del 90%?

**12.-** En la obtención de bario metálico por el método de aluminotermia, de 4,59 Kg de óxido de bario se obtuvieron 3,8 Kg de bario. ¿Qué porcentaje representa esto del rendimiento teórico posible?

**Enunciado transformado**

**9.2.-** Calcular el contenido de cloromicetina -  $C_{11}H_{12}O_5N_2C_{12}$  - en una pomada.

**9.3.-** Calcular el porcentaje en el que se encuentra un compuesto clorado -de fórmula conocida- en una mezcla de sustancias orgánicas.

**10.-** ¿Qué cantidad de combustible (lignito), con un contenido apreciable de materia inerte, se ha quemado si se ha obtenido un volumen determinado de dióxido de carbono?

**11.-** ¿Qué cantidad de cal viva se obtiene al calcinar caliza si el rendimiento de la operación no es del 100%?

**12.-** Si al obtener bario metálico por aluminotermia se obtiene una cantidad de metal correspondiente a  $3/4$  del peso inicial del óxido, ¿Cuál ha sido el rendimiento de la reacción?

### Enunciado habitual

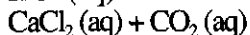
13.- ¿Qué cantidad de nitrógeno es necesario fijar del aire para producir un kilo de nitrato de amonio, si el rendimiento global es de un 40%?

14.1.- ¿Qué cantidad de vapor de agua se obtiene al quemar 1000 g de gas butano?

14.2.- ¿Cuántos litros de oxígeno, medidos en C.N., se utilizan para quemar 100 g de butano?

15.- Se descomponen 10 g de  $\text{KClO}_3$  (Clorato de potasio), obteniéndose  $\text{KCl}$  y oxígeno gaseoso. Realizar esta experiencia en el laboratorio, escribir la ecuación química y predecir la masa de  $\text{KCl}$  y el volumen de oxígeno que se obtendrá a la presión de 1 atmósfera y  $27^\circ\text{C}$ . (Nota : para acelerar la reacción conviene añadir dióxido de manganeso).

16.- Se dispone de una disolución de  $\text{HCl}$  2 M que se va a adicionar a  $\text{CaCO}_3$  para obtener  $\text{CO}_2$  según la ecuación química:  
 $\text{CaCO}_3 (\text{s}) + \text{HCl} (\text{aq}) \text{ --->}$



Se dispone, para recoger el gas, de una probeta de 250 cc.

### Enunciado transformado

13.- ¿Qué cantidad de nitrógeno del aire se necesita para producir un saco de abono compuesto que contenga nitrato amónico si el proceso químico tiene un rendimiento inferior al 50%?

14.1.- ¿Qué cantidad de vapor de agua desprende una cocina encendida?

14.2.- Averiguar el tiempo que tardaría una persona en afixarse dentro de una habitación cerrada donde se quema butano en una estufa.

15.1.- ¿Qué volumen de  $\text{O}_2$  podemos recoger mediante la descomposición de clorato de potasio?

15.2.- Llenar, en el laboratorio, una probeta con oxígeno (no se dispone de bala de oxígeno).

16.- Llenar, en el laboratorio, una probeta con  $\text{CO}_2$ , a partir de carbonato de calcio.

**Enunciado habitual**

Predecir la masa mínima de  $C_aCO_3$  que se debe hacer reaccionar para llenar la probeta y calcular el volumen de ácido necesario. Realizar la experiencia. Tórnense los valores de P y T reinantes en el laboratorio.

17.- ¿Qué volumen ocupan 8 g de oxígeno en condiciones normales?

18.- ¿Qué masa de dióxido de carbono, expresada en gramos, suponen 100 litros a  $27^\circ C$  y 0,5 atm?

19.- Determinar el número de moles, moléculas y la masa de oxígeno que hay en una bala de 50 litros a 200 atm. y  $27^\circ C$ .

20.- ¿A qué temperatura hay que enfriar v litros a presión constante para que se haga la mitad su volumen? Inicialmente están a  $100^\circ C$ .

21.- La densidad del aire en condiciones normales es 1,3 g/l ¿Cuál es la densidad a  $127^\circ C$  y 0,1 atm?

**Enunciado transformado**

17.1.- ¿Qué volumen ocupa un gas en condiciones normales?

17.2.- ¿Cuánto variará el volumen de un gas al modificar las condiciones?

18.- ¿Cuál es la masa del gas que ocupa el recipiente?

19.- Determinar el número de moles (de moléculas, la masa) que hay en una bala de oxígeno.

20.- Necesitamos que un gas ocupe menos sitio. ¿Cuánto hay que enfriarlo?

21.1.- ¿Cuánto varía la densidad del aire al cambiar las condiciones?

21.2.- ¿Cuál es la densidad del gas?

21.3.- ¿Cómo varía la densidad de un gas con la temperatura?

**Enunciado habitual**

22.- ¿Cuál es la densidad del cloro contenido en una botella, si se encuentra en C.N.?

23.- ¿Qué masa de gas butano queda dentro de una bombona de 50 litros cuando la presión es de una atmósfera, la temperatura de 17°C y se "termina" el gas? butano :  $C_4H_{10}$ .

24.- ¿Qué fracción de la masa de gas contenida en una bala de 100 litros a 20 atm se puede hacer salir en un ambiente en el que la presión es 768 mmHg? Supóngase invariable la temperatura.

25.- En un recipiente hay 45 g de dióxido de carbono y 60 g de nitrógeno a la presión total de 500 mm de Hg. Calcular la presión parcial de cada gas.

26.- ¿Cuál es la solubilidad del cloruro de calcio en agua a 20°C si 100 cc de agua saturada contienen 74,5 g de sal?

27.- Hallar las masas de agua y vitriolo azul ( $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ ) necesarias para preparar un litro de disolución 0,5 M de disolución anhidra.

**Enunciado transformado**

22\*.- ¿Cuál es la densidad de un elemento en C.N.?

23.- ¿Cuánto gas queda dentro de una bombona al terminarse?

24.1.- Si se deja olvidada abierta la espita del gas en la cocina, ¿Cuánto gas se escapa de la bonbona?

24.2.- ¿Cuánto aire pierde un globo al que se le hace un agujerito?

25.1.- En una mezcla de dos gases, ¿Qué presión parcial ejerce cada uno?

25.2.- ¿Cuál es la presión parcial de cada uno de los gases que componen el aire?

26.1.- ¿Cuál es la solubilidad del compuesto?

26.2.- Determinar experimentalmente la solubilidad de una sal.

27.- ¿Qué cantidad de una sal hidratada necesitamos para preparar una disolución de concentración dada?



### Enunciado habitual

**28.1.-** ¿Cuánto valen la riqueza y los gramos por litro en una disolución de azúcar obtenida disolviendo 50 g en medio litro de agua, si la densidad resultante es  $1,12 \text{ g/cm}^3$ ?

**28.2.-** Sobre 1 litro de agua se disuelven 100 g de sosa cáustica, quedando un volumen total de  $1020 \text{ cm}^3$ . ¿Cuál es la riqueza de la disolución? Cuántos g/l contiene?

**29.-** Disponiendo de sosa pura (NaOH), ¿Cómo se puede preparar medio litro de disolución que contenga 60 g/l?

**30.-** ¿Qué molaridad tiene una disolución de 100 g/l de sosa cáustica, NaOH?

**31.-** Calcular la concentración final de una disolución preparada mezclando 50 ml de ácido sulfúrico 0,136 molar con 70 ml de agua.

**32.1.-** Disponiendo de disolución comercial de ácido clorhídrico (HCl) del 36 por 100 de riqueza y  $1,18 \text{ g/cm}^3$  de densidad, ¿Cómo se puede preparar medio litro de concentración 6 g/l?

**32.2.-** Se toma un matraz de un litro y se "media" de agua; luego se añaden  $40 \text{ cm}^3$  de ácido

### Enunciado transformado

**28.1.-** ¿Cuál es el valor de la concentración de la disolución que se obtiene al disolver azúcar en agua?

**28.2.-** ¿Cuál es la densidad de una disolución que hemos preparado con azúcar y agua?

**29.-** Preparar un determinado volumen de disolución de concentración conocida de hidróxido de sodio.

**30.-** ¿Cuál es la molaridad de la disolución que hemos preparado?

**31.-** ¿Cómo nos varía la concentración de una disolución al añadir agua?

**32.1.-** ¿Cómo se puede preparar un determinado volumen de ácido clorhídrico de la concentración que necesitamos?

**32.2.-** ¿Qué cantidad de ácido clorhídrico concentrado hemos de tomar para preparar la

**Enunciado habitual**

clorhídrico concentrado (36% de riqueza y  $1,18 \text{ g/cm}^3$  de densidad) y se completa la capacidad con agua. ¿Qué concentración resulta?

**32.3.-** Se miden  $20 \text{ cm}^3$  de ácido sulfúrico del 98 por 100 de riqueza y  $1,83 \text{ g/cm}^3$  de densidad y se diluyen hasta  $400 \text{ cm}^3$  de disolución. ¿Qué concentración resulta?

**32.4.-** Con  $20 \text{ cm}^3$  de disolución concentrada de ácido nítrico (50 por 100 y  $1,33 \text{ g/cm}^3$ ), ¿Cuánta disolución del 10 por 100 se puede preparar?

**32.5.-** A partir de una disolución concentrada de HCl, se han preparado 5,00 l de una disolución diluída 0,100 N. El ácido concentrado tenía una densidad de  $1,13 \text{ g/ml}$  y contenía el 25,5% de HCl (en peso). ¿Cuántos mililitros de ácido clorhídrico concentrado se necesitaron?. (METTES et al., 1980; KRAMERS-PALS [et al.,] 1983).

**33.-** Un químico prepara una disolución acuosa diluída de cloruro de potasio mediante la dilución de 5,0 a  $500 \text{ cm}^3$  de una disolución más concentrada. La concentración de los iones potasio en la disolución diluída resulta ser  $50 \text{ mg.dm}^{-3}$ . La disolución más concentrada había sido preparada por el químico

**Enunciado transformado**

disolución de ácido diluído que necesitamos?

**32.3.-** ¿Qué cantidad de ácido comercial necesitamos para preparar el ácido diluído?

**33.1.-** Un químico debe preparar una disolución diluída de cloruro de potasio para lo que prepara inicialmente una disolución concentrada que, posteriormente, diluirá. ¿Cuál es la cantidad de cloruro de potasio que utiliza?

**33.2.-** Un químico debe preparar una disolución diluída de

**Enunciado habitual**

disolviendo una cantidad desconocida de cloruro de potasio en agua dentro de un matraz, hasta conseguir una disolución de 250 cm<sup>3</sup>. ¿Cuántos gramos de cloruro de potasio disolvió el químico?. (FRAZER y SLEET, 1984).

34.- Halla el volumen de disolución comercial de ácido nítrico del 60 por 100 de riqueza y 1,37 g/cm<sup>3</sup> de densidad que hay que tomar para que contenga 1 g de soluto.

35.- ¿Cuántas moléculas de azúcar (C<sub>12</sub>H<sub>22</sub>O<sub>11</sub>) hay por cada cm<sup>3</sup> de disolución de concentración 1 g/l?

36.- Se mezclan dos disoluciones de azúcar: una con 400 cm<sup>3</sup> de volumen y de 60 g/l y otra de 800 cm<sup>3</sup> y de 100 g/l. ¿Qué concentración resulta?

37.- En una industria azucarera se quema fuel de poder calorífico 38.000 kJ/kg para descomponer CaCO<sub>3</sub>. Si las necesidades diarias de CO<sub>2</sub> son de 5.000 m<sup>3</sup> medidos en condiciones normales, calcular el consumo mensual de combustible.

38.- Las entalpias de formación de los óxidos de azufre SO<sub>2</sub>

**Enunciado transformado**

cloruro de potasio para lo que prepara inicialmente una disolución concentrada que, posteriormente, diluirá. ¿Qué volumen de la disolución concentrada tomará?

34.- Queremos hacer reaccionar, estequiométricamente, hierro y ácido nítrico. ¿Qué volumen de disolución comercial de ácido necesitaremos?

35.- ¿Cuántas moléculas de azúcar hay en el vaso que contiene la disolución?

36.- Si mezclamos dos disoluciones de la misma sustancia, ¿Cuál es la concentración resultante?

37.- ¿Qué cantidad de combustible se ha de consumir para obtener, por descomposición del carbonato de calcio, el dióxido de carbono y la cal necesaria en una industria azucarera?

38.- En el proceso de obtención del ácido sulfúrico se ha de

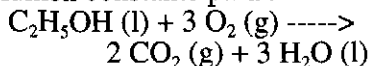
**Enunciado habitual**

y  $\text{SO}_3$  son  $-297 \text{ kJ/mol}$  y  $-396 \text{ kJ/mol}$ , respectivamente. ¿Cuál es la entalpía de reacción de:  
 $\text{SO}_2 + 1/2\text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_3$

**39.1.-** Las entalpías de formación de  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y butano son, respectivamente,  $-393,5$ ,  $-242$  y  $-126 \text{ kJ/mol}$ . Hállese la entalpía de combustión del butano.

