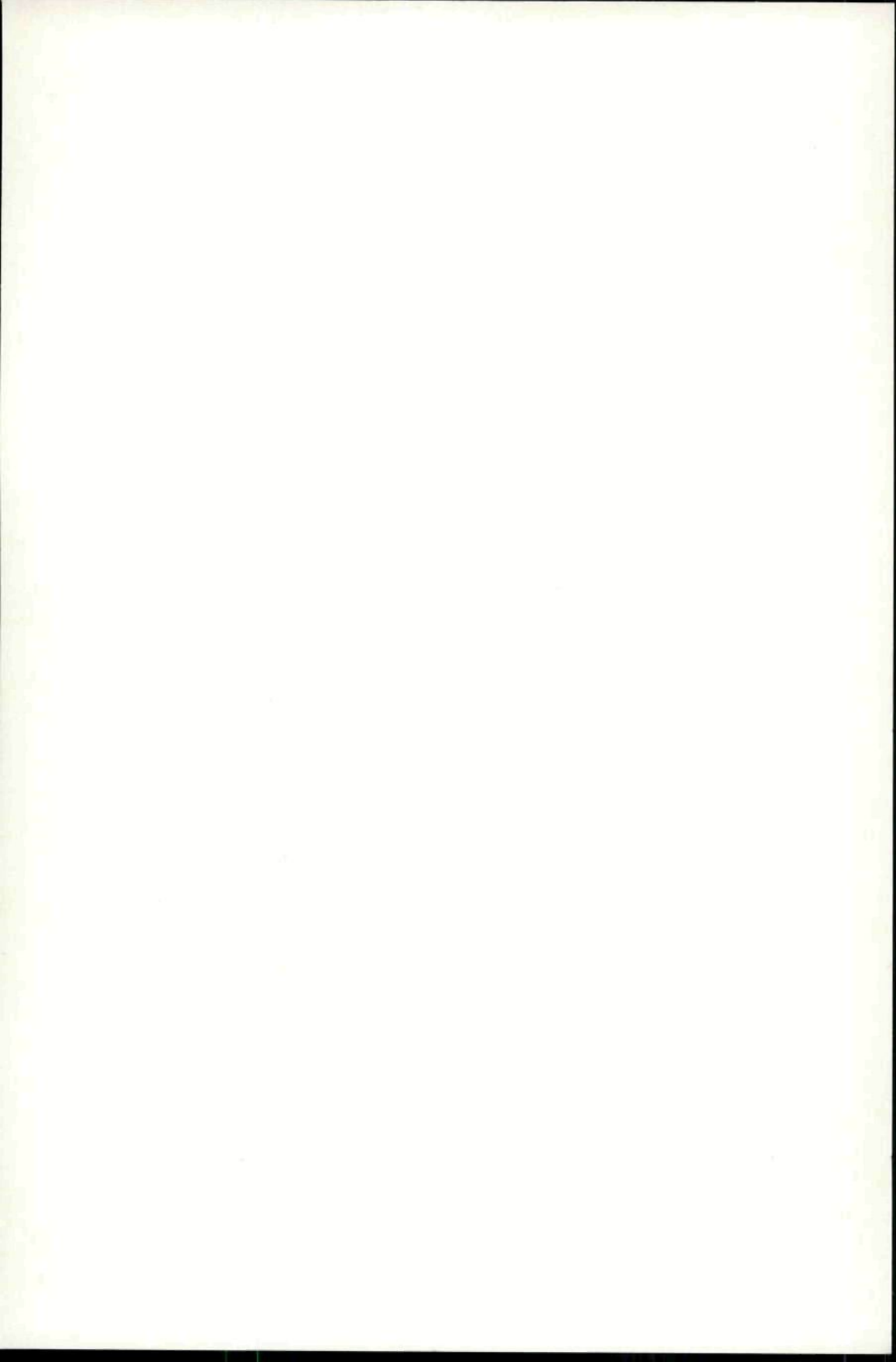


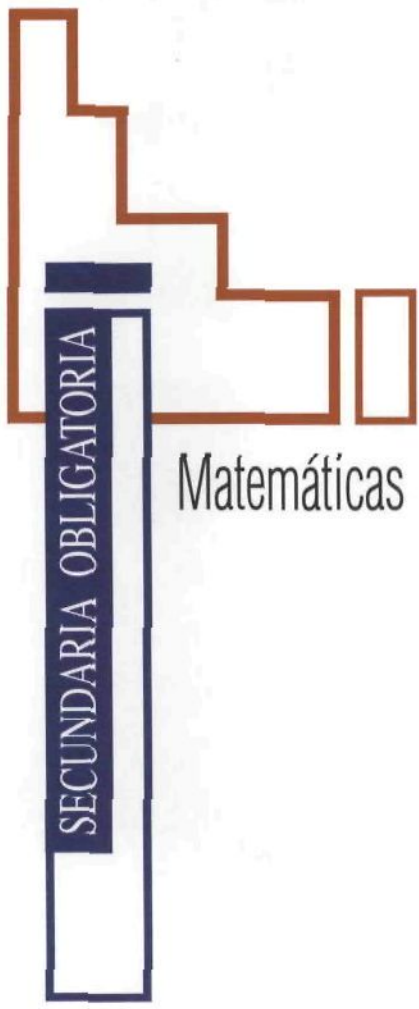
SECUNDARIA OBLIGATORIA

Matemáticas



Ministerio de Educación y Ciencia





Matemáticas



Ministerio de Educación y Ciencia





**Ministerio de Educación y Ciencia**

Secretaría de Estado de Educación

Edita: Secretaría General Técnica. Centro de Publicaciones

N. I. P. O.: 176-96-027-7

I. S. B. N.: 84-369-2187-9

Depósito legal: M-17248-1992

Realización: Marín Álvarez Hnos.

## Prólogo

**E**ste volumen recoge la normativa y la información necesaria para el desarrollo del área de Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria. Contiene, por consiguiente, elementos legales, de obligado cumplimiento, junto con otros elementos de carácter orientador o meramente informativo. Cada una de sus secciones tiene diferente rango normativo y también un contenido diverso.

1) La primera sección presenta los objetivos, contenidos curriculares y criterios de evaluación que para el área completa, y para su desarrollo a lo largo de la etapa, han sido fijadas en el Anexo del **Real Decreto** por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Se trata, por consiguiente, de una norma oficial, que corresponde al primer nivel de concreción del currículo para esta área: el nivel del **currículo oficialmente establecido**, que constituye base y marco de sucesivos niveles de elaboración y concreción curricular. En el preámbulo del citado Real Decreto se recogen los principios básicos del currículo, así como el sentido de cada uno de los elementos que lo componen: objetivos, contenidos, criterios de evaluación y principios metodológicos.

En el ámbito de su responsabilidad y dentro del marco del ordenamiento educativo, los profesores han de contribuir a determinar, concretar y desarrollar los propósitos educativos a través de los proyectos de etapa, de las programaciones y de su propia práctica docente. El Real Decreto establece, ante todo, que los equipos docentes elaboren para la correspondiente etapa **proyectos curriculares** de carácter general, en los que el currículo establecido se adecue a las circunstancias del alumnado, del centro educativo y de su entorno sociocultural. Esta concreción ha de referirse principalmente a la distribución de los contenidos por ciclos, a las líneas generales de aplicación de los criterios de evaluación, a las adaptaciones curriculares, a la metodología y a las actitudes de carácter didáctico. Por otro lado, cada profesor, en el marco de estos proyectos, ha de realizar su propia programación, en la que se recojan los procesos educativos que se propone desarrollar en el aula.

2) La segunda sección del libro tiene también carácter oficial, pero no estrictamente normativo. Está extraída del Anexo de la **Resolución** de

5 de marzo, del Secretario de Estado de Educación (B. O. E. 25-III-92), en el apartado correspondiente a esta área. Para facilitar el trabajo de los profesores en esa concreción y desarrollo curricular a partir de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación establecidos, dicha Resolución ha concretado, con carácter **orientador**, una posible **secuencia** de objetivos y contenidos por ciclos, así como posibles criterios de evaluación también por ciclos, para todas y cada una de las áreas.

Como elemento de juicio, al elaborar los proyectos y programaciones curriculares, puede ser útil tomar en cuenta esta propuesta de secuencia que, en todo caso, les servirá para su propia reflexión. Por otro lado, en la hipótesis de que, por cualquier razón, un equipo docente no llegue a diseñar su propio proyecto curricular, o no llegue a hacerlo en todos sus elementos, la secuencia y organización de contenidos y criterios de evaluación de la Resolución adquieren automáticamente valor normativo en suplencia del proyecto inexistente o incompleto.

Esta segunda sección tiene dos partes claramente diferenciadas: unas indicaciones para la secuencia de los objetivos y contenidos en los ciclos y unos criterios de evaluación para los ciclos. En cada caso, un cuadro resumen presenta, en esquema, los elementos más destacados de la secuencia y permite comparar los ciclos con mayor comodidad. El cuadro, de todas formas, ha de leerse como un resumen esquemático del texto completo y en ninguna manera lo sustituye.

3) La tercera sección presenta **Orientaciones** didácticas y para la evaluación, cuyo carácter, reflejado en su denominación, es orientativo y también informativo. Son orientaciones y recomendaciones de la Dirección General de Renovación Pedagógica, que recogen y amplían las que en su día aparecieron en el Diseño Curricular Base y que serán de utilidad para el profesorado en su práctica diaria en esta área concreta. Con ellas se pretende ayudar a los profesores a colmar la brecha que va de las intenciones a las prácticas, del diseño al desarrollo curricular; es decir, y en concreto, del currículo establecido y de los proyectos y programaciones curriculares a la acción y a las realidades educativas.

Esta sección tiene, a su vez, dos grandes apartados, las orientaciones propiamente **didácticas** y las orientaciones para la **evaluación**. En ella se contienen reflexiones de carácter variado acerca de cómo entender y poner en práctica, para la docencia en esta área, los principios metodoló-

gicos fundamentales que sobre la enseñanza y el aprendizaje se contienen en el currículo establecido. Se recogen también los problemas y los planteamientos didácticos específicos de esta área, y, en general, se trata de proporcionar indicaciones y sugerencias que faciliten al profesor su tarea en relación con un conjunto de cuestiones a las que el currículo oficial no responde, precisamente por tratarse de un currículo abierto que las deja en manos del propio profesor. Son cuestiones relativas a cómo enseñar, cómo evaluar, cuándo evaluar y, en cierta medida, también qué evaluar. Todas estas reflexiones pueden servir al profesorado, primero, para la elaboración del proyecto y de la programación curricular, y también, más adelante, como material de referencia al que cabe acudir cuando sea preciso en cualquier momento.

4) La cuarta sección, con la que el libro concluye, es una **Guía** de Recursos didácticos, bibliográficos y otros. En ella se contiene amplia **información** acerca de libros, materiales curriculares, fuentes de información y, en general, recursos útiles para el desarrollo curricular de la respectiva área, con breve noticia descriptiva y comentario valorativo acerca de ellos. Es una información no exhaustiva, sino seleccionada. Como sucede en cualquier selección de ese género, hay en ella opciones y valoraciones que hubieran sido quizá otras de haber sido otros los autores. El Ministerio de Educación y Ciencia, que ha coordinado este trabajo a través del Servicio de Innovación, agradece a los autores su colaboración en esta obra, que seguramente será de gran utilidad para los profesores.

En esta cuarta sección el profesorado encontrará un repertorio suficientemente completo de los recursos bibliográficos y de otros materiales curriculares con los que puede contar para poner en práctica en el aula el currículo establecido. La Guía no tiene el propósito de ser exhaustiva. No pretende presentar en listado completo todo lo que existe en el mercado nacional o internacional. Más bien, en ella se presenta una selección de aquello que puede resultar especialmente útil y valioso. Los comentarios que acompañan a la presentación de cada material contribuyen a facilitar al profesorado su propia selección y servirle como instrumento de reflexión estructurada y organizada, que conecta los elementos del currículo establecido con los materiales curriculares y didácticos ya existentes.

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875



---

# Matemáticas



SECUNDARIA OBLIGATORIA

- Currículo Oficial.
  - Secuencia por Ciclos.
  - Orientaciones Didácticas.
  - Guía Documental y de Recursos.
-

1888

1889

1890

1891

1892

1893

1894

1895

1896

1897

1898

1899

1900

1901

1902

1903

# Sumario

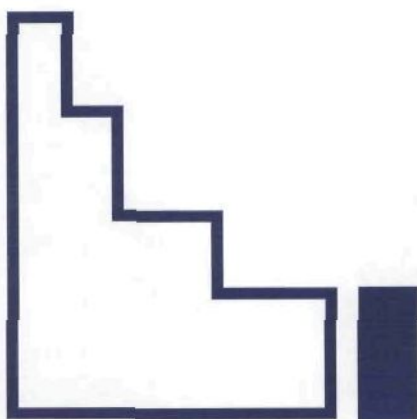
	<i>Páginas</i>
CURRÍCULO OFICIAL.....	11
Introducción .....	13
Objetivos generales.....	20
Contenidos .....	21
Criterios de evaluación.....	38
SECUENCIA POR CICLOS.....	43
Secuencia de los objetivos y contenidos por ciclos .....	45
Criterios de evaluación por ciclos.....	71
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS.....	87
Orientaciones generales.....	91
Orientaciones específicas.....	111
Orientaciones para la evaluación .....	137
GUÍA DOCUMENTAL Y DE RECURSOS.....	153
Material impreso.....	157
Recursos materiales.....	199
Otros datos de interés.....	223



---

Matemáticas

---



Currículo Oficial

---

Handwritten text in the middle-left section of the page.

Handwritten text in the middle-right section of the page.

Handwritten text in the bottom-left section of the page.

Handwritten text in the bottom-right section of the page.

# Matemáticas

## Introducción

A partir de la necesidad de contar y clasificar, y organizadas durante mucho tiempo como ciencia formal del espacio y la cantidad, las matemáticas constituyen hoy un conjunto amplio de modelos y procedimientos de análisis, de cálculo, medida y estimación acerca de relaciones necesarias entre muy diferentes aspectos de la realidad, no sólo espaciales y cuantitativos. A semejanza de otras disciplinas, constituyen un campo en continua expansión y de creciente complejidad, donde los constantes avances dejan anticuadas las acotaciones y concepciones tradicionales. Los más recientes progresos, así como un mejor conocimiento de la naturaleza misma del conocimiento matemático, tienen también consecuencias sobre la educación en matemáticas, un área que, si bien ha estado presente tradicionalmente en la enseñanza académica, sin embargo, puede y merece ser enseñada con contenidos y mediante procedimientos a menudo bien distintos de los tradicionales. La misma introducción y aplicación de nuevos medios tecnológicos en matemáticas obliga a un planteamiento diferente, tanto en los contenidos como en la forma de enseñanza.

Las matemáticas deben mucho de su prestigio académico y social al doble carácter que se les atribuye de ser una ciencia exacta y deductiva. La cualidad de la exactitud, sin embargo, representa sólo una cara de la moneda, la más tradicional en las matemáticas, que en la actualidad comprenden también ámbitos tales como la teoría de la probabilidad, la de la estimación o la de los conjuntos borrosos en los que la exactitud juega un papel diferente. De modo semejante, la tradicional idea de las matemáticas como ciencia puramente

---

deductiva —idea ciertamente válida para el conocimiento matemático en cuanto producto desarrollado y ya elaborado— ha de corregirse con la consideración del proceso inductivo y de construcción a través del cual ha llegado a desarrollarse ese conocimiento. La especial trascendencia que para la educación matemática tiene el proceso, tanto histórico como personal, de construcción empírica e inductiva del conocimiento matemático, y no sólo formal o deductiva, invita a resaltar dicho proceso de construcción.

Conviene tener en cuenta por eso que en el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño y el adolescente desempeña un papel de primer orden la experiencia y la inducción. A través de operaciones concretas como contar, comparar, clasificar, relacionar, el sujeto va adquiriendo representaciones lógicas, y matemáticas, que más tarde valdrán por sí mismas, de manera abstracta, y serán susceptibles de formalización en un sistema plenamente deductivo, independiente ya de la experiencia directa. Por otra parte, la perspectiva histórica pone de manifiesto que las matemáticas han evolucionado en interdependencia con otros conocimientos y con la necesidad de resolver determinados problemas prácticos.

Es preciso, por tanto, que el currículo refleje el proceso constructivo del conocimiento matemático, tanto en su progreso histórico como en su apropiación por el individuo. La formalización y estructuración del conocimiento matemático como sistema deductivo no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para interpretar, representar, analizar, explicar y predecir determinados aspectos de la realidad.

La constante referencia a la realidad, a los aspectos de construcción inductiva y empírica, que se encierran en la actividad matemática no ha de hacer olvidar, por otro lado, los elementos por los que las matemáticas precisamente se distancian de la realidad en actividades y operaciones que tienen que ver con la creatividad, la crítica, el poder de imaginar y representar no sólo espacios multidimensionales, sino, en general, una "realidad" alternativa. La exploración en la posibilidad pura y el desarrollo de modelos "puramente" matemáticos casi siempre contribuyen a describir, comprender y explicar mejor la complejidad del mundo.

La enseñanza de las matemáticas ha estado a menudo muy determinada, no sólo por la estructura interna del conocimiento matemático, sino también por objetivos de desarrollo intelectual general, ya



que las matemáticas contribuyen al desarrollo de capacidades cognitivas abstractas y formales, de razonamiento, abstracción, deducción, reflexión y análisis. Ciertamente, las matemáticas han de contribuir a lograr objetivos educativos generales vinculados al desarrollo de capacidades cognitivas. Sin embargo, y en conexión con ello, hay que destacar también el valor funcional que poseen como conjunto de procedimientos para resolver problemas en muy diferentes campos, para poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad no directamente observables y para permitir anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados antes de que se produzcan o se observen empíricamente. Ambos aspectos, el funcional y el formativo, son indisociables y complementarios, no antagónicos.

Apenas hace falta resaltar, por otro lado, que en la sociedad actual es imprescindible manejar conceptos matemáticos relacionados con la vida diaria, en el ámbito del consumo, de la economía privada y en muchas situaciones de la vida social. Por otra parte, a medida que los alumnos progresan a través de los ciclos de la educación obligatoria, unas matemáticas crecientemente más complejas son precisas para el conocimiento, tanto en las ciencias de la naturaleza como en las ciencias sociales. En relación con ello, y de acuerdo con la naturaleza de las matemáticas en cuanto lenguaje con características propias, su aprendizaje ha de llevar a la capacidad de utilizar el lenguaje matemático en la elaboración y comunicación de conocimientos.

Así pues, a lo largo de la educación obligatoria las matemáticas han de desempeñar, indisociable y equilibradamente, un papel formativo básico de capacidades intelectuales, un papel aplicado, funcional, y un papel instrumental, en cuanto armazón formalizador de conocimientos en otras materias. Todo ello justifica, en una línea no siempre coincidente con la tradicional, los contenidos de las matemáticas en esta etapa, así como las características didácticas básicas de su enseñanza.

De las consideraciones expuestas sobre el modo de construcción del conocimiento matemático, en la historia y en el aprendizaje de las personas, así como de las funciones educativas de esta área en la educación obligatoria, se siguen los principios que presiden la selección y organización de sus contenidos. Son principios que no se aplican por igual al comienzo de la educación primaria y al final de la educación secundaria, pero que mantienen su vigencia a lo largo de los años de la educación obligatoria:

1. Las matemáticas han de ser presentadas a alumnos y alumnas como un conjunto de conocimientos y procedimientos que han evo-

lucionado en el transcurso del tiempo, y que, con seguridad, continuarán evolucionando en el futuro. En esa presentación han de quedar resaltados los aspectos inductivos y constructivos del conocimiento matemático, y no sólo los aspectos deductivos de la organización formalizada que le caracteriza como producto final. En el aprendizaje de los propios alumnos hay que reforzar el uso del razonamiento empírico inductivo en paralelo con el uso del razonamiento deductivo y de la abstracción.

2. Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las matemáticas con la experiencia de alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución. En relación con ello, hay que presentar las matemáticas como un conocimiento que sirve para almacenar una información que de otro modo resultaría inasimilable, para proponer modelos que permiten comprender procesos complejos del mundo natural y social, y para resolver problemas de muy distinta naturaleza; y que todo ello es posible gracias a la posibilidad de abstracción, simbolización y formalización propia de las matemáticas.

3. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha de atender equilibradamente a sus distintos objetivos educativos: a) al establecimiento de destrezas cognitivas de carácter general, susceptibles de ser utilizadas en una amplia gama de casos particulares, y que contribuyen, por sí mismas, a la potenciación de las capacidades cognitivas de los alumnos; b) a su aplicación funcional, posibilitando que los alumnos valoren y apliquen sus conocimientos matemáticos fuera del ámbito escolar, en situaciones de la vida cotidiana; c) a su valor instrumental, creciente a medida que el alumno progresa hacia tramos superiores de la educación, y en la medida en que las matemáticas proporcionan formalización al conocimiento humano riguroso y, en particular, al conocimiento científico.

En el transcurso de la educación secundaria obligatoria, los alumnos prosiguen un proceso de construcción del conocimiento matemático que ha alcanzado ya niveles considerables de desarrollo al término de la educación primaria. Se introducen nuevas relaciones, conceptos y procedimientos, ampliando el campo de reflexión matemática; se utilizan nuevos algoritmos, de creciente complejidad; se exploran nuevas aplicaciones; todo ello, mientras se enriquecen y profundizan las nociones y procedimientos introducidos en la etapa anterior. El desarrollo de la competencia cognitiva general de los alumnos, en estos años, y, en concreto, la posibilidad de llevar a

cabo razonamientos de tipo formal, abre nuevas posibilidades para avanzar en el proceso de construcción del conocimiento matemático, asegurando niveles intermedios de abstracción, simbolización y formalización.

Esas posibilidades aparecen en una doble línea. En primer lugar, la capacidad que el adolescente tiene de abstraer relaciones y realizar inferencias, no sólo a partir de operaciones concretas con objetos físicos, como en la etapa educativa anterior, sino también a partir de operaciones sobre representaciones simbólicas referidas a dichos objetos, permite avances sustanciales en el conocimiento matemático. En segundo lugar, y en estrecha relación con lo anterior, la capacidad del adolescente de trascender las informaciones concretas sobre la realidad y los datos de la experiencia inmediata, dando entrada a las conjeturas e hipótesis como forma de pensamiento y de razonamiento, hace posible la introducción del razonamiento hipotético deductivo y abre una vía de acceso a los componentes más formales del conocimiento matemático.

De todas formas, debe reconocerse que los contenidos más complejos, formales y deductivos de las matemáticas siguen estando a menudo fuera de las posibilidades de comprensión de los alumnos, incluso al final de la educación obligatoria. Debe resaltarse también que, en esta etapa educativa, mantienen su validez los principios generales de conceder prioridad al trabajo práctico e intuitivo, de potenciar el cálculo mental y la capacidad de estimación de resultados y magnitudes, de introducir las anotaciones simbólicas y las formalizaciones a partir del interés por los conceptos y la necesidad de acudir a procedimientos matemáticos, de utilizar actividades de grupo que favorezcan la discusión, la confrontación y la reflexión sobre las experiencias matemáticas, de prestar atención al desarrollo de estrategias personales de resolución de problemas, y de utilizar distintos ámbitos de actividad de los alumnos, dentro y fuera de la escuela, como fuente de experiencias matemáticas.

Los contenidos de las matemáticas en esta etapa de educación obligatoria han de estar regidos no sólo por su valor de preparación para conocimientos que hayan de adquirirse en posteriores tramos, no obligatorios, de la educación, sino por el valor intrínseco de la formación aportada por las matemáticas y de su necesidad para la vida adulta en la sociedad moderna. El objetivo de esta área debe ser que los alumnos adquieran los conocimientos necesarios para desenvolverse como ciudadanos en una sociedad que incorpora y requiere, cada vez más, conceptos y procedimientos matemáticos. El currículo

---

básico ha de permanecer dentro del marco de conocimientos considerados imprescindibles para satisfacer las necesidades matemáticas habituales de un ciudadano adulto en la sociedad actual y futura. Es difícil, sin embargo, precisar cuáles son y, sobre todo, cuáles serán en el futuro tales necesidades. La rapidez con que se producen los cambios tecnológicos y científicos, así como su imprevisibilidad, hace imposible tal predicción. Sólo puede predecirse con seguridad que serán unas necesidades cambiantes a lo largo de la vida de las personas. Igualmente serán cambiantes las necesidades de formación matemática en la perspectiva de una preparación para estudios superiores. En consecuencia, en el currículo básico deben incluirse los contenidos más generales del conocimiento matemático, los que son transversales a sus distintos ámbitos e incluyen conceptos y procedimientos de carácter más común, a la vez que más funcional. Estos contenidos previsiblemente se adaptarán mejor a las cambiantes necesidades de la sociedad y al progreso en el propio conocimiento matemático.

De acuerdo con ello, en los contenidos básicos del currículo hay que otorgar un lugar prioritario a los procedimientos o modos de saber hacer, procedimientos por lo demás de naturaleza muy diversa y que se refieren principalmente a:

— Habilidades en la comprensión y en el uso de los diferentes lenguajes matemáticos, de la simbología y notación específica de cada uno de ellos, así como de la traducción de unos a otros (por ejemplo, entre representaciones gráficas y expresiones algebraicas).

— Las rutinas y algoritmos particulares, caracterizadas por tener un propósito concreto y unas reglas de uso claras y bien secuenciadas.

— Los heurísticos o estrategias heurísticas, como las relativas a la estimación de cantidades y medidas, los procedimientos de simplificación y análisis de tareas, de búsqueda de regularidades y pautas, de expectativas de resultados, de comprobación y refutación de hipótesis.

— Las competencias relativas a la toma de decisiones sobre qué conceptos, algoritmos o heurísticos, utilizar en una situación dada, en el planteamiento y solución de un problema y, en general, en el manejo conjunto y coordinado de las habilidades relativas a los anteriores grupos de procedimientos.

Las matemáticas, en fin, constituyen un área particularmente propicia para el desarrollo de ciertas actitudes relacionadas con los

hábitos de trabajo, la curiosidad y el interés por investigar y resolver problemas, con la creatividad en la formulación de conjeturas, con la flexibilidad para cambiar el propio punto de vista, con la autonomía intelectual para enfrentarse con situaciones desconocidas y con la confianza en la propia capacidad de aprender y de resolver problemas. Por otra parte, el desarrollo de todas estas actitudes no sólo contribuye en sí mismo a las finalidades indicadas antes. Además de eso, permite que el resto de los aprendizajes, considerados a menudo más puramente matemáticos, sean funcionales y puedan aplicarse en una mayor variedad de situaciones. Ocurre lo mismo con las actitudes relativas a los propios contenidos matemáticos, que el alumno ha de aprender a apreciar por su utilidad para resolver problemas de la vida cotidiana, por sus aplicaciones a otras ramas del conocimiento, y también por la belleza, potencia y simplicidad de sus lenguajes y métodos propios.

El área de matemáticas se configura en el cuarto curso de la etapa en dos opciones diferentes. El carácter orientador que ha de tener la educación secundaria obligatoria, y principalmente el segundo ciclo, supone la necesidad de facilitar que, en el último curso, los alumnos puedan percibir cómo son las matemáticas que, en su caso, van a encontrarse posteriormente, y en qué medida son útiles para enfrentarse a distintas situaciones y resolver problemas relativos tanto a la actividad cotidiana como a los distintos ámbitos de conocimiento. Además, y en relación con esto, la diferencia de intereses, ritmos de aprendizaje, etc., se hace especialmente marcada al final de esta etapa. Todo ello aconseja el establecimiento, en el último curso, de la posibilidad de optar entre dos matemáticas diferentes, como mecanismo que permita atender simultáneamente estas necesidades de orientación y atención a la diversidad de los alumnos.

Esta opción hace posible, por otra parte, que sin perder la orientación señalada antes en cuanto al valor formativo del aprendizaje de las matemáticas y en cuanto a la necesidad de atender a las necesidades futuras del ciudadano adulto, pueda a la vez garantizarse su papel instrumental. Muchos de los aprendizajes precisos, dentro y fuera de las propias matemáticas, tanto en estudios de carácter más académico como en opciones de tipo profesional, requieren una preparación previa y en cierta medida diferente en cada caso.

La necesidad de compaginar todos estos aspectos lleva a una configuración de cada una de estas opciones en base al diferente acento que se ha de poner en algunos de los rasgos del área que se han perfilado en esta introducción. Estas diferencias se traducen no

---

sólo en la selección de contenidos, sino también, y en buena medida, en la forma en que habrán de ser tratados.

## Objetivos generales

La enseñanza de las matemáticas en la etapa de Educación Secundaria Obligatoria tendrá como objetivo contribuir a desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades siguientes:

1. Incorporar al lenguaje y modos de argumentación habituales las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.

2. Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizando técnicas de recogida de datos, procedimientos de medida, las distintas clases de números y mediante la realización de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.

5. Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas, y para representar esa información de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

6. Reconocer la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vista contrapuestos y complementarios: determinista/aleatorio, finito/infinito, exacto/aproximado, etc.

7. Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la realidad, analizando las propiedades y relaciones geométricas implicadas y siendo sensibles a la belleza que generan.

8. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publi-

cidad, etc., analizando críticamente las funciones que desempeñan y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.

9. Actuar, en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

10. Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar las situaciones que requieran su empleo o que permitan disfrutar con los aspectos creativos, manipulativos, estéticos o utilitarios de las matemáticas.

## Contenidos

### 1. Números y operaciones: significados, estrategias y simbolización

#### Conceptos

1. Números naturales, enteros, decimales y fraccionarios:
  - Significados y usos de los diferentes tipos de números: contar, medir, ordenar, codificar, expresar cantidades, particiones o relaciones entre magnitudes.
  - Números fraccionarios: identificación entre decimales sencillos, fracciones y porcentajes.
2. Notaciones numéricas:
  - Sistema de Numeración Decimal.
  - Notación científica.
  - Jerarquía de las operaciones. Paréntesis.
3. Las operaciones:
  - Significados y usos de la suma, resta, multiplicación y división en distintos contextos y con diferentes clases de números.
  - Significado y uso de las potencias de exponente entero y de la raíz cuadrada.

4. Relaciones entre los números:
  - Orden y representación de los números en la recta.
  - La relación múltiplo-divisor.
5. Magnitudes proporcionales:
  - Significado de la proporcionalidad de magnitudes.
  - Expresiones usuales de la proporcionalidad: los “tantos por algo”, tasas y factores de proporción y conversión.
6. Aproximación y estimación de cantidades:
  - Aproximación de un número por otro más sencillo: diversos métodos.
  - Margen de error en las estimaciones y aproximaciones.
7. Algoritmos básicos e instrumentos de cálculo:
  - Algoritmos para operar con números enteros, decimales y fraccionarios sencillos y para el cálculo con porcentajes.
  - Significado y uso de las propiedades de las operaciones para la elaboración de estrategias de cálculo mental y escrito.
  - Reglas de uso de la calculadora.
  - Otros instrumentos de cálculo disponibles.
8. El lenguaje algebraico:
  - Significado y uso de las letras para representar números (un número desconocido fijo, un número cualquiera, una relación entre conjuntos de números...). Fórmulas y ecuaciones.
  - Reglas para desarrollar y simplificar expresiones literales sencillas.

### **Procedimientos**

Utilización de distintos lenguajes:

1. Interpretación y utilización de los números, las operaciones y el lenguaje algebraico en diferentes contextos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso.



2. Interpretación y elaboración de códigos y tablas, numéricos y alfanuméricos, para gestionar o transmitir informaciones.

3. Representación, sobre una recta o mediante diagramas y figuras, de números enteros, fraccionarios y decimales sencillos, y de problemas numéricos.

4. Formulación verbal de problemas numéricos y algebraicos, de los términos en que se plantean y del proceso y cálculos utilizados para resolverlos, confrontándolos con otros posibles.

Algoritmos y destrezas:

5. Comparación de números mediante la ordenación, la representación gráfica y el cálculo de porcentajes.

6. Clasificación de conjuntos de números y construcción de series numéricas de acuerdo con una regla dada.

7. Sustitución de un número por otro más sencillo, de acuerdo con la precisión que requiera su uso.

8. Elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental.

9. Utilización de los algoritmos tradicionales de suma, resta, multiplicación y división con números enteros, decimales y fracciones sencillas.

10. Utilización de diferentes procedimientos (paso de decimal a fracción o viceversa, expresión de los datos en otras unidades más adecuadas...) para efectuar cálculos de manera más sencilla.

11. Utilización de diferentes procedimientos (factor de conversión, regla de tres, tantos por algo, manejo de tablas y gráficos...) para efectuar cálculos de proporcionalidad.

12. Utilización de la calculadora u otros instrumentos de cálculo para la realización de cálculos numéricos, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos y de la exigencia de exactitud en los resultados.

13. Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos y en la simplificación de expresiones algebraicas sencillas.

14. Resolución de ecuaciones de primer grado por transformación algebraica, y de otras ecuaciones por métodos numéricos y gráficos.

15. Resolución algebraica de ecuaciones de segundo grado y de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas (\*)<sup>1</sup>.

Estrategias generales:

16. Utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades, teniendo en cuenta la precisión requerida.

17. Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en conjuntos de números.

18. Identificación de problemas numéricos diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes.

19. Identificación en la vida cotidiana del uso de la proporcionalidad entre diferentes tipos de magnitudes y de la terminología específica de algunas de ellas (intereses, mezclas, tasas, índices, *ratio*, etc.).

20. Reducción de problemas numéricos complejos a otros más sencillos (sustitución de los datos por otros más simples, paso de una situación con muchos elementos a otra con menos, del caso particular a uno general, del caso general a uno particular, etc.) para facilitar su comprensión y resolución.

21. Decisión sobre qué operaciones son adecuadas en la resolución de problemas numéricos.

22. Formulación de conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, y comprobación de las mismas mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, el método de ensayo y error, etc.

23. Utilización del método de análisis-síntesis para resolver problemas numéricos.

### **Actitudes**

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico y del álgebra para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.

2. Incorporación del lenguaje numérico, del cálculo y de la estimación de cantidades a la forma de proceder habitual.

<sup>1</sup> Los contenidos marcados con asterisco se impartirán exclusivamente en la opción B del cuarto curso.

3. Sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica.

4. Reconocimiento y valoración crítica de la utilidad de la calculadora y otros instrumentos para la realización de cálculos e investigaciones numéricas.

5. Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas numéricos e investigar las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números o códigos numéricos.

6. Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

7. Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas numéricos.

8. Disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier conteo, cálculo o problema numérico.

9. Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas numéricos distintas de las propias.

10. Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos.

## **2. Medida, estimación y cálculo de magnitudes**

### **Conceptos**

1. Medición de magnitudes:

- La medida como información cuantitativa de tamaños y duraciones.
- Unidades de medida.

2. Sistemas de medida:

- Ampliación del Sistema Métrico Decimal. Múltiplos y submúltiplos de las unidades fundamentales para longitudes, áreas, volúmenes y masas.
- Unidades astronómicas.
- Unidades de medida de uso común en la zona.

3. La medida del tiempo:
  - Relación de las unidades de tiempo con fenómenos astronómicos en nuestro sistema de calendario y en los de otras culturas.
  - Expresión de medidas temporales: formas compleja y decimal.
  - Operaciones con unidades de tiempo:
4. La medida de ángulos:
  - Medida de ángulos planos y diedros.
  - Sistema sexagesimal de medida de ángulos.
5. Medidas aproximadas:
  - Estimación de medidas.
  - Margen de error en la estimación y aproximación de medidas.
6. Mediciones indirectas:
  - Relación entre las medidas lineales y las de área o volumen en un cuerpo.
  - Fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos.
  - El teorema de Pitágoras.
7. Razones trigonométricas (\*):
  - Seno, coseno y tangente de un ángulo.
  - Principales relaciones entre las razones trigonométricas.
8. Instrumentos de medida:
  - Instrumentos de medida más frecuentes.
  - Instrumentos de medida tradicionales en la zona.
  - Precisión de los instrumentos de medida.

### **Procedimientos**

Utilización de distintos lenguajes:

1. Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre el tamaño de los objetos.

2. Expresión de las medidas efectuadas en las unidades y con la precisión adecuadas a la situación y al instrumento utilizado.

3. Utilización de representaciones a escala para medir magnitudes reales.

Algoritmos y destrezas:

4. Utilización de las fórmulas de longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos para medir magnitudes.

5. Utilización diestra de los instrumentos de medida habituales.

6. Medida del área o volumen de cuerpos y figuras utilizando distintas técnicas tales como la descomposición en otros más simples o el peso.

7. Utilización de las razones trigonométricas para la medida indirecta de longitudes y ángulos (\*).

8. Acotación de los errores cometidos al estimar, medir o aproximar una magnitud.

Estrategias generales:

9. Estimación de la medida de objetos, tiempos y distancias.

10. Planificación individual y colectiva de tareas de medición previendo los recursos necesarios, el grado de precisión exigido, la secuencia de las operaciones de medida, el procesamiento de los datos y la puesta en común.

### **Actitudes**

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno.

2. Reconocimiento y valoración de la medida como elemento de relación entre diferentes lenguajes, conceptos y métodos matemáticos.

3. Incorporación al lenguaje cotidiano de los términos de medida para describir objetos, espacios y duraciones.

4. Disposición favorable a realizar, estimar o calcular medidas de objetos, espacios y tiempos cuando la situación lo aconseje.

5. Valoración crítica de las informaciones sobre la medida de las cosas, de acuerdo con la precisión y unidades en que se expresan y con las dimensiones del objeto al que se refieren.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

6. Revisión sistemática del resultado de las medidas directas o indirectas, aceptándolas o rechazándolas según se adecuen o no a los valores esperados.

7. Hábito de expresar los resultados numéricos de las mediciones manifestando las unidades de medida utilizadas.

8. Cuidado y precisión en el uso de los diferentes instrumentos de medida y en la realización de mediciones.

### **3. Representación y organización en el espacio**

#### **Conceptos**

1. Los elementos geométricos en el plano y en el espacio:
  - Elementos básicos para la descripción y organización del espacio: puntos, rectas y planos.
  - Relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.
2. Sistemas de referencia:
  - Coordenadas cartesianas en el plano y en el espacio.
  - Coordenadas en la superficie esférica: longitud y latitud.
3. Figuras y cuerpos:
  - Clasificación de figuras y cuerpos atendiendo a diversos criterios.
  - Elementos característicos de polígonos y cónicas.
  - Elementos característicos de poliedros y cuerpos redondos.
  - Relaciones de inscripción, descomposición e intersección entre figuras y cuerpos.
  - Regularidades y simetrías en figuras, cuerpos y configuraciones geométricas.

- Utilidad e importancia de algunas figuras y cuerpos para propósitos concretos: teselar, rodar, minimizar área o perímetro, etc.
4. Figuras semejantes: la representación a escala:
- Representaciones manejables de la realidad: planos, mapas y maquetas.
  - Características de dos formas iguales: igualdad de ángulos y proporcionalidad de longitudes.
  - El teorema de Tales.
  - Relación entre el área y el volumen de figuras semejantes.
5. Transformaciones isométricas:
- Translaciones, giros y simetrías.
  - Propiedades que se conservan con las transformaciones.
  - Composición de transformaciones en casos sencillos.

### **Procedimientos**

Utilización de distintos lenguajes:

1. Utilización de la terminología y notación adecuadas para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas.
2. Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución, confrontándolo con otros posibles.

Algoritmos y destrezas:

3. Utilización de los sistemas de referencia para situar y localizar objetos.
4. Utilización diestra de los instrumentos de dibujo habituales.
5. Construcción de modelos geométricos, esquemas, planos y maquetas de figuras planas y espaciales utilizando la escala, los instrumentos, los materiales y las técnicas adecuados a cada caso.
6. Representación plana de cuerpos geométricos sencillos conservando una cierta sensación de perspectiva.

7. Identificación de la semejanza entre figuras y cuerpos geométricos y obtención del factor de escala.

8. Utilización del Teorema de Tales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras.

Estrategias generales:

9. Búsqueda de propiedades, regularidades y relaciones en cuerpos, figuras y configuraciones geométricas.

10. Identificación de problemas geométricos diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes.

11. Utilización de la composición, descomposición, intersección, movimiento, deformación y desarrollo de figuras, cuerpos y configuraciones geométricas para analizarlos u obtener otros.

12. Elección de las formas o configuraciones geométricas que se ajustan mejor a unas condiciones dadas.

13. Reducción de problemas geométricos complejos a otros más sencillos (pasando del espacio al plano, de una figura complicada a otra más simple, de una configuración con muchos elementos a otra con menos elementos, del caso particular a uno general, del caso general a uno particular, etc.) para facilitar su comprensión y resolución.

14. Formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas en cuerpos y figuras y de la solución de problemas geométricos en general.

15. Utilización del método "hacia atrás" o "suponer el problema resuelto" para abordar problemas geométricos.

16. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de los cuerpos y de relaciones entre ellos.

### **Actitudes**

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico.

2. Reconocimiento y valoración de las relaciones entre diferentes conceptos, como la forma y el tamaño de los objetos, y entre los métodos y lenguajes matemáticos que permiten tratarlos.



3. Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza, en el arte y en la técnica.

4. Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas.

5. Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.

6. *Confianza en las propias capacidades para percibir el espacio y resolver problemas geométricos.*

7. Sentido crítico ante las representaciones a escala utilizadas para transmitir mensajes de diferente naturaleza.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

8. Perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas.

9. Flexibilidad para enfrentarse a situaciones geométricas desde distintos puntos de vista.

10. Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas geométricos distintas de las propias.

11. Sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada de trabajos geométricos.

#### **4. Interpretación, representación y tratamiento de la información**

##### **Conceptos**

A) Información sobre fenómenos causales

1. Dependencia funcional:

— Formas de expresar la dependencia entre variables: descripción verbal, tabla, gráfica y fórmula.

2. Características de las gráficas:

— Aspectos globales: continuidad, crecimiento, valores extremos, periodicidad, tendencia.

— Aspectos locales: tasa de variación media (\*).

3. Funciones elementales:

- Gráficas lineales: significado en términos de proporcionalidad.
- Fenómenos y gráficas de proporcionalidad inversa, cuadráticos, exponenciales y periódicos.
- Expresión algebraica asociada a una gráfica.

B) Información sobre fenómenos aleatorios

4. Obtención de información sobre fenómenos aleatorios:

- Las muestras y su representatividad.
- Frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.
- Gráficas estadísticas usuales.

5. Parámetros estadísticos:

- Los parámetros centrales y de dispersión como resumen de un conjunto de datos estadísticos.
- Algoritmos para calcular parámetros centrales y de dispersión sencillos.

6. Dependencia aleatoria entre dos variables.

**Procedimientos**

Utilización de distintos lenguajes:

1. Utilización e interpretación del lenguaje gráfico teniendo en cuenta la situación que se representa y utilizando el vocabulario y los símbolos adecuados.
2. Utilización de expresiones algebraicas para describir gráficas en casos sencillos.
3. Interpretación y elaboración de tablas numéricas a partir de conjuntos de datos, de gráficas o de expresiones funcionales, teniendo en cuenta el fenómeno al que se refieren.
4. Utilización e interpretación de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con el fenómeno a que se refieren.

Algoritmos y destrezas:

5. Utilización de distintas fuentes documentales (anuarios, revistas especializadas, bancos de datos, etc.) para obtener información de tipo estadístico.

6. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas.

7. Elección de los parámetros más adecuados para describir una distribución en función del contexto y de la naturaleza de los datos y obtención de los mismos utilizando los algoritmos tradicionales o la calculadora.

8. Detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico.

9. Construcción de gráficas a partir de tablas estadísticas o funcionales, de fórmulas y de descripciones verbales de un problema, eligiendo en cada caso el tipo de gráfica y medio de representación más adecuado.

10. Detección de errores en las gráficas que pueden afectar a su interpretación.

Estrategias generales:

11. Planificación y realización individual y colectiva de tomas de datos utilizando técnicas de encuesta, muestreo, recuento y construcción de tablas estadísticas.

12. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma.

13. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una gráfica teniendo en cuenta el fenómeno que representa o su expresión algebraica.

**Actitudes**

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Reconocimiento y valoración de la utilidad de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.

2. Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.

3. Reconocimiento y valoración de las relaciones entre el lenguaje gráfico y otros conceptos y lenguajes matemáticos.

4. Curiosidad por investigar relaciones entre magnitudes o fenómenos.

5. Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso de los lenguajes gráfico y estadístico en informaciones y argumentaciones sociales, políticas y económicas.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

6. Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como la manera más eficaz para realizar determinadas actividades (planificar y llevar a cabo experiencias, tomas de datos, etc.).

7. Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

## **5. Tratamiento del azar**

### ***Conceptos***

1. Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos:
  - Imprevisibilidad y regularidades en fenómenos y experimentos aleatorios.
  - Posibilidad de realización de un suceso.
2. Asignación de probabilidades a sucesos:
  - Frecuencia y probabilidad de un suceso.
  - Ley de Laplace.
3. Asignación de probabilidades en experimentos compuestos:
  - Experimentos dependientes e independientes.
  - Probabilidad condicionada.

### ***Procedimientos***

Utilización de distintos lenguajes:

1. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.

2. Confección de tablas de frecuencias y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios.

Algoritmos y destrezas:

3. Obtención de números aleatorios con técnicas diversas, tales como sorteos, tablas, calculadora, etc.

4. Utilización de distintas técnicas de recuento para la asignación de probabilidades.

5. Utilización de informaciones diversas (frecuencias, simetrías, creencias, observaciones previas, etc.) para asignar probabilidades a los sucesos.

6. Cálculo de probabilidades en casos sencillos con la Ley de Laplace.

7. Utilización de diversos procedimientos (recuento, diagramas de árbol, tablas de contingencia, etc.) para el cálculo de la probabilidad de sucesos compuestos.

8. Detección de los errores habituales en la interpretación del azar.

Estrategias generales:

9. Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana y en el conocimiento científico.

10. Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos.

11. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentales en distintos contextos.

12. Planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de azar.

### **Actitudes**

Referentes a la apreciación de las matemáticas:

1. Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.

2. Disposición favorable a tener en cuenta las informaciones probabilísticas en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios.

---

3. Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar.

4. Valoración crítica de las informaciones probabilísticas en los medios de comunicación, rechazando los abusos y usos incorrectos de las mismas.

5. Cautela y sentido crítico ante las creencias populares sobre los fenómenos aleatorios.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo:

6. Sensibilidad, gusto y precisión en la observación y diseño de experiencias relativas a fenómenos de azar.

## **ESPECIFICACIONES PARA EL CUARTO AÑO**

En el último curso los alumnos podrán elegir entre dos opciones en el área de Matemáticas. Estas opciones comparten la mayor parte de los contenidos y se diferencian principalmente por su enfoque. Las peculiaridades de cada opción habrán de manifestarse sobre todo en los sucesivos niveles de concreción, en los que la diferencia de orientación puede tener mayores consecuencias tanto en cuanto a la pormenorización de los contenidos como en los criterios metodológicos. Debe tenerse en cuenta que en la caracterización de las opciones se hace referencia únicamente a aquello que sirve para establecer la diferenciación, y no debe suponer el abandono de otros aspectos.

### **Opción A**

Esta opción, de carácter más terminal, debe orientarse, en primer lugar, a favorecer el desarrollo de capacidades relacionadas con la aplicación de las matemáticas: para obtener y transmitir información, para resolver problemas relacionados con el entorno y para tomar decisiones que las requieran. Para esto es preciso que los alumnos tengan la posibilidad de utilizar lo aprendido en un conjunto suficientemente amplio y diverso de ocasiones. Ello puede permitir el desarrollo de formas propias de enfrentarse a las situaciones y de calcular, así como la puesta en práctica de estrategias personales para analizar y resolver problemas, condiciones que pueden garantizar en mayor medida su aplicación. Y, por otra parte, también hace posible la necesaria confianza en lo que se sabe y se sabe hacer.

Otra característica de esta opción es la especial importancia que ha de darse a la utilización de las matemáticas en la comunicación habitual. Ello supone la necesidad de conseguir que los alumnos sean capaces de interpretar informaciones diversas y argumentaciones que utilicen conceptos, términos, representaciones u otros elementos relacionados con las matemáticas, así como facilitar la inclusión de estos elementos en su forma de expresión.

En tercer lugar, ha de limitarse en esta opción la utilización de representaciones simbólicas y, en general, de formalismos no estrictamente necesarios. Esto permite y exige, en la resolución de problemas, la adquisición de estrategias y destrezas con menor carga sintáctica, y por ello más próximas al significado de lo que se hace.

Con respecto a los contenidos, de las consideraciones anteriores se deduce que, si bien no existen contenidos exclusivos de esta opción, pueden marcarse algunos que podrían tener más relación con ella. Esto ocurre, por ejemplo, con los referidos a la lectura e interpretación de información gráfica (mapas y planos, gráficas estadísticas y funcionales, etc.). De la misma forma, algunos contenidos permiten un desarrollo y pormenorización diferente en cada opción. Así, por ejemplo, en el tratamiento de la proporcionalidad, en esta opción han de contemplarse con mayor detalle los números índices o el interés, que suponen respectivamente una ampliación y una aplicación de aquélla.

## **Opción B**

La segunda opción se diferencia de la anterior principalmente por el mayor peso que debe darse a los aspectos formales. Esto supone asignar más importancia a las capacidades relacionadas con el empleo de lenguajes simbólicos y representaciones formales, así como la tendencia a una precisión más alta en la utilización de conceptos, términos y cantidades.

Con este carácter más formal está relacionada la incidencia más fuerte en los aspectos constructivos frente a los interpretativos. Así, por ejemplo, con respecto a la utilización del lenguaje gráfico, además del desarrollo de la capacidad de leer gráficas e interpretarlas en relación con el fenómeno que representan, debe tener una mayor presencia la posibilidad de construir gráficas que representen relaciones funcionales o estadísticas en una gama más amplia de situaciones y con una exigencia mayor en cuanto a la adecuación del resultado.

El manejo de objetos matemáticos ha de conducir a la obtención de una serie de destrezas que permitan utilizarlos con soltura. Para ello es preciso el aprendizaje de ciertos algoritmos de cálculo que hacen posible la resolución de determinados problemas de manera automática y que, si bien tienen el peligro de alejarse más de su significado que otros métodos más informales, permiten enfrentarse a situaciones más complejas desde el punto de vista matemático.

En cuanto a los contenidos, las consideraciones anteriores se traducen en la determinación de algunos contenidos que se pueden considerar propios únicamente de esta opción. La capacidad de utilizar expresiones simbólicas se amplía con el manejo de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, lo que lleva consigo la posibilidad de enfrentarse a problemas que los requieran, así como la adquisición de destrezas algebraicas de resolución. En el mismo sentido debe entenderse la resolución algebraica de la ecuación de segundo grado. Pero, además, poder manejar el lenguaje algebraico con mayor soltura permite, en el tratamiento de las relaciones funcionales, la utilización de expresiones algebraicas en un rango más amplio de situaciones. La tasa de variación media es también un contenido específico de esta opción.

## Criterios de evaluación

En el ámbito de la medida también hay en esta opción contenidos propios: el estudio de las razones trigonométricas y sus relaciones elementales, así como el aprendizaje de los procedimientos asociados a ellas, que permiten la obtención indirecta de longitudes y ángulos en casos sencillos.

### **1. Utilizar los números enteros, decimales y fraccionarios y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.**

Se pretende garantizar con este criterio la adquisición de un rango amplio de destrezas en el manejo de los distintos tipos de números de forma que pueda compararlos, operar con ellos y utilizarlos para recibir y producir información.

El criterio se refiere a la utilización de números fraccionarios en situaciones reales, y por ello con denominadores no excesivamente grandes y con no más de dos operaciones encadenadas. Con respec-



to a los porcentajes, el criterio se refiere a su utilización como relación entre números y como operador en la resolución de problemas.

**2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones, las potencias y las raíces cuadradas, con números enteros, decimales y fraccionarios, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.**

A través de este criterio puede valorarse si el alumno es capaz de asignar a las distintas operaciones nuevos significados, e interpretar resultados diferentes a los que se obtienen habitualmente con números naturales. Se pretende, además, que el alumno sea capaz de determinar cuál de los métodos de cálculo (escrito, mental o con calculadora) es adecuado en cada situación, además de adoptar la actitud que lleva a no tomar el resultado del cálculo por bueno sin contrastarlo con la situación de partida.

**3. Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en una situación de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.**

Este criterio supone el manejo de los conceptos y procedimientos relacionados con la precisión, la aproximación y el error. Los alumnos y las alumnas deben poder aplicar técnicas de obtención de números aproximados por redondeo y truncamiento y ser conscientes de la necesidad de utilizar números aproximados en algunos casos y del error que se puede llegar a cometer con su uso.

**4. Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión algebraica sencilla y representarlas utilizando gráficas cartesianas.**

Este criterio supone el manejo de representaciones gráficas, tanto para obtener información a partir de ellas como para expresar relaciones de distinto tipo. La información obtenida de las gráficas ha de ser tanto global (aspectos generales de la gráfica, crecimiento, etc.) como local (obtención de pares de valores relacionados, etc.).

En cuanto a la realización de la gráfica, es exigible en este ciclo una mayor corrección, tanto en la precisión con que se trace como en cuanto a su concepción: elección del tipo de gráfica y de las escalas adecuadas, determinación del intervalo que se representa, etc.

**5. Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que puedan distinguirse en ellos y, en su caso, de la resolución de ecuaciones de primer grado<sup>1</sup>.**

Este criterio va dirigido a comprobar que el alumno es capaz de utilizar las herramientas algebraicas básicas en la resolución de problemas. Para ello, ha de poner en juego la capacidad de utilizar los símbolos, con las convenciones de notación habituales para el planteamiento de ecuaciones, y resolver esas ecuaciones por algún medio fiable que no necesariamente ha de ser la manipulación algebraica de las expresiones.

**6. Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas<sup>2</sup>.**

Este criterio trata de garantizar la adquisición de una cierta destreza en la utilización del lenguaje algebraico. El planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones requiere estar familiarizado con los conceptos de variable/incógnita, con las convenciones de notación y transformación algebraicas y con el significado de ecuación y sistema, así como conocer técnicas de resolución algebraica. Es significativo resaltar que tan importante como la codificación de las relaciones en forma de ecuación es la decodificación en términos del problema planteado. El planteamiento de ecuaciones fuera de contexto no constituye una tarea con la que pueda valorarse este criterio.

**7. Asignar e interpretar la frecuencia y probabilidad en fenómenos aleatorios de forma empírica, como resultado de recuentos, por medio del cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios.**

En este criterio el énfasis reside en el proceso de asignación de probabilidades y la interpretación que de ellas se haga, más que en la propia forma de expresión de la probabilidad. Puede ser válida la utilización de formas diferentes al tanto por uno, como el tanto por ciento o la proporción. En los casos de sucesos compuestos, el alumno utilizará recursos para la asignación de probabilidades, como las consideraciones de simetría o la construcción de diagramas en árbol.

**8. Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones**

<sup>1</sup> Específico de la opción A.

<sup>2</sup> Específico de la opción B.

**gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.**

Este criterio supone un conocimiento suficiente de los conceptos relacionados con el muestreo, las representaciones gráficas y las medidas de centralización y dispersión, así como una actitud que favorezca la reflexión sobre la oportunidad y el modo de utilización de estas técnicas. Se utilizarán también técnicas estadísticas sencillas de recuento, construcción de tablas de efectivos, representación gráfica y cálculo de algunas medidas.

**9. Estimar la medida de superficies y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la regularidad de sus formas, así como con su tamaño, y calcular superficies de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, y volúmenes de cuerpos compuestos por ortoedros.**

A través de este criterio se pretende comprobar que los alumnos han adquirido la experiencia y las capacidades necesarias para estimar superficies y volúmenes con una cierta precisión. El grado de aproximación con que se obtengan los volúmenes será menor que en los casos de magnitudes lineales o superficiales, y mucho más dependiente de la existencia de formas "regulares". En cuanto al cálculo, no se trata tanto de la aplicación de fórmulas como de la utilización de las nociones de superficie o volumen.

**10. Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas.**

Se pretende comprobar con este criterio que el alumno es capaz de utilizar los conceptos básicos de la geometría para conocer mejor el mundo físico que le rodea, que ha adquirido el conocimiento de la terminología adecuada y desarrollado las capacidades relacionadas con la visualización de formas y características geométricas. Conviene limitar el alcance del criterio de evaluación a figuras planas y espaciales con una cierta regularidad.

**11. Interpretar representaciones planas de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso.**

Este criterio va dirigido a comprobar que el alumno y la alumna han conseguido manejar las representaciones planas habituales de los objetos y espacios bi y tridimensionales con la cantidad de información usual. Han de ser capaces de expresar la información obtenida en dichas representaciones en términos de lo representado. Asimismo este criterio requiere utilizar con soltura las escalas numéricas y gráficas.

**12. Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza en la resolución de problemas.**

Por una parte, el alumno ha de ser capaz de distinguir cuándo una relación es de proporcionalidad y cuándo no lo es a partir de la información de que se disponga: el propio análisis de la situación, representaciones gráficas, tablas de valores, etc., y por otra, de realizar cálculos que permitan averiguar cuartos proporcionales y razones de proporcionalidad. El dominio de la relación de proporcionalidad supone la capacidad de establecer y utilizar relaciones significativas entre las diversas formas de estudiarla: numérica, geométrica, gráfica y algebraica.

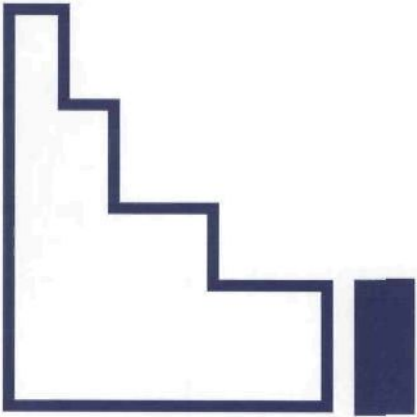
**13. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.**

Este criterio pretende comprobar que el alumno y la alumna tienen recursos para percibir, en un conjunto o sucesión de objetos diferentes (números, formas geométricas, expresiones algebraicas, etcétera), aquello que es común, la regla con la que se han construido, un criterio que permita ordenarlos, etc. El núcleo de este criterio no es tanto la forma en que se expresen las citadas regularidades o relaciones como el ser capaz de reconocerlas.

**14. Utilizar estrategias sencillas, tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de ejemplos, contraejemplos y casos particulares o los métodos de "ensayo y error" sistemático, en contextos de resolución de problemas.**

Este criterio se refiere a la manera de enfrentarse a la resolución de problemas, así como a alguna de las posibles estrategias que se pueden poner en práctica. Debería tenerse en cuenta la familiaridad del alumno con los objetos de los que trata, la disponibilidad de información explícita y no excesivamente abundante o la facilidad de codificación u organización de la información, a la hora de aplicar este criterio.

Matemáticas



Secuencia por Ciclos



1950-1951

## Secuencia de los objetivos y contenidos por ciclos

Muchos son los factores que se pueden tener en cuenta a la hora de secuenciar objetivos y contenidos. En el área de Matemáticas pueden tener especial importancia dos de ellos: la estructura jerárquica que enlaza los conceptos propios del conocimiento matemático y las posibilidades de aprendizaje de cada contenido de acuerdo con las características evolutivas de los alumnos. La conjunción de estos dos condicionantes, que son a menudo complementarios, da lugar a la secuencia de los objetivos y contenidos del área.

Si bien es cierto que los conceptos matemáticos están ligados mediante una fuerte estructura jerárquica, no es menos cierto que para la construcción, por parte de los alumnos, de las ideas matemáticas no se requiere, necesariamente, el apoyo en conceptos anteriores plenamente desarrollados; una primera aproximación a ellos permite, a menudo, utilizarlos para razonar, para aprender determinados procedimientos o para iniciar la construcción de otros. La gran cantidad de relaciones que se pueden establecer entre unos y otros conceptos, así como el proceso de perfeccionamiento de las estructuras conceptuales, impone la necesidad de secuenciar de forma helicoidal, retomando los contenidos a medida que se avanza. De esta manera pueden ir remodelándose los esquemas a través de la ampliación de su ámbito de aplicación, enriqueciéndolos con nuevas relaciones.

La gran cantidad de relaciones que se pueden establecer entre unos y otros conceptos y el ámbito de aplicación de muchos procedimientos y actitudes son comunes a casi todas las partes de las matemáticas. Por ello, únicamente algunos contenidos conceptuales y destrezas específicas pueden asignarse a uno solo de los ciclos, pero no así el resto de los contenidos procedimentales y actitudinales.

---

Consecuencia de todo ello es que necesariamente habrán de encontrarse contenidos de todos los bloques en los dos ciclos; más aún, muchos de los contenidos, matizados de acuerdo con las características del ciclo, estarán presentes en ambos. En los apartados siguientes se trata de establecer sólo algunos hitos que permitan, si se considera oportuno, secuenciar los contenidos atendiendo a estos criterios.

## Primer ciclo

### Números

Una de las líneas principales que se establecen en los objetivos del área es el desarrollo de la competencia de los alumnos en la utilización de los números. Ello requiere el uso, en situaciones muy diversas, de números de distinto tipo y su utilización con el grado de aproximación pertinente. En este primer ciclo los alumnos deben tener ocasión de manejar los números enteros, decimales y fraccionarios estableciendo entre ellos relaciones de igualdad, ordenación, divisibilidad, etc. Es conveniente, además, el uso de los números cumpliendo variadas funciones como las de ordenación, expresión de cantidades y medidas, expresión de relaciones (razones, porcentajes), resultado de cálculos y recuentos, etc.

La posibilidad de manejar nuevos números permite enfrentarse a una gran cantidad de situaciones y problemas que añaden mayor complejidad a las operaciones. La reflexión sobre prioridad de operaciones y utilización de paréntesis ayuda no sólo a resolver con éxito estas operaciones, sino también a comprender mejor su significado.

Tiene especial relevancia el manejo de la proporcionalidad numérica, que ha de hacer posible discernir cuándo en una situación se da esta relación, así como el aprendizaje de alguna forma de obtener cantidades proporcionales a otras en una relación dada. Todo ello sin necesidad de recurrir a su expresión algebraica.

El hecho de utilizar números con un mayor grado de complejidad (con más cifras, con denominadores mayores, con signo, etc.) tiene asimismo consecuencias en relación con las destrezas de cálculo correspondientes. La utilización de la calculadora de cuatro operaciones, el cálculo mental y los algoritmos de lápiz y papel son técnicas



en las que es conveniente incidir en este ciclo. Es importante, asimismo, la decisión sobre cuál de estas técnicas utilizar en función de la situación, del tipo y complicación de los números que han de operarse, de la precisión que se requiera o de la rapidez con que se necesita el resultado.

No debe olvidarse la importancia que en este ciclo tienen las actitudes frente a los números. Parte importante de esa "competencia numérica" supone la adquisición de un conjunto de actitudes positivas hacia lo numérico. Estas actitudes tienen, además, una especial incidencia en el aprendizaje del resto de contenidos del área. Todo ello aconseja incidir en la "apreciación de los números" especialmente en el comienzo de la etapa. Ayuda a ello realizar investigaciones numéricas en las que, además de poner de manifiesto ciertas propiedades y regularidades de los números, se potencien procedimientos que aseguren el grado de confianza necesario para aprender y para aplicar lo aprendido.

Los aprendizajes relativos a la utilización del lenguaje algebraico, en este ciclo, conviene que vayan encaminados a iniciar a los alumnos en la interpretación de expresiones que utilicen símbolos (significado de fórmulas, obtención de valores, etc.), y en la simbolización de relaciones sencillas expresadas mediante tablas, enunciados verbales, leyes, etc. Las destrezas relacionadas con la transformación de expresiones algebraicas pueden ser más bien objeto del segundo ciclo.

## La medida

Después de haber aprendido en la Educación Primaria los procedimientos usuales de medición y las formas de expresar la medida, los alumnos de este ciclo pueden avanzar en la conceptualización de las ideas relacionadas con la medida (qué es una magnitud, qué efecto tiene el cambio de unidad, etc.), así como en la ampliación de los sistemas de medida convencionales que conocen (Sistema Métrico Decimal, medidas angulares y de tiempo). Se añade la posibilidad de obtener medidas por distintos procedimientos: la utilización de instrumentos para la medición —que lleva consigo la adquisición de distintos hábitos, técnicas, precisión...—, la estimación de longitudes, superficies y volúmenes, el uso de fórmulas y relaciones simples que permiten el cálculo de medidas y, en general, el desarrollo de diversas estrategias de medida convencionales y no convencionales.

## **Organización y representación del espacio**

Los contenidos relacionados con la geometría pretenden el desarrollo de la "capacidad espacial": percepción de propiedades y relaciones en las formas geométricas, descripción precisa de objetos y situaciones, orientación de objetos en el espacio, etc., todo ello con el fin de resolver problemas relacionados con el mundo geométrico. Los alumnos del primer ciclo deben conocer la mayor parte de las formas planas y espaciales que se enumeran en la relación de contenidos, así como sus propiedades elementales y la terminología asociada a todo ello. Asimismo deben incluirse los procedimientos que se refieren a la identificación, la clasificación, el recuento, la descomposición o el establecimiento de relaciones de regularidad, proporción, etc.

El grado de dificultad de las figuras que se manejen puede estar marcado por la manera en que se utilicen más que por la regularidad de los objetos o por la familiaridad de sus formas. Los alumnos del primer ciclo, salvo en situaciones muy sencillas, deben tener la posibilidad de ver (e incluso tocar) los objetos sobre los que trabajan, bien directamente o a través de representaciones simples.

La utilización de representaciones del espacio real (mapas, planos, esquemas...), así como de objetos geométricos, constituye una herramienta de gran utilidad en la resolución de problemas en contextos muy variados y en la interpretación de informaciones diversas. Por ello, es importante que los alumnos de este ciclo sean capaces de interpretar, describir y construir representaciones sencillas, incluyendo progresivamente las ideas y procedimientos geométricos adecuados a ello.

Otro aspecto destacable en el que inciden estos contenidos es el que se refiere a la utilización de las distintas formas de razonamiento. De entre ellas cabe resaltar la importancia que deben tener aquí las formas inductivas y, en menor medida, una cierta presencia del razonamiento deductivo.

## **Interpretación, representación y tratamiento de la información**

En este ciclo pueden manejarse las convenciones de las representaciones habituales en ejes cartesianos y en gráficas estadísticas, lo

que permite la utilización del lenguaje gráfico para la descripción e interpretación de relaciones e informaciones diversas.

Asimismo puede obtenerse buena parte de la información contenida en gráficas simples, a través de la obtención de valores y de la apreciación global de su forma. En todo caso se trata de dar la posibilidad de interpretar el fenómeno que representan a través de la gráfica.

La interpretación y utilización de relaciones funcionales permitirá a los alumnos ir tomando contacto con una cantidad cada vez mayor de situaciones en las que las matemáticas permiten construir modelos descriptivos, obtener más información sobre ellas o hacer predicciones. Cabe en este ciclo un tratamiento algo más pormenorizado de las situaciones en las que queden plenamente identificadas las variables que aparezcan y que corresponden a fenómenos y situaciones próximos a los alumnos. Debe tenerse en cuenta que el tratamiento de las relaciones funcionales en el primer ciclo no requiere necesariamente la utilización de expresiones algebraicas.

Los alumnos de este ciclo pueden manejar una cantidad creciente de información. Ello les permite utilizar técnicas de obtención de datos sobre algún aspecto de una población relativamente numerosa, cuantificable en forma de variable discreta, así como la organización y tratamiento de esta información con ayuda de técnicas de recuento, tablas, gráficas y a través de la utilización de la media y la moda.

## **Tratamiento del azar**

El desarrollo en los alumnos de la intuición sobre lo incierto, que permite razonar sobre el posible resultado de los fenómenos o experiencias en las que interviene el azar, o sobre lo plausible de resultados ya obtenidos, requiere también un trabajo continuado. Este trabajo ha sido iniciado ya en ciclos anteriores, y permite, ahora, llegar a un cierto grado de formalización de la medida del grado de incertidumbre. En este ciclo puede llegarse, a través de situaciones familiares para el alumno o porque exista la posibilidad de experimentar con ellas, a la obtención de información sobre las regularidades que presentan los resultados de situaciones aleatorias principalmente por medios empíricos, lo que posibilitará hacer predicciones sobre la posibilidad de que se dé un suceso.

---

Por otra parte, se pueden ir adquiriendo técnicas y recursos, que no necesariamente han de ser a través del cálculo y el tanto por uno, para la asignación de probabilidades y para su expresión.

## **Procedimientos generales**

El desarrollo de la capacidad de utilizar las matemáticas para la interpretación de mensajes y para la expresión de ideas e informaciones de distinto tipo es otro aspecto a tener en cuenta. Los alumnos de este ciclo deben ser capaces de describir verbalmente, con corrección, los procesos seguidos en la resolución de problemas y las conclusiones a las que lleguen. Junto a ello, se podrá alcanzar un cierto dominio de la terminología, lo que supone el conocimiento de los términos y sus relaciones, así como un incremento progresivo de la precisión con que se utilizan.

En lo que se refiere a las capacidades relacionadas con la utilización de distintas formas de razonamiento, y en general con la resolución de problemas, en este ciclo se deben ir adquiriendo una serie de destrezas y actitudes que les permitan enfrentarse a una gama cada vez más amplia de situaciones en las que tengan que tomar decisiones de forma razonada. Junto a técnicas de recogida y organización de la información, en algún caso ya indicadas, se pueden poner en práctica, en tareas de resolución de problemas, algunas estrategias tales como la búsqueda de casos particulares, los métodos de ensayo y error, etc. Todo ello en situaciones suficientemente conocidas por los alumnos, o sobre las que tengan la posibilidad de manejar y experimentar con los objetos a los que se refieren.

## **Otras actitudes**

Junto a las actitudes más directamente relacionadas con los contenidos a los que se ha hecho referencia, en el primer ciclo puede incidirse en la apropiación de otras actitudes más generales, relacionadas, por ejemplo, con la organización del trabajo personal y colectivo: actuación sistemática, cuidado y orden al realizar y presentar los trabajos, reparto y asunción de responsabilidades en el trabajo en grupo, etc. De la misma manera, el desarrollo de la confianza en las propias capacidades, que debe estar presente en toda la etapa, requiere una atención especial.

## Segundo ciclo

### Números

El desarrollo de la capacidad de manejar e interpretar los números en situaciones cada vez más complejas ha de seguir persiguiéndose en este ciclo. Se puede extender el campo de aplicación de los números dando más sentido y enriqueciendo las relaciones que ya conocían, utilizando notaciones nuevas, manejando números no exactos con un control mayor del grado de aproximación, etc.

Es en este ciclo donde pueden ubicarse la mayor parte de los contenidos relativos al álgebra, aunque ya se hayan iniciado antes. Por una parte ha de promoverse el aprendizaje de destrezas relacionadas con la transformación de expresiones algebraicas sencillas y que llevan consigo la posibilidad de resolver problemas con ayuda de las ecuaciones de primer grado. También es preciso trabajar la simbolización de relaciones cuantitativas de distinto tipo, así como la forma de escribir ecuaciones o expresiones funcionales a partir de enunciados verbales.

La relación de proporcionalidad debe aumentar aquí su aplicabilidad. Y esto es posible en primer lugar porque se puede utilizar con números más complicados, pero también porque se refuerzan las relaciones entre las distintas formas de proporcionalidad: numérica, geométrica, gráfica y algebraica.

### La medida

Un control mayor de la precisión y el error, al utilizar instrumentos diversos y en la expresión de las medidas, contribuye a completar en este ciclo el desarrollo de las capacidades relacionadas con la medida. También colabora a ello acabar de perfilar la idea, el uso y el cálculo del volumen, que se habrán iniciado paulatinamente en ciclos anteriores. La posibilidad de utilizar, con mayor agilidad, fórmulas más complejas permite el cálculo, por medios indirectos, de medidas de longitud, superficie y volumen referidos a un rango más amplio de objetos y espacios.

El hecho de poder analizar con una mayor profundidad las formas geométricas planas y tridimensionales permite elaborar y utilizar estrategias de medida más imaginativas que utilicen, por ejemplo, la descomposición en figuras más simples, la representación a escala o la proporcionalidad geométrica.

---

La capacidad de estimar cantidades, resultados y medidas alcanza en este ciclo un grado mayor de ajuste y proporciona, sobre todo, la posibilidad de utilización de la estimación como forma habitual de actuar para obtener información con rapidez o poco accesible por otros medios.

## **Representación y organización del espacio**

Se completa en este ciclo el conjunto de procedimientos que pueden utilizarse en el análisis, descripción y representación de formas y configuraciones geométricas. Lo hacen posible, en primer lugar, el estudio más detallado de algunas figuras, como las cónicas, y el de las transformaciones geométricas, y, en segundo lugar, el análisis de las propiedades más relevantes de las ya conocidas y de las relaciones entre ellas.

La posibilidad de utilizar simultáneamente más ideas en el trabajo con las figuras, la mayor facilidad para incorporar consideraciones sobre la medida y el estudio más sistemático de las situaciones permiten enriquecer su análisis y extenderlo a un rango más amplio de situaciones. En definitiva, se trata de llevar a cabo un estudio más profundo de las propiedades de las figuras geométricas en todos sus aspectos: reconocimiento, representación, propiedades métricas, etc. Se puede esperar, por otra parte, una utilización más ajustada de las distintas formas de razonar, con una presencia mayor de los métodos deductivos.

En este ciclo, otra característica del desarrollo de la capacidad de percepción y descripción de las formas y situaciones del espacio es la posibilidad de reflexionar sobre ellas con menor apoyo concreto. Si bien, en general, debe ser posible el manejo de los objetos que se analizan, la reflexión sobre lo geométrico puede ir necesitando un soporte en los objetos progresivamente menor. Para hacerlo posible es imprescindible una mayor destreza en la utilización de representaciones planas de formas y espacios, así como fomentar la capacidad de imaginarlas.

## **Interpretación, representación y tratamiento de la información**

El tratamiento de las relaciones funcionales proporciona la capacidad de analizar un conjunto amplio de situaciones reales y obtener información sobre ellas. La posibilidad de interpretar y manejar for-

mas de expresión ya conocidas, fundamentalmente las representaciones gráficas, se amplía a través de análisis más exhaustivos y que incluyen nuevos elementos (continuidad, periodicidad...). En este ciclo se puede llevar a cabo un tratamiento algebraico de las relaciones más simples.

Anteriormente los alumnos han ido conociendo y utilizando técnicas sencillas de tratamiento estadístico de conjuntos de datos, fundamentalmente de forma gráfica y a través del cálculo de parámetros de posición central. Los aprendizajes relativos a la estadística en este ciclo deben permitir a los alumnos interpretar informaciones, argumentaciones, analizar su oportunidad, etc. Ayuda a ello el uso de variables con un mayor número de valores posibles (continuas o no), así como representaciones gráficas y tabulares más complejas. Completan este estudio el conjunto de ideas y técnicas que pueden ser utilizadas como la dispersión, las muestras y la dependencia aleatoria.

## **Tratamiento del azar**

Es posible en este ciclo llegar a una idea más precisa del concepto de probabilidad como medida de lo esperable de un suceso. Junto a esto, la posibilidad de calcular probabilidades teóricas a través de la regla de Laplace (sin abandonar la obtención por métodos empíricos) proporciona un campo mucho más amplio de aplicabilidad de lo aprendido. La utilización de la idea de probabilidad en el análisis de experiencias compuestas, que completa la gama de situaciones en las que un alumno de esta etapa manejará la cuantificación del azar. Todo ello permite la interpretación más ajustada de las situaciones relacionadas con el azar y de la utilización de la probabilidad para describirlas. En todo caso es importante hacer notar que no es objeto de esta etapa la formalización del concepto de probabilidad a través de su axiomática.

## **Procedimientos generales**

Una de las dimensiones características de esta área es el desarrollo de la capacidad de resolver problemas. La posibilidad de manejar una mayor cantidad de datos y de gestionar más recursos, junto a una mayor autonomía en la obtención de información y en la toma de decisiones, permiten enfrentarse a un conjunto de situaciones

---

más amplio. Junto a ello, los alumnos de este ciclo están más capacitados para la formulación y comprobación de conjeturas y para realizar generalizaciones en situaciones diversas, que constituyen herramientas de gran potencia, en particular en tareas de resolución de problemas.

En todos los ámbitos de la actividad matemática, en el tratamiento de distintos objetos y en diferentes situaciones (resolución de problemas, formulación de consecuencias, comunicación de ideas y resultados...) puede en este ciclo introducirse un mayor "rigor" en cuanto a la justificación de las conclusiones, tanto las obtenidas por el propio alumno como las que obtengan o le presenten otros. Llegar a la justificación, que en algún caso puede ser demostración, pero no necesariamente siempre, requiere ir desarrollando paulatinamente ideas y actitudes más ajustadas sobre el rigor y la coherencia en la argumentación, sobre la necesidad de precisión al utilizar términos y al realizar medidas, sobre la exactitud y control del error en la utilización de cantidades.

### **Otras actitudes**

Un aspecto de importancia en el segundo ciclo es el desarrollo de actitudes que permitan valorar críticamente la información, en particular la que utiliza soportes o elementos matemáticos. Aunque en ciclos anteriores pueden haber ido adquiriéndose una cierta disposición y algunas herramientas para ello, en éste los alumnos han adquirido la madurez y los instrumentos necesarios para actuar habitualmente de esta forma.

En el ámbito de la resolución de problemas el desarrollo de actitudes críticas puede extenderse también a la valoración del trabajo realizado y las estrategias utilizadas, tanto por el propio alumno como por sus compañeros. A partir de esta valoración debe tenderse a la revisión sistemática de las estrategias y las soluciones, así como la elaboración de alternativas que puedan mejorar unas y otras.

### **ESPECIFICACIONES PARA EL CUARTO CURSO**

Las dos opciones que se establecen en el último curso de la etapa comparten la mayor parte de los contenidos y se diferencian principalmente por su enfoque. Las peculiaridades de cada opción habrán



de manifestarse sobre todo en los sucesivos niveles de concreción, en los que la diferencia de orientación puede tener mayores consecuencias tanto en cuanto a la pormenorización de los contenidos como en los criterios metodológicos. Debe tenerse en cuenta que en la caracterización de las opciones se hace referencia únicamente a aquello que sirve para establecer la diferenciación, y no debe suponer el abandono de otros aspectos.

El establecimiento de esta diferenciación tiene algunas consecuencias en cuanto a la secuencia de contenidos dentro del ciclo. La primera de ellas, por lo demás evidente, es que todos aquellos contenidos sobre los que se establece alguna diferencia en cada opción, por su ausencia, por su diferente grado de profundidad o por su tratamiento distinto, serán propios del último curso. Debe tenerse en cuenta, además, que las decisiones sobre la secuencia de contenidos dentro del segundo ciclo no se refieren únicamente a lo que los alumnos deben aprender antes o después, sino también a la forma en que van a hacerlo.

### **Opción A**

Esta opción, de carácter más terminal, debe orientarse, en primer lugar, a favorecer el desarrollo de capacidades relacionadas con la aplicación de las matemáticas: para obtener y transmitir información, para resolver problemas relacionados con el entorno y para tomar decisiones que las requieran. Para esto es preciso que los alumnos tengan la posibilidad de utilizar lo aprendido en un conjunto suficientemente amplio y diverso de ocasiones. Ello puede permitir el desarrollo de formas propias de enfrentarse a las situaciones y de calcular, así como la puesta en práctica de estrategias personales para analizar y resolver problemas, condiciones que pueden garantizar en mayor medida su aplicación. Y, por otra parte, también hace posible la necesaria confianza en lo que se sabe y se sabe hacer.

Otra característica de esta opción es la especial importancia que ha de darse a la utilización de las matemáticas en la comunicación habitual. Ello supone la necesidad de conseguir que los alumnos sean capaces de interpretar informaciones diversas y argumentaciones que utilicen conceptos, términos, representaciones u otros elementos relacionados con las matemáticas, así como facilitar la inclusión de estos elementos en su forma de expresión.

En tercer lugar, ha de limitarse en esta opción la utilización de representaciones simbólicas y, en general, de formalismos no estrictos.

tamente necesarios. Esto permite y exige, en la resolución de problemas, la adquisición de estrategias y destrezas con menor carga sintáctica, y por ello más próximas al significado de lo que se hace.

Con respecto a los contenidos, de las consideraciones anteriores se deduce que, si bien no existen contenidos exclusivos de esta opción, pueden marcarse algunos que podrían tener más relación con ella. Esto ocurre, por ejemplo, con los referidos a la lectura e interpretación de información gráfica (mapas y planos, gráficas estadísticas y funcionales, etc.). De la misma forma, algunos contenidos permiten un desarrollo y pormenorización diferente en cada opción. Así, por ejemplo, en el tratamiento de la proporcionalidad, en esta opción han de contemplarse con mayor detalle las medias ponderadas o el interés, que suponen respectivamente una ampliación y una aplicación de aquélla.

La no inclusión de nuevos contenidos en la opción A hace posible una dedicación importante a la consolidación de aprendizajes asignados a momentos anteriores, a través del enriquecimiento de relaciones, del establecimiento de nuevas conexiones entre lo que se sabe o del aumento de su funcionalidad. Es preciso retomar, además, aquellas actitudes que inciden en la relación del alumno con las matemáticas: la valoración de lo que sabe y sabe hacer, idea de su posible utilidad para resolver problemas, cotidianos o no, y para expresar e interpretar ideas, etc.

### **Opción B**

La segunda opción se diferencia de la anterior principalmente por el mayor peso que debe darse a los aspectos formales. Esto supone asignar más importancia a las capacidades relacionadas con el empleo de lenguajes simbólicos y representaciones formales, así como la tendencia a una precisión más alta en la utilización de conceptos, términos y cantidades.

Con este carácter más formal está relacionada la incidencia más fuerte en los aspectos constructivos frente a los interpretativos. Así, por ejemplo, con respecto a la utilización del lenguaje gráfico, además del desarrollo de la capacidad de leer gráficas e interpretarlas en relación con el fenómeno que representan, debe tener una mayor presencia la posibilidad de construir gráficas que representen relaciones funcionales o estadísticas en una gama más amplia de situaciones y con una exigencia mayor en cuanto a la adecuación del resultado.

El manejo de objetos matemáticos ha de conducir a la obtención de una serie de destrezas que permitan utilizarlos con soltura. Para ello es preciso el aprendizaje de ciertos algoritmos de cálculo que hacen posible la resolución de determinados problemas de manera automática y que, si bien tienen el peligro de alejarse más de su significado que otros métodos más informales, permiten enfrentarse a situaciones más complejas desde el punto de vista matemático.

En cuanto a los contenidos, las consideraciones anteriores se traducen en la determinación de algunos contenidos que se pueden considerar propios únicamente de esta opción. La capacidad de utilizar expresiones simbólicas se amplía con el manejo de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, lo que lleva consigo la posibilidad de enfrentarse a problemas que los requieran, así como la adquisición de destrezas algebraicas de resolución. En el mismo sentido debe entenderse la resolución algebraica de la ecuación de segundo grado. Pero, además, poder manejar el lenguaje algebraico con mayor soltura permite, en el tratamiento de las relaciones funcionales, la utilización de expresiones algebraicas en un rango más amplio de situaciones. La tasa de variación media es también un contenido específico de esta opción.

En el ámbito de la medida también hay en esta opción contenidos propios: el estudio de las razones trigonométricas y sus relaciones elementales, así como el aprendizaje de los procedimientos asociados a ellas, que permiten, en muchos casos, la obtención indirecta de longitudes y ángulos en casos sencillos.

---

*Estos cuadros, que son un complemento de la secuencia de objetivos y contenidos descrita anteriormente, facilitan al profesor una visión conjunta de la gradación que se ha establecido entre los ciclos.*

*No sustituyen al texto de la secuencia; por el contrario, sólo pueden interpretarse correctamente acompañados de la lectura de la misma.*

---

## Primer ciclo

- Números enteros, decimales y fraccionarios.
  - Manejo y significado como expresión de distintas situaciones.
- Operaciones. Prioridad.
  - Algoritmos de las operaciones: lápiz y papel, calculadora, cálculo mental.
- Expresión de medidas y cantidades con la aproximación decimal adecuada. Redondeos.
- Relaciones de ordenación y divisibilidad.
- Actitud positiva hacia la utilización de los números para distintas funciones: ordenar, expresar cantidades, relaciones medidas, etc., así como hacia las propiedades numéricas.
- Relación de proporcionalidad.
  - Reconocimiento de relaciones de proporcionalidad.
  - Obtención de cantidades proporcionales.
- Iniciación al lenguaje algebraico.
  - Utilización de símbolos para expresar regularidades, relaciones, enunciados verbales, etc.
  - Interpretación de expresiones sencillas escritas en forma simbólica.
- Valoración del lenguaje simbólico como forma de expresión.

## Segundo ciclo

- Extensión del campo de aplicación de los números.
  - Nuevas notaciones.
  - Destrezas de cálculo utilizando propiedades de las operaciones o cualquier estrategia válida.
  
- Números no exactos.
  - Control de la aproximación.
  - Elección de la aproximación numérica adecuada.
  
- Actitud positiva hacia los números y los conocimientos de naturaleza numérica, y conciencia de su utilidad para expresar distintas situaciones.
  
- Relación de proporcionalidad.
  - Utilización de las diferentes formas de manejar la relación de proporcionalidad.
  - Apreciación de la utilidad de proporcionalidad.
  
- Lenguaje algebraico.
  - Resolución de ecuaciones por métodos intuitivos y utilizando los algoritmos de resoluciones algebraicas.
  - Destrezas relacionadas con la transformación de expresiones algebraicas.
  
- Actitud positiva hacia el lenguaje simbólico como una herramienta potente para expresar distintas situaciones y para resolver problemas.

Primer ciclo

- Formas planas y espaciales.
  - Terminología para describirlas.
  - Relaciones entre ellas.
  - Propiedades elementales.
- Identificación, clasificación, recuento y descomposición de formas geométricas.
- Interpretación, descripción, construcción y representación de las figuras planas y espaciales.
- Manejo de formas con ciertas regularidades.
- Empleo de representaciones sencillas de objetos geométricos y de espacios para resolver problemas.
- Utilización de métodos de razonamiento inductivos y, en menor grado, deductivos, para obtener propiedades geométricas.
- Sensibilidad hacia la belleza de las formas geométricas en la naturaleza, el arte y la técnica.

## Segundo ciclo

- Estudio más detallado de las figuras planas y espaciales ya conocidas, así como de otras nuevas, entre ellas las cónicas.
- Conocimiento y utilización de las transformaciones isométricas.
- Análisis de las figuras geométricas incluyendo más conceptos simultáneos.
- Utilización más precisa de los procedimientos de identificación, clasificación, interpretación, etc.
- Menor apoyo en los objetos para razonar sobre las formas geométricas. Capacidad de imaginar las formas sin apoyo en lo concreto.
- Mayor destreza en la utilización de representaciones planas.
- Utilización de las distintas formas de razonar para resolver problemas geométricos.
- Actitud positiva hacia la belleza de las formas geométricas.

Primer ciclo

- Manejo de las convenciones habituales de las representaciones gráficas de relaciones funcionales y datos estadísticos.
- Utilización de las gráficas para obtener valores concretos e información global sobre diversos fenómenos.
- Utilización, en casos sencillos, del lenguaje de las funciones para la descripción de relaciones.
- Procedimientos de obtención y manejo de datos relativos a variables discretas.
- Tratamiento de los datos con técnicas de recuento, tablas, gráficas y medidas de centralización.
- Actitud positiva y crítica hacia la información expresada mediante gráficas.



———— Segundo ciclo ————

- Estudio más completo de las representaciones gráficas.
  - Ampliación del análisis de las gráficas introduciendo factores nuevos: continuidad, periodicidad, etcétera.
  
- Tratamiento algebraico de relaciones funcionales simples.
  
- Procedimientos de obtención y manejo de datos estadísticos referidos a variables continuas o discretas.
  
- Interpretación de los datos estadísticos con ayuda de las medidas de centralización y dispersión.
  
- Significado de la dispersión.
  
- Iniciación a las variables bidimensionales.
  
- Actitud positiva y crítica ante las informaciones estadísticas.

Primer ciclo

- Obtención, por medios empíricos, de información sobre regularidades en situaciones aleatorias.
- Técnicas simples de asignación de probabilidad.
- Actitud positiva para cuantificar lo probable.

— Segundo ciclo —

- Utilización de métodos empíricos y de recuento para asignar probabilidades en casos más complejos.
- Cálculo de probabilidades teóricas por la regla de Laplace.
- Experiencias compuestas. Probabilidad condicionada.
- Aumento de precisión al cuantificar lo probable.
- Actitud positiva hacia las informaciones dadas en términos de probabilidad.