**39.2.-** El calor de combustión del alcohol etílico es  $1373 \text{ kJ/mol}$ . ¿Cuál es su entalpía de formación si las del agua y  $\text{CO}_2$  son  $-393,5$  y  $-242 \text{ kJ/mol}$ , respectivamente?

**40.-** El calor de reacción a volumen constante para :



resulta ser  $Q_v = 1364,6 \text{ kJ/mol}$  a  $0^\circ\text{C}$  y  $1 \text{ atm}$ . Calcular  $Q_p$  para dicha reacción (recuérdese que la constante  $R$  de la ecuación de estado de los gases  $PV = nRT$  vale  $8,318 \text{ J/(mol.K)}$  y que los volúmenes molares de los líquidos son despreciables frente a los de los gases).

**41.1.-** Escribir la estructura de Lewis de la molécula de  $\text{Cl}_2$  y calcular la entalpía de formación de cloro atómico si se han consumido  $242,8 \text{ kJ}$  en la des-

**Enunciado transformado**

trasformar dióxido en trióxido de azufre. ¿Qué energía es necesario aportar? (Se dispone de tablas con entalpías de formación).

**39.1.-** ¿Cuál es el calor de combustión del hidrocarburo?

**39.2.-** ¿Cuánta agua podemos calentar con una bombona de butano?

**40.-** Transformar las entalpías de formación (o de reacción) de las tablas en calores de formación (o de reacción) a volumen constante.

**41.-** Calcular la energía del enlace  $\text{Cl-Cl}$  (o del enlace  $\text{H-Cl}$ , etc.), con ayuda de las tablas de datos termodinámicos.

**Enunciado habitual**

composición de un mol de moléculas de cloro.

**41.2.-** Calcular la energía de enlace H-Cl con ayuda de los siguientes datos termodinámicos : entalpía de formación del HCl (-92,3 kJ/mol), energía de disociación del hidrógeno (217,9 kJ/mol) y energía de disociación del cloro (121,4 kJ/mol).

**42.1.-** ¿Qué pH tiene una disolución de ácido nítrico 0,001 molar?

**42.2.-** ¿Qué pH tiene una disolución de NaOH de concentración 0,01 molar?

**43.1.-** Se toman 10 ml de disolución de sosa de concentración desconocida y se gastan 20 ml de disolución de ácido clorhídrico de 7,3 g/l de concentración para lograr decolorar la disolución de base, enrojecida con una gota de fenolftaleína. ¿Qué concentración tiene la base?

**43.2.-** ¿Qué concentración tiene una disolución de  $\text{HNO}_3$ , si 20  $\text{cm}^3$  de ella se neutralizan con una lenteja de sosa de 2 g?

**43.3.-** ¿Qué cantidad de sosa pura puede neutralizar un litro de ácido nítrico comercial (60 por ciento de riqueza y 1,37  $\text{g}/\text{cm}^3$  de densidad)?

**Enunciado transformado**

**42.1.-** ¿Cuál es el pH de una disolución de ácido fuerte?

**42.2.-** ¿Cuál es el pH de una disolución de base fuerte?

**43.1.-** ¿Cuál es la concentración de la disolución de sosa si se ha gastado una bureta entera de ácido clorhídrico para neutralizarla?

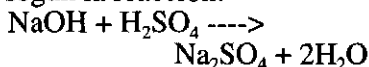
**43.2.-** Conociendo la concentración de una disolución de ácido fuerte, calcular la concentración de otra disolución de base fuerte.

**43.3.-** Se dispone de dos disoluciones de ácido, una de ellas de concentración conocida, calcular la de la otra.

**43.4.-** Averiguar, mediante neutralización, el pH de una disolución ácida.

### Enunciado habitual

44.1.- Se neutralizan 25 ml de NaOH 0,1 M con H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 0,2 M según la reacción:



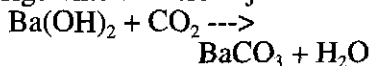
Calcular el volumen de ácido necesario.

44.2.- ¿Cuántos ml de KOH 0,57 M son necesarios para neutralizar 20 ml de H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> 0,12 M, según:



45.- Calcular el pH de una disolución 0,1 M de ácido nitroso.  $K_a = 5,1 \cdot 10^{-4}$ .

46.- El aliento exalado por una persona durante un minuto se recoge en un recipiente que contiene 500 cm<sup>3</sup> de Ba(OH)<sub>2</sub> 0,0400 M. El dióxido de carbono, CO<sub>2</sub>, del aliento de la persona reacciona con el hidróxido de bario, Ba(OH)<sub>2</sub>, de acuerdo con la siguiente ecuación ajustada:



El carbonato de bario precipitado se filtra y la cantidad en exceso de Ba(OH)<sub>2</sub> (lo que no ha reaccionado) se determina mediante tratamiento del remanente de disolu-

### Enunciado transformado

44.1.- Se neutraliza una disolución de NaOH con otra de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> de doble concentración. ¿Cuál es la relación de volúmenes utilizados?

44.2.- ¿Qué volúmenes de disoluciones de ácido y base, de concentración conocida, debemos mezclar para que el resultado sea una disolución neutra?

45.1.- Calcular el pH de una disolución diluida de ácido nitroso.

45.2.- Calcular el pH de una disolución diluida de un ácido o una base débil.

46.- Calcular la cantidad de dióxido de carbono que exala una persona durante una hora. La recogida del CO<sub>2</sub> se realiza a través de una disolución de hidróxido de bario.

**Enunciado habitual**

ción con ácido clorhídrico. Se encuentra que son necesarios  $21,00 \text{ cm}^3$  de  $\text{HCl}$   $1,00 \text{ M}$  para reaccionar completamente con el exceso de  $\text{Ba}(\text{OH})_2$ . Calcular la masa en gramos de  $\text{CO}_2$  que exalará esta persona en una hora. (FRAZER y SLEET, 1984).

**47.1.-** El ácido acético a cierta temperatura y en disolución  $0,01 \text{ M}$  se encuentra disociado en un 10 por 100. Hállense las concentraciones de las especies químicas presentes en la disolución, la constante de equilibrio de la disociación y el pH.

**47.2.-** El hidróxido de amonio a cierta temperatura y en disolución  $0,01 \text{ M}$  se encuentra disociado al 1 por 100. Hállense las concentraciones de las especies químicas presentes en la disolución, la constante de equilibrio de la disociación y el pH.

**47.3.-** Calcúlese el pH de una disolución de ácido fórmico  $0,1 \text{ M}$ , si su constante de disociación es  $1,6 \cdot 10^{-6}$ .

**48.-** De cara a determinar la normalidad de una disolución de  $\text{NaOH}$  (aproximadamente  $0,1 \text{ N}$ ) se pesaron  $1,570 \text{ g}$  de ácido oxálico y se disolvieron en agua destilada. La disolución fue transferida a un matraz aforado de

**Enunciado transformado**

**47.1.-** Conociendo el grado en que se encuentra disociado un ácido, encontrar el valor de la constante del equilibrio de la disociación.

**47.2.-** Calcular la concentración de ión amonio en una disolución de concentración conocida en hidróxido amónico.

**47.3.-** Calcular el pH de una disolución de ácido fórmico de concentración conocida.

**48.-** Utilizamos ácido oxálico para valorar una disolución de  $\text{NaOH}$  (aproximadamente  $0,1 \text{ M}$ ). ¿Cuál es la concentración de  $\text{NaOH}$  exáctamente?

**Enunciado habitual**

250 ml; se enrasó y homogeneizó. 25 ml de esta disolución se pipetearon y transfirieron a un matraz Erlenmeyer y se añadieron 3 gotas de solución de fenolftaleína como indicador. En la titulación se gastaron 20,00 ml de la disolución de NaOH. Calcular la normalidad de la disolución de NaOH. El ácido oxálico es  $(\text{COOH})_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ . (KRAMERS-PALS et al., 1982).

49.- Calcular el pH de una disolución 0,1 M de acetato de sodio.

50.- 2,65 g de carbonato de sodio anhidro fueron exáctamente neutralizados con 12,5 ml de disolución de ácido clorhídrico. Calcular la normalidad de la disolución de ácido clorhídrico. (KRAMERS-PALS et al., 1982).

51.- Calcular las  $[\text{H}_3\text{O}^+]$ ,  $[\text{HS}^-]$  y  $[\text{S}^{2-}]$  en una disolución obtenida al disolver 0,10 moles de  $\text{H}_2\text{S}$  en una cantidad de agua suficiente para obtener 1 l de disolución. En el caso del  $\text{H}_2\text{S}$ ,  $K_1 = 1,1 \cdot 10^{-7}$ ,  $K_2 = 1 \cdot 10^{-14}$ .

52.- Suponer que se disuelve 1 g de  $\text{NH}_3$  y 1 g de  $\text{NH}_4\text{NO}_3$  en agua suficiente para hacer 0,250 l de disolución. Calcular el pH de esta disolución sabiendo que  $K_b = 1,81 \cdot 10^{-5}$ .

**Enunciado transformado**

49.- ¿Cuál es el pH de una disolución de acetato de sodio?

50.- Calcular la concentración de la disolución de ácido clorhídrico que se ha utilizado para neutralizar una disolución de carbonato de sodio.

51.1.- ¿Cuál es la concentración en iones hidrógeno que se obtiene al disolver ácido sulfhídrico en agua?

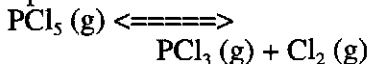
51.2.- ¿Cuál es el pH de una disolución diluída de un ácido diprótico?

52.- Si se disuelven cantidades iguales de amoniaco y su nitrato en agua, ¿Cuál es el pH resultante?



**Enunciado habitual**

53.- La constante de equilibrio para la reacción :



a 250°C es 0,042 moles/litro. Calcular la concentración de PCl5 en el equilibrio si las concentraciones iniciales de PCl5, PCl3 y Cl2 son 3, 2 y 1 moles/litro, respectivamente.

54.- Se introducen 0,1 moles de N<sub>2</sub>O<sub>4</sub> en un erlenmeyer de 2 litros de capacidad a 25°C. Teniendo presente que la reacción

$\text{N}_2\text{O}_4 (\text{g}) \rightleftharpoons 2 \text{NO}_2 (\text{g})$   
tiene una Kc = 0,0058 moles/litro a 25°C, calculad la densidad de la mezcla en el equilibrio.

55.- En un recipiente, previamente evacuado, se introducen 10 moles de bromuro de hidrógeno y se calientan hasta 421°C. Alcanzado el equilibrio quedan 5,60 moles de bromuro de hidrógeno y el resto se ha descompuesto en hidrógeno y bromo moleculares. Calcúlese Kc.



56.- Al añadir 50 g de alcohol etílico absoluto (CH<sub>3</sub>-CH<sub>2</sub>OH) sobre 100 g de ácido acético glacial y calentar el conjunto a cierta temperatura se obtienen 52,8 g

**Enunciado transformado**

53.1.- Calcular la concentración de PCl5 en el equilibrio de su disociación.

53.2.- ¿Cuál es el grado de disociación del pentacloruro de fósforo (PCl<sub>5</sub>)?

54.- ¿Cuál es la densidad de la mezcla de gases formados en la descomposición del tetraóxido de dinitrógeno, en el equilibrio?

55.- En un recipiente cerrado se descompone una parte del bromuro de hidrógeno que contenía. ¿Cuánto vale la constante del equilibrio?

56.- Si se mezcla alcohol etílico y ácido acético en la proporción de 1 a 2 y se encuentra que, después de la reacción que tiene lugar, el producto resultan-

**Enunciado habitual**

de acetato de etilo. Calcúlese la constante del equilibrio de esterificación del ácido y el alcohol a esa temperatura.

57.- En un cilindro provisto de pistón se tiene una mezcla en equilibrio de  $\text{COCl}_2$ ,  $\text{CO}$  y  $\text{Cl}_2$  cuyas concentraciones respectivas son:  $[\text{COCl}_2]_e = 20$  moles/litro,  $[\text{CO}]_e = [\text{Cl}_2]_e = 2$  moles/litro. ¿Cuál será la nueva composición si, mediante el pistón, se disminuye el volumen total del sistema a la mitad?

58.1.- Se ha comprobado que la disolución saturada de  $\text{AgCl}$  contiene  $1,67 \cdot 10^{-5}$  moles de  $\text{AgCl}$  disuelto por litro. Obtener el valor del producto de solubilidad.

58.2.- La solubilidad del  $\text{PbF}_2$  es  $1,9 \cdot 10^{-3}$  moles/litro a  $20^\circ\text{C}$ . Determinar el producto de solubilidad de esta sal.

59.- Hallar la cantidad de  $\text{PbS}$  que queda disuelto en 10 ml de solución de nitrato de plomo al hacer burbujear  $\text{H}_2\text{S}$ . ( $K_{ps} = 1,9 \cdot 10^{-29}$ ; 1 mol de  $\text{PbS} = 239$  g).

60.- El producto de solubilidad del  $\text{AgBr}$  a  $25^\circ\text{C}$  es  $7,7 \cdot 10^{-13}$ . Determinar la solubilidad de esta sal y la masa que habrá en 100 ml de disolución saturada.

**Enunciado transformado**

te de la reacción es un tercio de la mezcla, calcular la constante de equilibrio de la mencionada reacción.

57.- ¿Cuánto variará la concentración de los gases producto de la descomposición del  $\text{COCl}_2$  si variamos el volumen del recipiente que los contiene?

58.- Determinar el producto de solubilidad de una sal conociendo su solubilidad.

59.- Hallar la cantidad de  $\text{PbS}$  que queda disuelto al hacer burbujear sulfuro de hidrógeno en una solución que contiene iones plomo.

60.- Determinar la solubilidad de una sal a partir de su producto de solubilidad.

### Enunciado habitual

**61.-** El producto iónico del  $\text{CaF}_2$  es  $1,7 \cdot 10^{-10}$  a  $20^\circ\text{C}$ . Calcular el volumen de disolución saturada para tener disuelto 1 g de esta sal.

**62.-** A una disolución saturada de  $\text{PbF}_2$  se le añade una disolución 0,1 M de NaF. Calcular la concentración de  $\text{Pb}^{2+}$  en el nuevo equilibrio.

### Enunciado transformado

**61.1.-** ¿Qué volumen de agua necesitamos para que no precipite el fluoruro de calcio?

**61.2.-** ¿Qué cantidad de agua mineral podemos evaporar hasta que empiecen a precipitar las sales?

**62.-** Queremos reducir a la décima parte la concentración de iones plomo de una disolución. ¿Qué podemos hacer?

## ANEXO 2

# EJEMPLOS DE DESARROLLO DE LA RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS EN CLASE

### PROBLEMA 3:

¿DE CUÁNTO TIEMPO DISPONE EL NIÑO PARA SAL-  
TAR DEL MONOPATÍN SI NO QUIERE GOLPEARSE  
CONTRA EL OBSTÁCULO?

He aquí una situación problemática muy cercana a los estudian-  
tes y que permite, como veremos, abordar una cuestión de interés  
que raramente aparece en los problemas: la influencia "contradictoria"  
que pueden tener algunas variables. Ello constituye una buena  
ocasión para romper con razonamientos lineales que constituyen,  
como es bien conocido un auténtico obstáculo en la construcción  
de los conocimientos científicos (Viennot 1989).

### *ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA SITUACIÓN Y PLANTEA- MIENTO DEL PROBLEMA*

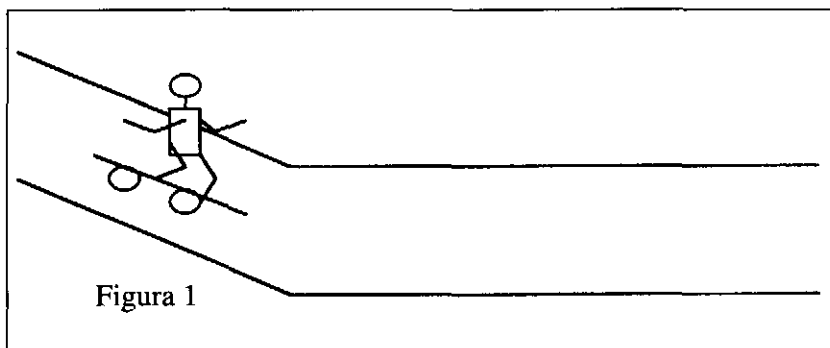
La situación planteada parece, de entrada, relativamente simple,  
y puede esperarse que los grupos de alumnos hagan reflexiones de  
este tipo para visualizar y acotar la situación:

*"El monopatín comienza a deslizarse por la pendiente,  
aumentando progresivamente su velocidad (gracias, claro está  
a la atracción gravitatoria).*

*Después, en el tramo horizontal, continua avanzando sin que la velocidad disminuya mucho, debido a que la fricción es pequeña o, mejor, despreciable. Esta es la razón por la que el niño debe saltar, si no quiere chocar contra el obstáculo"*

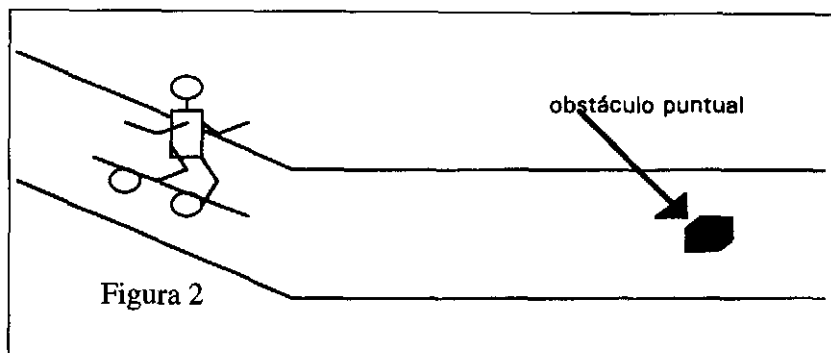
Es posible -pero no frecuente ya en este nivel- que los alumnos no se refieran explícitamente al papel de la fricción. En ese caso **conviene pedir precisiones (p.e: ¿por qué consideran que el monopatín sigue avanzando sin pararse antes de chocar?)**. Las respuestas permiten constatar, en su caso, la persistencia de la asociación fuerza- movimiento (p.e. si algún alumno dice "sigue avanzando mientras no se le acabe la fuerza" o también "como ya no hay pendiente, ira parándose, pero poco a poco", etc.). En ese caso, puede aprovecharse la situación para discutir, una vez más, estas cuestiones.

En cualquier caso resulta conveniente, en general, **solicitar nuevas precisiones para acotar adecuadamente el problema**. Es útil, en este sentido, pedir a los alumnos que dibujen el obstáculo y la trayectoria del patín en un esquema que visualice mejor la situación, como el siguiente (fig. 1):

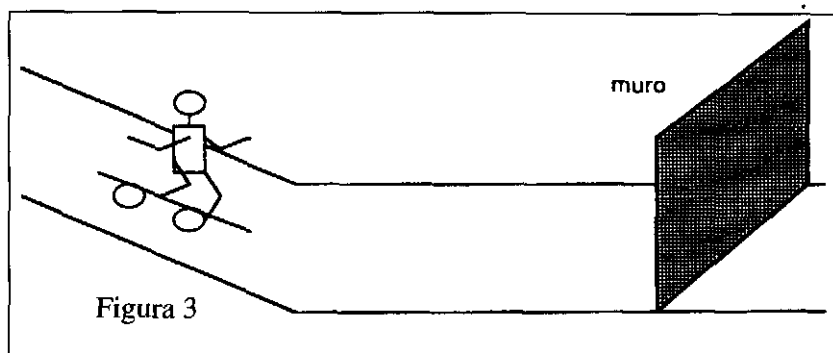


Ello da lugar a dos tipos de situaciones bien distintas. Algunos contemplan una situación como la indicada en la figura 2:

*"Se puede suponer que el niño desciende en línea recta y continua en línea recta hacia el obstáculo (puntual). En ese caso basta con saltar de lado justo antes de que el patín toque al obstáculo"*



Efectivamente ello es cierto, pero no significa necesariamente que se haya comprendido correctamente la situación. En efecto, algunos alumnos conciben una situación más compleja como la esquematizada en la figura 3, en la que el obstáculo ya no es puntual, sino que constituye un muro, pero siguen concibiendo que la solución consiste "en saltar de lado". Reaparece así la asociación fuerza-movimiento suponiendo que basta saltar de lado para que el movimiento tenga lugar en esa dirección y cese el movimiento hacia delante.



Se hace necesario, pues, **solicitar precisiones acerca de como imaginan el movimiento del niño tras saltar del patín**. Ello conduce a una discusión clarificadora que permite a los alumnos rechazar la idea simplista de que baste "saltar de lado" para evitar el choque y comprender que:

*"a menos que el obstáculo sea puntual, será necesario que el niño salte antes, para que la fricción con el suelo le permita parar antes de llegar al muro".*

Se habrá procedido así, una vez más, a cuestionar un aspecto clave de la física "del sentido común".

Los alumnos pueden ahora plantear el problema a diversos niveles de profundidad. Así, una primera situación habitualmente considerada es la siguiente:

*"Se puede suponer que el niño se deja deslizar por la pendiente, que el monopatín se mueve sin fricción apreciable y que el obstáculo es puntual. En este caso, el tiempo de que dispone el niño para evitar el choque es, como máximo, el que corresponde al desplazamiento del patín desde la posición inicial hasta llegar al obstáculo" -o, como algunos precisan, procediendo a un análisis temporal absolutamente necesario- "la suma del tiempo de desplazamiento por la pendiente, con un movimiento acelerado, y el tiempo correspondiente al desplazamiento horizontal hasta el obstáculo, con movimiento uniforme".*

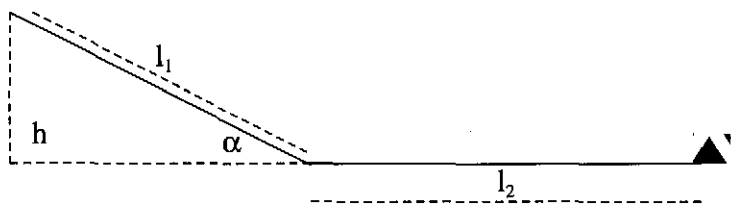
Merece la pena abordar primero esta situación relativamente simple, incluso si se pretende, a continuación, considerar la situación más compleja del muro. **Es preciso ahora insistir para que los alumnos expliciten con detalle las simplificaciones que consideran necesarias para acotar el problema.** No resulta fácil, en efecto, tomar decisiones explícitas del tipo *"vamos a considerar al patín (con el niño) como un objeto puntual"* o *"supondremos que al pasar del plano inclinado al horizontal no se produce choque y que el patín prosigue su movimiento con la velocidad adquirida"*. Hemos de insistir, una vez más, en la importancia de estas reflexiones que constituyen un entrenamiento a la modelización y que permiten comprender que los resultados obtenidos son simples aproximaciones, con un dominio de aplicabilidad limitado. Es conveniente, pues, plantear a los alumnos estas cuestiones -p.e., durante las puestas en común- que ayudan, además, a una profundización y mejor comprensión de la situación física planteada.

### CONSTRUCCIÓN DE HIPÓTESIS QUE FOCALICEN EL PROBLEMA Y ORIENTEN LA RESOLUCIÓN

Un análisis cualitativo como el realizado conduce a los alumnos a:

*"considerar que el tiempo total  $t$  de que dispone el niño dependerá de la inclinación  $\alpha$  y longitud  $l_1$  del plano inclinado, de la intensidad del campo gravitatorio  $g$  y de la longitud  $l_2$  del plano horizontal. Es decir:*

$$t = f(\alpha, l_1, g, l_2)$$



En ocasiones se introduce  $h$  (altura sobre el plano horizontal del punto donde se inicia el movimiento) en vez de  $l_1$  o en vez de la inclinación  $\alpha$ . Una pequeña discusión permite ver a los alumnos que se trata de formulaciones equivalentes, puesto que las tres magnitudes están relacionadas entre sí por  $h = l_1 \text{ sen} \alpha$ . Por contra, a menudo se introduce un exceso de variables. Como ejemplo límite tendríamos:

*" $t = f(\alpha, l_1, h, m, g, v, l_2)$   
donde  $v$  es la velocidad del patín en el plano horizontal)"*

La discusión permite que los alumnos comprendan que, p.e.,  $v$  viene determinada por  $g$ ,  $l_1$  y  $\alpha$  (o, si se prefiere, por  $g$  y  $h$ ) que  $h$ ,  $\alpha$  y  $l_1$  están relacionadas entre sí o que, como ya se visto tantas veces en situaciones similares, cualquier valor de la masa (siempre que no haya fricción) produce el mismo efecto.

Hemos constatado este tipo de dificultad incluso entre el profesorado en activo, lo que constituye un claro índice de la falta de



práctica en este dominio, ya que los alumnos adquieren rápidamente la capacidad para distinguir cuándo una variable depende de otras ya introducidas.