Primer ciclo

Manejo de la información

- Cierta dominio de la terminología: conocimiento y utilización de términos que designan objetos matemáticos y relaciones entre ellos.
- Utilización de las matemáticas para interpretar mensajes y como expresión de ideas e informaciones.
- Descripción verbal de procesos y conclusiones.

Estrategias generales de resolución de problemas

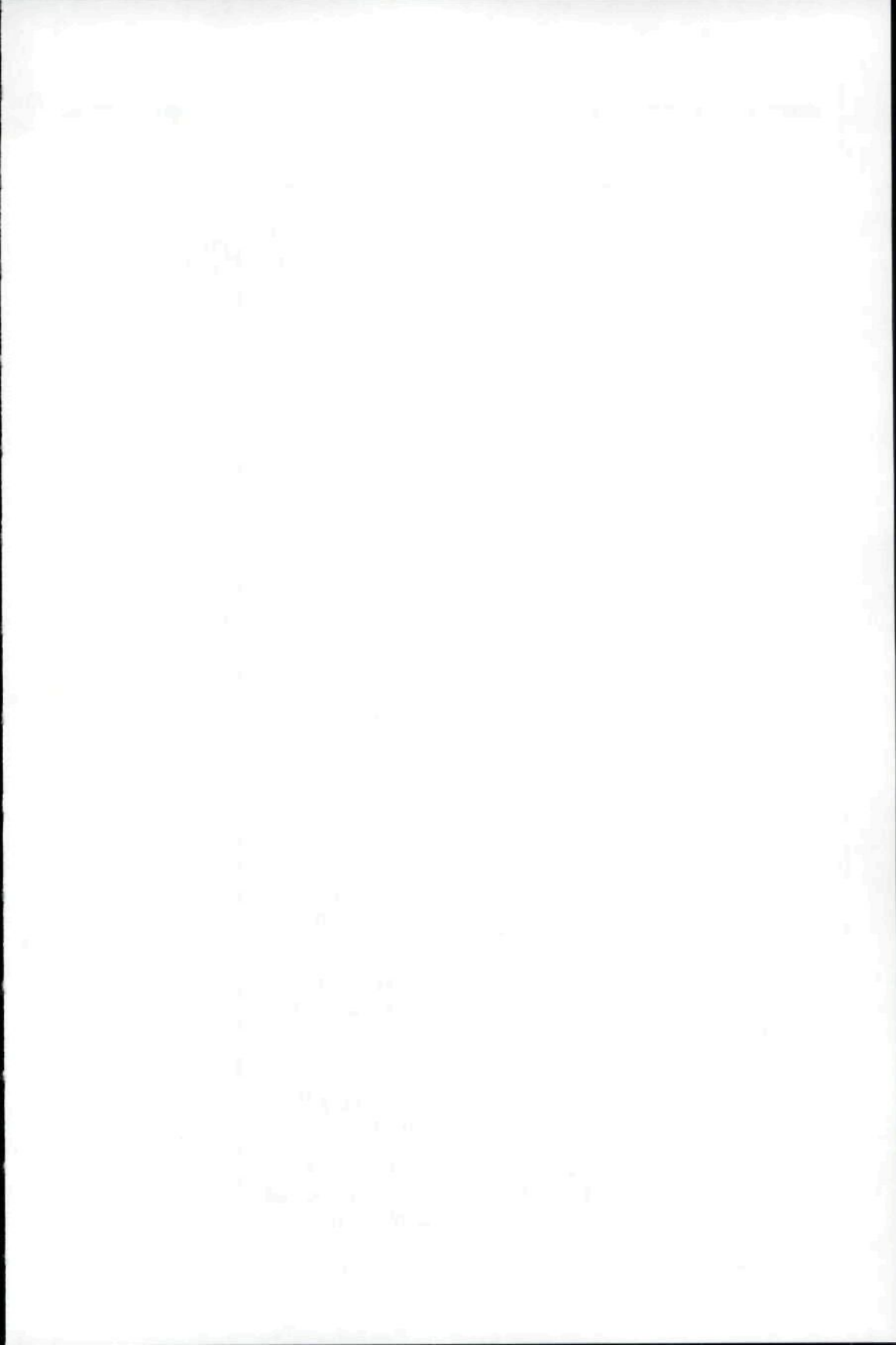
- Problemas planteados en contextos próximos al alumno o sobre los que tenga la posibilidad de experimentación.
- Tendencia a la sistematicidad en la revisión de las diferentes alternativas.
- Estrategias simples de resolución de problemas, tales como:
  - Técnicas de recogida y organización de la información.
  - Búsqueda de casos particulares.
  - Métodos de ensayo y error.

Otras actividades

- Actitudes relacionadas con la organización del propio trabajo y de las tareas colectivas.
- Desarrollo de la confianza en las propias capacidades para utilizar las matemáticas en distintas situaciones.

## Segundo ciclo

- Mayor rigor en la justificación de procesos y conclusiones (precisión, coherencia, control del error, etc.).
- Problemas planteados en contextos más alejados del alumno.
- Manejo de más recursos y mayor cantidad de datos en la resolución de problemas.
- Tendencia a la exhaustividad en la revisión de las diferentes alternativas.
- Estrategias de resolución más complejas. Por ejemplo:
  - Formulación y comprobación de conjeturas.
  - Generalización.
- Mayor autonomía en la obtención de información y en la toma de decisiones.
- Valoración crítica de la información que utiliza soporte o elementos matemáticos.
- Valoración del trabajo y estrategias utilizadas, tanto por el propio alumno como por los demás.
- Revisión sistemática de las estrategias y soluciones, y elaboración de alternativas que las mejoren.



# Criterios de evaluación por ciclos

## Primer ciclo

### **1. Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.**

Se pretende garantizar con este criterio la adquisición de un rango amplio de destrezas en el manejo de los distintos tipos de números de forma que pueda compararlos, operar con ellos y utilizarlos para recibir y producir información.

El criterio se refiere a la utilización de números fraccionarios en contextos reales y por ello con denominadores no excesivamente grandes, y con no más de dos operaciones encadenadas. Con respecto a los porcentajes, el criterio se refiere a su utilización como relación entre números y como operador en la resolución de problemas.

### **2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.**

A través de este criterio puede valorarse si el alumno es capaz de asignar a las distintas operaciones nuevos significados, e interpretar resultados diferentes a los habituales con números naturales. Se pretende, además, que el alumno sea capaz de determinar cuál de los métodos de cálculo (escrito, mental o con calculadora) es adecuado en cada situación, además de adoptar la actitud que lleva a no tomar el resultado del cálculo por bueno sin contrastarlo con la situación de partida.

### **3. Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas.**

La información obtenida de las gráficas ha de ser fundamentalmente global: aspectos generales de la gráfica, crecimiento, etc. No obstante, a veces también puede ser conveniente la extracción de información cuantitativa puntual. La construcción de gráficas debe suponer, además, la elección del tipo de gráfica más adecuado a la situación que se pretende describir, así como los hábitos de precisión y limpieza necesarios. No es objeto de este criterio el análisis de información a través de la comparación de gráficas.

### **4. Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas.**

Este criterio está dirigido a comprobar que el alumno entiende las expresiones simbólicas que describen la relación funcional entre variables. La comprensión de estas expresiones simbólicas lleva consigo, por una parte, las apreciación global de características del tipo: aumento y disminución simultáneos, proporcionalidad, etc., y por otra la posibilidad de sustituir valores de las variables dependientes para obtener los correspondientes de la variable independiente.

### **5. Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un suceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades.**

Los aprendizajes relativos al cálculo de probabilidades a los que deben enfrentarse los alumnos en esta etapa requieren un progresivo desarrollo de la intuición sobre los sucesos inciertos y sobre la forma de medir su probabilidad. Se trata, por ello, de asegurar que el alumno acepta la posibilidad de medir el grado de certeza y tiene algunas herramientas elementales para hacerlo. En lo que se refiere a este criterio de evaluación, no es importante la forma en que se exprese la medida de la probabilidad, que puede ser en tanto por uno, en tanto por ciento o como proporción.

### **6. Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes.**



Se pretende con este criterio que los alumnos, al acabar el primer ciclo, sean capaces de interpretar y utilizar técnicas estadísticas sencillas de representación y medida. A diferencia del último ciclo de la Educación Primaria, aquí debe ser posible el manejo de un mayor número de datos, expresados además con alguna cifra decimal y referidos a contextos no necesariamente familiares al alumno. La utilización de la calculadora puede también facilitararlo. Por otra parte, la adecuación de la gráfica, en este caso, puede ser valorada en términos de elección pertinente (en función de que la variable sea ordenada o no, del tamaño de los números, etc.) y de construcción correcta (elección de escalas, relación entre tamaños y frecuencias, etc.).

**7. Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medida más adecuada.**

Con este criterio se pretende comprobar si el alumno es capaz de obtener la medida de las superficies utilizando diversos métodos exactos y aproximados. Supone, por una parte, la adquisición de estrategias relacionadas con la estimación, como pueden ser la comparación o el cuadrículado, y por otra, la posibilidad de calcular superficies utilizando triangulaciones, fórmulas u otros métodos. *En cuanto a la estimación, se referirá en todo caso a medidas de objetos visibles en su totalidad y con un grado de precisión adecuado a la situación que plantea la necesidad de estimar.*

**8. Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas.**

Este criterio permite establecer el grado de desarrollo de las capacidades relacionadas con la percepción de las formas geométricas, tales como la observación de figuras, el establecimiento de relaciones de analogía, diferenciación, tamaños, posición, etc. Respecto al tipo de figuras con las que debe valorarse este criterio, en este ciclo deberían limitarse en el caso de las figuras planas a las limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, y en el caso de los cuerpos a los limitados por superficies planas, esféricas, cilíndricas y cónicas.

El contexto en que se planteen actividades relacionadas con este criterio debería permitir la posibilidad de manipulación de las figuras: ver desde distintos lugares, medir, doblar, hacer recuentos, etc.

Se pretende, además, que el alumno exprese verbalmente las propiedades encontradas y las relaciones de unas figuras con otras de forma cada vez más precisa.

**9. Interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones.**

Al acabar el primer ciclo los alumnos deben ser capaces de manejar representaciones de objetos tridimensionales sencillos (en perspectiva isométrica o caballera) y de superficies planas (mapas y esquemas) con una cantidad de información no demasiado grande. La interpretación a la que alude este criterio supone relacionar cada elemento de la representación con lo representado, así como de extraer algunos datos útiles tales como relaciones entre esos elementos y medidas lineales y angulares. En el caso de los planos y mapas, las escalas habrán de ser potencias de diez.

**10. Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras.**

El aspecto esencial de este criterio es que la comprensión de la idea de proporcionalidad se ha de manifestar a través de la obtención de cantidades y figuras proporcionales. No se trata, por ello, del aprendizaje de algoritmos que permitan obtenerlas de forma automática, sino del desarrollo de estrategias de cálculo o trazado basadas en el propio concepto de proporcionalidad. De la misma forma, las razones utilizadas serán lo suficientemente simples como para poder ser interpretadas desde la idea de proporcionalidad.

**11. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.**

Este criterio pretende comprobar que el alumno o la alumna tienen recursos para percibir, en un conjunto o sucesión de objetos diferentes (números, formas geométricas, expresiones algebraicas, etc.), aquello que es común, la regla con la que se han construido, un criterio que permita ordenarlos, etc. El núcleo de este criterio no es tanto la forma en que se expresen las citadas regularidades o relaciones como el ser capaz de reconocerlas.

**12. Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático.**

Este criterio se refiere a la manera de enfrentarse a la resolución de problemas, así como a alguna de las posibles estrategias que se pueden poner en práctica. Debería tenerse en cuenta la familiaridad del alumno con los objetos de los que trata, la disponibilidad de información explícita y no excesivamente sobreabundante o la facilidad de codificación u organización de la información, a la hora de aplicar este criterio.

## Segundo ciclo

**1. Utilizar los números negativos y las potencias y raíces cuadradas, con la notación convencional, en el cálculo escrito y en la resolución de problemas.**

Se pretende garantizar con este criterio la adquisición de un rango más amplio de destrezas en el manejo de los números. Para ello se aumenta la gama de números que han de utilizarse, incorporando los negativos, que, aunque hayan podido conocerse en el ciclo anterior, permiten en éste su uso en más situaciones. El manejo de números negativos, potencias y raíces va acompañado de una mayor complejidad en las notaciones que se utilizan. Además de la notación propia de estos objetos, se hace más necesario, por ejemplo, el empleo adecuado de la jerarquía de las operaciones y el consiguiente uso de los paréntesis.

**2. Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en un contexto de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.**

Este criterio supone el manejo de los conceptos y procedimientos relacionados con la precisión, la aproximación y el error. Los alumnos y las alumnas deben poder aplicar técnicas de obtención de números aproximados por redondeo y truncamiento, y ser conscientes de la necesidad de utilizar números aproximados en algunos

---

casos y del error que se puede llegar a cometer con su uso. La utilización de calculadoras, aparte de aumentar la importancia de este criterio, permite aumentar la precisión en las situaciones en que se ponga de manifiesto.

### **3. Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión algebraica sencilla y representarlas utilizando gráficas cartesianas.**

Este criterio supone el manejo de representaciones gráficas, tanto para obtener información a partir de ellas como para expresar relaciones de distinto tipo. La información obtenida de las gráficas ha de ser tanto global (aspectos generales de la gráfica como el crecimiento, el rango, etc.) como local (obtención de pares de valores relacionados, etc.).

En cuanto a la realización de la gráfica, es exigible en este ciclo una mayor corrección, tanto en cuanto a la precisión con que se trace como en cuanto a su concepción: elección del tipo de gráfica y de las escalas adecuadas, determinación del intervalo que se representa, etc.

### **4. Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que existan en ellos y, en su caso, de la resolución de ecuaciones de primer grado<sup>1</sup>.**

Este criterio va dirigido a comprobar que el alumno es capaz de utilizar las herramientas algebraicas básicas en la resolución de problemas. Para ello, ha de poner en juego la capacidad de utilizar los símbolos, con las convenciones de notación habituales, para el planteamiento de ecuaciones, y resolver esas ecuaciones por algún medio fiable que no necesariamente ha de ser la manipulación algebraica de las expresiones.

### **5. Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas<sup>2</sup>.**

Este criterio trata de garantizar la adquisición de una cierta destreza en la utilización del lenguaje algebraico. El planteamiento y

---

1 Específico de la opción A.

2 Específico de la opción B.

resolución de sistemas de ecuaciones requiere estar familiarizado con los conceptos de variable/incógnita, con las convenciones de notación y transformación algebraicas y con el significado de ecuación y sistema, así como conocer técnicas de resolución algebraica. Es importante resaltar que tan importante como la codificación de las relaciones en forma de ecuación es la descodificación en términos del problema planteado. El planteamiento de ecuaciones fuera de contexto no constituye una tarea con la que pueda valorarse este criterio.

**6. Interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios y asignar probabilidades utilizando el cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios.**

En este criterio el énfasis reside en el proceso de asignación de probabilidades y la interpretación que de ellas se haga, y que permite tomar decisiones y actuar de acuerdo con ellas. Por ello ocupa un segundo plano la forma de expresión de la probabilidad. En los casos de sucesos compuestos, el alumno utilizará recursos para la asignación de probabilidades, como las consideraciones de simetría o la construcción de diagramas en árbol.

**7. Presentar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.**

Este criterio supone un conocimiento suficiente de los conceptos relacionados con el muestreo, las representaciones gráficas y las medidas de posición central y dispersión, así como una actitud que favorezca la reflexión sobre la oportunidad y el modo de utilización de estas técnicas. Se utilizarán también técnicas estadísticas sencillas de recuento, construcción de tablas de efectivos, representación gráfica y cálculo de algunas medidas.

**8. Estimar el volumen de los cuerpos y los espacios con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y su tamaño, y calcularlo cuando se trate de formas compuestas por ortoedros.**

A través de este criterio se pretende comprobar que los alumnos han adquirido la experiencia y las técnicas necesarias para estimar

superficies y volúmenes con una cierta precisión. El grado de aproximación con que se obtengan los volúmenes dependerá en buena medida de la existencia de formas regulares (ángulos rectos, superficies planas, esféricas o cilíndricas, etc.). En cuanto al cálculo, no se trata tanto de la aplicación de fórmulas como de la utilización de la noción de volumen (unidad, adición de volúmenes, etc.).

**9. Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas.**

Se pretende comprobar con este criterio que el alumno sea capaz de utilizar los conceptos básicos de la geometría para conocer mejor el mundo físico que le rodea, que ha adquirido el conocimiento de la terminología adecuada y desarrollado las capacidades relacionadas con la visualización de formas y características geométricas. Conviene limitar el alcance del criterio de evaluación a figuras planas y espaciales con una cierta regularidad.

**10. Interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea preciso.**

Este criterio va dirigido a comprobar que el alumno o la alumna ha conseguido manejar las representaciones planas habituales de los objetos y espacios bi y tridimensionales con la cantidad de información usual. Ha de ser capaz de expresar la información obtenida en dichas representaciones en términos de lo representado. Asimismo este criterio requiere utilizar con soltura las escalas, numéricas y gráficas.

**11. Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza.**

Este criterio requiere, por una parte, ser capaz de distinguir cuándo una relación es de proporcionalidad y cuándo no lo es a partir de la información de que se disponga: el propio análisis de la situación, representaciones gráficas, tablas de valores, etc., y por otra, realizar cálculos que permitan averiguar cuartos proporcionales y razones de proporcionalidad. El dominio de la relación de proporcionalidad

supone la capacidad de establecer y utilizar la posibilidad de relaciones significativas entre las diversas formas de estudiarla: numérica, geométrica, gráfica y algebraica.

**12. Utilizar, en situaciones de resolución de problemas, estrategias tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de contraejemplos o la generalización.**

Este criterio se refiere a la manera de enfrentarse a la resolución de problemas, así como a alguna de las posibles estrategias que se pueden poner en práctica. Debería tenerse en cuenta la familiaridad del alumno con los objetos de los que trata, la disponibilidad de información explícita y no excesivamente sobreabundante o la facilidad de codificación u organización de la información, a la hora de aplicar este criterio.

**Primer ciclo**

1. Utilizar los números decimales y fraccionarios sencillos y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.
2. Resolver problemas para los que se precise la utilización de las cuatro operaciones con números decimales y fraccionarios sencillos, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.
3. Utilizar las gráficas (continuas) para obtener y comunicar información sobre fenómenos y situaciones en los que intervengan variables familiares y relaciones conocidas.
4. Interpretar fórmulas sencillas que describan fenómenos o relaciones conocidos y obtener valores a partir de ellas.



## Segundo ciclo

1. Utilizar los números negativos y las potencias y raíces cuadradas, con la notación convencional, en el cálculo escrito y en la resolución de problemas.
2. Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números acotando el error, absoluto o relativo, en un contexto de resolución de problemas, desde la toma de datos hasta la solución.
3. Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión algebraica sencilla y representarlas utilizando gráficas cartesianas.

Continúa

## Primer ciclo

5. Hacer predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un suceso a partir de información obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades.
6. Interpretar y obtener gráficas estadísticas sencillas, así como la mediana y la moda, correspondientes a distribuciones discretas de datos con pocos valores diferentes.
7. Estimar la medida de superficies de espacios y objetos, y calcularla cuando se trate de formas planas limitadas por segmentos y arcos de circunferencia, expresando el resultado en la unidad de medida más adecuada.
8. Identificar las características geométricas de las formas planas y los cuerpos que permitan describirlos con la terminología adecuada y descomponerlos en las figuras elementales que los forman, estableciendo relaciones entre ellas.

## Segundo ciclo

4. Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que existan en ellos y, en su caso, de la resolución de ecuaciones de primer grado. (*Opción A*)
5. Resolver problemas en los que se precise el planteamiento y resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. (*Opción B*)
6. Interpretar la frecuencia y la probabilidad en fenómenos aleatorios y asignar probabilidades utilizando el cálculo (Ley de Laplace) o por otros medios.
7. Presentar e interpretar informaciones estadísticas, teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas y la significatividad de los parámetros, así como valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.
8. Estimar el volumen de los cuerpos y los espacios con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y su tamaño, y calcularlo cuando se trate de formas compuestas por ortoedros.
9. Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimientos, semejanza y medida, en el análisis y descripción de formas y configuraciones geométricas.

Continúa

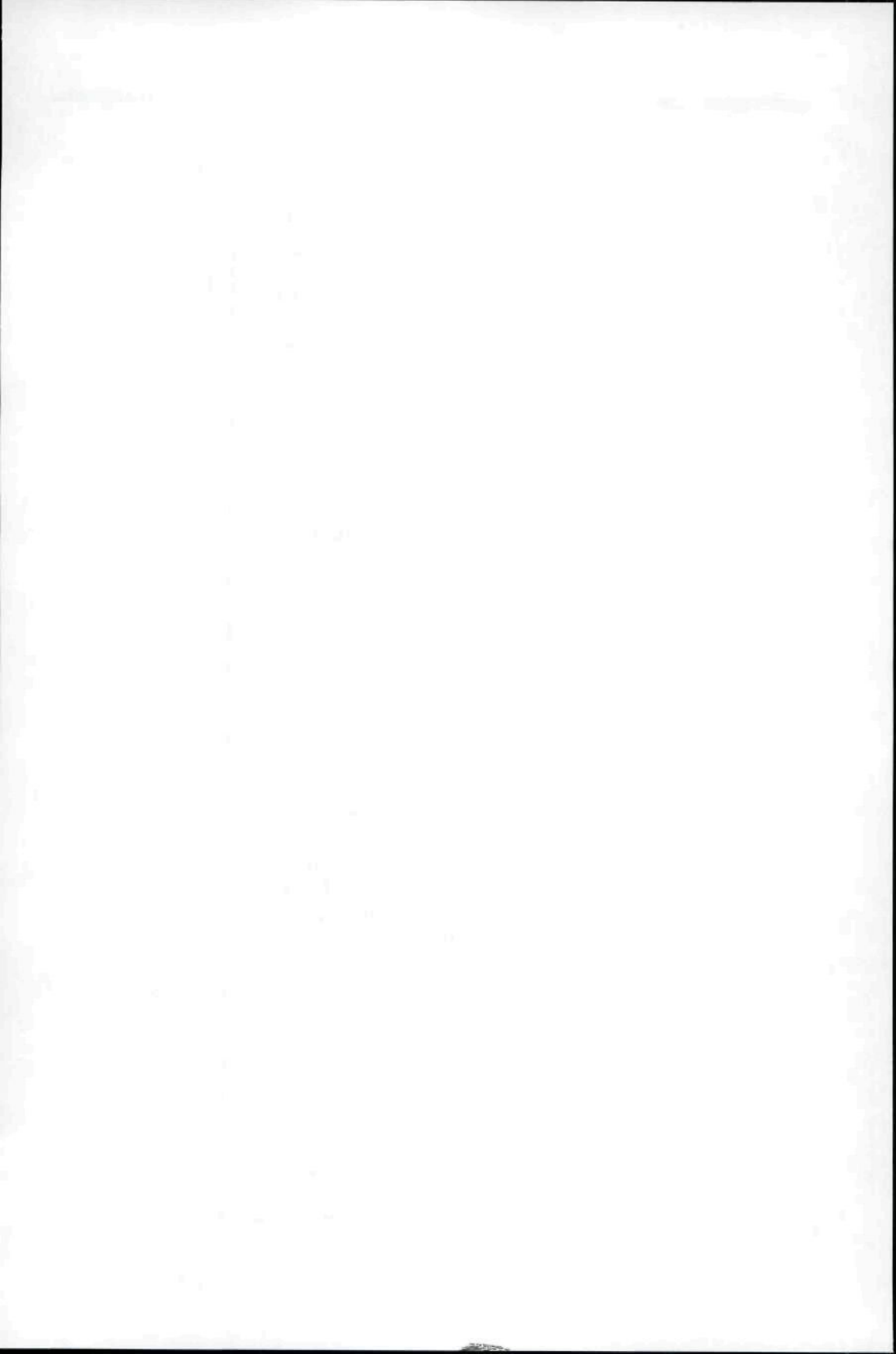


**Primer ciclo**

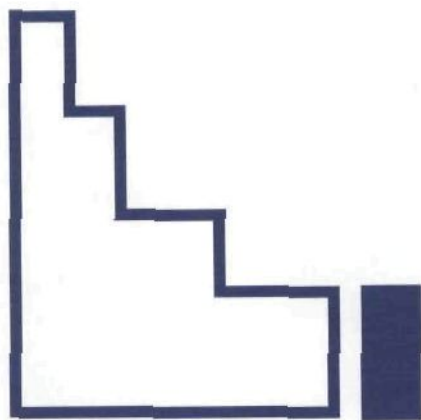
9. Interpretar representaciones planas sencillas de espacios y objetos y obtener información sobre algunas de sus características, como distancias, direcciones, etc., a partir de dichas representaciones.
10. Utilizar la relación de proporcionalidad numérica y geométrica para la obtención de cantidades y figuras proporcionales a otras.
11. Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.
12. Utilizar, en situaciones de resolución de problemas planteados dentro de su campo de experiencia, estrategias sencillas tales como el cambio de forma de representación, la construcción de tablas, la búsqueda de ejemplos y casos particulares o los métodos de ensayo y error sistemático.

## Segundo ciclo

10. Interpretar representaciones planas (esquemas, planos, mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones, etc.) a partir de dichas representaciones, utilizando *la escala cuando sea preciso*.
11. Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza.
12. Utilizar, en situaciones de resolución de problemas, estrategias tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de contraejemplos o la *generalización*.



Matemáticas



Orientaciones Didácticas



1918



# Índice

	<i>Páginas</i>
ORIENTACIONES GENERALES .....	91
Consideraciones generales.....	91
Las diferencias entre los alumnos.....	95
El papel del profesor.....	98
Criterios para el diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje.....	101
Materiales.....	106
ORIENTACIONES ESPECÍFICAS.....	111
Las relaciones de las matemáticas con la realidad y con otras áreas.....	111
Organización y secuencia de los contenidos.	113
Temas transversales .....	118
Orientaciones sobre contenidos específicos...	120
Las matemáticas en el cuarto curso .....	133

	<u>Páginas</u>
ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN .....	137
Principios generales.....	137
Evaluación de los alumnos .....	139
Qué evaluar.....	139
Cómo evaluar.....	142
Cuándo evaluar.....	149
Evaluación de la intervención docente .....	150

# Orientaciones generales

## Consideraciones generales

### Los alumnos saben muchas cosas

Los alumnos han acumulado una gran experiencia, a lo largo de su vida escolar y de sus propios aprendizajes espontáneos, en cuanto a conceptos y habilidades matemáticas se refiere. Todos ellos poseen determinadas ideas sobre qué cosa son los números, cuándo dos figuras son semejantes, cómo hacer una multiplicación y muchas otras. Además, el alumno relaciona y organiza estas ideas, implícitamente, en estructuras de alcance más general, que utiliza como marco para sus nuevas experiencias. Estas auténticas teorías personales le proporcionan pautas de exploración, por lo que observa y formula en una situación dada sólo aquellos aspectos que considera relevantes; también proporcionan criterios para explicar y justificar hipótesis de acuerdo con sus propias normas de lógica interna y el mayor o menor ajuste de las mismas al resto de la estructura. También los alumnos tienen sus propias ideas sobre aspectos más generales, como para qué sirven las matemáticas en la vida cotidiana, qué se espera de ellos cuando se les pide que resuelvan un problema o sus propios gustos y aptitud hacia la materia.

Cada alumno posee un determinado **nivel de competencia cognitiva general**, cuyo desarrollo, aunque guarda estrecha conexión con los conocimientos anteriormente descritos, limita en algunos momentos la adquisición de otros. Así, muchos alumnos no superan hasta el final de la Educación Secundaria Obligatoria el nivel que se conoce tradicionalmente como de las operaciones preformales, por lo que no cabe esperar de ellos que en años anteriores efec-

túen recuentos sistemáticos de casos, adquieran totalmente los conceptos de proporción o probabilidad, enuncien una conjetura alternativa después de haber rechazado otras o utilicen con cierta soltura el lenguaje algebraico para expresar relaciones entre variables.

Todo este conjunto de capacidades generales, saberes y actitudes específicos determina un **perfil diferente para cada alumno**; esta afirmación es válida para cualquiera de las áreas que configuran el currículo y para cualquier etapa, aunque en las matemáticas de Secundaria Obligatoria tiene una especial relevancia, ya que, por lo que actualmente se sabe, entre alumnos de la misma edad y experiencia escolar semejante puede llegar a establecerse una "distancia" que, en casos muy extremos, es equivalente a siete años.

Suele ser habitual realizar, a veces sólo al principio del curso, una **prueba o examen de conocimientos previos**. Esta información, que es sin duda muy útil, debe ser recogida con más frecuencia, sobre todo al iniciar o retomar un tema determinado. Además, se debe animar a los alumnos a que expliquen en voz alta lo que han hecho y por qué, a que discutan entre ellos sus puntos de vista.

En los últimos años se vienen realizando estudios que ponen de manifiesto las ideas que los alumnos tienen sobre algunos conceptos matemáticos a lo largo de distintas edades o etapas de su desarrollo. Estos resultados, al igual que la reflexión sobre la historia de las matemáticas, pueden proporcionar al profesor pautas de referencia muy valiosas para enmarcar sus propias observaciones, pero en ningún caso pueden suplantarlas, pues cada aula y cada alumno tienen un perfil específico.

## **El papel de los errores**

Los esquemas previos que poseen los alumnos no son en muchos casos suficientemente precisos, completos ni tan siquiera ajustados a la realidad. A veces se manifiestan directa o indirectamente en forma de "errores" al efectuar cálculos, resolver problemas o definir conceptos. Estos errores son, sin embargo, el punto de referencia obligado para el profesor, que debe analizar su significado más profundo y diseñar en consecuencia las actividades que permitan al alumno transformar un esquema insuficiente en otro más adecuado.

Desde este punto de vista, **los errores y las ideas imprecisas** de los alumnos toman una dimensión positiva. Los errores que come-

te un alumno al realizar una tarea son normalmente reflejo de algo, ponen de manifiesto esquemas conceptuales incompletos o incorrectos, que no se adaptan a nuevas situaciones más complejas. La falta de atención al llevar a cabo la tarea es responsable a veces de estos errores, pero en mucha menor medida de la que habitualmente se cree. El análisis de los errores proporciona al profesor una información de gran valor acerca de los conocimientos de sus alumnos.

El papel del profesor no consiste en evitar el error, proponiendo sólo tareas que los alumnos ejecuten correctamente, ni tampoco en ignorarlo. Será necesario a menudo provocar un conflicto entre sus conocimientos anteriores y determinadas situaciones nuevas que no encajan con ellos como paso necesario para reorganizarlos, enriquecerlos y ajustarlos; en suma, para que se produzca un aprendizaje significativo.

Este cambio de punto de vista implica que error no ha de equipararse a fracaso. Al contrario, el profesor debe transmitir a sus alumnos la sensación de que lo que saben es adecuado para determinadas situaciones, aunque no lo es para otras diferentes o nuevas, y que progresar requiere reconocer estas contradicciones y superarlas. A partir de esta toma de conciencia por parte del alumno, la tarea del profesor consiste en proporcionarle elementos que le permitan reorganizar de nuevo sus esquemas.

## Aprendizaje y motivación

El aprendizaje es fruto de una intensa **actividad del alumno**. Esta actividad es de orden **intelectual**, y se da de muy distintas maneras: cuando el alumno observa, se hace preguntas, formula hipótesis, relaciona y contrasta lo aprendido con conocimientos anteriores, lo integra en esquemas que ya posee o entra en conflicto con ellos. Como desencadenantes de esta actividad pueden actuar la manipulación de objetos y símbolos familiares, una pregunta o explicación del profesor, un debate entre alumnos, la resolución de un problema..., siempre que se realicen en la ocasión y del modo oportunos.

La construcción del conocimiento matemático es inseparable, además, de la intuición y de las **aproximaciones inductivas** impuestas por la realización de tareas concretas: La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es un paso previo e ineludible a su con-

---

ceptualización y simbolización. El profesor debe proponer una amplia gama de situaciones para favorecer el proceso que lleva de lo concreto a lo más abstracto.

Para que el alumno se comprometa en el proceso de aprendizaje ha de estar interesado en ello, motivado. El fenómeno de **la motivación** es tremendamente complejo; en él intervienen una gran cantidad de factores y se manifiesta de distinta forma en cada alumno, por las diferencias de procedencia, cultura, sexo, inclinaciones y características personales, etc. Sólo pueden darse pautas generales que cada profesor adecuará a sus propias circunstancias.

Cualquier actividad que se plantee, bien sea un problema que deba resolver el alumno, un tema que desarrolle el profesor u otra, tiene que estar suficientemente **cerca de los conocimientos del alumno** como para que pueda enmarcarla en ellos. Un alumno de primer año de Secundaria quedará probablemente bloqueado si se le propone que resuelva una ecuación de primer grado, pues carece del vocabulario algebraico básico para dar significado al problema. Al final de la etapa estará en condiciones de enfrentarse por sí solo a una ecuación complicada, sin necesidad de conocer algoritmos específicos de resolución, ya que sabe leer la ecuación, qué significa resolverla, utiliza una representación gráfica o tanteos con soluciones aproximadas, y se ayuda de la calculadora para agilizar las operaciones.

Pero hay que tener en cuenta que si la actividad propuesta es excesivamente fácil, de mera aplicación rutinaria o se deduce inmediatamente de lo que ya sabe el alumno, el interés por aprender se bloquea igualmente. Cierto es que se necesita afianzar determinadas destrezas de cálculo o gráficas, por ejemplo, pero una vez logrado un primer nivel de aproximación aceptable, pueden consolidarse en el contexto de otras muchas actividades.

Hay alumnos que disfrutan exclusivamente con la realización de **ejercicios rutinarios**, ya que sólo la repetición de lo conocido les proporciona seguridad y confianza. Estas actitudes, sin ser perniciosas en sí mismas, pueden dificultar otros aprendizajes. Para evitarlo el profesor juega un papel importante: debe proponer prioritariamente actividades y problemas abiertos, animar a los alumnos a que se aventuren en ellos, con la garantía de que cualquier avance hacia una solución va a ser valorado positivamente.

El **uso de diferentes contextos** es no sólo necesario para la funcionalidad del aprendizaje, sino que constituye un elemento de

motivación en sí mismo y un modo de generar actitudes positivas hacia el aprendizaje. Estos contextos deben proporcionar significados nuevos a los contenidos que se están trabajando, bien porque los relacionan con algo ya conocido, como son por ejemplo las aplicaciones a otras áreas o partes de la materia, bien porque ponen en cuestión el significado o la utilidad que hasta el momento el alumno asigna a estos contenidos.

## Las diferencias entre los alumnos

### Estrategias para atender las diferencias

En distintos lugares de estas orientaciones didácticas se hace alusión a una variedad de formas de actuación por parte del profesor que favorecen la atención, en un mismo grupo, a alumnos con diferencias notables en cuanto a intereses, motivaciones, aptitudes, ritmos de aprendizaje, etc. Sin olvidar la gran dificultad que entraña para el trabajo de los profesores, es indudable que algunas estrategias hacen más fácil este trabajo. Conviene recordarlas aquí de nuevo.

La primera de ellas, por su importancia y por su eficacia, es el **conocimiento de los alumnos**. En la medida en que el profesor conozca mejor a cada uno de sus alumnos, podrá intervenir mejor en su aprendizaje. La detección, por ejemplo, de dificultades para manejar determinados algoritmos, para utilizar algunas representaciones gráficas, para simbolizar, etc., hace posible el planteamiento de situaciones específicas que le permitan superarlo.

A través de la **selección de actividades** puede conseguirse que alumnos muy diferentes aprendan simultáneamente. Son interesantes, por una parte, las actividades abiertas, en las que se pueden encontrar vías diferentes de resolución, y/o en las que es posible establecer jalones intermedios, de forma que todos puedan llegar a algo; los problemas y las investigaciones —en el sentido que se da a estos términos en estas orientaciones— son buenos ejemplos de este tipo de actividades. Por otra parte, la variedad en las actividades permite también acceder a más alumnos; la diversidad en el tipo de actividades permite no sólo que los alumnos aprendan cosas diferentes, también aumenta la posibilidad de que aprendan juntos alumnos distintos. Esta variedad en las actividades puede establecerse a través de

---

distintos mecanismos: el tipo de actuación que se pide a los alumnos, los contextos de los ejercicios y problemas, el soporte en el que se proporciona la información, la mayor o menor posibilidad de manipulación de objetos o representaciones gráficas, etc.

Las diferentes **formas de agrupamiento** de los alumnos en el aula: trabajo individual, en pequeño grupo y en gran grupo, permiten disponer de momentos específicos para atender a alumnos individualmente, a los que tienen un tipo específico de dificultades, o a todos ellos, en función de las necesidades. No debe olvidarse, además, que el trabajo en pequeño grupo facilita la interacción entre los alumnos y, en consecuencia, el aprendizaje entre ellos. El reparto de tareas, la selección de estrategias, la revisión del trabajo de unos por los otros, etc., tienen buenos resultados y permiten una intervención del profesor más selectiva, y por ello más eficaz.

Existe la posibilidad de plantear **actividades diferentes a distintos alumnos** o a distintos grupos de alumnos. De esta forma, estudiantes con diferentes necesidades pueden seguir distintas vías. No puede negarse que la labor del profesor en este caso se hace más difícil, y que por ello no es razonable mantener simultáneamente la realización de muchas actividades diferentes. Sin embargo, en la medida en que permite ajustar más las actividades a las necesidades de cada uno, es una estrategia didáctica que no debería ignorarse.

Los **materiales** escritos, libros de texto, colecciones de ejercicios y problemas, etc., pueden facilitar o dificultar la enseñanza en grupos heterogéneos. Algunos de estos materiales sólo se pueden utilizar de una única manera para todos los alumnos, o bien proponen exclusivamente actividades cerradas. No tienen en cuenta, en definitiva, las diferencias entre ellos. Otros, por el contrario, son más flexibles, contienen actividades variadas y reúnen una serie de características que los hacen más adaptables a cualquier alumno. Es muy importante, por ello, que en la selección de estos materiales se tengan en cuenta las posibilidades que ofrecen en este sentido. Debe considerarse, asimismo, la posibilidad de utilizar materiales específicos de refuerzo o ampliación.

El **refuerzo** no debe suponer que los alumnos con alguna dificultad deban aprender todos los contenidos anteriores. Esto puede exigir una gran cantidad de tiempo y, por consiguiente, profundizar aún más las diferencias en el aula. Es necesaria la selección de aquellos contenidos esenciales que permitirán continuar tan cerca del resto del grupo como sea posible.



A veces será necesario para algunos alumnos la **ampliación** de contenidos. En matemáticas esta ampliación puede tomar distintas formas: introducción de nuevos contenidos no previstos para el resto de sus compañeros, avance de contenidos que van a verse posteriormente, aplicación de los procedimientos aprendidos a situaciones más complejas, con números más complicados, que exijan establecer otras relaciones, etc. De todas estas formas son aconsejables, dentro de lo posible, aquellas que no supongan diferencias notables al iniciar nuevos aprendizajes.

## Los alumnos con dificultades

Las dificultades de algunos alumnos pueden llegar a ser demasiado fuertes como para que la actuación normal del profesor le sirva para superarlas. Las causas por las que pueden aparecer estas dificultades para el aprendizaje de las matemáticas son muchas y muy variadas: ritmo de maduración más lento que el habitual, problemas con el manejo de determinados conceptos abstractos, aprendizajes previos no suficientemente asentados, bloqueos o rechazos provocados por un exceso de ansiedad, desmotivación, etc.

Ante un alumno con dificultades de aprendizaje, el profesor ha de plantearse diferentes posibilidades para tratar de ayudarle a superarlas: acotar las dificultades que se han percibido, buscar alternativas metodológicas y, si es preciso, considerar la conveniencia de garantizar determinados contenidos.

Es preciso **incidir**, en general, **en los contenidos procedimentales**, en unos casos por su mayor valor formativo (los de carácter más general), y en otros porque aumentan las posibilidades de éxito al enfrentarse a situaciones diversas de la vida cotidiana y del mundo laboral. Quizá en esta consideración habría que hacer la salvedad de algunas destrezas específicas de manipulación de algunos objetos matemáticos (expresiones algebraicas...) en los casos en que lleven consigo dificultades serias de aprendizaje. Todo ello significa que los contenidos conceptuales deben considerarse, en este contexto, al servicio de los procedimentales, y deben ser incluidos en la medida en que sean necesarios para el aprendizaje de éstos.

Junto a ello es importante el desarrollo de **actitudes** relacionadas con la valoración que haga el alumno sobre su capacidad para

---

entender y utilizar las matemáticas, así como sobre la propia utilidad de las matemáticas para resolver problemas que le afectan directamente. Aunque en menor medida, el desarrollo de hábitos de trabajo adecuados puede contribuir notablemente a superar muchas de las dificultades que a veces se encuentran en el aprendizaje de las matemáticas.

Es especialmente importante, en el área de Matemáticas, el diagnóstico de los **problemas** que tenga el alumno **en relación con aprendizajes anteriores**. En la mayor parte de los casos la adaptación ha de pasar necesariamente por el afianzamiento de estos aprendizajes. Esta consideración, sin embargo, ha de ser matizada: la pretensión de retomar aprendizajes previos, a los que presumiblemente el alumno ha dedicado, sin éxito, una buena parte de su escolaridad anterior, no es fácil que le provoque ningún entusiasmo. Puede, por el contrario, mantener el bloqueo inicial a los contenidos de matemáticas.

Algunos contenidos del área necesariamente han de estar presentes en cualquier caso sea cual fuere la situación del alumno. Es el caso del manejo de los números, tanto por ser imprescindibles para otros contenidos —y otras áreas curriculares—, como por su gran valor funcional.

Existen en matemáticas, en muchas ocasiones, **diversos métodos** para enfrentarse a las situaciones planteadas, más o menos algorítmicos, más o menos geométricos, con mayor o menor utilización de expresiones simbólicas, etc. A menudo se pretende que los alumnos sean capaces de utilizar varios de ellos, o bien se prima a unos en detrimento de otros, a los más formales frente a los más informales. La adaptación del currículo de matemáticas requerirá, por el contrario, que los alumnos afectados aprendan a hacer las cosas "por algún método", independientemente de cuál sea éste, y sin menospreciar las estrategias y destrezas menos formales.

## El papel del profesor

A lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas el profesor realiza diversas funciones, a menudo simultáneas. Aunque se alude a ellas en diferentes lugares de estas orientaciones, conviene recoger aquí las más relevantes.

## En la planificación

Una primera labor es el **diseño del proceso**: el profesor debe, a veces individualmente y otras en colaboración con otros, llevar a cabo la definición de objetivos, la programación, la determinación del tipo de actividades —ejercicios de adquisición de destrezas, de motivación de nuevos contenidos, de aplicación, de consolidación, problemas...—, así como la elección de la cantidad de actividades de cada tipo en cada momento. Junto a ello son importantes tareas tales como la *organización interna de cada unidad didáctica*, la elección de los materiales apropiados, la búsqueda de contextos adecuados, la determinación de las formas de agrupamiento más convenientes para cada actividad, etc.

## En el aula

Pero el papel central del profesor, que se pone de manifiesto en su labor cotidiana en el aula, es el de **facilitar el aprendizaje** de los alumnos. Por su importancia, se señalan a continuación algunos aspectos:

- I) Es necesario **intervenir con oportunidad**: no dar más información de la que el alumno necesita para avanzar, hacer posible que el alumno se haga preguntas, darle tiempo para que las responda... Así, por ejemplo, un problema en el que se proporcionan todos los datos desde el principio puede ser adecuado en un momento determinado, pero en otro impedirá que sea el propio alumno el que reflexione sobre qué datos necesita. Pero, cuando hace falta la intervención del profesor, es preciso que ésta sea rápida, que las situaciones de bloqueo sean detectadas y resueltas con prontitud. La intervención del profesor en el momento adecuado va generando en los alumnos autonomía y confianza en sí mismos, necesarias para utilizar las matemáticas que han aprendido en cualquier ocasión.
- II) Cada alumno necesita **ayudas diferentes y en distintos momentos**. Para algunos la mera sugerencia da lugar a un gran número de ideas, mientras que para otros, ante la misma actividad, puede ser necesario proporcionar más información, indicaciones de posibles vías de solución.
- III) Es necesario propiciar un **ambiente de trabajo grato y estimulante**, respetando las peculiaridades y el ritmo de

---

aprendizaje de cada uno de los alumnos, procurando que las condiciones materiales en que se desarrolla la actividad sean las adecuadas. Una atmósfera de éxito, en la que el profesor plantea preguntas constructivas y sugiere alternativas cuando sea pertinente, en la que se valoran positivamente los avances y se aprende de los errores, es otro de los factores imprescindibles para la motivación de los alumnos.

- IV) El profesor suele utilizar la **explicación** de un tema para transmitir unos conceptos claros y ordenados según la lógica interna de las matemáticas. Sólo el convencimiento de que es el alumno el constructor de sus propios conocimientos le llevará a intervenir de manera distinta a la habitual. La explicación del profesor es muy conveniente para centrar el propósito de las actividades que van a realizarse a continuación; puede incluir un resumen alusivo a cosas que ya conocen los alumnos, y que lleve a formular una pregunta nueva a la que no se sabe dar contestación. Es un buen momento para motivarles, para plantearles un reto atractivo. Al final de una tarea, el profesor puede intervenir facilitando la síntesis y la elaboración de conclusiones finales a partir de las que hayan podido obtener los alumnos aisladamente. Resumir los avances efectuados les ayuda a comprender el propósito de lo que está haciendo y a planificar la etapa siguiente.

El profesor juega también un papel de posible **modelo de actuación**. Son dos los ámbitos en los que este papel tiene mayor importancia: el de la *formación de actitudes* y el de la *resolución de problemas*. La forma en que una persona con experiencia en la resolución de problemas se enfrenta a ellos es, sin duda, un recurso importante en manos de quien está aprendiendo a hacerlo. Sin pretender en absoluto sustituir la resolución de problemas por parte de los alumnos, en determinados momentos puede ser conveniente que tengan ocasión de ver resolver "en voz alta" un problema por parte del profesor.

## **El pensamiento y la actitud del profesor**

Cada profesor adopta en el aula una serie de decisiones y actitudes que traducen sus **ideas acerca de qué son, para qué sirven y cómo se aprenden las matemáticas**, sin olvidar su propia predilección hacia unos u otros contenidos o hacia determinado

tipo de actividades. Predilecciones que pueden o no acoplarse a las que suele desarrollar el alumnado, con el que existen o pueden existir diferencias de edad, sexo, cultura, etc. Este conjunto de apreciaciones, que generalmente no se hace explícito, se transmite de hecho a los alumnos; de ahí que sea preferible tomarlas abiertamente en consideración y reflexionar sobre ellas, del mismo modo que se reflexiona sobre los conceptos o técnicas que se pretende enseñar.

El pensamiento del profesor, y las actitudes que lo manifiestan, son factores básicos que facilitan o bloquean el aprendizaje global de los alumnos. Una concepción de las matemáticas como ciencia básicamente deductiva y jerarquizada, con poco espacio para la inexactitud y la aproximación, lleva al profesor a plantear preferentemente en el aula cuestiones cuya respuesta es única, o que se resuelven utilizando un determinado algoritmo que es preciso recordar, y toma poco en consideración otras conductas.

Consecuentemente, el alumno centra su interés en adivinar lo que espera oír el profesor, y no en explorar su propia solución, contrastarla con la de otros compañeros y animarse a buscar otra mejor. Cuando, fuera del aula, se encuentre con algún problema matemático, intentará recordar el "buén método" para resolverlo, y, si no lo logra, se retraerá y eludirá afrontarlo con sus propios recursos.

La labor del **profesor como evaluador** se comenta con mayor extensión en el último capítulo de estas orientaciones.

## **Crterios para el diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje**

El profesor debe **proponer actividades diversas y utilizar diferentes técnicas de trabajo**, de acuerdo con el momento en que se encuentre la tarea: sus propias intervenciones (para todos, para un grupo, para un alumno o alumna determinado), la resolución de problemas, investigaciones, el ejercicio de las rutinas básicas, el trabajo práctico con instrumentos de medida y dibujo, la construcción y utilización de modelos matemáticos materiales. Cada uno de estos tipos de actividad cumple un importante papel en el aprendizaje de las matemáticas, y de ellos se hablará en epígrafes posteriores.

## Tipos de actividades

Muchas de las actividades presentes en las clases de matemáticas son tareas propuestas por el profesor para ser resueltas por los alumnos individualmente o en grupo. Conviene detenerse en las distintas posibilidades que presentan estas tareas.

- **Ejercicios de adquisición o mejora de destrezas.** Este tipo de actividad, a veces el más frecuente en las clases de matemáticas, es desde luego necesario, pero no cubre toda la amplia gama de aprendizajes que un alumno debe abordar. Antes al contrario, su función es bastante limitada y específica siendo útiles, casi exclusivamente, para el aprendizaje de determinadas destrezas algebraicas.

Por ello, para dar un mayor contenido a este tipo de actividades y utilizarlas adecuadamente, parece aconsejable no abusar de ejercicios rutinarios descontextualizados; aun cuando se pretenda alcanzar un cierto automatismo, cuanto más sentido tomen los algoritmos tanto más significativo será su aprendizaje. Por otra parte, parece comprobado que se produce un mejor aprendizaje de los algoritmos si el tiempo que ha de dedicarse a los ejercicios de este tipo se reparte en períodos más numerosos y más cortos, en lugar de concentrarse en un solo período largo.

- **Actividades de aplicación.** En ellas el alumno debe utilizar los nuevos conocimientos para resolver alguna situación extraída de un ámbito diferente. Por ello estas actividades tratan de aumentar la capacidad de transferir los aprendizajes a situaciones nuevas o distintas, a veces dentro de las propias matemáticas, pero sobre todo a otros ámbitos.

Las actividades y ejercicios de este carácter serán tanto más valiosos —y posiblemente más difíciles— cuanto mayor sea la distancia entre las técnicas aplicables y la situación que se propone. Y cumplirán mejor su función si se busca una amplia gama de ámbitos diferentes sobre los que aplicar el aparato matemático estudiado.

- **Actividades destinadas a la comprensión de conceptos.** En las que se ponen en juego las ideas acerca de los objetos matemáticos y de las relaciones que existen entre ellos. De este tipo de tareas pueden destacarse:

- las que exigen la clasificación de objetos, el análisis, la interpretación, la comparación, la inferencia o la deducción para obtener el resultado deseado;
  - aquellas otras que requieren, a partir de una información dada, reproducirla en otras palabras, explicarla o ilustrarla.
- **Trabajos prácticos.** Normalmente están dirigidos al aprendizaje de la utilización —y a veces la construcción— de instrumentos de medida, dibujo o cálculo, así como de objetos geométricos cualesquiera. Su interés reside a menudo en la visualización de las relaciones entre los conocimientos abordados en el aula y la realidad exterior, de la aplicabilidad de los diferentes modelos matemáticos conocidos; el propio proceso de construcción facilita a menudo la reflexión sobre lo que se está construyendo y sus propiedades. También intervienen en la adquisición de destrezas manuales, por lo que el diseño y la construcción de algún instrumental por parte de los alumnos puede resultar una actividad muy valiosa.
  - **Trabajo de campo.** En esta actividad el alumno debe diseñar todo un complejo proceso que le lleve desde un enunciado muy simple y muy próximo a la realidad, a través de herramientas matemáticas y de otro tipo, hasta la culminación de la labor encomendada y su adecuada presentación.

Es, por tanto, una tarea muy amplia en la que aparecen muchas características similares a otras tareas de menor envergadura, pero aquí el alumno debe realizar un esfuerzo integrador, resultando de gran valor para lograr la síntesis de aprendizajes diversos.

Su realización en grupo, a menudo aconsejable por el volumen de trabajo que requiere, favorece la consecución de determinadas actitudes y valores de carácter social.

## Resolución de problemas

Una de las actividades fundamentales en clase de matemáticas es la de resolver problemas. Conviene distinguir entre ejercicio y problema. Cuando a un alumno se le plantea un ejercicio, identifica de inmediato la técnica que precisa, y en todo caso la dificultad estriba en aplicarla correctamente. Un problema, sin embargo, es una tarea cuyos términos y propósito son globalmente comprensibles para el

alumno, pero no sabe, de momento, cómo abordar. Para un alumno del final de Secundaria, calcular el área de un triángulo conociendo la base y la altura es un simple ejercicio. Determinar cuántos triángulos tienen  $1 \text{ dm}^2$  de superficie y cómo podrían representarse todos es un problema. Descomponer un número en factores es un ejercicio. Averiguar cuántos divisores tiene el número 1000, o cómo son los números que tienen exactamente tres divisores, supone un problema.

Cuando un problema u otra tarea no tiene claras inicialmente las metas, o bien incita al alumno a plantearse nuevas preguntas sobre el mismo —por ejemplo si es posible generalizar el resultado obtenido a otro tipo de números o figuras, o qué pasaría si se modifican las condiciones iniciales del problema—, puede decirse que se ha embarcado en una auténtica **investigación**.

La resolución de los problemas no sólo es un objetivo general del área. Es también un instrumento metodológico importante. La reflexión que se lleva a cabo durante las labores de resolución de problemas ayuda, sin duda, a la construcción de los conceptos y a establecer relaciones entre ellos.

Pero no se aprende a resolver problemas por el hecho de haber aprendido determinados conceptos y algunos algoritmos de cálculo. Hay que proporcionar a los alumnos herramientas, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas, que les permitan enfrentarse a ellos sin miedo y con una cierta garantía de éxito. La mejor manera de aprender a resolver problemas eficazmente es resolver una cantidad suficiente; hay que ser consciente de que este aprendizaje, como cualquier otro en que el alumno no sea mero receptor pasivo, lleva mucho tiempo.

Es importante la reflexión sobre la forma de resolver cada problema; el alumno debe llegar a ser consciente de qué estrategia está utilizando en un momento dado, sin que esta reflexión llegue a convertirse en un tratamiento sistemático de las distintas estrategias. Asimismo, el conocimiento de estrategias ideadas y utilizadas por sus compañeros enriquece esta reflexión.

Para valorar y orientar la fase de resolución es importante que el profesor prevea las distintas maneras de afrontar el problema, las dificultades que pueden presentarse, las diversas soluciones con distinto grado de generalidad que admite y los diferentes lenguajes que pueden utilizarse en cada momento.

La resolución de problemas es uno de los ejes vertebradores del área a lo largo de toda la etapa, por lo que debe estar integrada



como una actividad de presencia permanente en la clase, trabajándose cada una de las estrategias de resolución desde diversos contextos matemáticos. En particular los números, la geometría y el azar presentan excelentes oportunidades.

## Las formas de agrupamiento

La lectura de textos matemáticos, determinadas fases de la resolución de un problema, el afianzamiento de destrezas numéricas y gráficas, y otras muchas actividades, requieren del **trabajo individual** y reposado de los alumnos. Es un momento adecuado para que el profesor atienda las peculiaridades de cada uno de ellos. Los alumnos de rendimiento más bajo, que se pierden ante una actividad que precisa utilizar varios conceptos, tomar decisiones en cadena, emitir hipótesis complementarias o tener en cuenta varios factores, requieren un parcelamiento de dicha actividad para ajustarla a sus posibilidades reales de avance. Otras veces tienen carencias específicas en algún concepto o destreza fundamental que los demás ya dominan, en cuyo caso el profesor puede proponerles actividades de recuperación que cubran esta laguna.

Se utiliza con poca frecuencia el **debate** o el **trabajo en grupo** como técnica didáctica, pero hoy está fuera de toda duda la importancia que tienen las interacciones entre alumnos para la construcción de conceptos matemáticos. Cada alumno o alumna puede quizá explicar o interpretar el sentido de un problema desde una óptica distinta, debido a sus variadas experiencias y a sus diferentes estrategias de resolución. Pero, en todo caso, sus puntos de vista y sus referencias son, aunque diferentes en función de las peculiaridades individuales, más cercanas entre sí que a los del profesor, por lo que la opinión de un alumno es más significativa para los demás que muchas de las explicaciones del profesor.

Los alumnos tienen que tener la oportunidad de **hablar de matemáticas** entre ellos y con el profesor. Tener que explicar a los demás sus ideas o cómo han resuelto un problema, les plantea la necesidad de ir perfilando un lenguaje común y preciso, que comunique exactamente lo que están pensando. Esta afirmación es válida para cualquier área, pero adquiere especial relevancia en matemáticas por las características propias de su lenguaje. No hay que olvidar que, entre otros factores, el diferente significado que muchas palabras tienen dentro del lenguaje matemático y dentro del común (proporcional, más, área...) acrecienta la dificultad propia de la materia.

---

La verbalización no sólo consigue hacer más preciso el lenguaje con el que se expresan las ideas matemáticas; contribuye, además, al aumento de precisión de estas ideas, a la formación de conceptos. Cuando un alumno tiene que decir a otro qué es, por ejemplo, la probabilidad de un suceso, necesita relacionarla con cuestiones más generales —la medida, el azar...—, aislar precisamente lo que la caracteriza —es una cantidad positiva, es menor o igual a 1—, puede detectar problemas en conceptos anteriores —sobre qué es un suceso...—, etc., y todo ello permite perfilar mejor sus ideas.

Las actividades colectivas juegan un papel importante en el **aprendizaje de actitudes y valores** generales y sobre las matemáticas. Por ejemplo, permiten conocer y valorar puntos de vista distintos, con lo que poco a poco el alumno interioriza el carácter abierto y no dogmático de las matemáticas, y se anima a explorar sus propias soluciones. Es conveniente, por ejemplo, que el profesor planifique de vez en cuando debates para tratar expresamente la opinión que los alumnos tienen de las matemáticas: si creen que son útiles y para qué, si han sido siempre igual, si son fáciles o difíciles para ellos y por qué...

Existen algunas tareas especialmente propicias a lo que comúnmente se llama trabajo en grupo, donde hay una **planificación colectiva y un reparto de tareas**. Por ejemplo, si se propone construir un plano del centro, hay que decidir qué y cómo se mide, con qué instrumentos, qué escala es la adecuada para la representación gráfica, cómo se distribuye el centro en zonas y se asigna a los diferentes equipos de la clase, y muchas otras cosas. Dentro de cada equipo se procederá probablemente a una nueva planificación y distribución del trabajo. En muchas ocasiones es conveniente que el profesor ceda a la tentación de presentar la tarea organizada, y debe permitir que sean los propios alumnos quienes lo hagan, reservándose el papel de orientador y moderador del proceso.

## Materiales

### Los ordenadores

Entre las características del ordenador, hay tres que interesan especialmente desde un punto de vista didáctico, y que el profesor debe valorar para decidir utilizarlo como recurso. Por una parte, el

ordenador proporciona una forma cómoda de **procesar y representar la información**, permitiendo que el alumno dedique su atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados. Otra es la posibilidad de ejecutar órdenes de muy distinto tipo (dibujos, cálculos, decisiones...) con **gran rapidez**. Por tanto, puede simular experiencias aleatorias que manualmente sería imposible realizar, trazar una o varias gráficas a partir de datos o fórmulas, ejecutar algoritmos de cálculo largos y tediosos o con expresiones complicadas. La tercera característica es la de **interaccionar con el usuario**, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, lo que le convierte en un poderoso instrumento de exploración e indagación. Es precisamente esta capacidad de interacción, junto con sus posibilidades de tipo audiovisual, lo que hace que el uso del ordenador en el aula sea motivador en sí mismo.

La rápida evolución que experimenta en la actualidad el mundo de la informática permite asegurar que la introducción de los ordenadores en las aulas dependerá en poco tiempo únicamente del interés que se piense que este medio puede tener para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje y no de las dificultades del medio mismo. El número de programas dedicados a la enseñanza que ya se han producido y la mejora progresiva en su calidad refuerzan esta idea.

En cualquier caso, a la hora de usar ordenadores, el profesor debe valorar la calidad de los aprendizajes que pueden conseguir y el tiempo que necesitarán sus alumnos para manejar un determinado programa.

## Medios audiovisuales

Las características específicas de la imagen, y el hecho de que los alumnos se encuentren desde su más temprana edad en un mundo dominado por ella, hace de los medios audiovisuales instrumentos de primer orden en todo el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las aportaciones que hacen a las matemáticas se derivan tanto de los distintos tipos de producciones y lenguajes que se pueden presentar como de la dinámica de discusiones y debates que generan en el aula. Además ofrecen al profesor la posibilidad de recoger y observar su propio comportamiento, y el de los alumnos, durante el desarrollo de las clases, convirtiéndose en instrumentos muy útiles para mejorar la práctica docente.

---

El hecho de utilizar imágenes concretas hace que las producciones audiovisuales sean una base firme donde apoyar algunos procesos empírico-inductivos encaminados a la construcción del conocimiento matemático.

Las producciones audiovisuales pueden servir como punto de unión entre los contenidos del aprendizaje matemático y la experiencia cotidiana del entorno, los contenidos de otras disciplinas y los mensajes que se reciben a través de los medios de comunicación. Existe ya un buen número de ellas que buscan el acercamiento de las matemáticas a la vida práctica, en las que se presentan escenas cotidianas donde subyace un concepto matemático, y que estimulan el descubrimiento y la investigación. Otras muchas producciones específicas de otras disciplinas contienen también aspectos matemáticos, planteando un contexto interdisciplinar donde observar y analizar las interacciones entre las matemáticas y otras ciencias. Existen excelentes filmes sobre historia de las matemáticas, donde se explicitan los avances conjuntos con otros aspectos del saber y otras necesidades prácticas de la época. Finalmente, son numerosas las emisiones de los medios de comunicación de masas en las que aparecen términos, argumentaciones e informaciones en general que pueden ser objeto de un tratamiento crítico e instructivo en la clase de matemáticas, facilitando la comprensión y el acercamiento del alumno a este tipo de mensajes.

Los actuales proyectos de investigación de las aplicaciones de las nuevas tecnologías al proceso de enseñanza y aprendizaje y los que se desarrollarán en breve dada la rapidez de su evolución, permiten asegurar que en un futuro muy cercano se dispondrá de nuevos programas que refuercen y aumenten las posibilidades que ofrecen los actuales. En este sentido habrá que tener en cuenta el prometedor desarrollo de los programas de vídeo interactivo, que permiten una relación directa del alumno con el material.

## **Materiales escritos**

El papel del **libro de texto** cambia sustancialmente por distintas razones; una es que al tratarse de un currículo abierto, los profesores tienen la última palabra respecto a la selección y organización de los contenidos y de las actividades. Además, la necesidad de atender a las características peculiares de cada alumno se compagina difícilmente con la tradición actual de texto único y exclusivo para toda la

clase. Es preciso buscar soluciones imaginativas a este problema, que se adecuen con flexibilidad a situaciones muy diversas.

Es indudable el valor que, tanto para el profesor como para el alumno, tiene el uso de **otros materiales escritos**: en forma de fichas, libros de consulta, de divulgación, de historia, de problemas, de juegos lógicos y matemáticos, sobre temas monográficos, libros de texto diversos, ilustraciones gráficas, etc. En algunas ocasiones, parte de este material, como fichas de problemas y de actividades prácticas, paneles de experiencias, etc., puede ser elaborado por los profesores y los propios alumnos.

El profesor debe proporcionar a cada alumno el material más indicado para el momento. Ha de fomentar también que los alumnos lean y utilicen espontáneamente diferentes tipos de textos matemáticos, adecuados a sus gustos y nivel de comprensión. Progresivamente, los alumnos deben acostumbrarse a utilizar la biblioteca como fuente de información para determinadas tareas. El profesor ha de enseñarles cómo y dónde buscar datos y tablas, fórmulas, enunciados, definiciones, algoritmos, ilustraciones gráficas...

## **Materiales manipulables**

Los materiales manipulables son un recurso sumamente eficaz para el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, su uso está poco extendido en la Educación Secundaria. Hay una creencia implícita de que la etapa manipulativa es sólo adecuada a las primeras edades, sin prestar atención al hecho de que incluso los adultos recurrimos en muchas ocasiones a representar conceptos y acciones abstractas, que no nos son familiares, por símbolos mucho más visualizables.

El uso de materiales adecuados por parte de los alumnos de Secundaria constituye una actividad de primer orden que fomenta la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para construir sus propias ideas matemáticas. El trabajo con materiales ha de ser, pues, un elemento activo y habitual en clase, y no debería reducirse a la visualización esporádica de algún modelo presentado por el profesor. La mayor cantidad de tiempo que lleva a veces el uso de materiales queda justificado plenamente por la calidad de los aprendizajes conseguidos; así ocurre también en cualquier otra actividad en la que el alumno no sea un mero receptor pasivo.

La mayor parte de los materiales que se requieren son baratos, de uso común, y pueden servir para propósitos muy diversos. Otros pueden ser contruidos por los profesores, los alumnos o encargados a algún taller si se requiere gran cantidad. Algunos se encuentran ya contruidos en tiendas especializadas, como el geoplano rectangular o circular, el ábaco y la máquina de Galton.

Es imposible dar una lista exhaustiva de **materiales útiles**, porque, entre otras cosas, es un campo abierto a la experimentación y a la creatividad:

- Cartulina para construir modelos geométricos, unidades de medida de longitud y área, gráficos diversos.
- Palillos para hacer figuras y tramas en el plano y en el espacio.
- Cuerda, gomas elásticas para visualizar deformaciones de figuras.
- Dados de diferentes tipos, cartas de baraja, ruletas, bolas de colores para experimentos de azar.
- Espejos para visualizar simetrías y generar figuras.
- Muelles, varillas y engranajes de meccano para producir movimientos.
- Cubos de madera con los que realizar construcciones geométricas.
- Plastilina, alambres, corchos, recipientes diversos.
- Pinturas, pegamento, tijeras, troqueles, cuchillas y otras herramientas.
- ...

Se debe disponer también de **instrumentos** variados **de dibujo y medida**, incluyendo algunos más especializados como el goniómetro y el pantógrafo, y animar a los alumnos a fabricar otros diferentes. **Papel** vegetal para calcar y plegar, papeles de distintas tramas para hacer gráficos y mosaicos, para medir superficies irregulares.

El uso de materiales y la realización de actividades manipulativas requiere **aulas** espaciosas, dotadas de mesas amplias y resistentes, así como de estantes y armarios donde almacenar herramientas, materiales y libros.

En la *Guía documental y de recursos* que acompaña a estas orientaciones se incluyen referencias más concretas de estos materiales, así como los nombres comerciales de muchos de ellos.

## Orientaciones específicas

### Las relaciones de las matemáticas con la realidad y con otras áreas

#### Matemáticas y realidad

En la Introducción al área que aparece en el decreto de currículo se ponen de manifiesto las múltiples relaciones que hay entre las **matemáticas y diversos aspectos de la realidad** y de otros ámbitos de conocimiento. También se abunda en las repercusiones didácticas de esta constatación: por una parte las matemáticas ofrecen lenguajes y modelos apropiados para describir y tratar fenómenos diversos; además, situaciones concretas extraídas de otros ámbitos pueden ayudar a la comprensión de nociones matemáticas. Pero el trasplante mecánico de la realidad exterior al aula no garantiza por sí sólo el aprendizaje; el profesor ha de valorar el momento y el modo oportunos, y tener en cuenta que la percepción de la realidad del alumno es, en algunos aspectos, diferente de la de los adultos.

La relación entre las matemáticas y otros aspectos de la realidad ha de trabajarse como un contenido propio del área, a través de la utilización de situaciones diversas para construir o aplicar conceptos matemáticos, y también de reflexiones explícitas sobre ello. La Educación Secundaria ha de propiciar en los alumnos el convencimiento de que las matemáticas no son un compartimento estanco con respecto al resto de la actividad humana, y que pueden servirse de ellas para resolver mejor muchos de los problemas de su vida diaria.

La historia de las matemáticas proporciona contextos apropiados para introducir o afianzar determinados contenidos. En este sentido se pueden utilizar situaciones tradicionales especialmente relevantes, como los juegos de azar que suscitaron los primeros estudios sistemáticos acerca de la probabilidad, el legendario problema de la duplicación del cubo o la confección de calendarios a partir de cálculos astronómicos en Babilonia. Enunciados curiosos o poéticos, fruto de culturas donde resolver problemas era un arte y un placer, como la arábica. Sistemas de numeración y algoritmos de cálculo distintos de los propios, para que el alumno investigue sus fundamentos. Problemas clásicos de la teoría de números sobre divisibilidad, números triangulares, rectangulares, cuadrados y muchos otros.

El planteamiento de un número suficiente de contextos históricos a lo largo de toda la etapa hace posible que, al final de la misma, los alumnos perciban que las matemáticas han evolucionado a lo largo del tiempo, y en paralelo a las formas de producción económica, a las necesidades de organización y de comunicación de la sociedad. Con ello se contribuye, además, a lograr una visión abierta y no dogmática de la materia.

Otros usos de la historia de las matemáticas se analizan en el epígrafe sobre la secuencia de contenidos.

## Relaciones con otras áreas

Sin pretender una enumeración exhaustiva de las posibles conexiones entre las matemáticas y otros conocimientos, se enumeran a continuación algunas de ellas.

Es frecuente, en el área de **Ciencias Sociales**, el uso de tasas e índices, gráficos de todo tipo, además de mapas y planos a escala. Los estudios de campo, al igual que los que se efectúan en Ciencias de la Naturaleza, requieren de técnicas elementales de muestreo, encuesta, tabulación y recuento. La prensa y la publicidad proporcionan excelentes ejemplos de gráficas, estadísticas y diagramas para transmitir informaciones que pueden interesar a los alumnos.

Tanto en **Ciencias de la Naturaleza** como en **Tecnología** se miden o estiman diferentes magnitudes y se hacen cálculos con ellas. Las leyes relativas a fenómenos físicos y naturales se enuncian en lenguaje numérico, geométrico o algebraico. En general, la convergencia entre el trabajo científico y el matemático es múltiple, pues



no sólo emplean lenguajes comunes, sino que ambos desarrollan simultáneamente destrezas más generales como observar, formular hipótesis y comprobarlas, plantearse y resolver problemas.

La importancia que se asigna a la geometría de figuras y transformaciones y a los diferentes aspectos de la proporcionalidad invita a utilizar composiciones **plásticas** como contexto para diferentes investigaciones geométricas.

El estudio de mosaicos, de proporciones en la pintura, escultura o arquitectura, el análisis de figuras de perspectiva imposible, de métodos para construir determinadas figuras, etc., deben favorecer la intuición espacial y el aprecio de la belleza ligada a ciertas regularidades y cadencias.

Esta dimensión multidisciplinar se puede tratar de muchas maneras, en el marco estricto de la clase de matemáticas o estableciendo actividades conjuntas con los profesores de otras materias, bien sea sobre un tema muy concreto o realizando trabajos de mayor envergadura.

## Organización y secuencia de los contenidos

### Relaciones entre los contenidos

Los contenidos de matemáticas están sin duda fuertemente relacionados entre sí. Pero cualquier organización didáctica de los contenidos prioriza algunas relaciones, en detrimento de otras. Así, por ejemplo, los contenidos relacionados con la probabilidad pueden organizarse de distintas maneras: de forma aislada, en relación con los de estadística, en relación con la proporcionalidad, con la medida, etc., y todas las relaciones que se establecen en cada caso pueden ser importantes. Pero la mera opción por una u otra refuerza unas relaciones y no otras. En cada caso será importante garantizar situaciones en las que los alumnos tengan oportunidad de apreciar y utilizar otras relaciones igualmente importantes.

Los procedimientos que se utilizan y se aprenden con la actividad matemática, sobre todo los de carácter más general, son quizá el elemento de relación más fuerte. Los alumnos deben ser conscientes de que están utilizando los mismos métodos para analizar y resolver situaciones y problemas de apariencia muy diferente. Procedimien-

---

tos tales como la estimación, la cuantificación o la representación en forma gráfica aparecen en relación casi con cualquier contenido.

En los párrafos siguientes se indican algunas de las relaciones entre los contenidos de especial relevancia.

Los contenidos relativos al campo numérico proporcionan a los alumnos un lenguaje y unas estrategias de actuación imprescindibles para el resto del área; cualquier actividad matemática necesita, en mayor o menor medida, conceptos y destrezas de naturaleza numérica. Recíprocamente, el valor y el significado que otros contextos (medida, geometría, probabilidad...) asignan a las operaciones, a los números y, en general, a las habilidades numéricas, son necesarios para la construcción de las estructuras conceptuales asociadas a ellas. Por tanto, es obligado el trabajo de estos contenidos en estrecha vinculación con los del resto del área.

La medida ha de ser contemplada en estrecha relación con la proporcionalidad, la semejanza, los conceptos espaciales y el trabajo numérico. Durante toda la etapa, la medida debe utilizarse como instrumento de descripción, representación y exploración de tiempos, espacios y objetos geométricos.

La semejanza, como relación entre los objetos de igual forma y como técnica de representación a escala, constituye uno de los principales nexos de unión con el resto de los contenidos del área, principalmente con los números y la medida.

Las actitudes positivas que se desarrollan con la actividad geométrica, el gusto por la belleza de las formas, por el trabajo bien hecho, por resolver problemas, juegan un papel importante en la consecución de otros aprendizajes. Precisamente por ser la geometría un contexto privilegiado de planteamiento de problemas y situaciones de investigación, tienen una importancia especial en este bloque los procedimientos y estrategias generales que se han de desarrollar en la etapa.

La actividad en torno al azar contribuye notablemente al aprendizaje de procedimientos de tipo general, como son el diseño de experimentos y la observación, registro y búsqueda de regularidades en los resultados. Hay una relación estrecha entre los contenidos relativos al azar y los que se refieren al tratamiento estadístico de datos. Además del concepto común de frecuencia, la elección de muestras y la extrapolación de resultados de una muestra a toda la población requieren

intuiciones y actitudes críticas sobre lo aleatorio. Por otra parte, la *competencia numérica* a la que se refiere el primer bloque de contenidos, apoya la de probabilidad; son especialmente relevantes la comprensión del número fraccionario y de la proporción, y las estrategias de recuento sistemático de casos. Estas relaciones obligan a una secuencia que integre todos estos contenidos coordinadamente.

## La secuencia y el ritmo del aprendizaje

Todo contenido nuevo debe relacionarse con otros anteriores, lo que obliga a secuenciarlos adecuadamente. Pero, desde luego, no es necesario apoyarse en conceptos acabados y bien precisos para seguir avanzando. Es más, cada vez que se aprende algo nuevo, se remodelan y cambian de significado muchas de las cosas que se consideraban bien asentadas y asimiladas. El aprendizaje de las matemáticas, como su desarrollo histórico, no es un proceso lineal de acumulación de conocimientos.

Para **secuenciar los contenidos es preciso tener en cuenta varios factores**. La estructura interna de las matemáticas, que indica a veces qué contenidos son necesarios para alcanzar otros. El análisis de la evolución histórica de las matemáticas da pistas sobre algunos contenidos particularmente difíciles y que sólo se pueden incluir en los últimos años de la etapa. La evolución cognitiva del alumno y los aprendizajes realizados en otras áreas son también aspectos a considerar.

Las distintas **secuencias internas** que pueden establecerse entre los contenidos matemáticos de acuerdo con un discurso lógico-deductivo son tan convincentes, que se cae con facilidad en la tentación de adoptarlas de manera automática como secuencias de aprendizaje. Así ha sido en muchos programas escolares, que desarrollaban la geometría euclídea a partir de un conjunto de axiomas. El orden en que tradicionalmente se estudian las distintas clases de números, o las operaciones, responde en parte a este tipo de criterios. Desde esta óptica, el profesor ha de analizar y sopesar con cautela qué conocimientos son realmente necesarios para alcanzar otros posteriores.

La **historia de las matemáticas** informa sobre cuáles han sido los modos del razonar matemático en el transcurso del tiempo, qué *conceptos son difíciles o han supuesto una auténtica ruptura* con épocas anteriores y cuáles otros han servido para desarrollar o afian-

zar teorías ya establecidas. Esta información es útil para la práctica docente en cuanto que puede decirse que en los alumnos el aprendizaje reproduce en parte las crisis históricas de ruptura y reorganización de conceptos propias del avance científico. Por ejemplo, la tardía aparición del cero como número se compagina bien con las dificultades que tienen los alumnos al respecto: escriben mal números con ceros intermedios o con ceros en la parte decimal, interpretan que una ecuación cuya raíz es cero no tiene solución, etc.

Sería ingenuo, sin embargo, establecer un paralelismo estricto entre el desarrollo de la historia de las matemáticas y el de los conceptos matemáticos en los alumnos. Por ejemplo, en la actualidad los alumnos interpretan gráficas funcionales sencillas desde edades tempranas, mientras que históricamente el concepto de función y su visualización mediante una curva pertenecen a una época tardía. Esta disconformidad puede explicarse quizás por la utilización masiva del lenguaje gráfico en nuestra cultura.

A lo largo de la etapa el alumno amplía el campo de situaciones significativas sobre las que ejercer su habilidad matemática; además de su experiencia social y personal, los conocimientos que le proporcionan las **otras áreas del currículo** permiten que los contextos de la actividad matemática sean cada vez más ricos y complejos. Es más, a veces es difícil asimilar contenidos matemáticos sin que, desde otras áreas, se prepare el terreno convenientemente. La estadística no tendrá sentido si no se ha logrado, a través de las Ciencias Sociales, que el alumno comprenda la utilidad de describir situaciones colectivas, de prever su evolución para controlar en lo posible consecuencias no deseadas, etc. La precisión necesaria para construir objetos tecnológicos, que tiene importantes repercusiones en su buen funcionamiento y en el coste de producción, puede dar sentido a procedimientos de dibujo, medida y cálculo que se trabajan en matemáticas.

En este sentido, contar con las necesidades de otras áreas no significa que las matemáticas preparen y anticipen aquellas habilidades que precise cada una de ellas, como se interpreta con frecuencia, sino tomar en consideración toda la **riqueza de relaciones** existentes entre los distintos ámbitos de conocimiento y experiencia de los alumnos.

El aprendizaje de los contenidos matemáticos requiere una **primera aproximación global**, que describa los aspectos más generales, para, en etapas posteriores, proceder a una diferenciación entre los detalles particulares, relaciones entre ellos, técnicas especí-

ficas para cada uno. Con este bagaje se pasa de nuevo a una consideración del contenido inicial, que resulta modificado y enriquecido, y vuelve a ser el punto de partida de nuevas especificaciones.

Así pues, muchos contenidos han de considerarse en las primeras fases del aprendizaje bajo sus aspectos más cualitativos y globalizadores. *Las ideas de variación y crecimiento simultáneo de dos magnitudes* deben preceder a la más específica de proporcionalidad. Ciertamente es que para construir el concepto de crecimiento el alumno debe manejar situaciones concretas, entre las que se encontrarán casos de proporcionalidad, pero también muchos otros expresados en distintos lenguajes y no necesariamente cuantificados: el radio de una espiral crece con el número de vueltas que se da, el área de un cuadrado con el lado, la estatura de un niño con la edad, lo que cuesta una llamada de teléfono con el tiempo... Antes de considerar qué diferencia a estas situaciones es necesario ver qué las asemeja.

Gran parte de los **aprendizajes** que se proponen son **a largo plazo**. Han de trabajarse durante toda la etapa, pero sólo al final se habrán alcanzado de forma manifiesta, y no por todos los alumnos en igual medida. Éste es el caso, sobre todo, de los procedimientos y destrezas más generales y de los contenidos de tipo actitudinal. Se debe proporcionar a los alumnos las oportunidades de trabajar un mismo concepto en muchos contextos diferentes, varias veces a lo largo de la etapa y a distintos niveles de profundidad.

Este proceso es necesariamente lento, y a veces el profesor puede tener la sensación de pérdida de tiempo. Pero es el que mejor garantiza la funcionalidad de los aprendizajes realizados, la posibilidad de utilizar fuera del marco escolar los conocimientos adquiridos y la autonomía del alumno frente a aprendizajes posteriores.

Todo lo expuesto anteriormente respecto a la secuencia aconseja organizar el área según una **estructura helicoidal**. Casi todos los contenidos deben ser retomados en varias ocasiones a lo largo de la etapa, para que el alumno pueda enriquecer paulatinamente su significado, sus relaciones con otros, la familiaridad con que lo incorpora a su propio bagaje de conocimientos.

Para facilitar la tarea de secuenciar objetivos y contenidos se presenta, junto a estas orientaciones, una propuesta básica de secuencia de contenidos y criterios de evaluación en cada uno de los ciclos, que corresponde al anexo de la Resolución de 5 de marzo, de la Secretaría de Estado de Educación (B. O. E. 25-III-92). Esta secuen-

---

cia, que el Departamento de Educación y Cultura ofrece a título informativo, no se refiere a todos los contenidos del área de Matemáticas; recoge únicamente aquellos que reflejan mejor la caracterización de cada uno de los ciclos. Otra ayuda está constituida por tres propuestas de secuencia, más detalladas que la anterior, realizadas por varios equipos de profesores<sup>1</sup>.

## Temas transversales

Los temas transversales se refieren a contenidos que no son propios de ninguna área específica, pero que, dentro de lo posible, deben estar presentes en todas. En el área de Matemáticas es posible colaborar en mayor medida a alguno de ellos, pero indirectamente todos pueden aparecer en algún momento.

A la **Educación moral y cívica** contribuyen, sin duda, buena parte de los contenidos actitudinales. Tienen que ver con ella todas aquellas actitudes que se refieren al rigor, orden, precisión y cuidado en la elaboración y presentación de tareas y en el uso de instrumentos; la curiosidad, el interés y el gusto por la exploración; la perseverancia y tenacidad en la búsqueda de soluciones a los problemas, y la posición crítica ante las informaciones que utilizan las matemáticas. A través de la actuación cotidiana del profesor, su forma de valorar los trabajos o la elección de las situaciones que plantea a sus alumnos, pueden estar presentes estas actitudes en el aula.

Un tema transversal en el que las matemáticas tienen una incidencia importante es el de la **Educación del consumidor**. La formación para una actitud crítica ante el consumo requiere a menudo poner en juego ideas y formas de expresión matemáticas. Algunos aspectos del consumo sobre los que puede incidirse son los siguientes:

- *Publicidad*. En particular la interpretación y valoración adecuadas de la utilización de representaciones gráficas (series temporales, gráficas estadísticas y funcionales), así como de datos numéricos de diversos tipos.
- *Aspectos económicos* (cuantitativos) presentes en el consumo de cualquier tipo de bienes o servicios. El manejo de la relación de proporcionalidad y sus diferentes formas de expresión

---

<sup>1</sup> Propuestas de Secuencia. Matemáticas. Secundaria Obligatoria. Coeditado por el M. E. C. y Editorial Escuela Española. Madrid, 1992.

es especialmente importante en este sentido. Algunos servicios, como los créditos y seguros, aunque alejados de la experiencia directa de los alumnos de la etapa, ofrecen buenas situaciones para la aplicación de algunos contenidos.

- *La medida es esencial en el ámbito del consumo.* Todos los contenidos relacionados con la estimación de medidas, la medición y el uso de los sistemas métricos están directamente relacionados con este tema transversal.
- *Es importante, por último, el consumo relacionado con el ocio.* Dentro de él, el azar está presente a menudo. Los contenidos que tienen que ver con el tratamiento del azar contribuyen a hacer su consumo más “inteligente”.

En diferentes lugares de estas orientaciones se alude a la relación entre el área de Matemáticas y la **Educación para la igualdad de oportunidades entre los sexos**. Desde el punto de vista metodológico las indicaciones que se hacen se pueden resumir en los siguientes puntos:

- Es necesario fomentar el conocimiento y reconocimiento de la capacidad de cada uno de los compañeros y compañeras en el ámbito de las matemáticas, y por extensión de los hombres y las mujeres en general. Está relacionado con ello el contenido actitudinal que se refiere al respeto y valoración de las soluciones ajenas. El profesor puede jugar con las distintas formas de agrupación de los alumnos para fomentar, por una parte, la autoestima de unos y otras y, por otra, el conocimiento mutuo.
- Están algo extendidos algunos estereotipos en los que se asocian las matemáticas, y todas las opciones ligadas a ellas, al sexo masculino. Es preciso evitar que alumnos y alumnas tomen sus decisiones respecto a la parte opcional del currículo, y su orientación profesional posterior, basándose en ellos.

Tanto los que se han nombrado como **el resto de los temas transversales** pueden estar presentes en la clase de matemáticas a través de los contextos de los problemas y ejercicios y de las situaciones a las que se aplican las matemáticas. En igualdad de condiciones, puede ser conveniente a veces que los problemas se refieran a cuestiones relacionadas con la educación ambiental, la educación para la salud, etc., de manera que, además de facilitar aprendizajes estrictamente matemáticos, permitan el conocimiento y análisis de estos temas desde el punto de vista cuantitativo. Es especialmente interesante la utilización de alguno de ellos o algún aspecto parcial para el planteamiento y realización de trabajos de campo.

## Orientaciones sobre contenidos específicos

### Los números

Los alumnos han de familiarizarse con el **uso y el sentido de los números**: llegar a tener una idea adecuada de las cantidades y órdenes de magnitud, poder establecer relaciones entre números del mismo o de distinto tipo, expresarlos de la forma más adecuada a cada caso. Para conseguirlo es preciso proponer múltiples situaciones en las que tenga que contar, medir, comparar, estimar, clasificar u ordenar según distintos criterios, con diferentes clases de números y contextos variados.

Los problemas extraídos del ámbito de los números tienen unas características muy valiosas no sólo para reforzar el sentido del número que se ha mencionado anteriormente, sino para desarrollar estrategias generales y heurísticos propios de la resolución de problemas.

Un aspecto básico en la familiarización y uso adecuado de los números es la comprensión del **sistema de numeración decimal**. Los alumnos lo utilizan correctamente con números pequeños, pero es muy frecuente durante esta etapa la manifestación de lagunas y errores cuando se trabaja con números más complicados. Es el caso de números con más de una cifra decimal, o cuando aparecen ceros, especialmente si están en la parte decimal. Las dificultades para ordenarlos, calcular con ellos y, en general, interpretarlos, crecen considerablemente.

Otros números difíciles, y cuyo uso se está extendiendo cada vez más, son los que expresan **cantidades muy grandes o muy pequeñas**. Además de los problemas de notación citados anteriormente, estos números caen fuera de la intuición que tienen los alumnos, basada en su experiencia cotidiana y escolar de etapas anteriores. Es preciso ampliar poco a poco este campo intuitivo, planteando situaciones que permitan dotar de sentido y de referencias concretas a estos números (tamaños de diversos seres vivos o elementos de la materia, distancias en el Universo, períodos largos o pequeños de tiempo), al hilo de los aprendizajes de los alumnos en otras áreas.

En esta etapa se manifiestan grandes diferencias en cuanto a la **capacidad numérica** de los alumnos. Ya se ha indicado la especial importancia que tienen los contenidos de este bloque para



todos los alumnos, en especial los que se refieren al manejo de los distintos tipos de números y de sus relaciones más simples. En relación con ello merecen destacarse los algoritmos de las operaciones con números naturales y fraccionarios. Si en cualquier aprendizaje es importante estimular a los menos hábiles, en este caso el estímulo se hace imprescindible, por cuanto la competencia numérica incide directamente en el resto de los contenidos del área. La propuesta de problemas de carácter abierto, en los que cada uno pueda conseguir algo, facilita el tratamiento de esta diversidad dentro del aula.

La idea usual de las matemáticas como ciencia exacta hace olvidar a menudo que una buena parte de su utilidad se percibe en situaciones en las que se maneja **información aproximada** o donde no interesa, por el motivo que sea, establecer resultados exactos. De acuerdo con esto, es importante proponer actividades que permitan la utilización consciente de la inexactitud y el control de la aproximación con que se manejan los distintos parámetros que intervienen en ellas.

## Operaciones

No debe olvidarse que el aprendizaje de conceptos y procedimientos sobre los números y las operaciones es un proceso largo, en el que no debe haber solución de continuidad en el paso del alumno de la Educación Primaria a la Secundaria. Debe tenerse en cuenta, por una parte, que el haber manejado determinados tipos de números y operaciones en Primaria no quiere decir que se hayan asimilado todos sus significados y aplicaciones posibles; parece comprobado, por ejemplo, que en la Educación Primaria no se alcanza aún la comprensión adecuada de la multiplicación y la división, a pesar de que se puedan desarrollar los algoritmos de cálculo correspondientes. Además, la introducción de una mayor complicación en los números que se manipulan significa una variación cualitativa en la complejidad del cálculo y su significado.

Las dificultades de aprendizaje que puede significar la utilización de números más complicados se pueden superar en buena medida con la utilización de apoyos visuales, que pueden ser en forma de materiales concretos o bien, en el caso de las fracciones, de constantes referencias geométricas (por ejemplo, manejando porciones de objetos).