En ocasiones el error procede de un estudio excesivamente analítico, que no tiene en cuenta las relaciones entre las fases en que se ha descompuesto el problema (caída por el plano inclinado y movimiento por el plano horizontal). En cualquier caso, se trata de **impulsar a una reflexión cuidadosa que evite la simple enumeración mecánica de factores**. Es necesario, pues, proceder a una consideración más detenida de la influencia de cada factor. Los alumnos ven sin dificultad la influencia del ángulo, de  $g$  y de  $l_2$ . Así, para el ángulo, suponen:

*"Cuanto mayor sea el ángulo más rápidamente caerá y menor será, pues, el tiempo  $t$  de que dispone el alumno para saltar antes del choque. En el caso de que  $a$  tienda a cero,  $t$  tenderá a "infinito" (puesto que el patín está inicialmente en reposo)*

También la influencia de  $g$  es claramente establecida:

*"El cuerpo cae y se acelera gracias a la gravedad, por lo que, cuanto mayor sea  $g$ , mayor será la aceleración adquirida y menor será el tiempo disponible para saltar antes de llegar al obstáculo. Si  $g$  fuera cero el patín no caería, o lo que es lo mismo, el niño dispondría de un tiempo infinito"*

Hay que añadir, sin embargo, que en ocasiones los alumnos olvidan incluir este factor  $g$ , debido a dos tipos de razones. En primer lugar, la omnipresencia de la gravitación hace que no se le preste atención. Es importante, pues, que durante el análisis cualitativo los alumnos no se limiten a afirmar *"el patín caerá por el plano inclinado"* o *"el patín se acelerará por el plano inclinado"*, sino que precisen en el proceso físico, **preguntándoles, si necesario, ¿por qué se acelerará?**, lo que saca a la luz la influencia de la atracción gravitatoria.

Por otra parte, algunos alumnos razonan así; *" $g$  tiene un valor constante, por lo que  $t$  no puede depender de una constante"*. El mismo tipo de razonamiento aparece en numerosos problemas y se debe ayudar a los alumnos a distinguir entre constantes y parámetros (Carré 1988). **Una pregunta como ¿qué sucedería en lo alto**

**del Himalaya (o en la Luna)?** ayudan a ver que se debe tener en cuenta la intensidad del campo gravitatorio.

La influencia de  $l_2$  no plantea dificultades a los alumnos. Si acaso podríamos referirnos aquí a la tendencia a considerar, en principio, las relaciones como lineales ("*cuanto mayor sea  $l_2$  mayor será  $t$ , luego doble  $l_2$  implica doble  $t$* "), olvidando p.e., que el tiempo que se busca es la suma de dos términos -el de aceleración en el plano inclinado y el de desplazamiento horizontal uniforme- y que  $l_2$  sólo influye en el segundo.

La influencia de  $l_1$  es menos clara, o dicho de otra forma, resulta contradictoria y ello no siempre es visto por los alumnos. Nos encontramos así con reflexiones como esta:

*"Cuanto más largo sea el plano inclinado más tardará el patín en bajar y de más tiempo, pues, dispondrá el niño".*

Otros alumnos, sin embargo, ven que:

*"A igualdad de otros factores (ángulo), cuanto mayor sea  $l_1$ , más se acelerará el patín, más aprisa se moverá, pues, y menor será el tiempo disponible"*

Ambas afirmaciones son parcialmente correctas y obligan a un análisis más cuidadoso, puesto que un aumento de  $l_1$  supone, a la vez, un crecimiento del tiempo de bajada ( $t_1$ ) y una disminución del tiempo empleado en recorrer el plano horizontal ( $t_2$ ), no pudiéndose concluir fácilmente qué ocurrirá con el tiempo total ( $t = t_1 + t_2$ ).

Se puede imaginar, sin embargo, que si el trayecto horizontal  $l_2$  es mucho mayor que la longitud de la pendiente  $l_1$ ,  $t_2 \gg t_1$ , con lo que un aumento en  $l_1$  se traducirá en una disminución del tiempo total. Del mismo modo, si  $l_1 \gg l_2$ ,  $t_1 \gg t_2$  y, consiguientemente, un aumento de  $l_1$  se traducirá en un aumento del tiempo total. Ello constituye una hipótesis suplementaria -o, más precisamente, una profundización de la hipótesis- que puede exigir de los alumnos **"un complemento de reflexión" solicitada explícitamente por el profesor** ("considerad más cuidadosamente la influencia de  $l_1$  en el tiempo total empleado por el patinador") para obfigarles a profundizar en su análisis, a menudo superficial y erróneo (limitándose p.e. a considerar la influencia de  $l_1$  sobre  $t_1$ , etc.).

## ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

La existencia de una clara discontinuidad en el movimiento hace pensar a los alumnos en obtener  $t$  como suma de  $t_1$  y  $t_2$ , que representan respectivamente, recordemos, el tiempo empleado por el patinador en descender por la pendiente y en recorrer el tramo horizontal:

*"Se trata de obtener  $t = t_1 + t_2$ , aplicando las ecuaciones de la cinemática a cada uno de los tramos.*

*La primera parte es un movimiento uniformemente acelerado (con una aceleración cuyo cálculo no plantea dificultades). La segunda es un movimiento uniforme con una velocidad  $V_f$  que es la adquirida durante la caída".*

Otra estrategia ordinariamente propuesta consiste en calcular la velocidad adquirida en el plano inclinado mediante las relaciones trabajo/energía, pero recurriendo de todas formas a las relaciones cinemáticas del movimiento uniformemente acelerado y del movimiento uniforme para obtener los tiempos. Pocas veces hemos visto proponer la obtención de  $V_f$  y la aplicación del concepto de velocidad media a cada tramo ( $V_f/2$  en el primero y  $V_f$  en el segundo) con lo que se evitan las ecuaciones del M.U.A. Pero, evidentemente, se trata de pequeñas modificaciones de la misma estrategia, aunque es siempre interesante que los alumnos puedan ver la coherencia de todos estos abordos.

Se puede también contemplar un camino algo más diferente, consistente en partir de otra operativización de las hipótesis (p.e., la que consiste en poner  $t$  en función de  $h$ ,  $l_1$ ,  $g$  y  $l_2$ ) con objeto de constatar después que los resultados obtenidos son equivalentes (si se tiene en cuenta la relación entre  $h$ ,  $l_1$  y el ángulo).

Conviene advertir, una vez más, que los alumnos suelen tener serias dificultades para imaginar estos diferentes caminos: no se trata, por supuesto, de una tarea automática (para la que baste con "elegir los principios adecuados", etc.). Es preciso que los alumnos comprendan que son el análisis cualitativo y las hipótesis las que pueden guiar eficazmente esta búsqueda de posibles caminos de resolución. **Será necesario, particularmente, solicitar otros**

**caminos de resolución** cuando los alumnos se contentan con uno sólo (en este problema es el tratamiento cinemático el que es propuesto habitualmente). De este modo, al profundizar, llegan a incluso a imaginar caminos o variantes que el profesor no había previsto inicialmente.

### RESOLUCIÓN PROPIAMENTE DICHA

Señalemos de entrada que esta fase de la resolución presenta sus propias dificultades a las que es preciso prestar atención. Quizás la principal dificultad que hemos detectado sea no tener explícitamente en cuenta las hipótesis para orientar los procesos de resolución: es la necesidad de expresar  $t$  en función de las variables retenidas ( $l_1$ ,  $\alpha$ ,  $g$  y  $l_2$ ) lo que da sentido a las transformaciones matemáticas a realizar como tentativas de solución; en caso contrario dichas transformaciones resultan artificiales, carentes de significado. Transcribiremos ahora el tipo de resolución que suelen realizar los equipos de alumnos:

*"Estrategia cinemática  
(o, más precisamente, dinámico-cinemática)*

*Tomamos como origen el punto e instante en que el patín comienza a descender, con lo que:*

$$l_1 = 1/2at_1^2$$

*En cuanto a la aceleración tendremos:  $a = g \operatorname{sen} \alpha$*

*con lo que obtenemos para  $t_1$ :*  $t_1 = \sqrt{2l_1/g \operatorname{sen} \alpha}$

*En la segunda parte del movimiento tendremos:  $l_2 = V_f^2$*

*donde  $V_f = at_1 = g \operatorname{sen} \alpha t_1 = \sqrt{2l_1 g \operatorname{sen} \alpha}$*

*con lo que  $t_2 = l_2 / \sqrt{2l_1 g \operatorname{sen} \alpha}$*

*Por último tendremos para el tiempo total  $t$ :*

$$t = \sqrt{2l_1/g\text{sen } \alpha} + l_2/\sqrt{2l_1/g\text{sen } \alpha}$$

y agrupando los factores para facilitar el análisis:

$$t = 1/\sqrt{g\text{sen } \alpha} (\sqrt{2l_1} + l_2/\sqrt{2l_1})$$

### *Estrategia energético/cinemática*

*Aplicando el principio de conservación de la energía al sistema patinador/tierra durante la caída por el plano inclinado se puede obtener  $V_f$  (recordemos que se desprecia la fricción):*

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

Según esto:  $(1/2mV_f - 0) + (0 - mgh) = 0$

de donde:  $V_f = 2gh = 2gl_1\text{sen } \alpha$

(de acuerdo con el resultado ya obtenido).

*Ahora  $t_1$  se puede obtener a partir, p.e., de la relación que proporciona la velocidad en función del tiempo en un movimiento uniformemente acelerado:*

$$V_f = at_1; \text{ de donde } t_1 = V/a = 2l_1/g\text{sen } \alpha$$

*El cálculo de  $t_2$  lo haremos igual que en el caso anterior y llegamos así al mismo resultado final para el tiempo total  $t$ "*

### **ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS. PERSPECTIVAS**

El análisis de los resultados realizado por los alumnos puede transcribirse en estos términos:

*"Hemos obtenido la expresión*

$$t = 1/\sqrt{g\text{sen } \alpha} (\sqrt{2l_1} + l_2/\sqrt{2l_1})$$

por dos caminos diferentes (al menos en parte) lo que constituye ya una primera contrastación de su validez.

Por otra parte hemos obtenido  $t$  en función de  $l_1$ ,  $g$ ,  $\alpha$  y  $l_2$ , tal como predecían las hipótesis. Más aún, reencontramos las variaciones previstas:

Así, por lo que se refiere a la influencia de la intensidad del campo gravitatorio, puede verse claramente que al aumentar  $g$ ,  $t$  disminuye. Si  $g$  fuera cero, el valor de  $t$  tendería a infinito, es decir, si no hubiera gravitación el patín no caería y el niño podría saltar en cualquier instante sin peligro de chocar.

También la influencia del ángulo se ajusta a las predicciones de la hipótesis: al aumentar el ángulo el tiempo disminuye (puesto que el patín adquirirá mayor velocidad). Y si el ángulo fuera cero (patín sobre superficie plana) el tiempo de que dispone el niño "tenderá a infinito".

Del mismo modo se comprueba fácilmente que si la longitud del plano horizontal aumenta el niño dispone de más tiempo.

Resulta esencial que los alumnos hagan una lectura física de los resultados apoyándose para ello en las hipótesis. Es preciso insistir en ello (y solicitarlo explícitamente) porque fácilmente se cae en lecturas puramente matemáticas del resultado, del tipo: "si  $l_2$  aumenta  $t$  aumenta", etc.

Por lo que se refiere a  $l_1$  nos encontramos, tal como habíamos previsto con una influencia contradictoria en los dos términos  $\sqrt{2l_1}$  y  $l_2/\sqrt{2l_1}$ . De acuerdo con el primer término,  $t$  crece con  $l_1$ ; de acuerdo con el segundo es al contrario.

Se puede constatar ahora que si  $l_2 \gg l_1$  (por ejemplo 100 veces más grande) un aumento de la longitud del plano inclinado se traduce, como esperado, en una disminución del tiempo total. por contra, si  $l_1 \gg l_2$  (por ejemplo 100 veces más grande) puede constatar que un aumento de  $l_1$  comporta un aumento del tiempo total.

Se puede también -si el nivel de los alumnos lo permite- plantear la cuestión siguiente: "**Precisar las condiciones en las que un aumento de  $l_1$  se traduce en un aumento del tiempo total**". Se trata, por supuesto de derivar la expresión  $\sqrt{2l_1} + l_2/\sqrt{2l_1} + l_2/2$  respecto a  $l_1$ , etc. Se obtiene así como valor límite  $l_1 = l_2/2$ . Para valores inferiores de la longitud del plano inclinado, un aumento de

la misma produce una disminución del tiempo total, mientras que para valores de  $l_1 > l_2/2$ , un aumento de  $l_1$  se traduce en un aumento del mismo.

Esta parte del problema nos muestra el peligro de un análisis de la situación en dos etapas separadas que no tenga en cuenta la relación entre las mismas. De hecho este peligro aparece ya en la construcción de las hipótesis. En efecto, si se aborda el problema en dos partes separadas se puede considerar que el tiempo  $t_1$  correspondiente al deslizamiento por el plano inclinado es función de  $g$ , de  $l_1$  y del ángulo (aumentando dicho tiempo con  $l_1$ ) mientras que para el plano horizontal,  $t_2$  se considera función de  $l_2$  y de la velocidad  $V$  del patinador. Se puede así llegar a pensar que el tiempo total es función de esas cinco variables (olvidando que  $v$  es la velocidad adquirida en el descenso y no puede ser considerada una variable independiente) o a afirmar que un aumento de  $l_1$  supone siempre un aumento del tiempo total.