Con la ampliación de los tipos de números que se manejan, la **asignación de significado a las operaciones** se hace más complicada, tanto porque cada una de ellas va adquiriendo sentidos nuevos y distintos en cada contexto, como porque algunos de estos significados no son en absoluto evidentes; éste es el caso de la multiplicación de números con cifras decimales. El cambio en el efecto que producen estas operaciones con números negativos o menores que la unidad (la multiplicación ya no aumenta ni la división disminuye) supone otro factor de variación en la dificultad.

La mayor o menor funcionalidad del aprendizaje de las operaciones depende de la riqueza de significados que el alumno asocie a cada operación, por lo que parece importante aumentar esa riqueza por medio de actividades que obliguen a realizar estas operaciones con diversos fines, en contextos distintos y con números de todo tipo. Puede servir de ejemplo la invención de un enunciado oral a propósito de un cálculo.

La comprensión adecuada del significado de las operaciones con los números y la adquisición de determinadas destrezas de cálculo requiere que se pongan de manifiesto las **propiedades elementales de estas operaciones**. Pero no debe olvidarse que importa menos la explicitación de estas propiedades que su interiorización, de manera que puedan ser utilizadas de forma sistemática en el análisis de situaciones en las que intervengan los números, en el cálculo numérico mental o escrito y en el manejo de expresiones literales. En este sentido, no parece adecuado considerar las propiedades de las operaciones, en esta etapa, como un medio para dotar a los conjuntos numéricos de una estructura determinada.

## Calculadoras

La generalización del uso de calculadoras de bolsillo en la vida cotidiana obliga a modificar sustancialmente la orientación que debe tomar el aprendizaje de los algoritmos de cálculo. Aunque sigue siendo necesaria la adquisición de destrezas básicas con números sencillos, la automatización de cálculos largos y tediosos debe abandonarse, permitiendo realizar actividades que pongan el acento en dar sentido a los datos, elegir estrategias de actuación e interpretar los resultados.

Además de la utilidad indiscutible que en la vida cotidiana tiene la realización de **cálculos mentales**, exactos o aproximados, su nece-

sidad se ve reforzada con la aparición de la calculadora. La utilización inteligente de ésta exige el desarrollo de técnicas de cálculo mental que anticipen el resultado esperado para controlar posibles errores de manejo. La aproximación adecuada a cada cálculo dependerá, en todo caso, del tipo de operación de que se trate, del número de operandos y de su simplicidad.

Pero, además, **la calculadora** en la Educación Secundaria **constituye un material didáctico** de gran potencia para la adquisición y el refuerzo de contenidos muy diversos. Con ayuda de la calculadora se puede facilitar la creación de imágenes mentales adecuadas sobre las relaciones entre los números, sobre las cantidades grandes y pequeñas y su escritura, tanto en notación decimal como científica. Los aprendizajes relativos a la aproximación, la estimación, el redondeo, se ven favorecidos por la observación del tipo de resultados que aparecen en la pantalla y por los mensajes que emite al comunicar números excesivamente grandes o pequeños. Las relaciones entre distintas notaciones numéricas, decimal y fraccionaria, se investigan con facilidad usando calculadoras.

En general, la calculadora apoya y agiliza la búsqueda de regularidades y propiedades en los números y el cálculo: la investigación sobre las propiedades y jerarquía de las operaciones y el uso de *paréntesis*; la *elaboración de algoritmos de cálculo alternativos* a los tradicionales; la familiarización con los conceptos propios de la divisibilidad y con los patrones numéricos más usuales.

El **ordenador** permite, principalmente a través de las hojas de cálculo, manejar cualquier cantidad de números, organizarlos de muchas maneras en tablas, diagramas o gráficos sobre los que se pueden observar e investigar propiedades y relaciones. Existen también programas que, en forma de juegos o ejercicios, permiten desarrollar destrezas de cálculo mental.

## Códigos y tablas numéricas

Cuando los números forman parte de **sistemas de codificación** numéricos o alfanuméricos (Código Postal, número de teléfono, DNI, tallas de prendas de ropa...), asumen un papel distinto al usual, que podría considerarse una extensión de su función enumeradora de situaciones u objetos. Aquí no tiene sentido, en general, operar con ellos, aunque sí a veces ordenarlos; y las relaciones que pueden establecerse entre estos números son de carácter muy distinto al habitual.

El código es sobre todo una forma de representar datos u objetos y, por tanto, un recurso muy útil en la resolución de problemas. Por una parte, cumple una función de simplificación del lenguaje, y por otra, proporciona información sobre las cosas que puede no ser fácil encontrar en ellas mismas.

Es deseable que los alumnos alcancen una cierta habilidad en el manejo de códigos, tanto en lo que se refiere a su construcción y utilización para propósitos concretos (clasificación de los libros de una biblioteca, para distinguir las distintas ordenaciones posibles de un conjunto), como en la interpretación de otros, y en el establecimiento de reglas de manejo y relaciones entre ellos.

Las **tablas de datos**, entendidas en su acepción más general, constituyen un medio para organizar y comunicar la información cada vez más extendido en nuestra sociedad. Es usual en clase de matemáticas utilizar tablas en distintos contextos (de funciones, estadísticas, etc.), pero hay que hacer notar que, además, la elaboración de tablas y su interpretación es también un paso necesario en la resolución de problemas y en el análisis de situaciones de muy diversa índole, ya que una tabla bien construida pone en evidencia la información relevante del conjunto de datos numéricos o alfanuméricos.

La lectura, interpretación y construcción de tablas de distinto grado de complejidad, la comparación de datos similares organizados en tablas diferentes y la búsqueda de información implícita en ellas son actividades que pueden facilitar el aprendizaje de procedimientos relativos a su uso.

## **La proporcionalidad**

La relación de proporcionalidad es uno de los conceptos más difíciles, y a la vez más importantes, en la Educación Obligatoria. En sus manifestaciones más elementales (mitad, doble, triple... y entre magnitudes muy familiares) se maneja ya en Primaria; la premura en extenderla a casos nuevos, razones no enteras por ejemplo, y en introducir estrategias de cálculo poco comprensibles para los alumnos provoca distintos errores. Quizá los más generalizados se deben a la utilización de estrategias aditivas en la resolución de problemas de proporcionalidad, esto es, la creencia en que al sumar una misma cantidad a otras dos se mantendrá la misma proporción entre ellas, y el uso abusivo de esta relación en situaciones que no lo permiten. El

trabajo con problemas prácticos que pongan de manifiesto ante el alumno estos errores puede contribuir a su superación.

La proporcionalidad se utiliza en una gran variedad de situaciones y en contextos muy distintos. Ofrece una excelente oportunidad de relacionar contenidos geométricos, funcionales y gráficos, con otros de tipo numérico. Por ello puede aprovecharse en tratamientos globalizadores, donde se ponga de manifiesto la relación entre las diversas partes de las matemáticas.

La importancia de la relación de proporcionalidad obliga a que cualquier organización (o adaptación) de los contenidos la incluya entre sus prioridades. Otra cuestión es sobre qué formas de expresión de la proporcionalidad ha de incidirse más: numérica, gráfica, geométrica o funcional, así como cuáles son los métodos de cálculo más adecuados para cada alumno.

## El lenguaje algebraico

El aprendizaje del álgebra en general representa un escollo importante para un buen número de alumnos. Algunas características del lenguaje algebraico, como el mayor grado de abstracción que requiere la utilización de símbolos, a menudo sin significado inmediato, llevan consigo **dificultades** insalvables para algunos alumnos.

Esta constatación obliga a introducir el álgebra con gran cautela durante esta etapa. Se debe pretender poco más que una **iniciación** al lenguaje simbólico, cuidando mucho que los objetos algebraicos que se manejen tengan significado para el alumno. En consecuencia, es de suma importancia la realización de actividades que refuercen conceptos tales como los de variable, incógnita, solución, etc., o el significado del signo "=" en distintas situaciones familiares al alumno.

No hay que olvidar que, en las expresiones algebraicas, las letras pueden cumplir **funciones muy distintas**: pueden simbolizar un objeto, una variable, una incógnita..., y que una de las principales causas del fracaso de los alumnos se debe a la poca atención que se concede a la comprensión de estas funciones, mientras que se da un peso excesivo a la adquisición de automatismos. Se puede proponer la simbolización de situaciones numéricas diversas (desigualdades, ecuaciones, relaciones entre conjuntos de números, propiedades...) como forma de acercarse al significado de cada una de las partes y del conjunto de una expresión algebraica. Antes de llegar a la escri-

---

tura literal, y sobre todo durante los primeros años de la etapa, es útil pasar previamente por representaciones manipulativas o gráficas de la situación, por ejemplos numéricos concretos, con el fin de que el alumno interiorice las relaciones existentes antes de escribirlas.

Recíprocamente, la **invención de problemas** numéricos a propósito de expresiones algebraicas o la búsqueda de valores concretos que las verifiquen (sacar datos a partir de fórmulas...) son también buenas actividades para dar sentido a las letras.

En todo caso, debe evitarse la proliferación de ejercicios sobre manipulación indiscriminada de objetos algebraicos, fuera de todo contexto y sin que el alumno vea el fin que se persigue.

El aprendizaje de las **reglas para resolver ecuaciones** de primer grado es interesante no sólo por la frecuencia con que tales ecuaciones aparecen en muchas actividades matemáticas, sino porque supone un buen ejercicio de reflexión y refuerzo de conceptos básicos, como son el de igualdad y los de las transformaciones que la conservan. Además, estas reglas (transposición de términos...) tienen validez para muchos otros tipos de expresiones, por lo que merece la pena dedicarles atención.

En consecuencia, su aprendizaje no debe anticiparse excesivamente. Es en los últimos años de la etapa cuando pueden ser comprendidos por los alumnos en toda su dimensión y aplicados pertinentemente.

No debe olvidarse que las ecuaciones tienen sentido en un contexto determinado y que, por tanto, una parte importante de toda actividad en la que intervenga la resolución de ecuaciones es la **comprobación de la solución** tanto con respecto a la propia ecuación como respecto a la coherencia con la situación planteada. Las ecuaciones y sistemas de ecuaciones, aun las que el alumno no puede resolver algebraicamente, pueden abordarse con el ordenador, bien sea por métodos gráficos o aplicando métodos numéricos iterativos.

## La medida

Aunque se ha trabajado la medida en la Educación Primaria, la experiencia muestra que es necesario continuar con ella durante toda esta etapa. Por ejemplo, es frecuente que los alumnos evalúen la magnitud de una medida atendiendo sólo al número que la repre-

sa, olvidando la unidad que se ha utilizado. Algunos tienen dificultades en reconocer la invariancia de la medida bajo ciertas transformaciones (translación, descomposición en partes...). Son difíciles, a veces, los problemas en los que interviene un origen y una escala (termómetros...), en cuanto que requieren la puesta en juego de varios conceptos, como el de proporcionalidad.

No debe olvidarse que estos contenidos se dirigen fundamentalmente a conseguir que los alumnos aprendan procedimientos de **medición**, directa e indirecta, **de magnitudes geométricas**, a la vez que se favorece la reflexión acerca de qué es medir y qué problemas tiene la medida de cada una de las magnitudes. Si bien estos contenidos del bloque pretenden que los estudiantes sean capaces de utilizar diversos procedimientos para la medición, en el caso de alumnos con dificultades puede ser conveniente restringir la variedad de métodos tratando de asegurar la capacidad de obtener la medida, pasando a un segundo plano cuál sea la manera en que se ha hallado. En particular, puede ser conveniente, en algunos casos, sustituir la utilización de fórmulas por otros procedimientos menos formales para el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes.

Para estos mismos alumnos, el conocimiento del **sistema métrico decimal**, esencial en el manejo de la medida, puede reducirse únicamente a las unidades fundamentales y a las derivadas que se utilizan con mayor frecuencia.

La medida proporciona buenas ocasiones de realizar experiencias concretas sobre relaciones numéricas entre longitudes. La obtención y utilización de figuras semejantes a otras (fotos, planos, sombras...) para medir o estimar dimensiones reales refuerza el concepto de proporcionalidad y su relación con la conservación de la forma.

La realización de **mediciones** con instrumentos de distinto tipo es una actividad que, adaptada en su complejidad y precisión a las características de la etapa, no debe faltar en la clase de matemáticas. Estas mediciones han de ir acompañadas de una reflexión sobre el error cometido y su relevancia para el problema o situación en la que se inserta. Sin embargo, el tratamiento teórico de los distintos tipos de errores supera los límites de la etapa. La utilización de ciertos procedimientos de medida directa, como emplear papel milimetrado para medir áreas, permite otra visión del error a la vez que ayuda a la adquisición del propio concepto de medida.

La tecnología brinda a los alumnos oportunidades de construir y utilizar con profusión instrumentos de medida de índole muy diversa,

---

por lo que debe aprovecharse la confluencia de dos áreas curriculares en torno a este propósito y plantear experiencias y actividades conjuntas.

La **estimación** es un procedimiento de gran importancia en esta etapa, tanto porque refuerza el concepto de medida como porque es una capacidad notablemente útil en muchas situaciones de la vida corriente. Su desarrollo requiere determinadas referencias que sirvan de elementos de comparación y sean utilizables en cualquier momento: medidas corporales, distancias familiares al alumno, etc., así como una práctica considerable. Ello obliga a proponer actividades que la desarrollen durante toda la etapa, y no limitarla a un momento determinado de ella.

La obtención y utilización de **fórmulas** para la medida de áreas y volúmenes a partir de longitudes es una de las primeras ocasiones en la que los alumnos se enfrentan con símbolos y expresiones literales; debe tenerse en cuenta, por tanto, todo lo que se ha indicado más arriba acerca de la introducción del lenguaje algebraico y del cuidado con el que debe llevarse a cabo. En particular no conviene hacer una presentación prematura de las fórmulas de medida, reservándolas para los últimos años de la etapa, en los que el sentido de la medida y la estimación están suficientemente asimilados.

## La organización del espacio

Es frecuente encontrar en los estudiantes poca correlación entre las **habilidades relativas al ámbito geométrico** y las de tipo numérico. En particular, en algunos casos las alumnas parecen tener menos desarrollada la capacidad de percepción espacial, debido posiblemente al tipo de juegos y experiencias habidas durante la infancia. Este hecho debe tenerse en cuenta para equilibrar las posibles deficiencias. Por ejemplo, puede aprovecharse la mayor capacidad motivadora de algunos contenidos de tipo numérico para seleccionar actividades que puedan tratarse desde uno u otro punto de vista, y favorecer así las relaciones y el aprendizaje de la geometría.

Si el **razonamiento inductivo** tiene una importancia grande en todo el proceso de aprendizaje de las matemáticas, es en el estudio y adquisición de conceptos y procedimientos geométricos donde su utilización se hace ineludible. Las actividades han de comenzar con una primera fase de tratamiento directo de objetos que permita la



observación, construcción y modificación de formas geométricas de distinto tipo. La utilización de un proceso constructivo en el aprendizaje de la geometría debe llevar, en la mayor parte de los casos, a la fijación de conceptos y al establecimiento de propiedades y leyes sobre los objetos o las formas estudiadas. El nivel en que se encuentren los alumnos determinará en cada caso el peso que debe tener cada una de estas fases.

La introducción de las **transformaciones geométricas** enriquece notablemente las posibilidades de comprensión y descripción del mundo geométrico, que no es estático y en el que las formas están en muchas ocasiones relacionadas entre sí. Pero también aquí son válidas las observaciones anteriores: la observación de situaciones y la acción sobre los objetos constituyen una fase inicial ineludible, a partir de la cual se puede pasar gradualmente a la representación y descripción de acciones imaginadas.

La geometría constituye, además, un ámbito extraordinario para el desarrollo de procedimientos y **estrategias de carácter general**, como son la clasificación y el recuento sistemático, o los ligados a la resolución de problemas: formulación y evaluación de conjeturas, toma de decisiones, etc. El planteamiento de situaciones abiertas, en las que el alumno deba tomar decisiones incluso sobre las metas que debe alcanzar y sobre cuándo debe considerar acabado su trabajo, es especialmente útil y adecuado en este contexto. En este sentido, la enumeración de figuras y cuerpos geométricos que se incluyen en el currículo oficial no debe considerarse en absoluto exhaustiva: el mundo físico, el arte y las propias matemáticas están llenas de formas que merece la pena estudiar.

Las posibilidades gráficas del **ordenador** pueden facilitar algunos aspectos del trabajo geométrico, como son la creación y transformación de figuras y composiciones geométricas y la visualización e investigación de propiedades y movimientos. El poder evocador de las imágenes y la capacidad de la tecnología para generar movimientos y ofrecer perspectivas poco frecuentes se aprovechan en muchas producciones audiovisuales para presentar una geometría dinámica que desarrolla la intuición espacial e invita a investigar propiedades y relaciones entre las figuras. Además, la estética de las imágenes genera actitudes favorables en el alumno, tanto hacia el aprendizaje de las matemáticas como en el concepto que se forma de ellas.

## El lenguaje gráfico

Las representaciones gráficas adquieren cada vez más relevancia en nuestra sociedad, como un modo de dar información global sobre un fenómeno, aun a costa de perder datos puntuales más precisos. Esto implica la necesidad de realizar actividades en las que se **describan e interpreten gráficas**, relacionándolas con las situaciones correspondientes, y se formulen conjeturas sobre qué pasa fuera de los límites de los datos representados. Estos procedimientos se han de trabajar a lo largo de toda la etapa, y se van adquiriendo a medida que aumenta la madurez cognitiva y el campo de experiencia del alumno.

Los alumnos deben familiarizarse con una amplia gama de gráficas, continuas o no, con expresión analítica sencilla o sin ella, escalonadas, de puntos, etc. La reflexión sobre la imagen visual debe permitir observar características específicas de las gráficas y diferencias significativas con otras, como la forma de crecimiento o decrecimiento, el comportamiento para valores grandes de la variable independiente, la simetría, etc. El tipo de análisis que se haga en cada caso dependerá de la simplicidad de la gráfica: desde el meramente descriptivo en unos casos, al análisis completo en relación con su ecuación, que podrá hacerse en los casos más sencillos. Conviene recordar que no es fácil para un alumno de esta etapa entender la relación que hay entre una ecuación y una gráfica, por lo que es conveniente utilizar como intermediarios algunos valores de la función organizados en tablas.

Hay **destrezas específicas** relacionadas con la representación gráfica, como la construcción correcta de los ejes, el uso de una escala adecuada al valor de los datos, la elección del tipo de gráfica pertinente a la situación planteada, etc., que tienen importancia tanto porque contribuyen a la interpretación crítica de las gráficas construidas por otros, como porque a través de ellos se adquieren destrezas, hábitos y valores estéticos, de limpieza, orden, expresividad del lenguaje gráfico, etc.

La exploración de las **teclas funcionales en calculadoras** científicas es un apoyo inestimable para acercarse a la representación de funciones, al concepto de función y a propiedades relativas a su expresión y manipulación algebraica. También hay programas de ordenador para el tratamiento de funciones, que permiten a los alumnos investigar sobre ellas. En el caso de las polinómicas, por

ejemplo, se puede cambiar el valor de los parámetros y ver la incidencia en la forma de la gráfica. La posibilidad de visualizar simultáneamente y sin necesidad de cálculos ni representaciones manuales tediosas una familia de funciones permite que el alumno se familiarice con los aspectos comunes a todas ellas y llegue a asociar cada tipo de expresión algebraica con la forma gráfica correspondiente

## Tratamiento estadístico de datos

Una de las razones que justifican la presencia y el peso de la estadística en esta etapa es proporcionar **instrumentos básicos para interpretar** las informaciones que utilizan este tipo de técnicas. Es conveniente tener en cuenta esto a la hora de seleccionar contenidos y actividades, que no deben limitarse al cálculo de parámetros de distribuciones dadas en forma de tabla. Es más, este tipo de actividades debe relegarse a un segundo plano porque la proliferación de calculadoras y ordenadores hace perder importancia a los algoritmos de cálculo de parámetros y a la elaboración minuciosa de gráficos.

La **obtención de información** de distinto tipo **por los propios alumnos** es una actividad que no debería faltar en clase de matemáticas. El diseño y realización de mediciones repetidas, encuestas, recuentos, etc., que sean susceptibles de un tratamiento estadístico o el establecimiento de una relación y trazado de la gráfica correspondiente, hacen posible dar un mayor sentido a la tarea matemática propuesta y reflexionar sobre las posibilidades y problemas que se pueden encontrar en este tipo de actividades.

La estadística invita a la utilización de **contextos** muy diversos, tanto del ámbito público como del privado. Es importante presentar situaciones obtenidas de diversas fuentes (prensa, libros, publicidad, televisión...), y provenientes de distintos campos del conocimiento (sociología, economía, psicología, biología, antropología, etc.).

Precisamente por esta gran variedad de situaciones a las que se aplica la estadística y por la creciente utilización de su terminología como argumento, es importante desarrollar la **actitud crítica** ante la información recibida en forma estadística; la utilización de parámetros no adecuados, generalizaciones abusivas, gráficas mal construidas, términos imprecisos, etc., son errores habituales que es preciso conocer y saber detectar. La prensa y los medios de comunicación en general brindan abundantes oportunidades para ello.

## El azar

Las ideas sobre el azar y la probabilidad pueden irse introduciendo paulatinamente desde los primeros años de la etapa, aunque con un peso creciente a medida que se avanza en ella. Todos los alumnos, antes de llegar a la Educación Secundaria, tienen ideas previas sobre el azar, la dependencia e independencia de sucesos, etc., que es preciso conocer y tener en cuenta a la hora de diseñar y proponer actividades. No se debe olvidar que éstas deben ir encaminadas, principalmente, al desarrollo y educación de la **intuición sobre la probabilidad**.

El desarrollo de esta intuición se realiza inicialmente a través de valoraciones cualitativas sobre la posibilidad de ocurrencia de sucesos (es muy probable, es menos probable que...), para pasar, posteriormente, a un enfoque frecuencial. El cálculo de frecuencias no debe utilizarse sólo como un método para asignar probabilidad a sucesos; el **estudio de las frecuencias** proporciona una información muy rica sobre el significado y comportamiento de lo aleatorio. Conviene dejar para los últimos años el aumento de precisión en el lenguaje probabilístico y otros métodos de asignación de probabilidades. Desde luego, no parece deseable llegar a la formalización del álgebra de sucesos y menos aún el establecimiento de una axiomática de la probabilidad.

El enfoque a través de las frecuencias requiere una dosis importante de **actividad manipulativa** por parte del alumno. Es precisa la obtención práctica de resultados aleatorios de todo tipo, no limitándose sólo a sucesos equiprobables, que permitan elaborar conjeturas sobre el posible o posibles resultados. Existen actualmente gran cantidad de materiales con los que se pueden realizar actividades de este tipo, además de los dados usuales; en todo caso, la utilización del ordenador facilita en buena medida este tipo de trabajo. Puede ser pertinente la inclusión de métodos de obtención de números aleatorios con ayuda de tablas, calculadoras que lo permitan y ordenadores.

**El juego** proporciona una gran cantidad de situaciones susceptibles de aprovechamiento para el diseño de actividades relacionadas con el azar. Los alumnos saben jugar a muchas cosas y está claro que durante la Educación Secundaria sigue siendo estimulante para ellos el juego. La apuesta por un determinado resultado implica al alumno en la tarea y supone una toma de decisiones ante un resultado incierto. Parece conveniente, por ello, utilizar juegos en los que intervenga el azar para desarrollar conceptos, procedimientos y actitudes relativos a él.

La estimación y el cálculo de probabilidades requiere, en muchos casos, la utilización de distintos procedimientos generales, como son la búsqueda de regularidades y el recuento sistemático, que es bueno desarrollar también en este contexto. La introducción de la combinatoria tratada de la forma clásica, además de ser un método muy restrictivo, es excesiva y no está al alcance de la mayoría de los alumnos de esta edad.

En lo que se refiere al lenguaje, es preciso tener en cuenta que la expresión de la probabilidad en la vida corriente se suele hacer en tantos por ciento. Conviene relacionar esta forma de expresión con la usual en tanto por uno, no rechazando el tanto por ciento como incorrecto. Otro tanto se podría decir con respecto a las expresiones del tipo casos favorables/casos desfavorables.

## Las matemáticas en el cuarto curso

En el cuarto curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria se ofrecen dos opciones en el área de Matemáticas. Además de pequeñas diferencias en cuanto a los contenidos, estas dos opciones se distinguen esencialmente por el **enfoque** con el que se articulen las actividades. Éstas deberían ser, en general, muy similares en ambas opciones, con matizaciones en cuanto al contexto en el que se presenten y la forma de abordarlas en una u otra opción.

La diferencia entre una y otra opción no está establecida en los términos clásicos de ciencias/letras. Esta distinción, por sí sola, no marca diferencias entre las matemáticas que deben aprender a esta edad, por lo que no es aquí relevante.

Hay que evitar una **opción A** llena de refuerzos de destrezas operatorias elementales, rutinarias y reiterativas frente a una **opción B** variada, atractiva, nada machacona. Tampoco, en el sentido contrario, se trata de 'jugar' en un caso y hacer 'verdaderas matemáticas' en el otro. No es razonable que unas sean divertidas y las otras aburridas; unas útiles y otras mero entretenimiento. **Ambas opciones deben ser variadas y útiles** para los alumnos que las han elegido.

Debería diseñarse cada opción de manera que la *dificultad subjetiva* fuera la misma. No se pretende hacer unas matemáticas fáciles y otras difíciles. Se trata, más bien, de que el esfuerzo necesario

---

para todos sea el mismo, de que las matemáticas supongan aproximadamente la misma dificultad para cada alumno.

Entre los factores que pueden tenerse en cuenta para el diseño de ambas opciones hay que mencionar la relación de la opción en este último curso con las vías posteriores que seguirá el alumno. El profesor debe conocer la **orientación** previsible de los alumnos de cada opción para así actuar de manera más ajustada a sus necesidades.

La *opción B* ha de diseñarse pensando en alumnos que tengan un interés elevado por las matemáticas en función de un futuro profesional, ya bastante decantado, en el que les serán necesarias. Así como en aquellos otros que, aun no teniendo un interés profesional en las matemáticas —bien por no haberse decidido todavía hacia ninguna profesión o estudios posteriores, bien a pesar de orientarse por otros derroteros—, sí manifiestan un cierto gusto por ellas, por el tipo de actividad que se despliega en las matemáticas.

La **menor heterogeneidad** de los grupos del último curso permite un tratamiento diferenciado de los contenidos, una selección de actividades más acorde con los intereses de los alumnos, una mayor atención al desarrollo de actitudes, etc. Sin embargo, no debe olvidarse que los alumnos siguen siendo distintos, y por ello todas aquellas formas de actuación tendentes a tener en cuenta esta diferencia siguen siendo adecuadas.

Todos los principios metodológicos generales de los que se habla en estas orientaciones pueden considerarse válidos para las dos opciones. En particular, la creatividad, el placer, la sorpresa, la investigación han de ser parte integrante de ambas opciones.

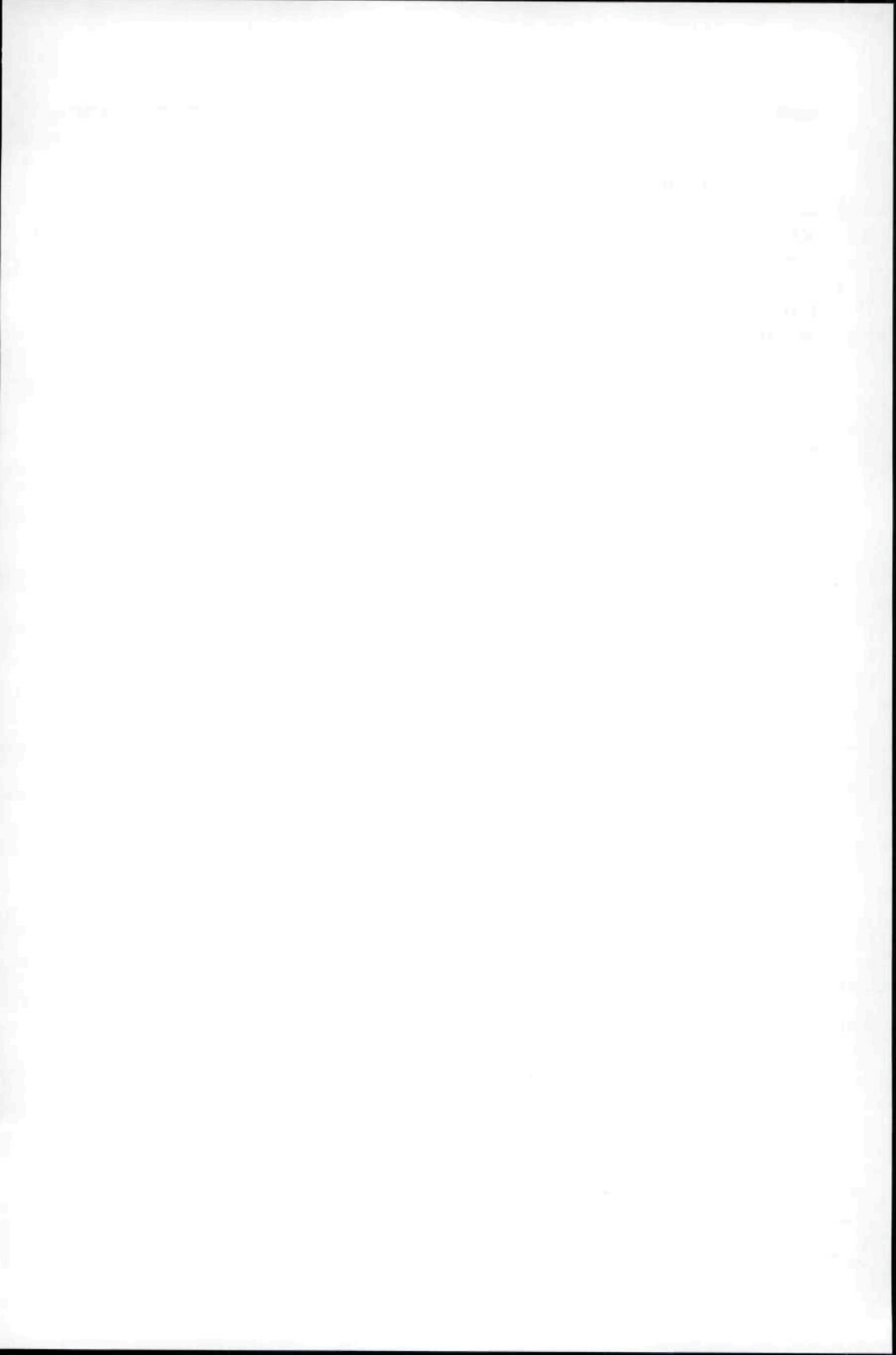
Sin embargo, cabe establecer algunas diferencias respecto a las formas de intervención en cada caso.

La **secuencia de contenidos** que se haga debe tener presente que los alumnos han cursado, hasta ese momento, los mismos estudios. Si se plantean unos contenidos con necesidades previas diferentes se podría estar forzando a la diferenciación desde momentos anteriores. Por otra parte, en la *opción B* podría estar más justificada una organización que tuviera más en cuenta lo "disciplinar", mientras que en la *A* podrían predominar las presentaciones de carácter global. Esta visión globalizadora se favorece, por ejemplo, con organizaciones de los contenidos establecidas en torno a un problema núcleo que actuara como centro de interés.

En la **selección de actividades** pueden establecerse diferencias en los tipos de actividades, en el contexto y en la utilización de soportes materiales. En la *opción A* parece más aconsejable mantenerse siempre que se pueda dentro de un contexto, evitando ejercicios excesivamente abstractos, así como la utilización de materiales concretos como soporte. En ambas opciones deben tener cabida actividades de todo tipo.

En cuanto a la necesidad de **orientación**, hay que considerar que los alumnos de la *opción B* tendrán, por lo general, una mayor autonomía para determinados tipos de actividades para las que los alumnos de la *opción A* necesitarán un mayor apoyo por parte del profesor, con frecuentes refuerzos y revisiones. La situación puede invertirse en otro tipo de actividad.

Las diferencias —de orientación, de matiz y de cualquier otro tipo— que se tengan por oportunas deben considerarse **en todos los elementos del Proyecto curricular**: secuencia, criterios metodológicos, selección de material, evaluación, etc.





# Orientaciones para la evaluación

## Principios generales

La evaluación es parte integrante y fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje. Requiere obtener información de manera sistemática, que permita al profesor emitir un juicio valorativo sobre la marcha del proceso de aprendizaje, en aspectos parciales y globales del mismo.

En los primeros epígrafes se ha comentado la importancia del diagnóstico continuo de la evolución de los conocimientos de los alumnos. De acuerdo con este diagnóstico, el profesor podrá diseñar actividades específicas de ayuda para cada uno de ellos, entre ellas, pero no únicamente, las de recuperación y profundización de contenidos. Evaluar la propia actuación permite al profesor controlarla y mejorarla. En el caso de los alumnos, la reflexión sobre sus logros y problemas les ayuda a controlar e implicarse en el proceso de aprendizaje. También es necesario un análisis de los materiales utilizados, de su adecuación a los objetivos propuestos, de la flexibilidad para usarlos con alumnos de niveles diferentes, del interés que despiertan. Finalmente, evaluar la marcha global del alumno es imprescindible en los últimos años de la Educación Obligatoria, para orientarle en las decisiones que sobre su futuro académico o laboral debe tomar al finalizar la misma.

Evaluar no es tarea fácil, sobre todo en lo relativo a aprendizajes a largo plazo. La evaluación debe extenderse no sólo a la adquisición de rutinas y hechos aislados, sino que debe recoger otros contenidos, como los actitudinales y los procedimientos de tipo general. Tenerlos en cuenta modifica en gran manera la elección de técnicas e instrumentos aconsejables para la evaluación.

La evaluación será tanto más útil en la medida en que sirva de **instrumento para mejorar globalmente el proceso** de enseñanza y aprendizaje. Estas consideraciones implican una evaluación continua y diferenciada para cada uno de los alumnos, pero también conducen a unos criterios para la realización de actividades específicas de evaluación.

No es únicamente lo que los alumnos saben o saben hacer lo que debe ser evaluado. Es importante también conocer cuáles han sido los avances en su aprendizaje, así como el esfuerzo dedicado a él. La valoración conjunta de logros, avances y esfuerzos será lo que permita tomar decisiones, al alumno y al profesor, sobre qué se debe hacer a continuación.

Para que la evaluación cumpla plenamente su papel orientador, el profesor debe **comunicar a cada alumno** las sucesivas valoraciones que va realizando sobre su proceso de aprendizaje. Y estas valoraciones serán más útiles si van acompañadas de las alternativas oportunas para reconducirlo en caso necesario, y ponen de relieve los logros y avances. En este espíritu, por ejemplo, la corrección de las pruebas específicas de evaluación no debe limitarse a tachar las faltas y errores cometidos, ni a hacer una simple valoración numérica de las mismas.

No debe olvidarse que la **forma de evaluar** influye notablemente en la manera en que los individuos se enfrentan a su propio aprendizaje. De la misma forma que la presencia de una evaluación externa condiciona en gran medida los planteamientos didácticos del profesor, los alumnos también actuarán de un modo u otro en función de qué esperan que vaya a ser evaluado y cómo se hará la evaluación. De hecho, algunos mecanismos de evaluación pueden llegar a ser, y a veces son, un medio de inhibición para los alumnos, que impide su aprendizaje. También influye qué es lo que esté en juego como resultado de la evaluación: información para el profesor o para los alumnos, comunicación a los padres, promoción, etc.

De acuerdo con estas ideas sobre la evaluación, es importante hacer notar que, cualesquiera que sean los aprendizajes que se evalúen y las técnicas empleadas, la evaluación debe pretender **determinar lo que saben los alumnos**. Se utilizan a veces pruebas de evaluación en las que se busca precisamente aquello que no saben los alumnos.

## Evaluación de los alumnos

### Qué evaluar

---

En su práctica habitual, todos los profesores evalúan muchas cosas, pero no siempre lo hacen de forma consciente. La reflexión sobre qué es lo que se está evaluando realmente, cuándo se hace, en qué medida los instrumentos que se utilizan son eficaces, etc., puede hacer más útil la evaluación en la medida en que la información que se obtiene es más fiable y por ello permite la continuación o modificación de la intervención del profesor y de la actuación de los alumnos.

En el área de Matemáticas se pretende que los alumnos aprendan muchas cosas y a veces muy distintas unas de otras. Algunos contenidos permiten una evaluación sencilla, y por ello se evalúan más a menudo: las rutinas, los procedimientos de aplicación, los hechos (los pocos que hay) y, a veces, los principios. Otros contenidos, por el contrario, no son fáciles de evaluar. De hecho, hay algunos aprendizajes que tradicionalmente no han sido objeto de evaluación en matemáticas: las actitudes, los procedimientos generales e incluso muchos conceptos. Estos últimos sólo se evalúan indirectamente, en la medida en que se utilizan en determinados procedimientos. Pero la dificultad en la evaluación de todos estos aprendizajes no debería llevar a abandonarla, y en todo caso no parece razonable renunciar a enseñar algunos contenidos por lo difícil que sea la evaluación de su aprendizaje.

Algunos aprendizajes requieren normalmente un proceso lento, que se extiende a veces a toda la etapa. Es el caso de algunos tipos de contenidos, como las estrategias generales y algunas actitudes, valores y normas. Precisamente por la larga duración del proceso es especialmente importante la **evaluación formativa** en este caso: no se puede esperar al final para saber cómo ha ido.

La **resolución de problemas** es una de las situaciones que presentan, para su evaluación, las dificultades que se acaban de indicar. Su aprendizaje requiere por una parte el conocimiento de heurísticos o estrategias concretas de recogida, organización y tratamiento de la información, diferentes formas de representación, codificación y decodificación, traducción de unas formas a otras y de unos lenguajes a otros, aplicación de saberes aprendidos en diferentes momentos y situaciones y relación de unos con otros, interpretación de soluciones, etc. Pero, por encima de ello, la resolución de problemas requiere la gestión adecuada de todo este conjunto de técnicas y estrategias.

La evaluación de la resolución de problemas tiene que referirse entonces tanto a los heurísticos y técnicas específicos como a su gestión.

Pero, además, la aplicación de una estrategia en un momento determinado y ante una situación concreta no garantiza su utilización en otros casos. De la misma forma que su no utilización no indica necesariamente que se desconozca. Por tanto, serán necesarias distintas situaciones, relacionadas con diferentes contextos, en las que se tenga que poner en juego esa estrategia.

En este área se pretende conseguir también que los alumnos sepan **expresarse utilizando las matemáticas**, que sepan hablar de matemáticas y con ayuda de ellas. La evaluación de los contenidos relacionados con esta capacidad debe abarcar, entre otros, los siguientes aspectos:

- Utilización precisa de términos para nombrar objetos matemáticos (numéricos, geométricos, probabilísticos, etc.) y las relaciones entre ellos
- Adecuación de las ideas que se expresan a la situación que describen.
- Coherencia en la argumentación, adecuada a la edad del alumno.
- Tendencia a utilizar lenguajes matemáticos cuando es pertinente.

Entre los aspectos más difíciles de **evaluar** están **las actitudes, valores y normas**. Puesto que se refieren a cuestiones que impregnan, o deben impregnar, toda la actuación del alumno, no es fácil encontrar actividades que permitan valorar expresamente su aprendizaje. Pero por lo mismo intervienen en casi todas sus acciones: se ponen de manifiesto al realizar un gran número de actividades. Será entonces la labor del profesor observar en distintas ocasiones si se ponen de manifiesto, intentando entresacar de su comportamiento indicaciones que le permitan evaluar el aprendizaje de estos contenidos.

### **Los criterios de evaluación**

Los criterios de evaluación constituyen una referencia importante respecto a qué debe evaluarse. Indican aquellos **aprendizajes**

**que se consideran esenciales** para que el alumno pueda enfrentarse sin dificultades a su actividad posterior, sea ésta la continuación de sus estudios o el acceso al mundo del trabajo. Están contruidos por ello siguiendo pautas de selección de lo fundamental. Para poder cumplir su función de criterio hacen referencia a contenidos concretos —en algunos casos se refieren a contenidos que pertenecen a varios bloques—, y de ellos expresan cuál es el tipo de aprendizaje que debe alcanzarse (cálculo, interpretación, utilización...) y en qué grado (con qué figuras, con qué números, en qué situaciones...).

Formalmente, los criterios de evaluación que establece el decreto de currículo constan de un enunciado que establece los aprendizajes que se pretenden, seguido de una serie de comentarios que facilitan su interpretación o matizan algunos aspectos del criterio.

Los criterios no son tareas de evaluación: cada uno de ellos puede ser concretado en distintas tareas que los hagan más significativos a los alumnos, de acuerdo con las propias características de su aprendizaje, con los contextos más relevantes para ellos, del momento en que se utilicen, etc. El profesor, que conoce bien estas peculiaridades, es el único que puede llevar a cabo esta adaptación de la manera más adecuada. De esta forma se puede garantizar en mayor medida la integración de los criterios de evaluación en la práctica docente.

Así, por ejemplo, el criterio número 6:

*“Asignar probabilidades a priori en fenómenos aleatorios, por medio del cálculo (ley de Laplace) cuando se trate de sucesos elementales en situaciones de equiprobabilidad, o por otros medios en el resto de los casos”,*

puede evaluarse con tareas como las siguientes:

1. Calcular las probabilidades de resultados posibles en un juego de azar sencillo a partir de sus reglas.
2. Utilizando un diagrama en árbol, calcular la probabilidad de que se den una cantidad dada de éxitos en la repetición de un fenómeno binario.

De manera que, además, cada una de ellas admite distintas concreciones; por ejemplo, en el primero, señalando un juego más o menos familiar a los alumnos.

Por otro lado, cada uno de los criterios admite diferentes **gradaciones** que permiten al profesor definir con mayor precisión el nivel de consecución de los aprendizajes a los que se refieren. De esta forma, el criterio anterior puede formularse, para responder a otros niveles, de alguna de las siguientes maneras:

- Asignar probabilidades en fenómenos aleatorios cuyo espacio muestral sea muy reducido mediante el recuento sistemático de casos favorables y casos posibles.
- Asignar probabilidades en fenómenos aleatorios reproducibles con facilidad mediante la experimentación repetida.

Los contenidos a los que se hace referencia en cada criterio tienen características diferentes, así como los aprendizajes que se indican en ellos. Consecuentemente es distinto el grado de detalle con el que se expresan y el tipo de tareas que permiten ponerlos de manifiesto. Así, por ejemplo, en un criterio que se refiera a alguna destreza la concreción es mayor que en otros que se refieren a estrategias más o menos generales.

Pero el profesor no debe disponer únicamente de los criterios de evaluación que establece el currículo oficial. **En el Proyecto curricular deben ser completados**, adecuándolos a su situación y concretándolos para cada uno de los ciclos. Los criterios que aparecen en el currículo oficial pueden servir de orientación para la construcción de estos otros. Por otra parte, en el anexo de la Resolución de la Secretaría de Estado de Educación que se incluye en la segunda parte de este volumen hay una propuesta de criterios de evaluación para el primero y el segundo ciclos, de carácter orientativo y diseñados con los mismos criterios que se indicaban antes.

## Cómo evaluar

---

Si se diseñan y utilizan de forma apropiada, casi todos los instrumentos de evaluación que se utilizan habitualmente son adecuados. El problema estriba en utilizarlos bien y ser conscientes de para qué son útiles. Sin embargo, no parece cierto que todos sirvan para todo.

Cada tipo de prueba y cada instrumento de evaluación evalúa algún tipo de conocimientos, de capacidades, de contenidos. **No se puede pretender evaluar todo a través de un mismo tipo de**

**prueba**, de pregunta. Recíprocamente, cada tipo de contenido requiere un tipo de situación diferente para su evaluación (aunque a veces puedan coincidir). En una prueba escrita en la que se proponga la resolución de problemas de aplicación de una técnica concreta se pide al alumno que ponga en juego diferentes conocimientos y capacidades que durante la resolución de un problema abierto con sus compañeros.

La evaluación será tanto más útil cuanto más información relevante se maneje y más rica sea esta información en matices. No es infrecuente encontrar alumnos que tienen dificultades para realizar tareas de tipo algorítmico, de puro cálculo, y, sin embargo, tengan éxito ante situaciones que exijan relacionar conceptos o que pongan en juego su capacidad para razonar; u otros a los que les ocurra exactamente lo contrario. Los instrumentos de evaluación que se utilicen deberían ser capaces de discriminar en la medida de lo posible dónde están las dificultades y dónde no las hay. Una mayor variedad en los instrumentos de evaluación hace posible esta riqueza de matices.