Puede ahora plantearse, como profundización, el estudio más complejo de la situación en la que el obstáculo es un muro (con lo que el niño habrá de saltar antes, frenar sometido a algún tipo de rozamiento, etc.). No nos detendremos aquí en transcribir dicha resolución y terminaremos con una revisión global de lo que el tratamiento de este problema ha planteado desde el punto de vista didáctico.

## NOTAS DE RECAPITULACIÓN

En primer lugar, el **análisis cualitativo** de la situación ha puesto en evidencia (¡una vez más!) las ideas intuitivas de los alumnos acerca de la relación fuerza/velocidad y ha mostrado la posibilidad de tratamiento de las mismas que ofrece esta orientación de la resolución de problemas. También ha hecho ver la importancia (y las dificultades) de la toma de decisiones explícitas para acotar y modelizar la situación.

La **emisión de hipótesis**, por su parte, nos ha puesto en contacto con las dificultades para considerar los factores adecuados; se puede con facilidad retener un exceso de variables (sobre todo si se decide descomponer el problema en dos fases separadas, sin tener en cuenta las dependencias entre las magnitudes que intervienen en

ambas fases) y se puede también olvidar alguna (es lo que ocurre a menudo con  $g$  si el análisis cualitativo no es suficientemente "físico"). Hemos constatado también la dificultad que plantea, en ocasiones, la comprensión del sentido de las variaciones (p.e, la influencia de la longitud del plano inclinado en el tiempo total que se busca) lo que obliga a una reflexión cualitativa más profunda, o la equivalencia entre diferentes formas de operativizar las hipótesis (p.e, reteniendo como variables  $l_1$ ,  $a$ ,  $g$  y  $l_2$  o bien  $l_1$ ,  $h$ ,  $g$  y  $l_2$ , etc.).

Las **estrategias de resolución** han mostrado el aspecto creativo que puede tener también esta actividad al obligar a imaginar y concretar de forma precisa diferentes caminos, etc. Es necesario insistir en que no se trata simplemente de "elegir los principios", de proponer "un tratamiento cinemático" o "un tratamiento energético".

La **resolución propiamente dicha** ha evidenciado la importancia de las hipótesis construidas (factores retenidos, etc.) y de las estrategias elegidas como guía de la resolución que da sentido a las transformaciones matemáticas efectuadas, etc.

El **análisis de los resultados**, por último, ha mostrado la equivalencia de los diferentes tratamientos realizados, lo que permite insistir, por una parte, sobre la coherencia del corpus de conocimientos manejado y, por otra, sobre la validez de las diferentes operativizaciones de las hipótesis. Hemos visto también la posibilidad de plantear nuevos problemas que suponen una profundización en el estudio de la situación.



## PROBLEMA 4:

### UNA ESFERA CARGADA TOCA A OTRA ¿CUÁNTA CARGA PIERDE?

El problema que desarrollamos a continuación ilustra de una manera clara la importancia del planteamiento cualitativo, de una reflexión cualitativa detenida sobre la situación problemática planteada, hasta el punto que en este caso ya determina la estrategia de resolución a seguir.

#### PLANTEAMIENTO CUALITATIVO

**Como se les pregunta por la transferencia de carga**, algunos de los equipos de alumnos - estamos trabajando al final del Bachillerato- inicialmente plantean *la existencia de dos esferas conductoras cargadas con diferente carga  $q_1$  y  $q_2$ , de forma que este gradiente de carga es el responsable de la transferencia y que el equilibrio se conseguirá cuando la carga en las dos esferas sea la misma.*

Normalmente la puesta en común entre los diferentes grupos de trabajo suele llevar a una vuelta a la reflexión de toda la clase sobre las condiciones en las que se puede producir espontáneamente transferencia de carga eléctrica entre dos conductores. No todos los estudiantes están de acuerdo con la afirmación realizada más arriba y siempre hay alumnos que apelan, bien a los conocimientos teóricos previos -"Potencial de una esfera en equilibrio", "Distribución de la carga en un conductor en equilibrio", etc.-, o bien al símil hidráulico-gravitatorio (suele ser habitual estudiar paralelamente los campos gravitatorios y eléctricos en la física de COU dada su similitud formal): *no es la misma cantidad de líquido la que equilibra dos vasos comunicantes, sino la misma altura a ambos lados.*

Se ven, así, obligados a replantearse la situación y a modificar su planteamiento:

*No solo dependerá la transferencia de las cargas respectivas de cada esfera, sino que se ha de tener en cuenta también los tamaños de cada una de ellas.*

Algunos concretan más y hablan de la superficie y, por tanto, de

los radios-, o lo que es lo mismo, de sus potenciales eléctricos respectivos.

Hacemos notar la dificultad de conceptualización que existe en un dominio tan abstracto como es el del Campo Eléctrico y cómo la resolución de problemas puede ser un instrumento estupendo también para el afianzamiento de los conceptos teóricos, ya que cada nuevo problema supone una situación de privilegio para poner a prueba desde diferentes ángulos la consistencia de las construcciones teóricas de los alumnos.

Ahora, con menor dificultad, ya *se plantean que la carga se transferirá hasta que las dos esferas se encuentren en equilibrio* aunque se les puede ayudar con la pregunta clave para abordar el problema: **¿Qué ha de ocurrir para que dos conductores -que se tocan - se encuentren en equilibrio?**

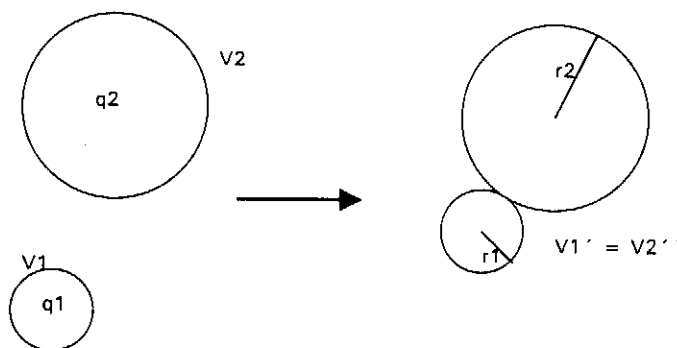
La respuesta es de esta índole: *Bastará con que sus potenciales sean idénticos. Es decir, que para que nuestra primera esfera pierda carga -suponiendo ésta positiva-, es necesario que inicialmente su potencial sea mayor -distinto- que el de la segunda.*

De forma similar a la mecánica en la que pueden suponer la no existencia de rozamiento o en química donde se permiten trabajar con gases ideales, aquí también en electrostática los alumnos no encuentran demasiados problemas para simplificar y poder abordar el problema con más facilidad: el medio es el vacío y no se influyen las dos esferas entre sí, más que por el contacto. Además consideran inicialmente las cargas de signo positivo. Estas acotaciones al problema no siempre son espontáneas -sobre todo cuando se comienza- y en muchas ocasiones es conveniente que el profesor pregunte por ellas y facilite su explicitación, e incluso que **pregunte directamente qué pasaría si cambiara alguna de las condiciones impuestas (por ejemplo, si las cargas fueran negativas).**

## EMISIÓN DE HIPÓTESIS

En este momento, los alumnos ya afirman con seguridad *que la carga que se transfiera va a depender del tamaño de las dos esferas conductoras y de la carga respectiva antes del encuentro.* Mejor dicho sería de la relación entre carga de la esfera y su radio, es decir del potencial, pero el concepto de potencial les resulta

difícil y prefieren trabajar con magnitudes que para ellos son más concretas, las cargas ( $q_1$  y  $q_2$ ) y los radios ( $r_1$  y  $r_2$ ) respectivos (ver figura)



Las hipótesis que avanzan son de la siguiente manera :

- A igualdad del tamaño ( $r_1=r_2$ ) de las esferas habrá más *transferencia de carga ( $q$ )* cuanto mayor sea una carga o más pequeña la otra
- A igualdad de carga inicial ( $q_1=q_2$ ) la *transferencia de carga ( $q$ )* será mayor cuanto mayor diferencia inicial de tamaños exista, es decir cuanto más grande sea la esfera a la que llega la carga y cuanto más pequeña la otra.

El llegar a estas conclusiones sin trabajar en términos de potencial supone un esfuerzo mental considerable, ya que las relaciones entre varias variables no siempre son obvias (y más para algunos alumnos), como en este caso en el que no existe una relación lineal. Lo que les resulta más fácil es operativizar estas hipótesis en el caso concreto que las dos esferas son iguales ya que indican rápidamente *que la carga total se ha de repartir mitad por mitad -y si, además, una de las esferas está inicialmente descargada, la carga transferida ha de ser la mitad de la carga inicial de la otra esfera.*

## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN

Los estudiantes - que deben saber para poder plantearles este problema como calcular el potencial de una esfera conductora cargada - indican *que la forma de abordar la resolución consiste en igualar los potenciales de las dos esferas cuando se encuentren en equilibrio - después de tocarse -*. Si, inicialmente, los potenciales eran diferentes y el tamaño de las esferas no ha variado en el proceso, lo que habrá ocurrido es que se ha producido la transferencia de carga ( $q$ ) que queremos encontrar.

Implícitamente, a lo largo de todo el planteamiento, los alumnos han estado considerando algo que, ahora, se ven en la obligación de explicitar; nos referimos al Principio de Conservación de la Carga. Es decir, que a lo largo de todo el proceso no ha habido pérdida de carga y que, por tanto, la carga que pierda una esfera será la que gane la otra. En todo caso, de no surgir en este momento, no hay ningún inconveniente en esperar a la fase siguiente de resolución propiamente dicha y volver entonces sobre ello.

Queremos llamar la atención sobre el hecho de que esta fase de la resolución en este problema resulta a los estudiantes aporreada y de respuesta obvia dado que en el planteamiento cualitativo implícitamente ya había sido solventada. Creemos que es un magífico ejemplo de cómo la reflexión cualitativa inicial en los problemas facilita sobremanera su resolución

## RESOLUCIÓN PROPIAMENTE DICHA

Como los potenciales iniciales son, respectivamente :

$$V_1 = \frac{q_1}{r_1} \quad V_2 = \frac{q_2}{r_2}$$

y la transferencia de carga habrá sido (por el principio de conservación de la carga) tal que la carga final de la primera esfera será  $(q_1 - q)$  y la de la segunda  $(q_2 + q)$  y, en conjunto :

$$(q_1 - q) + (q_2 + q) = q_1 + q_2$$

en el equilibrio los potenciales de las dos esferas habrán evolucionado hasta tener el mismo valor ( $V_{\text{equ}}$ ) y, por tanto se pueden igualar sus expresiones (expresiones que no varían dadas las aproximaciones que los alumnos han explicitado en el planteamiento cualitativo):

$$V_{\text{equ}} = K \frac{q_1 - q}{r_1} = K \frac{q_2 - q}{r_2}$$

y despejando la  $q$  (carga transferida) obtienen una ecuación fácilmente analizable:

$$q = \frac{q_1 r_2 - q_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

### *ANÁLISIS DEL RESULTADO*

Es evidente que la ecuación depende de las variables que los alumnos habían supuesto y en la forma en la que lo habían predicho.

Siendo la motivación uno de los factores más importantes de los que depende el fracaso o el éxito escolar, qué instrumento más importante para ella, que la resolución de problemas abiertos, divergentes y con una metodología de resolución como la que nosotros proponemos, en la que llegado el final se puede analizar y, en muchos casos, contrastar el resultado, incluso experimentalmente, en la que los estudiantes pueden verificar que lo han hecho bien, que han sido congruentes, en fin, que han tenido éxito; y el éxito es el factor interno más motivante que se conoce.

Para finalizar, se puede **proponer a los alumnos que discutan si la ecuación que han obtenido tiene una validez general** para cualquier carga, independientemente de su signo, **y/o también, que se planteen alguna aplicación práctica del resultado obtenido**, por ejemplo, cómo construir un aparato para medir cargas, o cómo hacer para conseguir -siguiendo los pasos de Coulomb- cargas parciales: mitad, cuarto, etc.

## PROBLEMA 5:

**¿QUÉ CANTIDAD DE ÁCIDO CLORHÍDRICO CONCENTRADO HEMOS DE TOMAR PARA PREPARAR LA DISOLUCIÓN DE ÁCIDO DILUIDO QUE NECESITAMOS?**

Este problema, en su enunciado tradicional<sup>\*1</sup>, no se propone habitualmente a los alumnos de 2º de BUP, sino a los que cursan 3º de BUP o COU, debido a la dificultad que supone trabajar con densidades, tantos por ciento y concentraciones molares simultáneamente. Aunque, al proponerlo traducido a nuestros alumnos de COU, lo han abordado teniendo en cuenta las distintas posibilidades de expresar la concentración de las disoluciones en la línea con las demandas del enunciado original, nos ha parecido más interesante explicar qué es lo que ocurre en una clase de 2º de BUP ya que, de esta manera, mostramos la versatilidad que poseen los enunciados expresados de forma abierta para poder ser abordados por diferentes grupos de alumnos que los acotan en función de la situación particular en la que se encuentran, para intentarlos resolver con posibilidades de éxito.

### PLANTEAMIENTO CUALITATIVO

En este nivel de la enseñanza secundaria muchos alumnos tropiezan con esta primera dificultad: *¿Qué es ácido clorhídrico concentrado?*. A pesar de que previamente se haya estado trabajando con disoluciones a nivel teórico y además preparándolas a partir de sustancias puras y agua -o quizás por eso-, les resulta difícil introducir la idea de un gas que, sin comprimirlo, se disuelva en agua en grandes proporciones (el sulfúrico concentrado no tiene estos problemas: ácido sulfúrico, líquido, con un poco de agua) y, de aquí, surgen otras preguntas: *¿El ácido clorhídrico concentrado, es muy concentrado?, ¿Es su concentración constante o se redisuelve el*

---

\* - Partiendo de una disolución concentrada de HCl han sido preparados 5,000 litros de disolución diluida, 0,100 M. El ácido concentrado tiene una densidad de 1,13 g/ml y contiene el 25,5 % (en peso) de HCl. ¿Cuántos mililitros de la disolución concentrada de HCl se necesitan? (Kramers-Pals et al, 1983; Anexo III).

gas -"se evapora"- rápidamente?, etc., con la dificultad que esto tiene de cara a conocer la concentración de partida y de cara al proceso práctico de manipulación de las disoluciones.

La "inestabilidad" del valor de la disolución concentrada les inhibe a la hora de plantearse obtener una disolución diluida de HCl(aq) de concentración conocida exactamente y, más aún, de concentración dada. La discusión con y entre los alumnos va despejando incógnitas:

Por un lado, y de forma análoga a lo que se hace en muchas ocasiones con el rozamiento en mecánica, plantean *que se desprecien las posibles pérdidas de cloruro de hidrógeno en el proceso* y que, en todo caso, esto sería objeto de un estudio más profundo sobre la estabilidad de las disoluciones de gases en líquidos y las leyes involucradas.

Por otro, la dificultad de conocer la concentración inicial la suplen por una doble vía: bien suponiendo que se conoce, porque el fabricante-ensador lo especifica en la etiqueta y no se han producido pérdidas gracias a un envasado perfecto, o bien porque se utiliza un procedimiento para su valoración -el que sea- con lo que también la suponen conocida.

Aquí surgen un par de problemas tangenciales con el nuestro, susceptibles de ser abordados y que el profesor debiera remarcar en la línea de mostrar uno de los aspectos clave del trabajo científico, el planteamiento de nuevos problemas suscitados por el que se está abordando, así, la valoración de disoluciones por medios químicos o físicos o la estabilidad de las disoluciones de gases en líquidos.

Por último, consideran que la disolución final que desean no es de una concentración dada, sino aproximada, y así reducen al mínimo las dificultades.

Como vemos, un problema así enfocado lleva a los alumnos a (re)plantearse cuestiones o a sacar a la luz ideas que de otra forma hubieran quedado ocultas y, así, poder incidir sobre ellas. En un problema como el original, en el que ya vienen dadas todas las condiciones iniciales y finales, no hubiera habido lugar a estas consideraciones y, lo que es más importante, no se hubiera previsto un tiempo para poderse dedicar a ellas.

Es el caso del ejemplo que desarrollan Kramers-Pals y otros (1983) a partir del enunciado tradicional. Como ya hemos indicado en el capítulo I, precisamente ellos lo que pretenden es transformar

los problemas en ejercicios desproblematizados (problemas estandar) mediante un algoritmo de resolución que va encadenando las incógnitas linealmente.

En cualquier caso los alumnos llegan a indicar lo siguiente: *si se ha de obtener una disolución más diluida de ácido clorhídrico lo que habrá que hacer será añadir agua a un volumen,  $V_c$ , de la disolución inicial, de concentración  $C_c$ , hasta conseguir la concentración que teóricamente queramos,  $C_d$ , en la idea de que la cantidad de HCl permanecerá constante -se conservará-.*

### EMISIÓN / DE HIPÓTESIS

En base al planteamiento cualitativo los alumnos indican que *la cantidad de disolución de ácido clorhídrico concentrado que se necesitará -el volumen a tomar- ha de ser menor que el resultante de la disolución diluida que se pretenda obtener y que, además, dependerá de la diferencia entre las concentraciones inicial y final y de la cantidad de disolución final que se pretenda conseguir,*

$$V_c = f(V_d, C_c, C_d)$$

*de tal forma que si necesitamos un gran volumen de disolución diluida también habrá que partir de un gran volumen de disolución concentrada y viceversa. Y, en la misma línea, si la diferencia de concentraciones entre la inicial i final es muy grande, necesitaremos menos cantidad de concentrado que el caso contrario, hasta en punto que si la diferencia fuera cero, necesitaríamos la misma cantidad.*

### ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN

La idea clave -la conservación de la cantidad de materia- ya la tenían en cuenta implícitamente al emitir las hipótesis, pero ahora la han de expresar: *tantos moles de HCl tendrá la disolución final, de tantos moles se ha de partir. Por tanto, lo que plantean es igualar, en base al número de moles, las ecuaciones que relacionan concentración con volumen y número de moles.*



Es importante que el profesor no deje pasar por alto concepciones importantes sin ser explicitadas, como es esta última, aunque aparentemente parezca que la mayoría de los alumnos las asume sin dificultad. Así, al preguntar **¿se conserva la cantidad de materia o la masa?**, hay alumnos que plantean que si la ley de Lavoisier es la de conservación de la masa, se debieran de igualar las masas, y suelen suscitarse discusiones sobre si la conservación de la masa supone siempre o no conservación en el número de moles y en que situaciones, lo que posibilita volver a incidir sobre el difícil concepto de mol.

En algún caso, como consecuencia de la escolarización anterior, se propone la solución mediante la conocida fórmula  $V.N = V'.N'$ , que es rechazada por los demás alumnos, ya que no saben de dónde viene, ni que es  $N$ . El profesor que, juntamente con la I.U.P.A.C., debe ser contrario a la utilización de los equivalentes, puede recordar que la resolución de un problema no es producto del ensayo y error y de la utilización arbitraria de ecuaciones, sino de la fundamentación teórica rigurosa y de la coherencia con los planteamientos previos.

### **RESOLUCIÓN PROPIAMENTE DICHA**

*Si la concentración de la disolución inicial es:*

$$C_c = n^\circ \text{ de moles de HCl} / V_c$$

*y la concentración de la disolución final es:*

$$C_d = n^\circ \text{ de moles de HCl} / V_d$$

*se despeja el  $n^\circ$  de moles de HCl, que se ha de conservar, y se igualan las dos ecuaciones:*

$$C_c \cdot V_c = C_d \cdot V_d$$

*de donde, despejando  $V_c$ :*

$$V_c = C_d \cdot V_d / C_c$$

## ANÁLISIS DEL RESULTADO Y PERSPECTIVAS

Como se ve claramente, esta ecuación no responde exactamente a lo aventurado por los alumnos en cuanto que  $V_c$  no depende de  $(C_c - C_0)$  sino del cociente entre ambas concentraciones,  $C_0/C_c$ . Ahora bien, sí que cumple la hipótesis que se hizo en su aspecto cualitativo: si  $C_0$  aumenta se necesitará más volumen inicial, etc., etc. y sobre todo cumple la condición límite que se impuso: si  $C_0$  y  $C_c$  eran iguales el volumen a tomar sería el mismo que necesitaríamos como final.

Los estudiantes aprecian así, al analizar el resultado a la luz de las hipótesis que adelantaron, la dificultad de emitir hipótesis y la necesidad de fundamentarlas lo más posible, de forma que no se convierta esta fase de la resolución de problemas en un torbellino de ideas lanzadas al voleo. Por el contrario, también se les puede remarcar que, a pesar de no ser sus suposiciones exactamente ciertas, han cumplido perfectamente el papel que se les asigna, tanto en dirigir la estrategia de resolución como en servir de base para analizar el resultado.

Como hemos indicado más arriba, se hubiera podido plantear que la concentración  $C_c$  no era directamente conocida sino a través de la densidad y el tanto por ciento en peso de HCl. En este caso, previa a la resolución del problema que se ha relatado, se hubiera abordado otro que se puede posponer para cursos superiores, conjuntamente con los apuntados en el planteamiento inicial: **¿Cuál es la concentración molar de una disolución de HCl de la que conocemos su % en peso?**

Además, una vez más, también se puede pensar en la contrastación experimental, por ejemplo, mediante la utilización de densímetros y las tablas de conversión adecuadas.

## PROBLEMA 6:

DETERMINAR LA CANTIDAD DE DIÓXIDO DE CARBONO QUE EXHALA UNA PERSONA DURANTE UNA HORA, UTILIZANDO UNA DISOLUCIÓN DE HIDRÓXIDO DE BARIO.

### *PLANTEAMIENTO CUALITATIVO*

Los alumnos conocen el proceso de la respiración, al menos como intercambio gaseoso, y saben que a cada inspiración, en la que básicamente entra oxígeno y nitrógeno en los pulmones, le corresponde una expiración con expulsión de  $O_2$ ,  $N_2$  y dióxido de carbono,  $CO_2$ .

El problema de la medida de la cantidad de  $CO_2$  expirado queda resuelto en el mismo enunciado del problema -que se hubiera podido hacer más abierto eliminando dicha información- aún cuando el proceso de recogida no es obvio para los alumnos. La discusión entre ellos les lleva a las siguientes conclusiones:

*La persona en la expiración deberá soplar por un tubo sumergido en una disolución de hidróxido de bario, de forma que el aire expulsado borbotee por ella.*

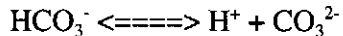
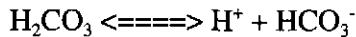
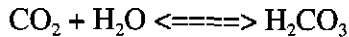
*Al borbotear, el  $CO_2$  se disuelve en el agua, reacciona con el  $Ba(OH)_2$  y precipita.*

La mayoría de los grupos opina que este proceso no será lo suficientemente efectivo, que se perderá buena parte del  $CO_2$  y que, por tanto, se tendría que tener en cuenta el rendimiento de la operación. Puede ser el momento de diseñar diferentes montajes experimentales para optimizar el proceso, como, por ejemplo, el borboteo a través de recipientes colocados en serie, o bien dejar esta discusión para el final del problema en cuyo momento se puede plantear a los estudiantes que resuelvan el problema experimentalmente.

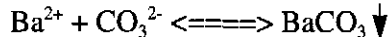
Además, como que la cantidad de hidróxido de bario irá disminuyendo, por concentrada que sea inicialmente su disolución -y el respirar por un tubo es francamente molesto y agotador-, el tiempo que la persona debe estar respirando no puede ser de una hora, sino que se deben contabilizar tiempos más cortos, por ejemplo dos

minutos, y repetir la experiencia en las mismas condiciones para obtener un valor medio.

Depende del momento en que se plantee pero, en general, cuando a los alumnos de 3º de BUP se les enfrenta a este problema, hay que detenerse en el proceso químico que tiene lugar ya que encierra una cierta complejidad. El  $\text{CO}_2$  al disolverse no lo hace como tal molécula sino que se forman nuevas especies químicas:



en equilibrio unas con otras. Equilibrio que en presencia de  $\text{Ba}^{2+}$  queda muy desplazado hacia la formación de  $\text{CO}_3^{2-}$  al producirse la precipitación del carbonato de bario:



ya que el producto de solubilidad del carbonato de bario es del orden de:  $1,5 \cdot 10^{-8}$ , (para los estudiantes como si fuera insoluble ya que no es hasta el siguiente curso (COU) en que se introduce con un cierto rigor el concepto de producto de solubilidad).

También indican los alumnos (como no podía ser menos, dado el nivel de discusión que actualmente existe en los medios de comunicación alrededor del problema de la concentración del dióxido de carbono atmosférico y el efecto invernadero) que, junto con el nitrógeno y el oxígeno, se inspira una cierta cantidad de dióxido de carbono (aproximadamente 0,03 % en aire seco) que después se vuelve a expirar y que habría que considerarlo en aras a disminuir el error del resultado que obtengan.

### FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

Una vez realizado el planteamiento cualitativo, las hipótesis sobre la relación entre variables ya vienen implícitas por lo que los alumnos no tienen dificultades en afirmar lo siguiente: *La cantidad*

*de CO<sub>2</sub> exhalada por una persona durante un tiempo dado se puede medir en función de la cantidad de carbonato de bario precipitado durante una unidad de tiempo, Ut, dada, del rendimiento de la operación y del tiempo (en múltiplos de Ut) planteado y, además, de la siguiente forma: la cantidad de CO<sub>2</sub> exhalado deberá ser directamente proporcional a la cantidad de BaCO<sub>3</sub> recogida.*

En cuanto a la pérdida de rendimiento de la operación, allí incluyen tanto el CO<sub>2</sub> que no se llega a disolver en la disolución de BaCO<sub>3</sub>, como el CO<sub>2</sub> que queda en forma de H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>, HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, y CO<sub>3</sub><sup>2-</sup> y las pérdidas de carbonato de bario en el propio proceso de recogida y pesada. Este rendimiento se puede dar por supuesto o dar motivo a un nuevo enfoque del problema: ¿Cuál es el rendimiento en el proceso de recogida de CO<sub>2</sub> mediante hidróxido de bario en disolución?

Intentar una estimación del rendimiento, R, es difícil ya que intervienen muchos factores, pero puede servir para planear diseños experimentales que lo optimen y/o para discutir cuál o cuáles de los factores son los que más incidencia tendrán en él.

De todas formas, les resulta evidente que para una determinada cantidad de carbonato de bario recogida, si el rendimiento de la operación disminuye, supondrá que el CO<sub>2</sub> ha sido exhalado en mayor cantidad. Es decir que rendimiento y cantidad de CO<sub>2</sub> son inversamente proporcionales.

### *ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN*

La estrategia de resolución pasa por considerar la cantidad de BaCO<sub>3</sub> recogida durante una unidad de tiempo de respiración y, mediante la corrección del rendimiento y del tiempo total (1 hora), llegar a conocer la cantidad de sal que debiera precipitar si se recogiera en forma de carbonato todo el dióxido de carbono expirado.

A continuación, y en un segundo subproblema, se convertirán los moles o g de sal en moles, g o litros de CO<sub>2</sub> ayudándose de las ecuaciones químicas que explican la transformación de CO<sub>2</sub> en BaCO<sub>3</sub>.

Esta división en subproblemas es necesaria en la mayoría de los problemas de estequiometría química. Hay autores que, no solo abogan por ella (Frazer y otros, 1984), sino que además recomien-

dan que se empiece por plantear a los alumnos subproblemas sencillos en forma de ejercicios de poca dificultad que al resolverlos animen y den confianza a los alumnos de cara a enfrentarse con otros más complicados. A pesar de ésto, la propuesta que hacen de trivializar los problemas convirtiéndolos en ejercicios entra en contradicción con nuestra idea de problema y sus posibilidades didácticas. Sin ir más lejos, el ejemplo que aquí se desarrolla es resuelto por ellos mismos en el mencionado artículo (Frazer y otros, 1984), a base de dividirlo en subproblemas, de forma lineal, sin planteamiento ni estrategia previa a partir del enunciado tradicional\*<sup>1</sup>.

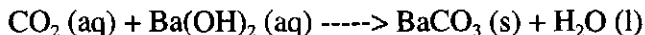
### RESOLUCIÓN / RESOLUCIÓN

Si la cantidad de carbonato de bario recogida en la unidad de tiempo es  $m_A$  (en gramos), el rendimiento  $R$  (en %) y el número de unidades de tiempo contenidas en una hora es  $t$  ( $t = 1h/U_t$ , n° adimensional), la cantidad máxima posible  $m_A'$  -rendimiento 100%- a obtener sería:

$$m_A' \text{ (en g de CaCO}_3\text{)} = m_A \cdot t \cdot (100/R)$$

teniendo en cuenta que para un rendimiento  $R$  se obtiene  $m_A \cdot t$ .

Para seguir adelante y poder relacionar la cantidad de  $\text{CaCO}_3$  con el  $\text{CO}_2$  expirado hay que plantear la reacción química global que tiene lugar:




---

\* - 45.- El aliento exhalado por una persona durante un minuto se recoge en un recipiente que contiene 500 cm<sup>3</sup> de  $\text{Ba(OH)}_2$  0,0400 M. El dióxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , del aliento de la persona reacciona con el hidróxido de bario,  $\text{Ba(OH)}_2$ , de acuerdo con la siguiente ecuación ajustada :  $\text{Ba(OH)}_2 + \text{CO}_2 \text{ --->} \text{BaCO}_3 + \text{H}_2\text{O}$  El carbonato de bario precipitado se filtra y la cantidad en exceso de  $\text{Ba(OH)}_2$  (lo que no ha reaccionado) se determina mediante tratamiento del remanente de disolución con ácido clorhídrico. Se encuentra que son necesarios 21,00 cm<sup>3</sup> de  $\text{HCl}$  1,00 M para reaccionar completamente con el exceso de  $\text{Ba(OH)}_2$ . Calcular la masa en gramos de  $\text{CO}_2$  que exhalará esta persona en una hora. (FRAZER y SLEET, 1984).

donde se aprecia claramente que la conversión es mol a mol, por cada mol de  $\text{CO}_2$  se obtiene otro de  $\text{BaCO}_3$ . Como la corrección del rendimiento global del proceso ya se ha realizado, para saber los moles de dióxido de carbono puestos en juego no hay mas que obtener los de la sal y posteriormente, si queremos el resultado en gramos (o en litros -volumen-), reconvertir dicha cantidad:

$$\begin{aligned} \text{n}^\circ \text{ de moles de } \text{CO}_2 (n_B) &= \\ &= \text{n}^\circ \text{ de moles de } \text{BaCO}_3 (n_A) = \\ &= m_A / M_A = 100 \cdot m_A \cdot t / R \cdot M_A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{n}^\circ \text{ de gramos } \text{CO}_2 (m_B) &= \\ &= \text{n}^\circ \text{ de moles } \text{CO}_2 (n_B) \text{ multiplicado por } M_B = \\ &= 100 \cdot m_A \cdot M_B \cdot t / R \cdot M_A \end{aligned}$$

donde  $M_A$  y  $M_B$  representan las masas moleculares de  $\text{BaCO}_3$  y  $\text{CO}_2$ , respectivamente.

### ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El análisis de los datos les indica a los alumnos que estaban acertados en sus suposiciones, en tanto en cuanto la ecuación resultante se comporta como habían previsto.

En la ecuación aparecen las masas moleculares respectivas de ambos compuestos en las que no habían reparado en la fase de hipótesis, pero advierten sin dificultad que su ubicación es congruente.

El resultado es susceptible de contrastación experimental y, por tanto, se puede proponer a los alumnos que operativicen las hipótesis y realicen un diseño experimental de cara a poderse realizar si interesa.

También, ahora o en la fase de estrategia previa a la resolución, se puede animar a los alumnos a que intenten resolver el problema de atrás hacia adelante, en la línea predicada por Kramers-Pals y otros (1984) de cara a ejercitarlos en diversas estrategias de abordajes de problemas en química que, por otra parte, serviría de contrastación del resultado.

Queremos acabar indicando en este último problema desarrolla-

do que, obviamente, no basta con los resultados obtenidos en un problema aislado, aunque sus resultados se "contrasten" experimentalmente, para considerar "verificadas" las hipótesis, que, evidentemente, para validar o falsar una buena hipótesis o una teoría no es suficiente con un solo resultado positivo o adverso, que es el conjunto de problemas que soluciona la teoría y la congruencia entre todos los resultados y entre éstos y el marco teórico, los que definen si las hipótesis son válidas o no (Hodson, 1985). Establecemos, por tanto, la distinción entre lo que son tareas escolares, aún cuando adopten un modelo investigador, y lo que es la investigación científica real, no permitiendo que se produzcan incorrectos paralelismos implícitos.



## **ANEXO III**

### **UN EJEMPLO DE PROBLEMAS RESUELTO POR PROCEDIMIENTO ALGORÍTMICO**

Teacher's solution	Specified relation	Key relation (numbers refer to kit chart shown in table 1)
a. 1 l HCl, density 1.13 = $1000 \times 1.13 \text{ g} = 1130 \text{ g}$	$V_0 \rho_1 = m_{0(\text{sol})}$	1. $\rho_{\text{system}} = \frac{m_{\text{system}}}{V_{\text{system}}}$
b. This contains only 25.5 mass % HCl, so there is $0.255 \times 1130 \text{ g} = 288.2 \text{ g}$ of pure HCl	$w_{\text{HCl}}(m_{0(\text{sol})}) = m_{0(\text{HCl})}$	2. $w_{\text{HCl}} = \frac{m_{\text{HCl}}}{m_{\text{system}}}$
c. I want to make 5 l of dilute hydrochloric acid 0.100 N. These contain $5 \times 0.100$ equivalent HCl =	$V_2 f_{2(\text{HCl})} = e q_{2(\text{HCl})}$	6c. $f_{\text{HCl}} = \frac{e q_{\text{HCl}}}{V_{\text{system}}}$
d. = 0.500 mole HCl	$e q_{\text{HCl}} = n_{\text{HCl}}$	4. $n_{\text{H}} = \dots e q_{\text{H}}$ (depending on B and on kind of reaction)
e. = $0.500 \times 36.45 \text{ g HCl} = 18.2 \text{ g HCl}$	$n_{\text{HCl}} M_{\text{HCl}} = m_{\text{HCl}}$	3. $M_{\text{H}} = \frac{m_{\text{H}}}{n_{\text{H}}}$
f. For this I need $\frac{18.2}{288.2} \times 1000 \text{ ml} = 63.2 \text{ ml}$ of concentrated hydrochloric acid	$m_{2(\text{HCl})} = m_{1(\text{HCl})}$ $\frac{m_{1(\text{HCl})}}{m_{0(\text{HCl})}} \cdot V_0 = V_1$	5a. law of conservation of mass 6a. 'mass concentration': $\rho_{\text{H}} = \frac{m_{\text{H}}}{V_{\text{system}}}$

Figure 2 Example of the analysis of the solution to problem A.

Resolución de un problema de Química\*<sup>1</sup> por Kramers-Pals et al (1983) siguiendo su modelo de algoritmo de resolución (ver capítulo I.1)

\* - Partiendo de una disolución concentrada de HCl han sido preparados 5,000 litros de disolución diluída, 0,100 M. El ácido concentrado tiene una densidad de 1,13 g/ml y contiene el 25,5 % (en peso) de HCl. ¿Cuántos mililitros de la disolución concentrada de HCl se necesitan?

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, M., GIL, D. y MARTÍNEZ-TORREGROSA, J., 1991, Propuesta de evaluación en Física y análisis de la evaluación habitual, *Resúmenes de Premios Nacionales a la Investigación e Innovación Educativas 1990*, CIDE-MEC. Madrid.
- ALONSO, M., GIL, D. y MTNEZ-TORREGROSA, J., 1992, Los exámenes de Física en la enseñanza por transmisión y en la enseñanza por investigación, *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (2), 127-138.
- BIRCH, W., 1986, Towards a model for problem-based learning, *Studies in higer education*, 11 (51), 73-83.
- BODNER, G.M. and McMILLAN, T.L., 1986, Cognitive restructuring as an early stage in problem solving, *Journal of Research in Science teaching*, 23 (8), 727-737.
- BRISCOE, C., 1991, The dynamic interactions among beliefs, role methaphores and teaching practices. A case study of teacher change, *Science Education*, 75 (2), 185-199.
- BRISSIAUD, R., 1987, Quel contrôle de la validité d'un énoncé de problème chez des élèves de cours élémentaire deuxième année, *Rapports de recherches*, (12), 61-88, Paris: INPR editors.
- CAILLOT, M. y DUMAS-CARRE, A., 1987, PROFHY: Un enseignement d'une méthodologie de résolution de problèmes de Physique, dans *Résolution de problèmes en mathématiques et en physique*, *Rapports de recherches*, (12), 199-244, Paris: INPR editors.
- CAMACHO, M. y GOOD, R., 1989, Problem solving and chemical equilibrium: successful versus unsuccessful performance, *Journal of Research in Science Teaching*, 26 (3), 251-272.
- CARR, W., 1989, ¿Puede ser científica la investigación educativa?, *Investigación en la Escuela*, 7, 37-47.