A veces puede ser conveniente establecer **actividades específicas para la evaluación**, planteadas a los alumnos en un momento dado, y de las que ellos saben de antemano que van a servir para la evaluación. Pero esta forma de obtener información sobre los aprendizajes de los alumnos ni es siempre aconsejable ni debería ser nunca la única. Existen otras vías para saber qué pasa con cada alumno por su actuación en otras situaciones: durante la resolución de problemas en clase, preguntas, discusiones en grupo, etc. Y la información que se obtenga a través de estos mecanismos puede ser tan relevante como la primera.

En los párrafos siguientes se comentan con algo más de detalle algunos **instrumentos de evaluación**.

## **Instrumentos de evaluación**

### **Observación**

La observación de los alumnos es un procedimiento esencial de evaluación. Tanto porque algunos tipos de contenidos, como los actitudinales, se evalúan principalmente a través de este método, como porque proporciona información acerca de la posible actuación de los alumnos en situaciones diversas, sin las interferencias que causa el saber que se está siendo evaluado, y en alguna medida diferente a la que se obtiene por otros medios.

---

La observación de tareas complejas, con diferentes fases, como las de resolución de problemas permite detectar con cierta precisión cuáles son las dificultades que encuentran los alumnos: de comprensión del enunciado, dificultades en la representaciones gráficas, en la codificación o descodificación, en destrezas específicas. Asimismo permite valorar en qué medida se utilizan adecuadamente los conceptos involucrados en la situación que los alumnos tienen planteada.

Todos los profesores utilizan la observación de manera habitual. La expresión de la cara de los alumnos ante una cuestión planteada o una explicación del profesor, o las preguntas de aquéllos, sirven para que cualquier profesor se haga una idea global o particular de la evolución de algunos aprendizajes. En la medida en que esta observación vaya haciéndose más fina y sistemática cumplirá mejor su función de realimentación del proceso.

La observación se puede realizar en diferentes situaciones, quizá en todas aquellas en las que el profesor no sea el actor principal: trabajo individual o en pequeño grupo de los alumnos, debates en gran grupo, actividades fuera del aula, etc. Además de los momentos de charla y atención individual que necesariamente se dedican a cada alumno, son importantes las observaciones hechas en el marco de la clase. En las discusiones, por ejemplo, el alumno manifiesta, implícita o explícitamente, certezas, dudas y errores. Durante ellas puede observarse el grado de dominio y precisión con que utiliza espontáneamente el vocabulario matemático, así como la corrección al argumentar sus opiniones y el respeto a las de los demás.

Indudablemente no es posible la observación simultánea y exhaustiva de todos los indicadores posibles en cada uno de los alumnos de un grupo. No se trata tanto de observar todo de todos, como de utilizar de forma sistemática esta técnica (esta norma) como parte integrante de la actividad del profesor. Cada profesor debe establecer un criterio que garantice la regularidad de sus observaciones de manera razonable. Pero por pocos que sean los datos recogidos en el aula, siempre podrán ser útiles para revisar los aprendizajes que se han producido individualmente, así como la evolución del proceso de enseñanza, en general o en alguno de sus aspectos.

A medida que el profesor vaya adquiriendo experiencia irán mejorando las observaciones que realice. La cantidad de información recogida, la riqueza de esa información, los matices que puedan recogerse, la interpretación adecuada de algunas situaciones, etc., son aspectos que mejoran con la experiencia reflexiva del profesor.



Esta experiencia puede además mejorarse por medio de algunos técnicas, tales como la práctica de observaciones en otras situaciones, en aulas con otros profesores, etc., hasta que llegue a ser parte integrante de la propia actuación.

Disponer de indicadores y tablas de observación puede hacer más útil esta técnica, porque permite al profesor centrarse en aquello cuya observación es más relevante, resultando con ello una información más útil. Además permite con un mismo esfuerzo obtener mayor cantidad de información.

La observación es útil en tanto en cuanto se registra en algún lugar. El procedimiento de registro ha de ser sencillo, y no debe agobiar a los profesores ni llevarles demasiado tiempo. Es útil disponer de una ficha para cada alumno donde se anoten las observaciones relativas a cómo se manifiestan en cada momento los objetivos de aprendizaje propuestos por el profesor. Esta ficha puede tener una estructura de doble entrada, en la que aparezcan las actividades que se realizan y las observaciones pertinentes a hacer durante el desarrollo de las mismas. En ella pueden figurar también valoraciones de pruebas específicas, indicaciones sobre su nivel inicial y otras varias. El período de registro debería abarcar al menos un curso, y preferiblemente todo un ciclo.

### ***Revisión de los trabajos de los alumnos***

La actividad de los alumnos normalmente tiene como resultado un cuaderno en el que se van realizando los ejercicios y problemas propuestos, y se recogen las notas o apuntes que se utilizarán después como referencia para revisar ideas, relaciones, clasificaciones, etcétera. La revisión de estos cuadernos de clase tiene importancia por diversos motivos. Primero porque proporciona indicaciones claras sobre hasta dónde ha sido capaz de hacer cada alumno, dónde ha encontrado mayores dificultades, cuáles son sus métodos y hábitos de trabajo. También porque a través de ellos pueden determinarse ideas y conceptos mal elaborados, falta de destreza en las técnicas y algoritmos específicos, etc. El cuaderno debe ser, además, un instrumento útil para el alumno y, para que efectivamente lo sea, el profesor debe dar, al menos al principio de la etapa, ciertas pautas sobre su organización, presentación, etc.

La observación del cuaderno de clase proporciona datos, entre otros, sobre el nivel de expresión escrita y gráfica del alumno y sobre

sus hábitos de trabajo: sistemático y perseverante en el desarrollo y revisión de las tareas, claro en la presentación de resultados, esquemas, gráficos y resúmenes.

### **Pruebas específicas de evaluación**

La evaluación sumativa, que se lleva a cabo al final del proceso, requiere generalmente la realización de actividades encaminadas específicamente a la evaluación. Pero también durante el aprendizaje puede ser conveniente la realización de actividades diseñadas para la evaluación o bien la utilización, con fines evaluativos, de actividades normales de enseñanza y aprendizaje.

Pueden hacerse al finalizar un tema concreto, para observar los avances efectuados respecto al mismo, o en otro momento cualquiera si se pretende seguir la evolución de capacidades más generales, como la familiaridad con los números o la adquisición de actitudes frente a las matemáticas. En todo caso, la evaluación a través de pruebas específicas no supone en absoluto el concepto tradicional de examen, con todas las connotaciones que lleva consigo.

Es importante que el profesor sea consciente de qué es lo que permite evaluar cada actividad: los conceptos y principios puestos en juego, las técnicas concretas que han de ser utilizadas, las estrategias que se han de aplicar, etc. Normalmente cada tipo de situación permite evaluar aspectos o contenidos diferentes, y a menudo no permite evaluar otros. Todas las actividades comentadas bajo el epígrafe *Tipos de actividades* del capítulo primero pueden ser parte de pruebas específicas de evaluación. Algunas de las más frecuentes se comentan a continuación:

- Los **ejercicios de aplicación** exigen utilizar una técnica específica, conocida, dentro de un contexto, sea éste matemático o no. Es el caso, por ejemplo, de los ejercicios en los que se pide el cálculo de superficies de figuras determinadas utilizando una fórmula. En la medida en que el rango de posibilidades de elección de la técnica sea más amplio se convertirá en un problema. Es claro que un ejercicio de aplicación permite únicamente valorar el aprendizaje de esa técnica específica.
- Los **ejercicios sobre rutinas algorítmicas**, sin ningún contexto, suelen ser bastante específicos para evaluar la destreza adquirida en determinadas técnicas de cálculo.

- Frente a un **problema** el alumno ha de mostrar su comprensión de los conceptos que entran en juego, su capacidad para seleccionar unas estrategias u otras, para integrar conocimientos haciendo uso de hechos, conceptos o principios cuya relación con el problema enunciado no sea evidente, empleando técnicas de cálculo diversas.
- Las actividades dirigidas a poner de manifiesto el **aprendizaje de conceptos** permitirán evaluar tanto la claridad de ideas con respecto a los conceptos en cuestión como la expresión escrita y la capacidad de síntesis del alumno. Sin embargo, las situaciones que se prestan a la repetición de desarrollos teóricos, demostraciones, relaciones de propiedades y otras por el estilo tienen poco sentido en matemáticas. La repetición de desarrollos idénticos a los realizados por el profesor o por los libros tiene escaso valor para demostrar un aprendizaje realmente significativo.

Además de estas actividades, se utilizan a veces otras, con una finalidad más específica de evaluación:

- La conveniencia de las llamadas **pruebas objetivas** en matemáticas, y en particular de las pruebas de respuesta múltiple, ha sido muchas veces cuestionada. Sin duda tienen muchas limitaciones y han de ser utilizadas con cuidado. Si están bien construidas, sin embargo, permiten aflorar la capacidad de concentración de un alumno, su seguridad y confianza en sí mismo y en sus conocimientos, la claridad con la que maneja diferentes conceptos y conocimientos de forma que no se vea perturbado por los distractores, su capacidad de decisión, además de, naturalmente, su adquisición de determinados conocimientos o técnicas de cálculo específicas. En todo caso no deberían utilizarse como única fuente de información para la evaluación.
- Las **entrevistas** permiten al profesor explorar sobre la marcha lo que más le interese de un alumno, preguntando algún detalle que le permita matizar y valorar con mayor precisión determinado aspecto. Obviamente estas situaciones son, además, muy indicadas para valorar la expresión oral del alumno, además de la adquisición de los conocimientos y destrezas que se incluyan en ellas.

El tiempo que un alumno necesita para resolver un problema, relacionar conceptos, expresar ideas o, en general, realizar un traba-

jo de cualquier tipo no suele ser un indicador de sus aprendizajes. En toda tarea que vaya a ser utilizada para la evaluación el alumno debe **disponer de tiempo suficiente** para llevarla a cabo.

La valoración de una prueba debe dar información relevante sobre los aprendizajes realizados. Para ello tan importante o más que el resultado de un ejercicio o problema es el **proceso** que se ha seguido para resolverlo. Es necesario tener en cuenta en cada caso la estrategia de resolución de un problema, la exhaustividad al tomar en consideración las distintas alternativas, la utilización de estrategias más ricas (por ejemplo, que a partir de un contexto numérico acudan a técnicas geométricas). En particular, si se pretende valorar un procedimiento es preciso que el profesor conozca cuál ha sido su desarrollo. Esta afirmación lleva a intentar que los alumnos describan el proceso de resolución o razonamiento que les ha llevado a la respuesta, evitando el estilo telegráfico en la medida de lo posible.

### ***Trabajos de campo***

Un instrumento útil de evaluación son las actividades, con duración más o menos larga, en las que es preciso buscar información, seleccionarla, organizarla en cuadros y representaciones gráficas diversas y procesarla por distintos medios. Estos trabajos, aunque realizados a menudo en grupo, aportan también para la evaluación elementos importantes. Así por ejemplo, en un trabajo que pretenda medir la superficie de una parcela irregular, los alumnos han de poner en juego conjuntamente una serie de ideas, técnicas y hábitos, diseñar estrategias de actuación, de medida, explicar y expresar adecuadamente los procesos y los resultados. Desde el punto de vista de la evaluación, la situación es de una gran riqueza. Permite apreciar el reparto de tareas, la funcionalidad de los aprendizajes o la integración de unas ideas con otras, que difícilmente pueden comprobarse de otra forma. En los trabajos realizados en grupo esta información es más relevante en la medida en que se puedan determinar las aportaciones de cada uno de los miembros del grupo.

Algunas consideraciones de las anteriores son también válidas para analizar la realización de "**investigaciones**". Son trabajos propuestos a los alumnos, individualmente o en grupo, abiertos en cuanto a la meta, a las técnicas utilizables, etc. Permiten disponer de tiempo para la incubación, el tanteo de posibles vías de avance, la consulta en fases intermedias, los intentos de generalización, etc.

## Autoevaluación y coevaluación

La autoevaluación del alumno, como reflexión crítica sobre su propio proceso de aprendizaje, pretende que se corresponsabilice de su propia educación, que tome conciencia de sus avances y estancamientos, de la adecuación de su método de trabajo. La autoevaluación fomenta también la autoestima y la independencia.

Por otra parte, al profesor le puede resultar de utilidad la información proporcionada por los propios alumnos sobre sus avances y su competencia en distintos ámbitos. Además de ello, la valoración de unos por los otros, siempre que sea respetuosa, será también útil tanto al profesor como a los mismos alumnos. Autoevaluación y coevaluación proporcionan a menudo matices que difícilmente pueden ser captados por el profesor directamente.

## Cuándo evaluar

---

Como parte indisoluble del proceso educativo, **la evaluación debe estar siempre presente** en la actuación del profesor. En todo momento debe ser posible recibir información sobre este proceso y modificarlo si es preciso. La evaluación, en coherencia con las funciones que se le asignan aquí, ha de ser continua en el sentido de que debe estar presente en todo momento, y aun cuando a veces no sea fácil, no debe olvidarse que la única forma de que la evaluación sirva para guiar el aprendizaje de los alumnos es integrándola en él.

No es posible que el profesor recoja toda la información acerca de lo que ocurre en el aula. La planificación y la práctica permiten determinar los mejores momentos para recogerla y seleccionar aquello que es más relevante.

La **evaluación inicial** permite conocer cuál es la situación de cada alumno con respecto a los contenidos que van a verse a continuación: al comienzo de un ciclo, de un período de tiempo menor o de una unidad didáctica. Es importante saber en qué medida se han aprendido algunos conceptos, se es capaz de utilizar determinados procedimientos de cálculo o técnicas de representación, se conocen las expresiones aritméticas o algebraicas necesarias, etc. También conviene saber si entre los esquemas conceptuales ya formados exis-

ten desajustes, relaciones mal establecidas o cualquier otro problema que limite la posibilidad de aplicarlos a otras situaciones o aprender cosas nuevas. La evaluación inicial se convierte así en un mecanismo que permite diagnosticar todo aquello que pueda dificultar los aprendizajes siguientes, así como conocer aquello que el alumno es capaz de hacer y de aprender desde la situación en la que se halla su desarrollo actual.

Al final de una o varias unidades didácticas puede ser conveniente **recoger información sobre lo que cada alumno ha aprendido**, así como su competencia en relación con algunos contenidos. La valoración de esta información, que tiene limitaciones que la hacen necesariamente parcial, no debe confundirse con la valoración global de la marcha del alumno. Es más bien un dato más —no siempre necesario— que, junto con los obtenidos en la evaluación continua, permite conocer mejor aquélla. Tiene más interés esta evaluación en relación con los aprendizajes posteriores, en la medida en que puede facilitar e incluso integrarse en la evaluación inicial de la unidad o el período siguiente.

## Evaluación de la intervención docente

### Qué evaluar

---

También tiene una importancia grande la evaluación de la intervención docente en todos los niveles en los que el propio profesor puede tomar decisiones. De esta manera habrá de plantearse en qué medida la secuencia de los contenidos y su organización responden a las condiciones y necesidades reales de los alumnos, si la estructura de la unidad didáctica permite atender a todas las exigencias que tiene planteadas, si realmente se han visto recogidos todos los contenidos que se pretendía —de los tres tipos—, si la elección de las actividades es la más adecuada para los fines iniciales, etc.

Otro elemento importante es la **evaluación de los materiales**, tanto el material impreso, sea o no en forma de libro de texto, como cualquier recurso didáctico que se haya podido utilizar. Son muchas las formas de valorar los materiales impresos. Conviene pararse a pensar cuál ha sido el uso real que han dado los alumnos de él, si sus planteamientos coinciden con lo que se pretende, etc. Estas reflexiones pueden ayudar a modificar la forma de utilizarlos, a encontrar

apoyos complementarios y, en última instancia, a sustituirlos cuando sea posible.

La **actuación** concreta **del profesor durante el desarrollo** del proceso de enseñanza también debe evaluarse, reflexionando, entre otros, sobre los siguientes aspectos:

- Cómo se han planteado las situaciones desencadenantes de las diversas actividades. ¿Se ha motivado el tema suficientemente?
- Intervenciones del profesor ante toda la clase o ante algún alumno o pequeño grupo de alumnos: ¿han ayudado a la marcha del proceso?, ¿se han hecho en el momento oportuno?, ¿han servido para animar a los alumnos?, ¿han permitido superar obstáculos sin dar directamente las respuestas?
- ¿Se ha permitido que aflorasen todas las posibilidades, todas las vías de solución vislumbradas?

## Cómo evaluar

---

Sin duda es difícil valorar uno mismo su propia actuación: el resultado de la autoevaluación tendrá siempre una carga importante de subjetividad. A pesar de ello, es útil la reflexión del profesor acerca de lo que ha ocurrido en la clase. Pero es conveniente el **apoyo en datos "externos"**. Sin duda el análisis de los resultados de los alumnos es una información relevante para analizar la marcha del proceso.

Es bueno, en algunas ocasiones, hacerse observar por terceras personas. La apreciación del clima del aula, de las interacciones beneficiosas o perjudiciales, de la relación del profesor con sus alumnos, etc., requiere un distanciamiento no siempre posible para el profesor. La posterior puesta en común de las observaciones hace posible la obtención de mucha información relevante.

Un factor clave en el proceso de enseñanza y aprendizaje es la **observación, evaluación y ajuste de la propia actuación** del profesor. Durante la clase ocurren demasiadas cosas y es imposible controlarlas todas. Por ello, además del propio recuerdo, es eficaz el registro en vídeo de alguna sesión, o la asistencia de algún compañero como observador. De este modo, el profesor podrá conocer y reflexionar con más objetividad cuál es su actitud en clase: si logra un ambiente de trabajo agradable y relajado, si atiende conveniente-

---

mente al grupo y a cada alumno, cuándo y en qué sentido intervienen los alumnos y él mismo, etc.

## **Cuándo evaluar**

---

En función de la eficacia de las actividades diseñadas, el profesor está **continuamente** evaluando su actuación y toma constantemente decisiones que a menudo le hacen modificar, de manera inmediata, el diseño inicial o su actuación anterior. En ocasiones, incluso, el propio ritmo de la clase puede requerir una revisión a fondo de los planteamientos inicialmente previstos. Indicadores tales como el clima general del aula, la capacidad de motivación de las actividades propuestas o el ritmo de trabajo, que cualquier profesor aprecia constantemente, le permiten evaluar la adecuación de su propia actuación.

**La evaluación de los alumnos** proporciona también elementos de juicio para llevar a cabo la evaluación de la intervención del profesor. Por ello, cada vez que el profesor se detiene a valorar los aprendizajes de sus alumnos también debe evaluar su propia labor docente.

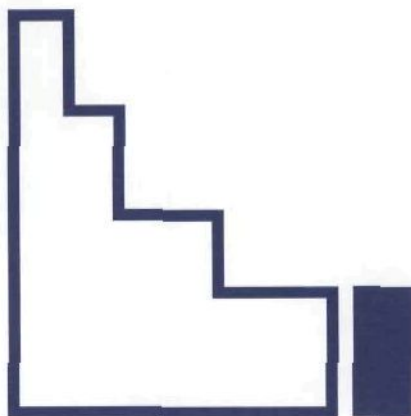
**Al finalizar el curso o ciclo**, el profesor ha de reflexionar acerca del diseño que ha llevado a la práctica. Sin duda los resultados obtenidos por sus alumnos son un indicador importante para llevar a cabo esta reflexión, pero no el único. Esta reflexión le permitirá modificar la programación y la selección de las actividades, así como, en caso necesario, promover la modificación del Proyecto curricular.



---

Matemáticas

---



## Guía Documental y de Recursos

Autores: Joaquim Giménez Rodríguez  
Jordi Esteve i Puntí

Coordinación: Vicente Rivière Gómez  
del Servicio de Innovación

---

... the ... of ...

... the ... of ...

... the ... of ...

... the ... of ...

# Índice

	<i>Páginas</i>
MATERIAL IMPRESO.....	157
Libros sobre el contenido disciplinar.....	157
Historia y contenidos generales.....	157
Contenidos matemáticos específicos.....	160
Reflexiones generales epistemológicas y psicopedagógicas.....	162
Procesos de enseñanza y aprendizaje .....	164
Reflexiones psicopedagógicas específicas .....	164
Elementos numéricos .....	168
Geometría .....	169
Medidas. Aproximación y cálculo .....	170
Probabilidad.....	171
Resolución de problemas.....	172
Razonamiento lógico y demostración .....	175
Lenguaje algebraico y funcional.....	176
Tratamiento de la información. Estadística .....	177
Historia.....	177
Medios y recursos. Calculadoras y ordenadores	178
Propuestas para el aula.....	179
Proyectos de etapa y ciclo.....	179
Unidades preparadas para el aula.....	182
Sobre el uso de materiales didácticos .....	187
Otras referencias.....	190
Libros de consulta para el alumno.....	191

	<i>Páginas</i>
Revistas.....	194
Específicas sobre la enseñanza de las matemáticas .....	194
Otras revistas.....	196
Otros documentos.....	197
<b>RECURSOS MATERIALES.....</b>	<b>199</b>
Materiales manipulables para utilizar en el aula .....	199
Modelos.....	201
Medida.....	208
Mecanización .....	209
Materiales polivalentes .....	210
Calculadoras.....	211
Materiales audiovisuales.....	212
Programas de ordenador .....	217
Programas específicos .....	217
Programas de propósito general.....	220
Alumnos con necesidades educativas especiales	221
<b>OTROS DATOS DE INTERÉS.....</b>	<b>223</b>
Organizaciones .....	223
Instituciones públicas y otras fuentes de información.....	224
Casas comerciales.....	225

# Material impreso

## Libros sobre el contenido disciplinar

### Historia y contenidos generales

---

- ALEKSANDROV, A. D., y otros. *La matemática: su contenido, métodos y significado*. (3 Volúmenes). Madrid: Alianza. Col. Alianza universidad. Vols. 68, 69 y 70, 1976.

El propósito de esta obra es dar una visión general de la situación de las matemáticas en la anterior década. Los temas básicos tratados son los orígenes, los métodos y su desarrollo. Se da mas importancia a los conceptos que a las demostraciones. La exposición es clara y los contenidos se sitúan en el contexto científico o tecnológico que los originaron.

- BOYER, C. B. *Historia de las matemáticas*. Madrid: Alianza. Col. Alianza textos. Vol. 94, 1986.

Adecuada versión de los momentos cruciales de la historia de las matemáticas. Puede considerarse un libro curioso en su género, pues posee al final de los capítulos cuestiones que permiten reflejar la comprensión de lo leído o ayudar a sistematizar las ideas importantes. Considerando la dificultad en realizar libros de divulgación histórica, es un acierto la traducción de esta obra, ya clásica. No es de fácil lectura si no se posee un nivel de conocimiento de las matemáticas.

- CARATINI, R. *Los números y el espacio*. Barcelona: Argos. Enciclopedia Temática Argos Vol. 12, 1979.

Libro de consulta para los alumnos y el profesor. Su enfoque es conceptual y de cada tema hay anotaciones históricas muy completas. Al final del volumen se incluyen cuadros representativos de los distintos períodos de la historia de las matemáticas, los autores fundamentales junto con sus obras.

- COURANT, R.; ROBINS, H. *¿Qué es la matemática?* Madrid: Aguilar. Col. Ciencia y Técnica. Secc. Matemáticas y Estadística, 1979.

Obra clásica en la que, con un esfuerzo de sistematización encomiable, se presentaban los problemas clave del significado de las matemáticas, tal como se veía en los años 50. Los capítulos (independientes entre sí) presentan ejercicios de alto nivel. Merece atención su lectura aunque tengamos ahora planteamientos más modernos.

- DOU, A. *Fundamentos de la matemática*. Barcelona: Labor. Nueva colección Labor. Vol. 117, 1979.

Cabalga entre la historia y la concepción filosófica. Representa una síntesis de lo que ha significado la historia de las matemáticas. Totalmente expositivo, y sin ninguna pretensión didáctica concreta.

- ENCICLOPEDIA. *Matemática. Astronomía*. Pamplona: Salvat. Enciclopedia Salvat de las ciencias. Vol. 11, 1971.

Obra enciclopédica donde se exponen los contenidos más esenciales de las diferentes ramas de las matemáticas. Por sus contenidos y lenguaje es más una obra de consulta para el profesor que para el alumno de secundaria. Contiene un gran número de esquemas y fotografías que facilitan la comprensión del texto.

- FARRINGTON, B. *Ciencia griega*. Barcelona: Icaria, 1979.

En forma expositiva, y con un cierto aire filosófico, presenta los temas en forma divulgativa, pero no anecdótica totalmente. Interesantes los comentarios sobre Tales (págs. 31-32) y Pitágoras (págs. 39-40). Muestra, con gran fuerza, la integración entre las diversas

ciencias de aquella época, situando cada escuela con su idiosincrasia y los aspectos que las caracterizan.

- IFRAH, G. *Las cifras*. Madrid: Alianza, 1987.

Presenta un panorama histórico de gran relevancia sobre los distintos sistemas de numeración. Su planteamiento es fundamentalmente divulgativo aunque no falta profundidad y sistematización. Creemos que trata muy adecuadamente los temas y con ejemplos muy claros. Puede ponerse fácilmente en manos de alumnos de Secundaria para crear ambientaciones históricas de tópicos de interés.

- KLINE, M. (selección de). *Matemáticas en el mundo moderno*. Barcelona: Blume. Col. Selecciones de Scientific American, 1974.

Se trata de una colección clásica de artículos de la revista *Scientific American*. Su gran valor es ofrecer un conocimiento profundamente matemático, de alto nivel, consiguiendo conectar con muchos problemas de la historia de las matemáticas en poco espacio: desde la topología, geometría proyectiva, etc. Requiere un buen nivel de conocimientos para saborearlo en su totalidad.

- NEWMANN, J. R. (Coordinador) *Sigma. El mundo de las matemáticas*. Barcelona: Grijalbo (6 volúmenes), 1974.

Visión de las matemáticas a lo largo de puntos clave de su desarrollo. Cada uno de los libros trata un aspecto diferenciado desde los descubrimientos del Papiro Rhind hasta la actualidad, pasando por el desarrollo del mundo matemático del Renacimiento, el valor de los trabajos de Kepler, etc. No se plantea como una cronología, sino que se presenta mediante artículos diversos según la especialidad de sus autores. La coordinación hace que la obra posea una unidad interesante.

- POINCARÉ, H. *Ciencia y método*. Madrid: Espasa-Calpe. Col. Austral. Vol. 409, 1944.

Libro dividido en cuatro partes. La primera contempla el papel del sabio en el desarrollo de la ciencia. La segunda, dedicada especialmente a las matemáticas, cuida de la enseñanza y de la lógica.

Las dos ultimas tratan de las ciencias de la observación, especialmente de la mecánica y la astronomía.

- WUSSING, H., y ARNOLD, W. *Biografías de grandes matemáticos*. Zaragoza: Univ. de Zaragoza, 1989.

Obra de compendio que permite un acercamiento a un mundo para algunos desconocido como es la vida de algunos matemáticos. Bien documentada y completa.

### **Contenidos matemáticos específicos**

---

- ALSINA, C., y TRILLAS, E. *Lecciones de álgebra y geometría*. Barcelona: Gustavo Gili, 1985.

Esencial para la revisión de los conocimientos teóricos actualizados en geometría desde el punto de vista algebraico, sin olvidar la ejemplificación concreta. Se formulan los principios básicos de forma rigurosa con demostraciones lo más simples posibles. Se mantiene fiel a los principios matemáticos, con profundidad en los temas, pero con un enfoque intuitivo colosal. Se dan aplicaciones, e incluso ejercicios.

- BOLTYANSKY, V. G. *Figuras equivalentes equidescomponibles*. Moscú: Mir. Col. Lecciones populares de matemáticas, 1981.

Ejemplo de opúsculo teórico escrito en forma divulgativa. De hecho lo escogemos como característico de la colección editada en castellano por la editorial Mir de Moscú. El tema tiene interés en el aula de secundaria.

- BOURSIN, Y. *Las estructuras del azar*. Barcelona: Martínez Roca, 1976.

Aproximación general a los principios de la estadística y probabilidad integrando una visión histórica de los conocimientos al análisis de la utilidad de los mismos. Se trata de un pequeño libro, de fácil lectura en su inicio, pero alcanza un buen nivel. Adecuado para el profesor de secundaria que desee tener una visión del tema. Un único problema: está agotado.



- CARROLL, L. *El juego de la lógica*. Madrid: Alianza. Col. El libro de bolsillo n.º 363, 1979.

Empieza el libro con una introducción del traductor —Alfred Deaño— donde se analiza la vida y la obra de Carroll. La parte más extensa está dedicada a definir conceptos de lógica simbólica, y el resto a plantear ejercicios y paradojas. Termina el libro con un cuadro cronológico de la vida de Carroll que reseña hechos relacionados con el desarrollo de la lógica, las matemáticas, la literatura y la historia.

- COLECCIÓN. *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis. Diversos temas y autores. 1988-1992.

Esta obra de conjunto en didáctica de las matemáticas, abarca elementos conceptuales tan diversos como la resolución de problemas, geometría, números enteros, decimales, funciones, probabilidad, etc. Los diversos autores ofrecen una revisión de los contenidos, el planteamiento didáctico y reflexión puesta al día de las investigaciones más recientes sobre cómo tratar los temas del currículo en el aula. Bajo una presentación atrayente se abarcan todos los ámbitos. La colección completa se compone de 34 volúmenes. Algunos de ellos, por su interés más específico en la etapa 12-16 se comentan específicamente.

- FOMIN, S. V. *Sistemas de numeración*. Moscú: Mir. Col. Lecciones populares de matemáticas, 1975.

Hace una reflexión teórica, con ejemplos de lo que representa la historia y la realidad de los sistemas de numeración. A parte del interés propio del tema, se pueden encontrar ejemplos clarificadores y una síntesis bastante cuidada del tema.

- PEDOE, D. *La geometría en el arte*. Barcelona: Gustavo Gili. Col. Punto y Línea, 1979.

Esta obra —que ya tiene unos cuantos años— colabora al placer de relacionar matemática y cultura artística a lo largo de la historia. En la pretensión del autor está dar un desarrollo que relaciona los elementos geométricos con su relación con su aplicación artística. El nivel es bueno y asequible. Al fin de cada capítulo se ofrecen ejercicios que van desde construcciones simples con regla y compás hasta

demostraciones, pasando por la invención de diseños geométricos, etc. Las ilustraciones, son muy adecuadas.

- PUIG ADAM, P. *Geometría métrica*. Madrid: Euler, 1988 (reed.).

Ofrece los principios de la llamada "geometría métrica", postergada como tal de nuestros currículos. Plantea la visualización, representación, e incluso demostración de propiedades. Muchas de ellas serán de grata lectura y plantean situaciones de extraordinaria vigencia para el aula. La descripción es rigurosa, bien ilustrada, digna de su autor. Es la evidente obra clásica de un autor español de prestigio que debe conocerse. Se ha reeditado para deleite y repaso del profesor ansioso.

- RADEMACKER, H., y TOEPLITZ, O. *Números y figuras*. Madrid: Alianza. Col. Alianza de bolsillo, n.º 258, 1970.

Los cuatro primeros capítulos son los que más pueden interesar a un profesor de Secundaria que quiera conocer problemas con una cierta complicación aplicables a este nivel. El nivel de los otros capítulos es ampliamente universitario.

- WEYL, H. *La Simetría*. Barcelona: Promoción Cultural. Col. Matemática aplicada, 1974.

Obra clásica de contenido geométrico donde se explicita por primera vez de forma asequible las implicaciones de la geometría en la teoría de grupos. En particular los de simetría. En sus páginas vemos una reflexión de los elementos matemáticos con ejemplos claros de los conceptos abstractos (grupos finitos) y sus aplicaciones (cristalografía, arte, etc). De forma rigurosa y comprensible se valora un planteamiento de estudio básicamente descriptivo, y se ofrecen ejemplos del significado matemático de esa propiedad tan importante.

### **Reflexiones generales epistemológicas y psicopedagógicas**

---

- DAVIS, R., y HERSCH, D. *Experiencia matemática*. Barcelona: M. E. C. y Labor, 1988.

De forma un tanto densa, plantea la resolución de problemas y sistematiza algunos aspectos de los conocimientos de los alumnos. El enfoque es básicamente psicológico.

Forma parte de las coediciones que están apareciendo de traducciones de obras en psicología de la educación matemática.

- GAIRIN, J. *Las actitudes en educación*. Barcelona: PPU. Serie psicopedagógica, 1987.

Esta obra tiene dos partes diferenciadas. En la primera parte del libro se hace una reflexión global sobre el tema de las actitudes de un gran valor pedagógico. Esa reflexión puede facilitar un proceso de estudio en el Departamento. La segunda parte trata de un estudio centrado en la formación más elemental, pero es un buen ejemplo de buen modelo de diseño de investigación.

- KASNER, E., y NEWMANN, J. *Matemáticas e imaginación*. Barcelona: Salvat. Col. Biblioteca científica Salvat, volúmenes 70 y 71, 1987.

Obra de divulgación. Los temas responden a lo que se ha convertido la creación matemática. Se muestra el doble aspecto de las matemáticas como ciencia y como arte. Aunque hay conceptos de alta matemática, el tratamiento que se les da no provocan el abandono de la lectura. Igual encontramos cuentos infantiles que disquisiciones de S. Holmes, adivinanzas tradicionales que problemas de cálculo integral. Algunos temas (grandes números, divisibilidad, topología, pasatiempos numéricos) permiten su adaptación a niveles elementales.

- KLINE, M. *Las matemáticas y la pérdida de la certidumbre*. Madrid: Siglo XXI, 1985.

El autor expresa con su forma crítica habitual, una reflexión sobre la evolución reciente de las matemáticas en su camino hacia las nuevas lógicas y el contacto con la realidad cotidiana.

- LAKATOS, I. *Pruebas y refutaciones*. Madrid: Alianza. Col. Alianza Universidad, núm. 206, 1978.

---

Obra clásica de especial interés para mostrar una perspectiva clave del papel que las matemáticas han desarrollado y la crisis de muchos métodos utilizados.

- MASON, J., y BORTON, L. & STACEY, K. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor, 1988.

Interesante para quien desea una reflexión sobre la resolución de problemas con énfasis en los procesos. Se da una visión investigativa y poco arraigada en el aula. Con todo el profesor deberá tener lápiz y papel a su lado al leerlo.

- POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1982. (Primera edición de 1945).

No habría más que decir que debe ser leído. Después de las aportaciones de Polya, la enseñanza de las matemáticas ha tomado otro rumbo. Se ofrece un camino para el desarrollo de estrategias con ejemplos sistematizados y muy adecuados. El enfoque no es directamente curricular, pero la reflexión es de gran potencia y profundidad.

- RESNICK, L., y FORD. *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós, 1990.

El título lo indica todo. Para aquellos interesados en ese tipo de profundización de los problemas de la educación matemática. En ese sentido presenta elementos de la investigación de forma muy cuidada, pero excesivamente teórico en la presentación. Aunque trata tópicos fundamentalmente de Educación Primaria, se analizan algunos elementos de Secundaria. Muy denso.

## Procesos de enseñanza y aprendizaje

### Reflexiones psicopedagógicas específicas

---

- ALONSO, F., y otros. *Aportaciones al debate sobre las matemáticas*. Valencia: Mestral, 1988.

Este librito es el resumen de las conclusiones del Simposio celebrado en Valencia con la asistencia de un buen grupo de profesores para discutir sobre el documento "Las matemáticas en los 90" del ICMI (publicado por la misma editorial). Después de un breve análisis de la situación de la educación matemática en España, se proponen alternativas en el momento actual, tanto sobre los contenidos disciplinares, como el enfoque y la metodología que parecen ser más adecuados.

- CALLEJO, M. L. *La enseñanza de las matemáticas. Etapa 12-16 años*. Madrid: Narcea, 1987.

Se da una perspectiva general enfocada hacia el nuevo currículo con un tratamiento global de los temas que pueden interesar al profesor: aportaciones, ejemplos. De fácil lectura y muy bien sistematizado.

- CERO, Grupo. *De 12 a 16*. Valencia: Mestral, 1985.

Es una demostración palpable de los inicios del cambio curricular. Sucesivas versiones multicopiadas dan lugar a un libro de gran valor. Se puede juzgar como positivo su deseo de integración de la realidad (resultados de lo que ocurre en el aula) y propuestas de trabajo. Dichas propuestas no se encadenan de una forma explícita, lo cual permite al profesor su organización original. Por otro lado, exige del lector esa imaginación. La ausencia en la obra de elementos como: temporalización, propuestas de evaluación concretas, etc. no permiten que lo consideremos como una "propuesta curricular".

- COCKROFT (Informe). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: M. E. C., 1986.

Traducción —con cierto retraso— de la obra clave de la reforma educativa en el Reino Unido. Presenta una adecuada revisión de la situación de las matemáticas en los últimos años con las aportaciones en las que se considera se debe insistir en el nuevo currículo. Es de obligada lectura para entender las reformas curriculares posteriores en muchos países.

- DICKSON, L.; BROWN, M., y GIBSON, O. *Los alumnos aprenden matemáticas*. Madrid: M. E. C., 1991.

Aunque un tanto tardío, ofrece una visión de los conocimientos que poseen los alumnos en matemáticas. Básicamente se hace una referencia al bloque de edad de diez a catorce años. En este libro se compendia la reflexión investigativa global que los autores ingleses conocían en un momento clave de su cambio curricular. Su gran defecto es el olvido sistemático de las investigaciones en lengua francófona y el poco trato de temas como la probabilidad y la resolución de problemas. Su gran interés: poner al alcance de los profesores en general, los resultados de muchas investigaciones sobre las dificultades de los alumnos en conceptos elementales: medida, números, fracciones, decimales, gráficos.

- DIENES, Z. P. *La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vicens Vives, 1970.

De los libros del autor, quizás éste sea uno de los más importantes y menos conocidos. Es fundamental para comprender los antecedentes del planteamiento actual de la enseñanza del álgebra. Las situaciones prácticas propuestas en ese capítulo son adecuadas para la formación secundaria obligatoria.

- FERNÁNDEZ, A., y RICO, L. *Prensa y matemáticas*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 29, 1991.

Esta obra acaba de aparecer y recoge gran cantidad de ideas de utilidad para las clases. No sólo plantea el periódico y los recortes de prensa como "lugares en los que vemos" matemáticas, sino que ofrece reflexiones sociales que podemos extraer de las observaciones matemáticas.

- LLINARES, S., y SÁNCHEZ, V. (editores). *Teoría y práctica de la educación matemática*. Sevilla: Alfar, 1990.

Esta obra es el primer trabajo conjunto de investigación elaborado por diversos autores en didáctica de las matemáticas en España, al estilo del que se suele realizar en otros países. Cada autor o grupo de autores elabora un capítulo, y un prólogo enmarca el propósito general del libro. Aún así podemos encontrar un recorrido variopinto entre el rol del profesor, los niveles de aprendizaje en geometría y la evaluación como elementos más teóricos, aunque se den ejemplos. El tema de la comunicación se vincula al análisis de los manuales

escolares, y un capítulo sobre información-control ofrece ejemplificaciones de actividades geométricas típicas del nivel 12-16. Es encomiable el esfuerzo editorial.

- MIALERET, G. *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan*. Madrid: Visor, 1986.

A diferencia de otros que citamos, este es un clásico de la educación matemática y la divulgación de los resultados de investigación sobre lo que ocurre en las aulas. El autor propone una reflexión muy importante sobre la diferencia entre lo que se enseña y lo que se aprende. Aunque el enfoque es psicológico, presenta resultados escalofriantes sobre las investigaciones en el aula del propio autor. Buena parte del libro trata de hecho de problemas de enseñanza primaria.

- N. C. T. M. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: S. A. P. M. Thales, 1991.

El tema es de rabiosa actualidad después del "volver a lo básico"; los profesores norteamericanos se responden sobre qué debe ser "lo básico" para todos. No olvidar la geometría, partir de situaciones problemáticas arraigadas, utilizar elementos manipulativos y trabajar la probabilidad, estadística y estimación son los puntos claves. El libro presenta tanto los elementos para la Educación Primaria como para la Secundaria Obligatoria.

- ORTON, P. *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Morata, 1990.

Obra muy general que presenta —como otros— desde una perspectiva psicológica lo que los alumnos realmente captan de las situaciones de educación matemática. El autor refleja la situación actual compendiada sin grandes originalidades.

- PIMM, D. *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: M. E. C., Morata, 1990.

Reflexión organizada del valor de la matemática como lenguaje en el marco de la Educación Secundaria. El autor utiliza el diálogo en

el aula como motor anecdótico para explicar problemas como: significado, valor de los símbolos, sintaxis, etc. Se habla de la existencia de registros matemáticos y el valor metafórico. También sobre imágenes del sistema matemático escrito y su sintaxis. Es sorprendentemente fácil de leer y muy actual.

## Elementos numéricos

---

- CENTENO, J. *Números decimales*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 5, 1988.

Planteamiento sintético muy cuidado y bien estructurado de las distintas aproximaciones a lo largo de la historia, uso de materiales didácticos diversos y situaciones concretas de aula. La autora aprovecha para plantear el tema en el marco de la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, no olvidando los resultados ingleses y americanos conocidos sobre el aprendizaje del tema y las dificultades de los alumnos.

- DIENES, Z. P. *Fracciones*. Barcelona: Teide, 1972.

En su primera parte, se da un tratamiento de problemas propios de la formación primaria. En la parte final, ofrece situaciones interesantes sobre la fracción como transformación. Se presentan situaciones con material con el trasfondo teórico del autor. Aunque tiene años, conserva su vigencia en esos elementos, más allá de la relación parte-todo.

- SEGOVIA, I. y otros. *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 9, 1989.

Dado que el tema aparece claramente como algo importante en los nuevos currículos, los autores ofrecen una buena síntesis de los problemas que implica el estudio de la estimación. Se dan situaciones a plantear en el aula en la Educación Primaria y en el ciclo 12-14 años, y se ejemplifican algunas dificultades conocidas en investigaciones básicamente americanas.

- VARGAS-MACHUCA, I., y otros. *Números enteros*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 6, 1990.



Puesta al día de la problemática en el tema. Como otros libros de la colección, combina las ideas prácticas con las reflexiones y resultados de investigaciones. Describe los enfoques distintos que pueden darse al valor y la construcción de dichos números en la enseñanza secundaria. Se acentúan los problemas de representaciones diversas.

## Geometría

---

- ALSINA, C.; BURGUES, C.; FORTUNY, J. M. *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 12, 1987.

Una organización interesante y al mismo tiempo curiosa que introduce a su lector en el mundo de la enseñanza de la geometría enfocando los principales problemas de fondo. Sin llegar a proponer situaciones de aula más que como ejemplos.

- ALSINA, C.; BURGÚES, C., y FORTUNY, J. M. *Construir la geometría*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 11, 1988.

Se presentan las dificultades y principios de un trabajo en forma de laboratorio. Además de un elenco de materiales, se dan instrucciones de como utilizarlos, construirlos, etc.

En este libro se puede encontrar como en un gran supermercado todo lo que se necesita para utilizar materiales en la enseñanza de la geometría. Además se ofrecen los principios para una valoración de procesos y conceptos siguiendo los niveles de Van Hiele.

- AZCÁRATE, C., y otros. *Proporcionalidad geométrica*. Madrid: M. E. C., Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1989.

En este opúsculo se ofrece un panorama de situaciones en que la proporcionalidad se ve desde situaciones geométricas. Tiene un especial interés el desarrollo de esquemas de secuenciación genérica de situaciones vinculadas con medidas de la realidad: mapas y astronomía para el ciclo 12-14. Los mismos autores (miembros del Grup Zero) han desarrollado con mayor profundidad el tema de los mapas en otro libro que citamos a continuación.

- 
- FIELKER, D. S. *Rompiendo las cadenas de Euclides*. Madrid: M. E. C., Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1987.

Traducción de la compilación de artículos publicados por el autor sobre los principios que éste considera básicos en la formación geométrica en la fase Secundaria Obligatoria. Trata desde su visión de la clasificación en forma jerárquica, hasta el descubrimiento de propiedades geométricas. El autor propone una reflexión de la geometría que supere la simple visión euclídea, aunando los procesos de contar, clasificar, interpretar mediante situaciones interesantes y simples básicamente en geometría plana.

- GUILLÉN, G. *Poliedros*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 15, 1991.

Integrado en el tema de construcciones geométricas, este libro transporta al lector al planteamiento intuitivo del tema: clasificación, observación, construcción mediante desarrollo, visualización mediante espejos, etc. Dicho planteamiento puede llevarse al aula, aunque el libro no se plantea un modelo de implantación en el aula concreto.

- PADILLA, F., y otros. *Circulando por el círculo*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 18, 1991.

Un lindo libro que ofrece una visión atractiva de cómo aproximarse a esa figura en la formación obligatoria. Buena parte de la obra pertenece a Primaria, pero algunas actividades y reflexiones corresponden al ciclo 12-14. Los autores consiguen que lo que usualmente es un capitulo, se convierta en algo profundo.

- PÉREZ, R. *Alicatados de la Alhambra*. Granada: Proyecto Sur, 1990.

Con esta publicación el autor nos muestra que lo bello puede ser matemáticamente bello. Un trabajo de gran valor para profesores y alumnos. Un ejemplo de matemática vivida en el arte. En un 90 por ciento al alcance del 12-16.

## **Medidas. Aproximación y cálculo**

---

- GETE-ALONSO, J. C., y DEL BARRIO, V. *Medida y realidad*. Madrid: Alhambra, 1989.

Nos encontramos ante un libro eminentemente práctico, que nos propone una gran variedad de ejemplos, actividades y ejercicios. Se han experimentado en el aula con la finalidad de que el alumno manipule los instrumentos que utilizara y aplicara en las actividades propuestas. Cada tema consta de una introducción que sitúa los conceptos y, según el caso, explica la teoría necesaria.

- OLMO, M., y otros. *Superficie y volumen*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 19, 1990.

Se da un tratamiento diferenciado de las medidas que requieren más de una dimensión, concretando actividades para un mejor desarrollo del tema. Se puede encontrar una reflexión sobre las dificultades y niveles observados en el aula en investigaciones inglesas y americanas.

- PRADA, M. D. de, *Cómo enseñar las magnitudes, la medida y la proporcionalidad*. Málaga: Ágora, 1990.

A partir de la revisión de los conceptos fundamentales relativos a las magnitudes y medidas, se adentra en propuestas didácticas sobre este tema, sobre el que hay una cierta escasez bibliográfica. Contiene un conjunto de actividades de indudable interés.

- ZERO, Grup. *Hacer mapas*. Madrid: Alhambra, 1989.

Situaciones prácticas para el desarrollo de actividades en el aula o fuera de ella. Básicamente plantea situaciones topográficas con mapas, acentuando el valor de los elementos de medida, así como elementos de representación del espacio. Lo consideramos muy adecuado para el ciclo 12-16. La obra surge del trabajo de aula realizado en cursos anteriores, pero no se plantea como una secuencia temporalizada.

## Probabilidad

---

- DÍAZ GODINO, J., y otros. *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 27, 1988.

---

Dada la importancia del tema en el nuevo currículo, esta obra permite al lector una aproximación a las dificultades y estrategias de trabajo en los primeros niveles de descubrimiento. Muchas actividades son apropiadas para la formación primaria, pero algunas son interesantes para el ciclo 12-14. La primera parte del libro presenta distintas aproximaciones o enfoques del tema, así como dificultades y principios psicológicos considerados.

- ▣ ENGEL, A. *Probabilidad*. Valencia: Mestral, 1989.

Obra clásica y muy importante sobre la enseñanza del tema, basada en un enfoque intuitivo, y muy estructurado. Alcanza situaciones de nivel de dificultad alto que pueden ser planteadas en la etapa 12-16.

- ▣ GLAYMANN, M., y VARGA, T. *Probabilidades en la escuela*. Barcelona: Teide. Col. Matemáticas, 1975.

Se hace un planteamiento eminentemente cuantitativo del tema, pero utilizando actividades que nacen del juego manipulativo hasta el cálculo combinatorio de posibilidades.

## **Resolución de problemas**

---

Es muy difícil apuntar lo más interesante de un tópico en el que hay multitud de páginas escritas. Escoger es olvidar. En este caso hemos decidido no considerar aquellas obras que proponen simplemente problemas y se dirigen en muchos casos a la diversión. O también aquellas colecciones que repiten aspectos muy conocidos. Hay autores muy prolijos a este tipo de publicación, que se suele incluir en "juegos y pasatiempos matemáticos". Hemos escogido la que nos parece que el profesor puede aprovechar más.

- ▣ ALBAIGES, J. M. *¿Se atreve Ud. con ellos?* Barcelona: Marcombo, 1981.

Presenta una buena visión de lo que llamaríamos "situaciones clásicas desconocidas": paradojas geométricas, problemas de superficies, situaciones resolubles mediante ecuaciones, etc. Posee un toque

de originalidad en las propuestas que lo hace interesante especialmente.

- ALEM, J. P. *Juegos de ingenio y entretenimiento matemático*. Barcelona: Gedisa, 1984.

Entre las colecciones de problemas que se han traducido de autores extranjeros, quizá sean los de nivel más elevado. Es decir, apropiados precisamente a partir de doce o trece años. Algunos de ellos deberán aplicarse en el aula de Secundaria post-obligatoria. Tiene el buen gusto de presentar —al inicio de los bloques temáticos— una reseña histórica que (por su brevedad) peca de ser un tanto enciclopédica. El mismo autor posee otro libro *Nuevos juegos...*, que sigue la línea del anterior.

- CORBALÁN, F., y GAIRIN, J. M. *Problemas a mí, 1 y 2*. Madrid: Edinumen, 1986.

Los autores presentan una colección de problemas con el gran valor de haber sido experimentada en el aula. Los enunciados —en su mayoría de autores clásicos— se plantean en un lenguaje asequible, huyendo del tópico de los ejercicios posteriores a la explicación de un tema. En cuanto se puede, los autores proponen un camino geométrico de resolución, y ayudan al lector mediante dibujos, sólo cuando son estrictamente necesarios. Adecuado y aplicable para el ciclo 14-16 años. Se dan las soluciones y los caminos de resolución, y en ningún caso se plantean problemas de larga resolución.

- DECA, Grupo. *Didáctica de la Resolución de Problemas*. Burgos: CEP de Burgos, 1990.

De una manera bastante asequible se desarrollan algunos de los principales modelos que han sido propuestos hasta ahora para la resolución de problemas. Para cada uno de estos modelos se desarrollan propuestas didácticas.

- GARDNER, M. *¡Ajá!*. Madrid: Labor, 1983.

Desde el punto de vista formal tiene una buena presentación para el profesor, pues en cada doble página ofrece una situación

problemática. No estrictamente un "problema". Se inicia mediante un cómic que presenta un enigma concreto y —en la página siguiente— no sólo se da "la solución" al enigma anterior, sino que se propone cómo "estirar" el tema matemáticamente, se proponen nuevos enigmas, etc. La misma editorial publicó otro libro con similares características formales de nivel un tanto más alto sobre paradojas. Ahí se hace una incursión por el mundo de la lógica.

- GARDNER, M. *Diversiones matemáticas*. México: Selector, 1989.

De la enorme obra de Gardner, hemos decidido presentar sólo algunos títulos por "su aplicabilidad" a situaciones en el aula de Secundaria. Con las diversiones, el panorama de problemas planteados va desde situaciones mágicas o sorprendentes a análisis de juegos de estrategia con cartas a los que el autor nos tiene acostumbrados.

- GUZMÁN, M. de. *Aventuras matemáticas*. Barcelona: Labor, 1986.

Interesante publicación que refleja el deseo del autor por la divulgación matemática. Propone algunos problemas originales junto otros más clásicos. La presentación y los enunciados es atractiva. El mismo autor posee otro buen libro (de 1984) en la misma editorial, con problemas de nivel más fácil. Se llama *Cuentos con cuentas*.

- GUZMÁN, M. de. *Aprender a pensar*. Barcelona: Labor, 1991.

Libro excelente para introducirse en la resolución de problemas. Sugere en la formulación y con situaciones interesantes.

- MATAIX, M. *Cajón de sastre matemático*. Barcelona: Marcombo, 1981.

Este es el primero de una larga lista de títulos hasta 1990: Discreto encanto de las matemáticas, Divertimientos lógicos y matemáticos, Droga matemática, En busca de la solución, Fácil menos fácil y difícil, Historia de matemáticos y algunos problemas, La manzana de la discordia, Nuevos divertimientos matemáticos, Ocio matemático, Problemas para no dormir.

Todos ellos proponen caminos de resolución y apuntes de interés.

- PERELMAN, Y. *Aritmética recreativa*. Moscú: Mir, 1980.

Sin reflexiones previas, sino simplemente planteando situaciones, una detrás de otra. Al final se dan las resoluciones posibles a los problemas. Se utiliza mucho la metodología algebraica en la resolución de las situaciones. Abarca problemas desde situaciones de proporcionalidad hasta problemas diofánticos.

Existe una versión de este tipo de trabajo del mismo autor en 1957, realmente clásico, publicada por ed. Martínez Roca (agotada).

- PUIG, L., y Cerdán, F. *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 8, 1988.

Trata de forma genérica las dificultades ante la resolución de problemas aritméticos (básicamente los llamados "con las cuatro operaciones"). Si bien hay que decir que las ejemplificaciones corresponden más bien a la formación primaria, hay dos capítulos de síntesis de los tipos de problemas que son de interés para el profesor de Secundaria, en cuanto las relaciones que deben establecerse en la globalidad del tema en la educación obligatoria.

- VALIENTE, S. *Algo acerca de los números. Lo curioso y lo divertido*. México: Alhambra mexicana, 1989.

Compendio de juegos y problemas aritméticos. Algunos de ellos originales en su presentación como: juegos de adivinación, regularidades, etc.

## Razonamiento lógico y demostración

---

- CERO, Grupo. *Estrategias, conjeturas y demostraciones*. Valencia: I. C. E. de la Universidad de Valencia, 1984.

El lector podrá encontrar ideas importantes acerca del proceso de lanzar conjeturas y los principios lógicos en que se desarrolla el proceso de demostración. El trabajo sigue la línea de De Bono, con

facetas originales. Los ejemplos tomados del aula son especialmente interesantes.

- PIZARRO, F., y otros. *Aprender a razonar*. Madrid: Alhambra, 1987.

Este volumen, del proyecto BREDa, acompaña al lector en el complicado camino del razonamiento intuitivo. Combina la teoría con la práctica, e incluye un gran número de ejercicios. Sin tratar las técnicas formales de la teoría de la lógica, no olvida los conceptos fundamentales.

## Lenguaje algebraico y funcional

---

- AZARQUIEL, Grupo. *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 33, 1991.

Con el único planteamiento teórico previo del análisis de algunos errores de los alumnos. Tiene una buena parte dedicada al uso de juegos, muchos de ellos sobre mecanización de las reglas sobre ecuaciones y expresiones. Apropiado para el ciclo 12-14.

- AZCÁRATE, C., y DEULOFEU, J. *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 26, 1990.

Se propone una reflexión histórica, referencia práctica del valor del tema en relación a las ciencias experimentales, análisis de dificultades de los alumnos y problemas representacionales. Se relacionan dichas dificultades con la investigación reciente. No se encuentra un elenco amplio de actividades, aunque se citan algunas. Debe verse complementado en el libro del Grup Zero (al que pertenecen los autores) con el mismo título.

- MARTÍN SOCAS, M., y otros. *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 23, 1989.

Se aúnan la reflexión sobre las dificultades conocidas en la investigación, con el planteamiento de distintos problemas sintácticos y



semánticos que el álgebra plantea. Al final se proponen actividades que acentúan la idea de los símbolos para expresar realidades, los procesos de generalización, resoluciones históricas, etc. Son adecuadas para el ciclo 12-14. Obra interesante por el esfuerzo de compendio realizado.

## Tratamiento de la información. Estadística

---

- NORTES CHECA, A. *Encuestas y precios*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 28, 1987.

Se revisan las ideas básicas de la estadística descriptiva, con ejemplos surgidos de situaciones reales.

- SANCHÍS, C., y otros. *Hacer estadística*. Madrid: Alhambra, 1986.

Esta obra nos propone, por un lado, llegar a aplicar el método estadístico al tratamiento de una situación determinada, y por otro, saber leer, interpretar y criticar una situación estadística tal como nos la presentan, por ejemplo, los medios de comunicación. Incluye una gran variedad de ejemplos y ejercicios.

- TURNER, J. C. *Matemática moderna aplicada. Probabilidades, estadística e investigación operativa*. Madrid: Alianza. Col. Alianza Universidad, núm. 92, 1974.

Esta obra dedica la primera parte a una serie de temas de las matemáticas modernas (conjuntos, matrices, desigualdades, grafos, etc.) y la segunda a un curso elemental pero completo a la teoría de probabilidades y la estadística. Incluye un gran número de problemas y ejercicios resueltos de gran utilidad.

## Historia

---

- COLLETE, J. P. *Historia de las matemáticas I, II*. Madrid: Siglo XXI, 1985.

En dos volúmenes se consigue una presentación fácil y exhaustiva de los diversos temas. En cada capítulo se da una bibliografía específica de nivel asequible y ejercicios de interés a nivel del segundo ciclo de la Secundaria Obligatoria.

- MEAVILLA, V. *Viaje gráfico por el mundo de las matemáticas. Volúmenes 1 y 2.* (Dibujos de Canteras, J. A.). Zaragoza: I.C.E. Universidad Zaragoza, 1985.

Dignos documentos que de forma muy asequible ofrecen la panorámica de la evolución de la historia de la matemática en la antigüedad. Su gran valor reside en que presenta una síntesis mediante recursos simples. Al alcance del alumnado de catorce a dieciocho años.

- PARADIS, J., y otros. *Historia de las ideas algebraicas 1, 2.* Barcelona: PPU, 1988.

Podemos hablar de parte de la obra completa (6 volúmenes) que estos profesores están realizando. En el primer volumen se trata de la época de los árabes hasta el Renacimiento, y en el segundo se habla de la época del Renacimiento. Gran esfuerzo, síntesis profunda y reflexión de gran interés para el profesor de Secundaria.

## **Medios y recursos. Calculadoras y ordenadores**

- AZARQUIEL, Grupo, y COLERA, J. *La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico.* Madrid: I. C. E. de la U. A. M. Col. Monografías, 1981.

La monografía se considera esencialmente dedicada a quien se pregunta sobre el uso de las calculadoras en el aula. Parte de situaciones sencillas para el conocimiento de la propia calculadora hasta la realización de situaciones más complejas sobre el uso de las teclas de memoria. Muy adecuado para la etapa 12-16.

- CAJARAVILLE, J. *Ordenador y educación matemática.* Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 30, 1989.

No hay precedentes de este tipo de tratamiento; ello hace que el trabajo sea encomiable. Con todo se abarcan muchos aspectos, que

aparecen lógicamente de forma superficial. Se trata de un libro importante para aquellos que no gozan de una preparación fuerte en el tema.

- FIELKER, D. S. *Usando calculadoras con niños de 10 años*. Valencia: Mestral, 1987.

Aunque el título sugiere que se trata de un libro para el profesor de Primaria, creemos que su enfoque y su relato anecdótico de lo que ocurre en el aula permiten pensar en una forma de trabajo escolar que es apropiada también para la Secundaria Obligatoria. Aunque no se trata sistemáticamente todo lo que se puede hacer con la calculadora, hay suficientes ejemplos para darse cuenta de que no se trata básicamente de un instrumento para resolver operaciones. ¡Es mucho más!

- UDINA, F. *Aritmética y calculadoras*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, núm. 10, 1989.

Encantadora aproximación al trabajo con calculadoras para la enseñanza obligatoria. Esencialmente práctico y serio. Plantea situaciones diversas de tipo aritmético y reflexiones, guión para el control de la propia calculadora y un tratamiento de algunos algoritmos importantes mediante teclas de memoria, poco enseñadas en los libros de ejercicios para niños que han aparecido. Muy adecuado para la etapa 12-16.

## Propuestas para el aula

### Proyectos de etapa y ciclo

---

Creemos que en breve se podrá disponer de muy diversos materiales curriculares que siguen formalmente las directrices del nuevo currículo, adaptándose a las específicas de las comunidades autónomas con competencias.

Los materiales que citaremos son aquellas propuestas organizadas que están al alcance del profesorado o lo estarán en breve plazo.

- CERO, Grupo. *Matemáticas. De 12 a 16*. Valencia: Cons. Cultura de la Generalitat Valenciana, 1988.

En seis volúmenes se presentan las actividades propuestas en el aula para el ciclo, orientaciones didácticas, sugerencias para el profesor, etc. Al inicio se justifica la metodología que se propone. Se basa en el diálogo en el aula sobre las actividades mediante el uso de situaciones de conflicto. Se presentan juegos, enunciados de problemas, actividades de diagnóstico, etc.

- GASCÓN, J., y LAMARCA, J. *Matemáticas. Renovación metodológica*. Barcelona: P. P. U., 1987.

Se propone un desarrollo de los materiales aritméticos-algebraicos para el ciclo 14-16, desde la perspectiva de la resolución de problemas, siguiendo un modelo estructurado no constructivo que parte del modelo de inteligencia de Guilford. Se ofrecen actividades de evaluación, secuenciación utilizada, etc. entre otras orientaciones.

- VV. AA. *Materiales de Matemáticas para Secundaria Obligatoria*. Valencia: Cons. de Cultura de la Generalitat Valenciana, 1992.

Proyecto diseñado originalmente para los centros de experimentación de la Reforma en la Comunidad Valenciana. Consta de un conjunto de carpetas para cada uno de los cursos de la Educación Secundaria Obligatoria, que contienen actividades que desarrollan los contenidos referidos a un tema: números, geometría... Están acompañadas también de una guía didáctica.

- VV. AA. *Propuestas de Secuencia. Matemáticas. Secundaria*. Madrid: M. E. C. y Escuela Española, 1992. (En proyecto).

Actualmente en proyecto, se trata de tres ejemplos de cómo secuenciar los contenidos del área de Matemáticas en la etapa 12-16 distribuyéndolos en cada uno de los ciclos. Se dan también indicaciones para la secuencia de los contenidos dentro de cada ciclo.

### En otras lenguas

- ALSINA, C.; FORTUNY, J. M., y GIMÉNEZ, J. *Bon dia mates (Matemàtiques 12-14)*. Barcelona: Dep. Ensenyament Generalitat Catalunya. Col. Materials curriculars, (aparece en 1992).

Se presenta en dos bloques de materiales, en forma de sesiones de trabajo. En cada una se presenta una actividad (a partir de situaciones simples, juego, laboratorio o salida). Se propone un elemento de síntesis y actividades de resolución de problemas y también propuestas de ampliación del tema. En el conjunto se dan las orientaciones para el profesor, actividades de evaluación de distintos tipos, temporalización e itinerarios posibles en el aula para grupos flexibles de distintos niveles. Pretende ser un material de uso múltiple con actividades de reflexión colectiva y situaciones que pueden ser individualizadas.

- BURGÜÉS, C., y otros. *Matemàtiques (diversos títols)*. Barcelona: Dep. Ensenyament Generalitat Catalunya. Col. Materials curriculars, 1987-1988.

Se presentan como créditos independientes de 30 horas de trabajo. En seis títulos distintos se abarca un posible trabajo para el ciclo 12-14. Centrado en los elementos conceptuales, mediante el uso de situaciones, juegos, etc. Se especifican los objetivos, temporalización, evaluación, etc. en el marco del nuevo currículo.

Corresponde a los primeros modelos de unidades que la Comunidad catalana presenta a los profesores para la adaptación curricular.

- BELL, A., y otros. *Shell Mathematics Project. Shell Center for Maths*. England. Ed. Univ. Nottingham, 1982-1991.

Presentado como conjunto de "cajas" de distintos colores, acompañado de disquetes para ordenador, y cintas de vídeo que muestran cómo realizar el proceso. Se basa en el método llamado "enseñanza mediante diagnóstico" que propone el desarrollo de situaciones simples que promueven el conflicto y el resurgir de dificultades conocidas de los alumnos, para —mediante el diálogo y la discusión— proceder a su modificación y consolidación. Un bloque de este proyecto (funciones y gráficas) ha sido traducido y publicado, pero no los demás.

Se trata de un proyecto no cerrado y muy interesante. Los autores siguen elaborando materiales, disponibles en el Shell Center: actividades de evaluación, reflexiones de investigación, etc.

- HERSEE, y otros. *S.M.P. 11-16*. Londres: Cambridge Univ. Press, 1985-1990.

Parte de un principio de trabajo individualizado. Las actividades se desarrollan en el ciclo 12-14 en folletos de trabajo monotemáticos a distintos niveles de dificultad en el desarrollo conceptual. Se plantean de forma asequible, y la presentación es exuberante. En el ciclo 14-16, se proponen colecciones de libritos ("series"). Se encuentra en su práctica totalidad en algunos centros de formación de profesores. Nos consta que se está preparando una traducción de estos materiales.

## **Unidades preparadas para el aula**

---

En este apartado no hemos citado aquellos documentos o publicaciones que circulan como textos escolares, sino materiales acompañados —por lo menos— de orientaciones didácticas, y publicadas en editoriales, Centros de Profesores, ICEs, etc. que no forman parte de un Proyecto curricular general.

- ALICIA, Grupo. *Una alternativa didáctica para la enseñanza de la geometría 12-16: Los Polígonos*. Xunta de Galicia, 1989.

Material poco conocido que utiliza como base el trabajo con *tangrams* para plantear actividades apropiadas para el ciclo 12-14 en el ámbito de las construcciones geométricas.

- AZARQUIEL, Grupo. *Correlación y regresión: una introducción intuitiva*. Madrid: I. C. E. de la Universidad Autónoma de Madrid. Col. Monografías núm. 5, 1985.

La monografía, simple y atractiva, plantea el tratamiento del tema matemático partiendo de situaciones reales para alcanzar los elementos conceptuales. Aunque el tiempo hace que se vea abarrotado en espacio, su claridad y oportunidad es extraordinaria. El lector sabrá superar los problemas de una edición de hace unos años. De aplicación inmediata en el aula, con las alteraciones lógicas del diseño curricular.

- AZARQUIEL, Grupo. *Curso inicial de Estadística en Bachillerato*. Madrid: I. C. E. de la Universidad Autónoma de Madrid Col. Monografías, núm. 3, 1983.

Se hace un planteamiento constructivo del tema a partir de situaciones interesantes y simples. Contiene orientaciones y objetivos.

- AZARQUIEL, Grupo. *Matemáticas desde la astronomía*. Barcelona: Vicens Vives, 1988.

Se proponen actividades astronómicas sencillas claramente planteadas para que puedan realizarse en el aula. No siguen una secuenciación explícita.

- BETA, Grupo. *Proporcionalidad geométrica y ejercicios de medida*. Badajoz. I. C. E. de la Universidad de Extremadura. Col. Monografías, 1985.

Obra muy interesante basada en el trabajo de aula en el ciclo 12-14 sobre situaciones prácticas, de campo, actividades tipo laboratorio, etc. Se dan las actividades y su contenido y objetivos.

- BOLT, B., y HOBBS, D. *101 Proyectos matemáticos*. Barcelona: Labor, 1991.

Un libro interesante que ofrece grandes posibilidades de ser utilizado como material de aula. Se presenta en forma de proyectos de investigación que el alumno puede seguir, y se ofrecen sugerencias para la ampliación de los mismos.

- CALVO, C., y otros. *Proporcionalidad*. Madrid: M. E. C. Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1989.

Se proponen diversas actividades para el desarrollo de este tema, surgidas a partir de los seminarios organizados para profesores. Se estructuran según niveles de profundidad en el concepto, pero no se presenta una secuenciación propiamente dicha.

- DE LANGE, y otros (OW & OC). *Las matemáticas en la Enseñanza Secundaria*. Salamanca: I. C. E. de la Universidad de Salamanca. Col. Documentos didácticos, núm. 137, 1988.

Traducción de una parte del proyecto holandés IOWO difícil de conseguir. No se encuentra disponible en castellano la explicación

general y significado del contenido global del Proyecto. Los módulos que pueden encontrarse en este libro son: gráficas, funciones, matrices y un módulo sobre el espacio. El enfoque que se da, llamado "realista" implica la consecución de los contenidos a partir de situaciones amplias de contenido real. Aunque se observa un énfasis mayor en el concepto, la situación está presente en todo el proceso.

No cubre toda la etapa y únicamente ofrece bloques de actividades. Se dan fichas de trabajo de gran interés pero sin una guía explicativa para el profesor.

- ERASO, M. D.; GARCÍA ARMENDÁRIZ, M. V., y SARA, S. "La proporcionalidad" en *Ejemplificaciones del Diseño Curricular Base (Secundaria Obligatoria)*. Madrid: M. E. C., 1989.

Se trata de una unidad didáctica diseñada con el objetivo de servir de ejemplo, en el área de Matemáticas, de algunas de las indicaciones que contiene el Diseño Curricular Base. La primera parte es un análisis interesante de la estructura de la unidad y de los contenidos que trata. La unidad propiamente dicha desarrolla algunos contenidos relativos a la proporcionalidad integrando aspectos numéricos y geométricos.

- FISHER, R., y VINCE, A. *Investigando las matemáticas. Libros 3 y 4*. Madrid: Akal, 1991.

Proyectos puntuales que abarcan casi la totalidad de temas curriculares. Muchos de ellos apropiados para el ciclo 12-16. Con orientaciones para el profesor. Se presenta en forma de material fotocopiable.

- DEL RÍO, J. *Actividades didácticas para trabajar las cónicas (libros del alumno y del profesor)*. Salamanca: I. C. E. de la Universidad de Salamanca, 1991.

Aunque se trata básicamente de actividades para la enseñanza post-obligatoria, algunas de ellas podrían realizarse en el ciclo 14-16. Merecen consideración.

- PERIÓDICA PURA, Colectivo. *Didáctica de los números enteros*. Barcelona: Nuestra Cultura, 1982. (Agotado).



Presenta situaciones para el aula, para el inicio del aprendizaje integrado de los números enteros, con situaciones que plantean ecuaciones. Con orientaciones didácticas, propuestas de actividades en dos fases de aproximación conceptual y una fase de consolidación. En un cuadro se muestra aquellas actividades que corresponden a un mismo objetivo conceptual. Al término del libro se da una brevísimas síntesis histórica. Adaptable al planteamiento de la Reforma curricular.

- SHELL CENTER FOR MATHS Ed. *El lenguaje de las funciones y gráficas*. Madrid: Univ. País Vasco y M. E. C., 1990.

Presentación traducida de una parte del proyecto anteriormente enunciado. Se basa en la resolución de problemas que parten de análisis de situaciones físicas en recipientes, realidades, juegos, etc. Se dan fichas de trabajo, niveles de dificultad, y modelos de evaluación. Muy interesante. La descripción está detallada y bien ajustada al currículo oficial, pero sin detalle de temporalización y esquema global.

La traducción no se ha adaptado a nuestra realidad (millas, pies...).

- ZERO, Grup. *La medida y los números*. Barcelona: Vicens Vives, 1986.

Secuencia de actividades que relacionan situaciones de medida con el trabajo con los números racionales. La presentación sugiere el uso inmediato del trabajo en el aula.

- ZERO, Grup. *Funciones lineales y cuadráticas*. Barcelona: Vicens Vives, 1988.

Interesante trabajo que aproxima a los alumnos a la idea de función a partir de situaciones básicamente físicas o simplemente relaciones entre fenómenos reales, como por ejemplo los precios. La aproximación se sirve de enunciados de problemas planteados directamente para el aula. Es un primer trabajo sobre la función lineal y cuadrática, que abre paso a otro sobre la función exponencial.

Presentamos aquellas que conocemos, pueden ser de interés, y no han sido traducidas al castellano, o bien han sido editadas en el proceso de reforma básicamente en comunidades con competencias

**En otras  
lenguas**

en educación. Citamos aquellas que pueden conseguirse con cierta facilidad en centros de recursos y de formación de profesorado.

- ALSINET, J., y SANTAMARÍA, J. *El joc de pensar*. Barcelona: Dep. Ensenyament Generalitat de Catalunya. Col. Materials Curriculars, 1989.

Modelo de crédito (30 horas lectivas aproximadamente) interdisciplinar "lengua-matemáticas" donde se presentan actividades que han de conducir a que los alumnos sepan leer problemas, resolver situaciones lógicas y crezca el razonamiento lógico. Muy bien estructurado.

- ALSINET, J., y otros. *Probabilitat i estadística*. Barcelona: Dep. Ensenyament Generalitat de Catalunya. Col. Materials Curriculars, 1989.

Crédito interesante con dos partes diferenciadas, muy apropiado para la valoración actual de estos tópicos. No exige conocimientos previos. Parte realmente desde cero, con actividades gradualmente propuestas para alcanzar un buen nivel que reconozca los principios básicos y se llegue incluso a elementos de mayor dificultad como la intuición de la regla de Laplace.

- FIOL, L., y otros. *Proposta didàctica per treballar la proporcionalitat*. Barcelona: Ed. UPC, 1987.

La propuesta contiene fichas de trabajo y guía para el profesor. Se contemplan diversas actividades para ser realizadas a tres niveles: adquisición, reflexión-interpretación y consolidación. Apropriadadas para el ciclo 12-14, pero específicamente tratadas sin exigencias previas conceptuales. En la guía para el profesor se indica un modelo de evaluación, así como las dificultades encontradas en el desarrollo de la secuencia.

- GIMÉNEZ, J., y FORTUNY, J. M. *El cometa de Halley*. Barcelona: Ed. UPC, 1986.

Libro publicado en ocasión de la aparición del cometa. Algunas actividades tienen sentido aun sin dicha presencia. Otras proponen una referencia explícita a la situación del cometa en el espacio, envío

de la nave europea, etc. En Graó Ediciones existe otra publicación con título "Propuestas didácticas sobre el Cometa Halley" que podría llamarse guía didáctica para el trabajo en el aula en la etapa 12-16. Ahí se presentan más actividades y referencias.

- ZERO, Grup. *Retrobem el món de la geometria*. Barcelona: I. C. E. de la U. A. B., 1983.

Un buen material de aula basado en la resolución de problemas, abarcando todos los ámbitos generales de la geometría en secundaria. Básicamente trata situaciones de geometría plana. El substrato es básicamente histórico con notas aclaratorias al inicio de cada bloque.

- ZERO, Grup. *Una aproximació a l'index de preus al consum (IPC)*. Barcelona: Dep. Ensenyament Generalitat de Catalunya. Col. *Materials curriculars*, 1990.

Un buen ejemplo de unidad de trabajo llamada "crédito variable" que bajo la referencia indicada, propone el análisis de algo muy actual que debe ser conocido por los alumnos. Se trata de un planteamiento interdisciplinar, que reúne contenidos propios de las ciencias sociales y conocimientos básicos de economía. Se especifican los objetivos, temporalización, evaluación, etc. en el marco del nuevo currículo.

### Nota final

Muchos ICEs tienen diversos trabajos de investigación con propuestas para el aula que no alcanzaron a ser publicados. Los interesados pueden solicitarlos directamente para su consulta.

## Sobre el uso de materiales didácticos

---

- BAS, M., y BRIHUEGA, J. *Geoplanos y meccanos*. Madrid: M. E. C. Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1989.

Resumen al alcance del profesor de muchas ideas geométricas (elaboradas por E. Castelnovo) que pueden desarrollarse mediante los materiales enunciados. Se plantea desde la clasificación de triángulos hasta propiedades de los ángulos observables mediante los materiales.

- CARVAJAL, J. *Recortables*. Valencia: Cons. Cultura de la Generalitat Valenciana, 1989.

Magnífico material a todo color sobre mitades de un cubo. El arte parece estar al servicio de dar belleza a algunos módulos curiosos, que si se hubieran presentado como los recortables clásicos a "una sola tinta" resultaría aburridísimo.

- COMISIÓN INTERNACIONAL PARA EL ESTUDIO Y MEJORA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar, 1967.

Recopilación de artículos que resumen los trabajos realizados en la reunión de la comisión en 1957 en Madrid: La primera parte trata de la introducción de materiales concretos o semiconcretos desde un punto de vista psicopedagógico, la percepción, la manipulación y la acción. La segunda parte esta dedicada a películas. Y la tercera se dedica a la presentación de materiales concretos (modelos).

- ESTEVE, J., y GIMÉNEZ, J. *Material para el laboratorio de matemáticas*. Barcelona: Dept. Didáctica de Matemàtiques i Ciències Experimentals. U.A.B., 1986.

La lengua catalana no es obstáculo para comprender este elenco de materiales. Se describen en forma de fichas. Se da referencia temática y bibliográfica de cada material.

- FERRERO, L. *El juego y la matemática*. Madrid: La Muralla, 1991.

De lo más interesante que se ha realizado en este tipo de publicaciones. Cada juego permite ser utilizado en niveles diversos. Constatamos especialmente el cuidado con que se han tratado los juegos de estrategia y su aprovechamiento didáctico. También se dan juegos de descubrimiento de reglas (funciones). Al inicio del libro se justifica los distintos aspectos de su importancia en la educación matemática. En la bibliografía, pueden verse los títulos más significativos.

- GATEGNO, C., y otros. *Material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar, 1967.

Obra de los grandes preocupados por la enseñanza de las matemáticas: Gategno, Puig Adam, Castelnuovo, Condorcet, Servais, etc. Punto de referencia para el uso de materiales en el aula: su sentido, usos, modelos y referencias.

- GUTIÉRREZ, A., y JAIME, A. *Traslaciones y giros en el plano*. Valencia: Dep. Didáct. Matem. Universidad de Valencia, 1983.

Material de trabajo organizado para el análisis de este tópico en la Educación Secundaria Obligatoria. Buena parte puede utilizarse en Primaria.

- GUTIÉRREZ, A., y JAIME, A. *Actividades en el geoplano en E. G. B.* Valencia: Dep. Didáct. Matem. Universidad de Valencia, 1985.

Situaciones y ejercicios para realizar con el geoplano para el desarrollo de aspectos de las construcciones geométricas.

- PUIG ADAM, P. *El material didáctico matemático actual*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional. Col. Publicaciones de la revista *Enseñanza Media*, núm. 46, 1958.

Primera parte dedicada a la XI reunión de la CIEAEM de Madrid, en 1957. La segunda es una relación y descripción detallada de todo el material didáctico presentado en la citada reunión. En la tercera encontramos fotografías de todos los modelos presentados. En la última se reproducen algunas explicaciones que acompañaban estos materiales.

- VANNIER, E., y CHAUVEAU, P. *Cómo jugar y divertirse con la calculadora de bolsillo*. Madrid: Altalena, 1979.

Recopilación de problemas o situaciones cortas agrupadas por temas: juegos de palabras, cifras, prestidigitación matemática, cuadrados mágicos. La presentación de los ejercicios es clara y precisa, pero la realización práctica de los problemas está en función de un criterio didáctico que tiene presente la calculadora.

- VANNIER, E., y CHAUVEAU, P. *Nuevas formas de jugar y divertirse con la calculadora de bolsillo*. Madrid: Altalena, 1979.

Se trata de la continuación de la obra inmediata anterior.

## Otras referencias

---

- COLECCIÓN Documentos y propuestas de trabajo. Madrid: M. E. C.

Colección de materiales con propuestas diversas para el aula o para la reflexión de los profesores. Todos ellos están disponibles en los CEPs. Algunos de ellos se comentan individualmente en otros apartados de esta Guía. Otros se diseñaron y publicaron como material específico para los centros de la Reforma del ciclo superior. Los restantes son:

- LUELMO, M. J. *Geometría en la Naturaleza*.
- VV. AA. *Seis para cuadrar*.

- Dir. DE LA COBA, D., y BALBUENA, L. *Guía de la exposición "Horizontes matemáticos"*. Tenerife: Soc. Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton", 1989.

Libro interesante que no sólo presenta las actividades que se proponían en la exposición, sino que ofrece un camino de reflexión posterior en el aula. Al mismo tiempo ofrece la posibilidad de "montar" pequeñas exposiciones similares, o servir de fichas de trabajo sobre los diversos materiales.

- *Fichero de Publicaciones de los CEP*. Madrid: M. E. C. Dirección General de Renovación Pedagógica. Subdirección General de Formación del Profesorado, 1991.

En este fichero se recogen las publicaciones realizadas por los CEP. En ellas se pueden encontrar experiencias de muy distinta naturaleza (experiencias de aula, unidades didácticas, programaciones, innovaciones y propuestas curriculares...) elaboradas por equipos de profesores. Las referencias concretas de los equipos que han realizado los trabajos pueden permitir ponerse en contacto a profesores que sienten las mismas preocupaciones y trabajan en un mismo campo de investigación o reflexión. Es una publicación abierta a la que se irán incorporando nuevas fichas.

- PARAQUIN, K. H. *Juegos visuales*. Barcelona: Labor. Col. Labor Juvenil Bolsillo, núm. 16, 1975.

Conjunto de pequeñas explicaciones de los efectos ópticos, y fotografías o imágenes de diversas situaciones. Puede proporcionar al profesor elementos para observar la capacidad perceptiva de sus alumnos, e ilustrar una frontera entre la comunicación visual plástica y la matemática.

- SANZ, I. (ed). *Nuevas perspectivas en educación matemática*. Universidad del País Vasco, 1989.

Forma parte de los trabajos de un curso de verano. Trata la metodología de trabajo de laboratorio en matemáticas, aspectos de la comunicación, lógica y textos escolares, y actividades vinculadas a la proporcionalidad.

- VV. AA. *Resolución de problemas en un club matemático*. Granada: 1990.

Aportación de interés. El título lo dice todo. Disponible en el Departamento de Didáctica Matemática de la Universidad de Granada.

## Libros de consulta para el alumno

- ABBOT, E. A. *Planilandia*. Madrid: Guadarrama. Col. Univ. de Bolsillo Punto Omega 208, 1975.

Libro sorprendente y agradable. Es un clásico de la ciencia ficción. El libro es todo un ejercicio de comprensión del mundo de las dimensiones y sus limitaciones. Está escrito en forma de novela y cada capítulo aporta visiones matemáticas en la frontera de la geometría proyectiva y euclídea.

- CARLAVILLA, J. L., y FERNÁNDEZ, G. *Historia de las matemáticas*. Toledo: Consejería de Educación de Castilla La Mancha, 1988.

Una feliz combinación que atrae a los alumnos por su lenguaje directo y una forma de imágenes muy actual en forma de cómic. Se hace un repaso por toda la historia de las matemáticas proponiendo problemas diversos, presentando personajes, entrando —en suma— en todos los tópicos del currículo. Contiene ilustraciones a todo color.

- ▣ CASTELNUOVO, E. *La matemática. La geometría*. Barcelona: Ketrés, 1981. (En catalán).

Lujosamente presentado, da una panorámica de los elementos básicos de las construcciones geométricas que deben quedar al alcance de la etapa 12-16. Puede usarse como libro de apoyo, por sus imágenes y claridad de estructura. Muchos colegas dicen que "es una lástima que no se tradujera al castellano, pero se comprende muy bien". Existe la edición original italiana editada por La Nuova Italia.

- ▣ GUZMÁN, M. *Construcciones geométricas con materiales diversos. Experimentos de geometría*. Madrid: M. E. C. Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1989.

Su simplicidad y forma de expresión lo hacen adecuado para el aula en reflexiones sobre propiedades geométricas hacia el fin del ciclo 14-16. Está pensado como documento de apoyo al profesorado.

- ▣ JOHNSON, D., y WENNIGER, M. *Matemáticas más fáciles con manualidades de papel*. Barcelona: Distein. Col. Vanguardia Pedagógica Distein, 1975.

Útil imprescindible para construcciones geométricas con cartón. Es de uso directo de profesores y alumnos con modelos y explicaciones claras y dibujos adecuados. Presenta gran cantidad de modelos poliédricos para ser realizados con la ayuda de papel doblado. Se dan los poliedros platónicos, de Poincot, de Kepler, así como construcciones simples de conceptos asociados de geometría plana. También se dan las formas de construir aproximaciones cónicas.

A pesar de ser un trabajo de años atrás, mantiene su vigencia. Pero es una obra agotada y debe pedirse a un amigo que nos la deje.



- MEAVILLA, V. *La geometría como soporte de diversas cuestiones matemáticas*. Madrid: Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1986. M. E. C.

Documento de interés para que algunos alumnos puedan elaborar temas de reflexión. El libro recoge un seminario de trabajo con profesores de secundaria, pero creemos que en el ciclo 14-16, puede ser perfectamente un libro de aula.

- RADICE, L. L. *La matemática de Pitágoras a Newton*. Barcelona: Laia, 1983.

Un interesante y ameno recorrido histórico sobre la parte de las matemáticas que aparecen como cuerpo central del currículo de Secundaria. Expone de forma no usual la aparición y las interrelaciones entre los distintos conceptos matemáticos de este período.

- UNICEF. *Juegos de todo el mundo*. Madrid: Edilan, 1978.

Sin una voluntad explícita de hacer un libro de matemáticas, el profesor de las "idem" puede encontrar cómo fabricar y usar juegos clásicos antiguos de estrategia. Se explica la historia de cada uno de ellos.

- WALTER, M. (selección). *Geometría*. Madrid: M. E. C. Col. Documentos y propuestas de trabajo, 1988.

Estos artículos, tanto pueden servir como apoyo al profesorado como conjunto de actividades que sugieren la realización de trabajos geométricos por parte de los alumnos de secundaria obligatoria. Las propuestas utilizan medios materiales muy simples y están al alcance de todos.

- WARUSFEL, A. *Los números y sus misterios*. Barcelona: Martínez Roca, 1968.

Un clásico de los libros de información matemática. Tres cuartas partes del libro están al alcance de todos. Presenta de forma amena la construcción de los números y su relación con el arte y algunos elementos de la naturaleza. Así se analizan desde los números naturales hasta los reales. El final requiere conocimientos más específicos sobre el número complejo para saborearlo mejor. Es la parte más densa.

Libro agotado, pero merece la pena buscarlo... o pedirlo prestado.

## Revistas

### Específicas sobre la enseñanza de las matemáticas

---

- **Suma.** (Revista general de educación matemática a todos los niveles).

Edita: Federación de Soc. de Profesores de Matemáticas españolas.

Dirección: Aptdo. 1304. 21080 Huelva.

Periodicidad: Dos o tres revistas al año.

Contenido: Actividades de aula, reflexiones didácticas, propuestas de trabajo, juegos, materiales manipulativos y su uso, reseñas bibliográficas, noticias de congresos y encuentros, etc.

- **Enseñanza de las ciencias.** (Revista de investigación en didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas).

Edita: I. C. E. de la Universidad Autónoma de Barcelona - I. C. E. de la Universidad de Valencia.

Dirección: I. C. E. de la U. A. B. Campus de Bellaterra. 08193 Barcelona.

Periodicidad: Dos o tres revistas al año.

Contenido: Artículos de investigación, reflexiones teóricas en el ámbito didáctico, reseñas bibliográficas en temas de investigación de didáctica de las matemáticas y las ciencias y comunicación de encuentros.

- **Epsilon.** (Revista de la Soc. Andaluza de Profesores de Matemáticas)

Edita: Soc. Andaluza de Profesores de matemáticas.

Dirección: S.A.P.M. THALES. Fac. Matemáticas Apdo. 1160. 41080 Sevilla.

Periodicidad: Tres revistas al año.

Contenido: Artículos sobre enseñanza de matemáticas, problemas, investigación.

- **Números.** (Revista de la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas).

Actúa como boletín hasta 1988. Hay 16 números disponibles. Desde entonces se publica con periodicidad aproximadamente anual.

Edita: S.C.P.M. "Isaac Newton".

Dirección: Apdo. 329, La Laguna.

Periodicidad: Una o dos revistas al año.

Contenido: Artículos sobre enseñanza de matemáticas, problemas, actividades de la Sociedad, reseñas bibliográficas.

### Desaparecidas (números anteriores a 1989)

- **Thales.** (Revista de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas).

Editaba: S.A.P.M. THALES

Dirección: Fac. Matemáticas. Apdo. 1160. 41080 Sevilla.

Periodicidad: Dos o tres revistas al año.

Contenido: Artículos sobre enseñanza de matemáticas, problemas, actividades de la Sociedad, reseñas bibliográficas. A partir de 1988 publica volúmenes monográficos.

- **Escaire** (en catalán). (Revista general sobre enseñanza de las matemáticas a todos los niveles hasta la Universidad), 15 números publicados disponibles.

Editaba: Dept. Matemàtiques de la E. T. S. A. B. de la UPC.

Dirección: Diagonal, 649. Barcelona.