- CHALMERS, R.F., 1982, *¿Qué es esa cosa llamada ciencia ?*, Siglo XXI: Madrid.
- COOK, Th. y REICHARDT, Ch., 1986, *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación educativa*, Morata: Madrid.
- CHI, M.T.H., GLASER, R. y REES, E., 1982, Expertise in problem solving, In R. Sternberg editor *Advances in psychology of human intelligence*, 5 vol (1), 7-75. Hillsdade, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- DARDER, P. et al., 1991, *La formació permanent del professor novell: el Grup d'In-ducció Cooperatiu*, ICE-UAB. Barcelona.
- DRIVER, R., 1986, Psicología cognoscitiva y esquemas conceptuales de los alumnos, *Enseñanza de las Ciencias*, 4, (1), 3-15.
- DUMAS-CARRE, A., 1987, *La résolution de problèmes en Physique au Lycée*, Thèse d'état soutenue à l'Université Paris 7.
- ELLIOTT, J., 1989, *Pràctica, recerca i teoria en educació*, EUMO. Vic (Barcelona).
- ELLIOTT, J., 1990, *La investigación-acción en educación*, Morata. Madrid.
- ELSHOUT, J.J., 1985, Problem solving and education, state of the art paper, *Earli conference Lewen June, 1985*.
- ERDAS, E., 1987, Enseñanza, investigación y formación del profesorado, *Revista de Educación*, 284, 159-198.
- ESPAR, D., MIGUELSANZ, R., NAVARRO, B. i SANCHEZ, C., 1989, Propuesta curricular y metodológica para la Física y Química del primer ciclo de Formación Profesional, *Enseñanza de las Ciencias*, Tomo 1. Comunicaciones, Número Extra III Congreso, Pags. 181-182.
- FINEGOLD, M. y MASS, R., 1985, Differences in the processes of solving physics problems between good physics problem solvers and poor physics problem solvers, *Technological Education*, 3, (1), 59-67.
- FRAZER, M.J., y SLEET, R.J., 1984, A study of students' attempts to solve chemical problems, *European Journal of Science Education*, 6 (2), 141-152.
- GABEL, D., SAMUEL, K.V., HELGESON, S., MCGUIRES, S., NOVAK, J. and BUTZON, J., 1987, Science education research, interests of elementary teachers, *Journal of Research in Science Teaching*, 24, (7), 659-677.
- GARRETT, R.M., 1986, Problem-solving and creativity in Science Education, *Studies in Science Education*, 13, 70-95.
- GARRETT, R.M., 1987, Issues in science education : problem solving, creativity and originality, *International Journal of Science Education*, 9, (2), 125-137.

- GARRETT, R.M., 1989, Problem-solving and cognitive style, *Research in Science & Technological Education*, 7, (1), 27-44.
- GARRETT, R.M., GIL, D., MARTINEZ-TORREGROSA, J. and SATTERLY, D., 1988, Turning exercises into problems; an experimental study with teachers in training, *International Journal of Science Education*, (to be published)
- GIL, D., 1986, La metodología científica y la enseñanza de las ciencias: unas relaciones controvertidas, *Enseñanza de las Ciencias*, 4, 111-121.
- GIL, D., 1987, La didáctica de la resolución de problemas en cuestión, *Tercer Congreso de la Asociación Canaria para la Enseñanza de las Ciencias*,
- GIL, D y CARRASCOSA, J., 1985, Science learning as a conceptual and methodological change, *European Journal of Science Education*, 7, (3), 231-236.
- GIL, D., CARRASCOSA, J., FURIO, C. y MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1991, *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*, ICE-Horsosí. Barcelona.
- GIL, D., DUMAS, A., CAILLOT, M., MARTINEZ-TORREGROSA, J. y RAMIREZ, J.L., 1988, La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación, *Investigación en la Escuela*, 6, 3-20.
- GIL, D. y MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1983, A model for problem-solving in accordance with scientific methodology, *European Journal of Science Education*. 5 (4), 447-455.
- GIL, D. y MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1984, Problem solving in Physics : a critical analysis, In *Research on Physics Education*, Paris : CNRS editors.
- GIL, D. y MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1987, *La resolución de problemas de Física*, Madrid : M.E.C.-Vicens Vives.
- GIL, D. y MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1987b, Los programas-guía de actividades: una concreción del modelo constructivista de aprendizaje de las ciencias, *Investigación en la Escuela*, 3, 3-12.
- GIL, D., MARTINEZ-TORREGROSA, J. y SENENT, F., 1988, El fracaso en la resolución de problemas de Física : una investigación orientada por nuevos supuestos, *Enseñanza de las ciencias*, 6, (2),
- GIL, D., y PESSOA, A.M., 1992, Tendencias y experiencias innovadoras en la formación del profesorado de ciencias, Organización de Estados Iberoamericanos: Madrid, Pendiente de publicación.
- GIL, D. y RAMIREZ, J.L., 1986, La resolució de problemes d'electricitat : Anàlisi de la seva didàctica, *Segones Jornades de Recerca Educativa - Lleida* (Universitat Autònoma de Barcelona).

- GIL, D. y RAMIREZ, J.L., 1987, Un modelo de resolución de problemas como investigación : su aplicabilidad en distintos campos de la Física, *Enseñanza de las Ciencias*, Tomo Extra II Congreso, 207-208.
- GIL, D. y RAMIREZ, J.L., 1989, Cambio metodológico en la resolución de problemas de lápiz y papel. Estudio experimental con profesores en ejercicio, *Enseñanza de las Ciencias*, Núm. Extra III Congreso, Tomo 1, 205-206.
- GILBERT, G.L., 1980, How do I get the answer, *Journal of Chemical Education*, 57, 79-81.
- GIMENO, J., 1987, Las posibilidades de la investigación educativa en el desarrollo del currículum y de los profesores, *Revista de Educación*, 284, 245-272.
- GOYETTE, G. i LESSARD-HERBERT, M., 1988, *La investigación-Acción*, LAERTES. Barcelona.
- GREENO, J.G., 1976, Cognitive objectives of instruction : Theory of knowledge for solving problems and answering questions, In *Cognition and instruction*, NJ : Willey and Sons editors.
- IBERNON, F., 1987, *La formació permanent del professorat*, Ed. Barcanova. Barcelona.
- HASHWEH, M.Z., 1986, Towards an explanation of conceptual change, *European Journal of Science Education*, 8, (3), 229-249.
- JANSWEIJER, W. ELSHOUT, J. and WIELINGER, B., 1987, Modeling the genuine beginner; on the multiplicity of learning to solve problems, *Earli conference Tubingen*, september 1987.
- KEMMIS, S. i McTAGGART, R., 1988, *Cómo planificar la Investigación-Acción*, LAERTES. Barcelona.
- KLAFKI, W., 1988, ¿Se modifica la realidad escolar por efecto de la investigación escolar?, *Revista de Educación*, 286, 97-114.
- KRAMERS-PALS, H., LAMBRECHTS, J. y WOLFF, P.J., 1982, Recurrent difficulties: Solving quantitative problems, *Journal of Chemical Education*, 59, (6), 509-513.
- KRAMERS-PALS, H., LAMBRECHTS, J. y WOLFF, P.J., 1983, The transformation of quantitative problems to standard problems in general chemistry, *Eur. J. Sci. Educ.*, 5, (3), 275-287.
- KRULIK, S. and RUDNIK, K., 1980, Problem solving in school mathematics, *National council of teachers of mathematics; Year Book*, Reston : Virginia.
- LARKIN, J., 1979, Procesing information for effective problem solving, *Engeneering Education*, December 1979, 285-288.

- LARKIN, J., 1981, Enriching formal knowledge: A model for learning to solve textbook physics problems. In J. Anderson editor *Cognitive skills and their acquisition*, 311-334. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- LARKIN, J., McDERMOTT, J. SIMON, D.P. and SIMON, H.A., 1980, Expert and novice performance in solving physics problems, *Science*, 208, 1335-1342.
- LARKIN, J. y REIF, F., 1979, Understanding and teaching problem-solving in physics, *European Journal of Science Education*, 1, (2), 191-203.
- LIN, H., 1982, Learning physics versus passing courses, *The Physics Teacher*, 20, 151-157.
- LOPEZ RUPEREZ, F., 1991, Organización del conocimiento y resolución de problemas en Física, *Resúmenes de Premios Nacionales de Investigación e Innovación Educativas 1990*, CIDE. Madrid.
- MARTINEZ-TORREGROSA, J., 1987, *La Resolución de Problemas de Física como Investigación: Un Instrumento de Cambio Metodológico*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia.
- METTES, C.T.C.W., PILOT, A. ROOSINK, J.H. and KRAMERS-PALS, H., 1980, Teaching and learning problem solving in science. Part I: A general strategy, *Journal of Chemical Education*, 57, 882-885.
- METTES, C.T.C.W., PILOT, A. ROOSINK, J.H. and KRAMERS-PALS, H., 1981, Teaching and learning problem solving in science. Part II: Learning Problem Solving in a thermodynamics course, *Journal of Chemical Education*, 58, 51-55.
- NOVAK, J.D., 1988, Constructivismo humano: un consenso emergente, *Enseñanza de las Ciencias*, 6, (3)
- NAZ, M., 1989, Dimensional analysis: a Neo-Piagetian evaluation of M-demand of chemistry problems, *Research in Science & Technological Education*, 7, (2), 153-170.
- PALACIOS, C. y LOPEZ, F., 1992, Resolución de problemas de Química, mapas conceptuales y estilo cognitivo, *Revista de Educación*, 297, 293-314.
- PAYA PERIS, J., 1991, *Los trabajos prácticos en la enseñanza de la Física y Química: Un análisis crítico y una propuesta fundamentada*, Tesis doctoral. Universidad de Valencia.
- PIAGET, J., 1970, *La epistemología genética*, Redondo. Barcelona.
- POLYA, G., 1980, On solving mathematical problems in high school. In S. Krulik and R.E. Reys editors *Problem solving in school mathematics*, Reston: Virginia.
- POSNER, G.J., STRIKE, K.A., HEWSON, P.W. and GERTZOG, W.A., 1982, Accommodation of a scientific conception: towards a theory of conceptual change, *Science Education*, 66, 211-227.

- PRENDERGAST, W.F., 1986, Terminology of problem solving, *Problem solving News Letter*, 8, (2), 1-7.
- RAMIREZ, J.L., 1990, *La resolución de problemas de Física y de Química como investigación en la Enseñanza Media: Un instrumento de cambio metodológico*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.
- REIF, F., 1983, Understanding and Teaching Problem Solving in Physics, In *Recherches en didactique*, 3-53, Paris CNRS Editions.
- REYES, J.V., 1991, *La resolución de problemas de Química como investigación: Una propuesta didáctica basada en el cambio metodológico*, Tesis Doctoral. Universidad del País Vasco.
- REYES, J.V. y FURIO, C., 1988, Opinión de los profesores sobre las causas del fracaso escolar en la resolución de problemas de Química. *III Jornadas para la Renovación Metodológica de las EE.MM. y C.S. (ICE Universidad del País Vasco: Bilbao)*.
- REYES, V. y FURIO, C., 1989, El modelo de resolución de problemas como investigación: su aplicación a la química, *Enseñanza de las Ciencias*, Núm. Extra III Congreso, Tomo 1, 251-252.
- REYES, J.V. y FURIO, C., 1990, O modelo de resolução de problemas como investigação. Sua aplicação á Química, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Química*, 41 (2) 11-16.
- SELVARATNAMAN, M., 1983, Students' mistakes in problem solving, *Education in Chemistry*, julio, 125-128.
- SERRAMONA, J., 1980, *Investigación y estadística aplicada a la investigación*, Barcelona: CEAC.
- STAVER, J., 1986, The effects of problem format, number of independent variables, and their interaction on student performance on a control of variables reasoning problem, *Journal of Research in Science Teaching*, 23, (6), 533-542.
- TAMIR, P. Y GARCIA, M.P., 1992, Características de los ejercicios de prácticas de laboratorio incluidos en los libros de textos de Ciencias utilizados en Cataluña, *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (1), 3-12.
- TOBIN, K. y ESPINET, M., 1989, Impediments to change: applications of coaching in high school science teaching, *Journal of Research in Science Teaching*, 26 (2), 105-120.
- TURNER, J.C., 1979, *Matemática moderna aplicada. Probabilidades, estadística e investigación operativa*, Madrid: Alianza Universidad.
- VIENNOT, L., 1989, La didáctica en la enseñanza superior ¿para qué?, *Enseñanza de las Ciencias*, 7, (1), 3-13.



- VAN DALEN, D.B. y MEYER, W.J., 1981, *Manual de técnica de la investigación educativa*, Barcelona: Paidós.
- VAN WEEREN, J.H.P., KRAMERS-PALS, H. y ROOSSINK, H.J., 1982, Teaching problem-solving in physics: A course in electromagnetism, *Am. J. Phys.*, 50, (8), 725-732.
- WELKOWITZ, J., EWEN, R. y COHEN, J., 1981, *Estadística aplicada a las ciencias de la educación*, Madrid: Santillana.
- WILSON, J.M., 1977, Practical work in physics in Scottish schools, *School Science Review*, 58, (205), 783-789.
- YAGER, R.E. y PENIK, J.E., 1983, Analysis of the current problems with school science in the USA, *Eur.J. of Sci. Educ.*, 5, 459-463.



---

**Ministerio de Educación y Ciencia**

---

Secretaría de Estado de Educación

---

Dirección General de Renovación Pedagógica

---