Periodicidad: Dos revistas al año.

Contenido: Artículos sobre enseñanza de matemáticas, problemas, experiencias de aula, apuntes biográficos, reseñas bibliográficas.

- **Papeles de enseñanza de matemáticas.** (Revista de actividades y propuestas para el aula de matemáticas). Hay 6 números disponibles.

Edita: Seminario de enseñanza de las matemáticas.

Dirección: Escuela Universitaria de Formación de Profesorado. Universidad de Valencia. C/ Alcalde Reig, s/n. Valencia.

Contenido: Números monográficos, geoplanos, grafos, etc.

## Otras revistas

---

Se incluyen, a continuación, otras revistas de educación que incluyen artículos en enseñanza sobre las matemáticas.

- **Apuntes de educación.** (*Naturaleza y matemáticas*)

Edita: Grupo Anaya, S. A.

Dirección: C/ Josefa Valcárcel, 27. 28027 Madrid.

Suscripciones: Tel. (91) 320 01 19.

Periodicidad: Bimensual (cada 2 números, uno de matemáticas).

Contenido: Material, enseñanza, actividades, reflexiones.

- **Cuadernos de pedagogía.** (Revista general de temas educativos a todos los niveles).

Edita: Editorial Fontalba.

Dirección: C/ Valencia, 359, 6.º 1.º. 08009 Barcelona.

Suscripciones: Tel. (93) 258 55 08.

Periodicidad: Mensual. Han aparecido cuatro monográficos sobre la enseñanza de las matemáticas.

- **Guix** (en catalán). (Revista general de temas educativos a todos los niveles).

Edita: Serveis Pedagògics, S. A.

Dirección: C/ Art, 81. Barcelona.

Periodicidad: Diez revistas al año.

Contenido: Tema monográfico con artículos y experiencias, propuestas de aula, actualidad, reseñas bibliográficas, textos legales. Han aparecido seis monográficos sobre temas de matemáticas.

- **Perspectiva escolar** (en catalán). (Revista general de temas educativos a todos los niveles).

Edita: Associació de mestres Rosa Sensat.

Dirección: C/ Còrsega, 269. Barcelona.

Periodicidad: Diez revistas al año.

Contenido: Tema monográfico con artículos y experiencias, propuestas de aula, actualidad, reseñas bibliográficas, textos legales. Han aparecido seis monográficos sobre temas de matemáticas.

- **Educар** (artículos en castellano y catalán). (Revista general de investigación en temas educativos a todos los niveles).

Edita: Departament de Pedagogia i didàctica U. A. B.

Dirección: Fac. Lletres. Univ. Autònoma. 08193 Bellaterra.

Periodicidad: Semestral.

Contenido: A finales de 1991 se tiene un monográfico dedicado a la didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas.

## Otros documentos

- *Nueva revista de Enseñanzas Medias*. M. E. C., 1988.

Número monográfico sobre Didáctica de las matemáticas.

- *La matemática a debate* (actas del Simposio). Subdirección General de Formación del Profesorado. Madrid: M. E. C., 1985.

Representa el primer encuentro amplio frente a la perspectiva del cambio curricular. Ahí podemos encontrar las ponencias presentadas por diversos especialistas en los diversos tópicos: resolución de problemas, investigación didáctica, interdisciplinariedad, proyectos curriculares generales, papel de los ordenadores, formación inicial y permanente del profesorado. Las presentaciones de profesores como G. Vergnaud, A. Schoenfeld, P. Boero, A. Rouchier entre otros son quizás de los pocos artículos que poseíamos de los mismos en aquel momento.

- *Aspectos didácticos de matemáticas*. Zaragoza: I. C. E. de la Universidad de Zaragoza, 1990.

Recopilaciones de las ponencias presentadas en los sucesivos encuentros organizados por el I. C. E. de Zaragoza. Hasta ahora han aparecido tres volúmenes.

- *Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*.

Actas de las I JAEM. Barcelona (1981).

Actas de las II JAEM. Sevilla (1982).

Actas de las III JAEM. Zaragoza (1983).

Actas de las IV JAEM. S. Cruz de Tenerife (1984).

Actas de las V JAEM. Castellón (1991) (en preparación).

- *Muestra de materiales para el aula*. Univ. Zaragoza. (Anual).

Actas generales disponibles desde 1985 en el I. C. E. de la Universidad de Zaragoza.

Incidencia básica en el ciclo 12-14.

## Recursos materiales

### Materiales manipulables para utilizar en el aula

Se incluyen en este apartado materiales didácticos de distinto tipo que pueden ser útiles en el área de Matemáticas. Muchos de ellos han sido comercializados (al final se añade una relación de distribuidores). Otros no lo han sido o son de difícil obtención; en este último caso se han señalado mediante el símbolo “\*”. Puede fácilmente obtenerse información acerca de su utilización y construcción en alguno de los siguientes libros:

- GATTEGNO, G., y otros *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Aguilar, 1967.
- ALSINA, C.; BURGÜÉS, C., y FORTUNY, J. M. *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, vol. 11, 1988.
- HERNÁN, F., y CARRILLO, E. *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis. Col. Matemáticas: cultura y aprendizaje, vol. 34, 1988.

En algunos casos se incorporan varios materiales en un mismo epígrafe, lo que viene motivado porque:

- Siendo prácticamente el mismo material tiene distinto nombre comercial, dependiendo éste de fabricantes y distribuidores.

---

— Hay muy poca variación en el diseño, pero sus objetivos y utilización son prácticamente los mismos.

Con objeto de dar una rápida visión de cuáles pueden ser estos recursos, cuáles sus características y su utilización, los hemos agrupado en cinco bloques:

### **Modelos**

*Modelos construidos:* son aquellos que utilizamos directamente para observar y concretar conceptos, y profundizar en propiedades de difícil imaginación.

*Construcción de modelos:* partiendo de elementos simples, recortando, uniendo, superponiendo y pegando, llegamos a obtener el modelo a estudiar.

### **Medida**

Estos materiales, tanto si son para la medida directa como indirecta, tienen por finalidad efectuar actividades que están en la base de la geometría métrica y de la teoría de la medida.

### **Mecanización**

Su utilización persigue la profundización, sistematización y dominio de conceptos ya estudiados pero, recurriendo a formas más amenas y lúdicas que las usuales.

### **Materiales polivalentes**

Son los que por su versatilidad pueden utilizarse para el estudio de una gran variedad de conceptos distintos, creando y construyendo modelos, pudiéndose utilizar también para medir y mecanizar.

### **Calculadoras**

Se incluye en este apartado una referencia a las calculadoras consideradas como un instrumento útil para el aprendizaje de contenidos diversos del área de Matemáticas.

Muchos de estos materiales se han comercializado (al final se incluye una relación de distribuidores).



## Modelos

---

### A. Modelos construidos

#### **Bisector del ángulo\* / Trisector del ángulo (hacha india)\***

Geometría

Instrumentos basados en principios simples, conocidos por los griegos, que permiten observar y realizar estas bi y trisecciones de un ángulo.

#### **Ángulos en el círculo\***

Mecanismo que permite constatar la relación existente entre el ángulo inscrito y el correspondiente ángulo central.

#### **Parabológrafo\* / Elipsógrafo\***

Instrumentos adecuados para el dibujo de parábolas y elipses respectivamente.

#### **Generador de cuerpos de revolución\***

Mediante un motor hacemos girar un polígono alrededor de un eje de revolución, pudiéndose cambiar la posición del polígono respecto al eje de giro.

#### **"Sage-Kit"**

Piezas de plástico transparente para el estudio de las secciones de distintos cuerpos.

#### **"Cónicas"**

Cono transparente que muestra las distintas secciones que se pueden obtener mediante un plano.

#### **Serie de tetraedros**

Colección de tetraedros transparentes inscritos uno en el otro.

#### **Pirámides truncadas**

Troncos de pirámide con goznes en sus aristas. Nos permiten obtener su desarrollo plano y estudiar diversas secciones.

### **Estructuras poliédricas**

Para el estudio de distintos poliedros y relaciones existentes entre sus elementos mas notables.

### **Estructuras poliédricas dualidad**

Poliedros, contruidos en alambre, inscritos cada uno de ellos en otro que permiten constatar la dualidad existente entre vértices y caras.

## **Medida Metro cúbico gigante**

Barras de 1 m  $1/2$  m y  $1/4$  m para comparación y experimentación. Pueden encajarse para medir directamente superficies y volúmenes.

### **Decímetro cúbico descomponible**

Cubos de 1 cm de arista, barras de 10 cm, placas de 10 x 10 cm y otros tipos de agrupaciones que nos visualizan posibles descomposiciones de un decímetro cúbico.

### **Multibases**

Bases 2, 3, 5 y 10. Para la práctica de sistemas de numeración, y relaciones volumétricas.

## **Álgebra y funciones**

### **Cubo del binomio**

Cubo descomponible en partes que, representando cada una de ellas uno de los sumandos, permiten reconstruir la igualdad algebraica.

### **Cubo del trinomio**

Cubo descomponible en partes que, representando cada una de ellas uno de los sumandos, permiten reconstruir la igualdad algebraica.

### **Tablero coordenadas\***

Mediante tachuelas e hilos se representan puntos y gráficas planas sobre una cuadrícula cartesiana.

### **Plantillas funciones\***

De plástico transparente, superponibles en unos ejes de coordenadas, permiten el estudio de los coeficientes y el término independiente de funciones polinómicas.

### **Balanza matemática**

Para el estudio de operaciones (+, -, x, :), descomposición de números, igualdades, desigualdades y ecuaciones. Se basa en la colocación de las mismas pesas a distinta distancia del fulcro.

### **Tablero de ecuaciones**

Mediante fichas que representan dígito a dígito, una igualdad algebraica, se pueden observar las transformaciones equivalentes que conducen al proceso de resolución de una ecuación.

### **Binostato (máquina de Galton)**

Aparato para el estudio y visualización de la distribución binomial.

**Estadística  
y  
Probabilidad**

#### ***“Probability Kit”***

Colección de dados, fichas, bolas de colores y botellas con un adaptador especial que permiten realizar, cómoda y directamente, todo tipo de muestras aleatorias.

#### ***“Probability Kit 1 Pack-A”***

Colección de distintos experimentos, preparados para el aula, adecuados para realizar un buen número de experiencias muestrales.

#### ***“Probability Kit 1 Pack-B”***

Distintas muestras que en el Pack “A”, pero preparadas para grupos de cuatro alumnos.

### **Hojas de cálculo de probabilidades**

Diagrama de caminos a seguir según se observe o no un suceso. Después de un determinado número de pruebas nos indica porcentualmente la probabilidad del mismo.

#### ***“Caja Varga”***

Extenso equipo de juegos y materiales para trabajar prácticamente en el aula la combinatoria y las probabilidades.

### **Ruletas (de distintos tipos y formas)**

Numéricas. Con distintos sectores en color. En blanco (para crear situaciones inventadas).

### **Dados / Dados poliédricos / Dados cargados / Dados en blanco**

Normales. De distinta numeración. Coloreados. Con 4, 8, 10, 12 y 20 caras. Trucados.

### **Barajas en blanco / Barajas clásicas**

Para la elaboración de situaciones probabilísticas y de combinatoria.

## *B. Construcción de modelos*

### **“Mecano”**

Material sobradamente conocido. Adecuado para utilizarlo en la clasificación y estudio de las propiedades de los polígonos, sobre todo, las de rigidez y deformabilidad continua.

### **Tiras geométricas / “Geo strips” / “Angle Strips”**

Similar al Mecano, pero construida en madera o plástico semirrígido.

### **Mosaicos / “Pattern Blocks” / “Tessellations”**

Piezas poligonales de diversas formas e igual lado. Mosaicos, recubrimientos, clasificación, áreas, lógica.

### **“Tessellation curves” / “Tessellation letters”**

Piezas de bordes curvos o en forma de letra respect. Mosaicos y recubrimientos.

### **“Sehsceck-Hexagon” / “Rhombus” / “Colour Symetry Game” / “Scope” / “Hexymetry”**

Descomposiciones de un hexágono en distinto tipo de piezas: tres triángulos diferentes, rombos, triángulos decorados, trapecios, isósceles. Útiles para el profundizar en el conocimiento de: mosaicos, recubrimientos, simetrías, traslaciones y giros.

### **Cuadrados Fibonacci\***

Gran rectángulo áureo que contiene cuadrados que tienen por lado los primeros términos de la serie de Fibonacci. Permite observar la formación de la espiral del mismo nombre.

### **Puzzles Pitágoras\***

Distintos puzzles que nos permiten, cada uno de ellos, comprobar el teorema, de diverso modo.

### **Modelos con cañas / "Geofix" / "Kugeli" / "Polyhédrika" / "Lock System" / "Estructuras moleculares" / "Orbit"**

Varillas de varias longitudes (cada material utiliza un distinto tipo de engarce) para la construcción del esqueleto de poliedros y sus secciones. Sin la necesidad de desarrollos planos, trabajamos directamente en el espacio.

### **"Kubic Bubbles"**

Material semejante al anterior pero especialmente preparado para introducirlo en soluciones jabonosas y estudiar las superficies mínimas creadas.

### **Constructor de superficies regladas\***

Diedro, abatible, formado por dos superficies planas, de madera o cartón rígido. Las caras del diedro están agujereadas, los orificios determinan distintas líneas sobre cada una de ellas. Uniendo orificios de una cara con orificios de la otra se obtienen distintas superficies regladas.

### **Constructor de figuras regladas**

Formado por pares de polígonos iguales, con perforaciones en sus bordes. Ensamblando una varilla en el centro de cada polígono se construye un prisma recto sin caras, excepto las bases. Uniendo, mediante goma elástica, los orificios de una cara con los de la otra y efectuando una torsión sobre una de las bases se forman distintas cuádricas regladas.

### **Cúpulas geodésicas\***

Cúpulas que se construyen, por triangulación, mediante barras de longitud determinada y nudos.

### **Secciones modulares del cubo**

Recortables, en cartulina, que permiten construir diversas descomposiciones del cubo. Un modelo, a todo color, con formas no usuales. Su referencia aparece en el apartado sobre el uso de materiales didácticos (*Recortables* de Javier Carvajal).

### ***Caleidociclos de M. C. Escher***

Recortable, en cartulina a todo color, diseñado y decorado por M.C. Escher, para la construcción de poliedros transformables por deformación, y recubrimientos espaciales.

### **Poliedros de cartulina / “Material Plott” / “Polyshapes” / “Plane geometry”**

Polígonos de cartulina, uniéndolos mediante gomas se construyen poliedros.

### **“Geometric Shapes”**

Como el anterior, pero en plástico transparente. Se ensamblan utilizando cinta adhesiva.

### **Rectángulos áureos\***

Tres rectángulos iguales, cuyos lados están en la proporción áurea. Encajables perpendicularmente unos en otros. Uniendo cada vértice con los equidistantes más inmediatos se construye un poliedro especial.

### **“Polydron” / “Creator” / “Clix”**

Polígonos regulares de plástico rígido, engarzables entre sí, que permiten construir poliedros directamente en el espacio. Desensamblándolos adecuadamente se obtiene el desarrollo plano del poliedro que se había construido.

### **“Googolplex”**

Polígonos de plástico rígido, de caras huecas, y polígonos del tamaño de las caras huecas de los anteriores, encajables en ellos. Se construyen poliedros engarzando los lados mediante presillas para

formar las aristas. Este material permite estudiar y acceder al interior de los poliedros, pudiéndose ver las diagonales, ejes y secciones que nos interesen. El sistema de engarce permite la construcción de muchas más variedades de poliedros que otros materiales similares.

### **Descomposición de poliedros\***

Puzzles espaciales que muestran regularidades y secciones de distintos poliedros.

### **“Geomix I” / “II” / “III y III-PE” / “IV y IV-PE” / “VII” / “VIII”**

Cada uno contiene el material necesario para el estudio de uno de los siguientes aspectos: Cuerpos geométricos. Geometría plana. Modelos espaciales grandes, en madera y en plástico. Modelos espaciales pequeños, en madera y en plástico. Estereometría. Cuerpos de revolución.

### **Reflex / “mira”**

Rectángulo de metacrilato rojo translúcido, refleja imágenes y permite ver objetos situados en su zona posterior. Permite abordar, mediante el reflejo y la reflexión, aspectos como la obtención de la mediatriz, bisectriz, simetría, mosaicos y recubrimientos.

### **Espejos: normales / irrompibles / deformadores / cóncavos / convexos**

Para el estudio de la formación de imágenes, cambio de orientación, inversión, tamaño, simetrías, deformación, etc.

### **Libro de espejos\***

Se utilizan, formando distintos diedros, para observar y analizar la generación de figuras, polígonos, la relación existente entre la apertura del diedro y las imágenes generadas, y cómo obtener polígonos regulares e irregulares.

### **Calidoscopios prismáticos\***

Prismas rectos cuyas caras interiores son espejos. Situando en su interior distintos elementos nos muestran polígonos, mosaicos, recubrimientos, etc.

### **Calidoscopios piramidales\***

Pirámides, sin base, de medidas adecuadas y caras interiores construidas con espejos. Generan imágenes de poliedros regulares (orto, tetra, octa e icosaedro).

## **Medida**

---

### **Cintas métricas / Pie de rey / Micrómetro / Galgas / Calibre de profundidades / Calibre de diámetros / Compás de puntas (diámetros cuerpos redondos)**

Medida directa de objetos reales. Utilización del instrumento adecuado en cada caso.

### **Rueda de metro**

Mide la longitud de itinerarios no necesariamente rectilíneos, cada vez que la rueda ha completado un giro nos avisa, mediante un "click", que hemos recorrido exactamente un metro.

### **"Metrilog"**

Medidor de longitudes, en centímetros y milímetros, similar a la rueda de metro, pero para utilizar sobre dibujos, planos y mapas. Adecuado para trabajos relativos a escalas y proporcionalidad.

### **Brújulas**

Material suficientemente conocido.

### **Teodolito**

Plataforma, de plástico de forma circular y graduada, situada sobre un trípode, equilibrable horizontalmente mediante un nivel de burbuja, que lleva incorporada un semicírculo graduado para medir ángulos de inclinación y declinación. La gradación de la plataforma nos permite determinar la orientación.

### **Clinómetro**

Instrumento que mide el ángulo de inclinación mediante un semicírculo graduado y un contrapeso que ejerce la misión de una plomada.



### **Cuerda de 13 nudos\***

Basándonos en un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, unidades, podemos determinar sobre el terreno ángulos rectos.

### **Malla cuadrícula cm x cm**

Sobre acetato transparente, permite la medida de superficies, directamente.

## **Mecanización**

---

### **Dominós / Triominós / Hexaminós / ...**

Material de sobra conocido que permite sistematizar una gran cantidad de conceptos: numeración, valor posicional, +, -, x, :, decimales, completar la unidad (decimales), fracciones equivalentes, fracciones/decimales, %/fracciones, %/fracciones/decimales, cálculo con calculadoras, ángulos, áreas, volúmenes, simetrías, etc.

### **Barajas**

Distintos juegos preparados para consolidar los mismos conceptos que en el epígrafe anterior.

### **Dados / Ruletas**

Para el estudio de números. Signos de operación. Potencias de 2. Decimales. Fracciones. Números mixtos. En blanco.

### **Autocorrectores "Arco" y "Mini Arco"**

Para responder a las cuestiones que el material nos plantea, colocamos las fichas que creemos convenientes en un contenedor especialmente preparado. El reverso de las fichas colocadas nos muestra si hemos cometido equivocaciones o no. Estos autocorrectores abarcan prácticamente todos los temas del currículo.

### **Autocorrectores "Heinevetters"**

Fichas en plástico, con los bordes ribeteados, tipo puzzle. Se deben colocar sobre una plantilla, que es la que nos propone los ejercicios. Si

alguna respuesta no es correcta los bordes no encajan. Los más adecuados para Secundaria son: Enteros, Operaciones I y II y Operadores.

### ***“Equality”***

Fichas numéricas, de operaciones e igualdad, para jugar sobre un tablero, creando igualdades tanto horizontal como verticalmente. Las reglas de este juego se basan en el de las ideas de las palabras cruzadas.

### **Igualdad y ecuaciones**

Igual que el anterior pero utilizando expresiones algebraicas.

## **Materiales polivalentes**

---

### **Geoplanos de malla cuadriculada / triangular / isométrica / circular**

Para el estudio de segmentos, ángulos, polígonos, lados, vértices, posiciones relativas, equivalencia de áreas, isoperimétricos, relaciones, simetrías, traslaciones, giros, radios, diámetros, tangentes, cuerdas, polígonos inscritos, circunscritos, números triangulares, cuadrados, etc.

### **Geoespacio\***

Cubo de caras enrejilladas, geoplano espacial.

### **Cubos apilables / “Unifix”**

Representaciones numéricas, lógica, diagramas de barras, percepción espacial.

### **“Multilink”: cubos, prismas, isos**

Cubos encajables, se puede construir una gran variedad de objetos compactos.

Proyecto que abarca una extensa variedad de actividades en numeración, cálculo, geometría, representaciones, percepción y representación espacial. Existe una gran cantidad de accesorios y guías para el profesor.

### **“Centicubos”**

Cubos encajables de dimensiones 1cm x 1cm x 1cm y de 1 gr de peso. Proyecto, de actividades muy completo. Aprovechando las especiales características de estos cubos, se pueden abordar fácilmente, interrelacionándolos, aspectos como: longitud, superficie, volumen, peso, principio de Arquímedes (introduciéndolos en una solución salina), numeración, percepción espacial y otras muchas. Existe una gran cantidad de accesorios y guías para el profesor.

### **Policubos\***

Cubos adosados: bicubos, tricubos, tetracubos, pentacubos. Estudio de las distintas formas que se pueden obtener en cada caso, simetrías, representaciones isométricas, por niveles, ortogonales.

### **Policubos “Soma”\* / “Steinhaus”\* / “Gaulin”\***

Colecciones, con una cantidad y formas determinadas de policubos, para estudios más específicos. Con cada colección completa se puede ensamblar un cubo.

### **Proyecto “D. I. M. E.”**

Piezas y policubos de espuma rígida par el estudio de representaciones tridimensionales. Va acompañado de muchas propuestas de trabajo y guías para el profesor.

### **Tangram Chino\* / de “Lloyd”\* / Pitagórico\* / triangular\* / pentagonal (pentagrama)\***

Composición de polígonos, medida de superficies equivalentes, perímetros iguales, relaciones angulares, proporciones entre medidas, mosaicos, observación de propiedades.

## **Calculadoras**

---

Dentro de los materiales que sin duda deben utilizarse en el aula debemos considerar la calculadora de bolsillo. No se especifica aquí cuándo ni cuáles hay que introducir, dominar y usar por ser ésta una decisión que deben adoptar los profesores, principalmente en función del entorno que influya en sus aulas.

---

---

Todas las marcas comerciales proporcionan modelos con las memorias y funciones que convengan en cada caso, aunque con pequeñas diferencias en su uso. Por ello se ha optado por no detallar en este apartado los diferentes tipos y modelos de calculadoras. Una mayor información y reflexión sobre este material puede encontrarse en la obra antes citada "Aritmética y calculadoras", de F. Udina.

## Materiales audiovisuales<sup>1</sup>

Acerca de la utilización en las clases de matemáticas de los medios audiovisuales en general y del vídeo en particular puede consultarse la obra:

P. N. T. I. C. *El vídeo en matemáticas*. Madrid: M. E. C., 1992.

### Números **Potencias de 10** (8 min.)

Tiene el mismo contenido e imágenes que el conocido libro del mismo nombre de Morrison y Eames, publicado por la Editorial Labor. A partir de un metro hace sucesivas ampliaciones en potencias de 10 y reducciones en sentido contrario. Es interesante para alumnos de catorce a dieciséis años para comprender el crecimiento exponencial. El ritmo es, quizá, demasiado rápido. Le acompaña un folleto como documentación complementaria.

Editado por Pyramid y distribuido por Áncora Audiovisual, S. A.

### **Potencias de exponente negativo** (60 min.)

Utiliza la imagen de ordenador para revisar contenidos sobre las potencias con base y/o exponente negativos, las operaciones entre ellas y las potencias de exponente 0 y 1. Puede ser útil para repaso o recuperación de estos contenidos.

Sistemas de Pedagogía Aplicada, S. A.

---

<sup>1</sup> La información de este apartado y el siguiente ha sido realizada con la colaboración del Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación. La mayor parte de los materiales que se citan se pueden encontrar en los Centros de Profesores y han sido utilizados y evaluados por dicho Programa.

■ **Pesos y medidas** (45 min.)

**Medida**

Presentación a partir de una dramatización de la vida real, acompañada de una voz en *off*. Va acompañado de una guía didáctica. Su contenido se divide en los siguientes apartados: ¿Por qué los cuerpos pesan? Diferentes clases de balanzas. Rastreado por la historia. Unidades de medida de peso. Sistema métrico decimal. Balanza de precisión. Métodos de pesar. Medidas de longitud. Medidas de capacidad y volumen.

Editado y distribuido por la Fundación Serveis de Cultura Popular.

■ **Del plano al espacio** (23 min.)

**Geometría**

Cinta creada por Javier Carvajal y el Grupo Cero que utiliza imágenes sugerentes y bellas para presentar estructuras geométricas fijas y en movimiento, con modelos reales y efectos de ordenador. Están bien tratados el color, la luz y el sonido. Su contenido se refiere a: Retículas y módulos, Dentro del espejo, Caleidoscopios y El espacio móvil. Es muy útil para estimular la imaginación y favorece el establecimiento de relaciones entre las matemáticas y las artes.

Subdirección General de Formación del Profesorado. M. E. C.

■ **Geometria a la plaça dels Països Catalans** (11 min.)

Contenidos relativos a los elementos y conceptos elementales de la geometría plana, formas planas: puntos, rectas, curvas, segmentos, poligonales, polígonos y círculos. Tiene el sonido en catalán y va acompañado de una guía didáctica.

Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya.

■ **Geometría en el espacio** (15 min.)

Con imágenes reales y animación acompañadas sólo de música y con un ritmo muy adecuado consigue captar la atención del espectador.

Su contenido se refiere fundamentalmente a los cuerpos geométricos y su presencia en la vida real. Sus imágenes son en blanco y negro.

Editado por el Centro Nacional de Documentación Pedagógica (París) y distribuido por Mare Nostrum.

■ **La aventura del cuadrado** (29 min.)

Video creado por Michele Emmer dentro de la serie *Arte y Matemáticas*. Está dividido en dos partes: en la primera se muestran, con imagen real, aplicaciones del cuadrado en el diseño, la industria, etcétera. La segunda es una dramatización de *planilandia* con animación de objetos. Tiene imágenes de buena calidad y muy sugerentes. De utilización interesante en Secundaria para resaltar aspectos estéticos y funcionales de la geometría.

La colección a la que pertenece esta cinta contiene otros varios títulos interesantes, cuyos contenidos se alejan bastante de los de Secundaria Obligatoria, pero que pueden utilizarse como elemento motivador (La banda de Möebius, Espirales, Escher: Geometría y mundos imposibles, Escher: Simetría y espacio).

Distribuido por Mare Nostrum Ediciones Audiovisuales, S. A.

■ **Transformaciones geométricas (enunciado de Thales)** (32 min.)

Por medio de dibujos animados e imágenes del entorno se tratan los siguientes temas: enunciado del teorema de Thales, homotecias, simetrías, translaciones y giros.

Editado por el C. N. D. P. y distribuido por Mare Nostrum.

■ **Triángulos y círculos** (50 min.)

Con imágenes animadas acompañadas de una voz en *off*. Se refiere a diversos aspectos de los triángulos: semejanza, congruencia, clasificaciones, centros, al teorema de Pitágoras y en menor medida a los círculos. Va acompañado de una guía didáctica.

Distribuido por la Fundación Serveis de Cultura Popular.

**Álgebra  
y funciones**

■ **El teorema de los binomios** (25 min.)

Pertenece a la serie *Curso Fundamental de Matemáticas de la Open University*. Revisa diversos temas relacionados con el teorema de los binomios, tales como la obtención geométrica del cuadrado y el cubo de una suma, el Triángulo de Pascal o las combinaciones.

Distribuido por Áncora Audiovisual, S. A.

■ **Funciones inversas** (25 min.)

Pertenece también a la serie *Curso Fundamental de Matemáticas*. Estudia algunas funciones y sus inversas de forma tanto gráfica como algebraica. Aunque llega a tocar contenidos que se salen fuera de la etapa, puede ser útil, principalmente la primera parte.

Distribuido por Áncora Audiovisual, S. A.

■ **La estadística por dentro**

Editado por The Annensberg y distribuido por Mare Nostrum.

**Estadística y  
probabilidad**

■ **La enseñanza del azar** (28 min.)

Imagen real del desarrollo de dos clases con sonido directo. Realizado para la formación del profesorado, es interesante por la propuesta metodológica que contiene y por sus muchas ideas para aplicar en clase. Su contenido se organiza en: Presencia del azar: el azar en la naturaleza. Fenómenos aleatorios. La caza de patos: aproximación al concepto de azar mediante la simulación de una cacería de patos. Los ladrones de Bagdad: estudio de probabilidad mediante una simulación. Propuestas de trabajo: problemas concretos de probabilidad.

Editado por el CEP de Valencia.

■ **Donald en el país de las matemáticas** (25 min.)

Cinta ya clásica en la que se mezclan dibujos animados con imagen real para tratar diversas situaciones en las que las matemáticas ayudan a interpretar y a obtener más información. Es de gran valor para estimular la imaginación y motivar a los alumnos de Secundaria. En su contenido destaca: Pitágoras y la música. El rectángulo de oro. El pentágono regular en la naturaleza. Las matemáticas en los juegos. Cónicas. Idea del infinito en la mente. Fuente de una variada gama de actividades complementarias.

Editado por Walt Disney y distribuido por Filmayer Video.

**Varios**

■ **Investigaciones matemáticas 10** (60 min.)

Conjunto de seis propuestas de investigación de una duración de 10 minutos cada una. Tocan distintos temas de los contenidos de

matemáticas. Va acompañado de una guía didáctica con orientaciones para el profesor.

Editado por BBC y distribuido por Mare Nostrum.

■ **Las matemáticas** (42 min.)

Reportaje divulgativo de la serie "Última frontera", que se apoya en la exposición "Breve viaje al mundo de las Matemáticas".

Hace una revisión de temas muy diversos tanto relacionados con la aritmética (el proceso de contar la historia, sistemas de numeración) como de geometría (polígonos y poliedros regulares, figuras de revolución, cónicas) y sobre algunos matemáticos importantes.

Editado por RTVE.

■ **Serie "Ojo matemático"**

Colección de diez cintas de vídeo de 20 minutos de duración cada una. Tratan diversos temas de matemáticas de una forma bastante interactiva y dirigidos a alumnos de diez a dieciséis años. Están divididos en bloques de unos pocos minutos en los que se plantean problemas y se incita al trabajo y la reflexión de los alumnos. Están acompañadas de guías didácticas para el desarrollo de cada unidad. Constituyen un material de gran utilidad en la Educación Secundaria Obligatoria. Los títulos de la colección son los siguientes:

*Área y volúmen.*

*Números.*

*Ecuaciones y fórmulas.*

*Probabilidad.*

*Fraciones y porcentajes.*

*Razón y escala.*

*Gráficos.*

*Formas y ángulos.*

*Lógica y resolución de problemas.*

*Simetría.*

Editado por Yorkshire Television y distribuido por Metrovídeo Escuela.

■ **Serie "Un mundo feliz" de RTVE**

Serie de vídeos sobre la vida y obra de matemáticos célebres. Aunque en general son más aprovechables para alumnos mayores, no dejan de tener alguna utilidad también en Secundaria Obligatoria.



Tienen todos ellos una duración de 30 minutos. Los títulos de la colección son:

*Bertrand Rusell*

*Rey Pastor*

*Descartes*

*George Boole*

*Leonhard Euler*

*Los Novatores*

*No euclídeos*

## Programas de ordenador

Todos los programas que se indican a continuación disponen de manuales de uso. Además, de aquellos programas que han sido más utilizados, normalmente a través del Proyecto Atenea, existe abundante información y propuestas concretas para el aula. En particular son interesantes las publicaciones siguientes:

- P. N. T. I. C. *El ordenador en un enfoque experimental de la matemática*. M. E. C. Madrid, 1992.
- P. N. T. I. C. *LOGO. Metodología y recursos educativos*. M. E. C. Madrid, 1987.

## Programas específicos

---

### Ecuación de segundo grado

Programa diseñado para el aprendizaje de destrezas relacionadas con la resolución de ecuaciones de segundo grado. Permite y realiza la resolución de ecuaciones en forma numérica y gráfica, así como la resolución algebraica "guiada".

Ediciones S. M. Distribuido por Idealogic, S. A.

Números/  
Álgebra

### Laboratorio de proporcionalidad

Contiene 100 problemas ilustrados con situaciones gráficas y posibilidad de obtener ayudas de temas variados. El profesor puede

---

modificarlos o crear otros nuevos. Permite resolver problemas de temas variados.

Editado y distribuido por Edicinco, S. A.

### **Sistemas de ecuaciones**

Con una estructura muy similar al programa "Ecuación de segundo grado", pero dirigida a la resolución numérica, gráfica y algebraica de sistemas de ecuaciones.

Ediciones S. M. Distribuido por Idealogic, S. A.

### **Sistemat**

Entorno en el que se pueden plantear un conjunto de variables, fórmulas o ecuaciones y resolver, con información del camino utilizado. Planteamiento de problemas que dependan de un conjunto de variables y fórmulas para su resolución. (por ejemplo, en Trigonometría).

P. N. T. I. C. Ministerio de Educación y Ciencia.

## **Geometría Cónicas**

El tratamiento de las cónicas que facilita este programa es más propio de la etapa siguiente. A pesar de ello puede ser de alguna utilidad también en Secundaria Obligatoria. Permite representar de forma sencilla la elipse, hipérbola y parábola con sus elementos más representativos.

Editorial Iberoamericana.

### **Isometrías 1 (simetrías)**

Facilita el estudio de las simetrías en el plano, axiales y centrales, así como del producto de simetrías. Útil para la revisión de los conceptos fundamentales en relación con las simetrías y para la realización de ejercicios diversos.

Editado por Edicinco, S. A.

## **Aventura matemática en el espacio (I y II)**

## **Funciones**

Se plantean en estos programas cuestiones relacionadas con las funciones polinómicas de primer y segundo grado respectivamente. Los sucesivos problemas aparecen a través de la simulación de una aventura por el espacio.

Editado y distribuido por el Grupo Anaya.

## **Calcula**

Permite representar gráficamente cualquier función propuesta por el usuario, modificando intervalos, escalas, color... También representar tangentes a la curva o integrales definidas. Programa abierto para representar de forma sencilla funciones en forma explícita y ver algunas de sus propiedades.

Editorial Iberoamericana.

## **Función lineal y afín**

Ejemplos de construcción de las funciones lineal y afín. Ofrece la posibilidad de construir funciones y ver sus propiedades a partir de sus gráficas y de sus expresiones algebraicas. Puede ser útil para el estudio de los parámetros de las funciones afines y de las familias de funciones.

Ediciones S. M. Distribuido por Idealogic, S. A.

## **Función cuadrática**

Con estructura y funciones similares al programa "Función lineal y afín", puede ser útil para el tratamiento de los contenidos relacionados con las propiedades de la función cuadrática.

Ediciones S. M. Distribuido por Idealogic, S. A.

## **Estadística**

## **Estadística**

Programa diseñado para la enseñanza de la estadística descriptiva unidimensional. Permite el estudio estadístico de datos cualitativos y cuantitativos a través de su representación gráfica y el cálculo de parámetros. Se puede trabajar asimismo con datos agrupados.

Ediciones S. M. Distribuido por Idealogic, S. A.

## Varios Apuntes

Instrumento para la edición de hojas de trabajo, para escribir, calcular y resumirlo en informes o gráficas. Funciona como un procesador de textos, con números, fórmulas y tablas. Concebido como un complemento de otros programas de uso general. Flexible y adecuado a cualquier nivel (a partir del segundo ciclo de Primaria).

P. N. T. I. C. Ministerio de Educación y Ciencia.

## Programas de propósito general

---

Además de los programas que se han descrito más arriba pueden ser de interés otros, no específicos para el área de Matemáticas, pero que tienen algún aspecto que los hace de utilidad. Entre ellos cabe destacar los siguientes:

### Lenguajes de programación

#### Acti-Logo

Cómodo y fácil manejo en su parte gráfica. Interesante para la construcción de figuras planas en cualquier nivel de la enseñanza. Existen diversas aplicaciones de este lenguaje con fines didácticos.

Distribuido por Idealogic, S. A.

### Programas de aplicaciones matemáticas

Normalmente están diseñados para aplicaciones que se salen fuera de los contenidos propios del área de Matemáticas de Secundaria Obligatoria y son, por consiguiente, más adecuados para etapas posteriores. A pesar de ello pueden ser útiles en algunos casos.

#### Derive

Entre sus muchas posibilidades destacan, por su mayor relación con los contenidos de Secundaria: el manejo de procedimientos aritméticos (factorización, notación racional, manejo de números exac-

tos con miles de cifras...), la aplicación de las reglas del álgebra o el trazado de gráficas bi y tridimensionales.

Distribuido por EPISTEME, S. A.

### **Paquetes integrados**

Están formados por varios programas de propósito general con una forma común de interactuar con el usuario y con facilidad de intercambio de información entre ellos. Para el área de Matemáticas son especialmente útiles las hojas de cálculo y los programas de gráficos. Los de más fácil acceso son **Open Access II Plus** y **Microsoft Works**.

### **Programas de edición y diseño**

#### **First Publisher**

Programa de autoedición para textos y gráficos. Cómodo y fácil manejo, aunque con limitadas posibilidades.

Editado por Software Publishing Corp. Distribuido por Idealogic.

#### **Autosketch**

Programa de diseño asistido por ordenador, ilustración gráfica, diseño gráfico. Interesante como programa para diseñar gráficos.

Distribuido por Multicad.

### **Alumnos con necesidades educativas especiales**

---

Programas y periféricos que facilitan o hacen posible el uso de los medios informáticos a algunos alumnos con necesidades educativas especiales.

#### **Tablero de conceptos**

Periférico que sustituye al teclado alfanumérico. Se trata de una superficie del tamaño DIN A3 sensible al tacto, dividida en celdillas programables.

---

El programa Htación, que acompaña a este periférico, permite al profesor adaptar cualquier otro programa para ser manejado desde este dispositivo por los alumnos que debido a problemas motóricos tengan dificultad para manejar el teclado normal.

Distribuido por Grupo Montalvo Asesores, S. A.

### **Programa "Vista"**

Programa residente que aumenta los caracteres y dibujos de cualquier programa para facilitar su manejo a los alumnos con problemas visuales.

Distribuido por la O. N. C. E.

### **Simulador de teclado**

Es un programa residente que emula el funcionamiento del teclado y que deja un espacio en memoria para cargar un segundo programa. Constituye una alternativa para el acceso al ordenador a estudiantes con discapacidad motórica.

Distribuido por el P. N. T. I. C.

## Otros datos de interés

### Organizaciones

#### Sociedades de profesores

---

**Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"**

Apartado de Correos 1160. 41080 Sevilla.

**Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas "P. Sánchez Ciruelo"**

I. C. E., Ciudad Universitaria. 50006 Zaragoza.

**Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton"**

Apartado de Correos 329. 38080 La Laguna. Tenerife.

**Sociedad Castellana "Puig Adam"** de Profesores de Matemáticas.

Apartado de Correos 9479. 28080 Madrid.

**Sociedad Castellano-Leonesa de Profesorado de Matemáticas**

Dirección provisional: I. B. "Comuneros de Castilla". Paseo de los Comuneros, s/n. 09006 Burgos.

**Sociedad Castellonense de Matemáticas**. C/ Mayor, 89.

12001 Castellón.

**Sociedad Extremeña de Profesores de Matemáticas "Ventura Reyes Prosper"**

Apartado de Correos 536. 06080 Mérida (Badajoz).

**Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas**. Apartado

de Correos 14610. 28080 Madrid.

**Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas "Tornamira"**

Matematika Iraskasleen Nafar Elkartea. Departamento

---

de Matemáticas. Escuela Universitaria de Formación del Profesorado. Plaza de San José, s/n. 31001 Pamplona.

**Sociedad de Profesores de Matemáticas de Alicante.** Apartado de Correos 1009. 03080 Alicante.

**Organización Española para la Coeducación Matemática "Ada Byron".** Apartado de Correos 4501. Madrid.

**Sociedad "Enciga". Sección de Matemáticas. I. B. "Alfredo Brañas".** Carballo (La Coruña).

## **Movimientos de Renovación Pedagógica**

---

A lo largo de los diez o quince últimos años, las iniciativas de grupos de profesores interesados en los cambios en el Sistema Educativo se han plasmado en los llamados movimientos de renovación pedagógica. Estos movimientos organizan a menudo actividades de formación, como las Escuelas de Verano, y cuentan con publicaciones periódicas o no. El número 199 de la revista *Cuadernos de Pedagogía* (enero, 1992) incluye un informe, así como una relación detallada de ellos.

## **Instituciones públicas y otras fuentes de información**

### **Centros de documentación y fuentes de datos**

---

**Centro de Documentación en Didáctica de la Matemática "Thales".** Facultad de Ciencias. Profesora responsable: Inmaculada Serrano Gómez. Polígono del Río San Pedro, s/n. Apartado de Correos 82. 11510 Puerto Real (Cádiz).

Se trata de un centro de documentación específico para profesores e investigadores en didáctica de las matemáticas. Ofrece servicios de préstamo de los fondos de la Sociedad "Thales" e información documental. Cuenta con conexiones a distintas bases de datos (ERIC, Mathematics, Psycinfo y Revistas 37), a través de las cuales se pueden efectuar búsquedas retrospectivas.



### **Centro de Investigación, Documentación y Evaluación (CIDE).** Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.

Publica un boletín de sumarios de diferentes revistas nacionales y extranjeras relacionadas con la educación en general y con la didáctica de cada una de las áreas en particular. Tiene además un servicio de búsqueda documental.

Entre las instituciones oficiales que publican materiales útiles para el área de matemáticas se pueden citar:

**Instituto Geográfico Nacional.** C/ General Ibáñez de Ibero, 3. 28003 Madrid.

**Instituto Nacional de Estadística.** C/ Capitán Blanco Argibay, 137. Madrid.

### **Otras instituciones**

---

Además de los **Centros de Profesores**, creados específicamente para la formación permanente, algunas otras instituciones constituyen una referencia útil. Entre ellas cabe destacar las siguientes:

- Los **Institutos de Ciencias de la Educación** de las diferentes universidades tienen habitualmente programas de formación del profesorado. Son además centros de documentación útiles en muchos casos y disponen a veces de un servicio de publicaciones.
- La **Universidad Nacional de Educación a Distancia** tiene un programa específico para la formación de profesores a distancia, con una oferta amplia de cursos de diferentes temas.

## **Casas comerciales**

### **Distribuidoras de material didáctico en general**

---

#### **Andalucía**

**Luden** C/ Acera del Darro, 92 18005 Granada

**Merlin** C/ Portillo de San Jerónimo, 1 23001 Jaén

<b>Paideia</b>	C/ Pinzón, 3	29001 Málaga
<b>Dispay</b>	C/ Fray Alonso, 5	41003 Sevilla
<b>Distesa</b>	C/ Luis Montoto, 67	41007 Sevilla

## Aragón

<b>La Caja de Pandora</b>	C/ Alcoraz, 3	22022 Huesca
<b>Librería General</b>	P.º Independencia, 29	50001 Zaragoza
<b>Unión Distribuidora de Ediciones (UDE)</b>	C/ San Miguel, 14	50001 Zaragoza

## Canarias

<b>Dimateca</b>	C/ Benegas, 48	35002 Las Palmas
-----------------	----------------	------------------

## Castilla-León

<b>Piccolo</b>	Avda. Reyes Católicos, 34	09005 Burgos
<b>Títtere</b>	C/ Padilleros, 19	37002 Salamanca
<b>Piccolo</b>	Pza. Ramón y Cajal, 9	42003 Soria
<b>Ludoescola</b>	C/ Núñez de Arce, 12	47002 Valladolid
<b>Dido Penoyo</b>	C/ Víctor Gallego, 12	49004 Zamora

## Castilla-La Mancha

<b>Popular Libros</b>	C/ Octavio Cuartero, 17	02003 Albacete
-----------------------	-------------------------	----------------

## Catalunya

<b>Abacus</b>	C/ Balmes, 163	08008 Barcelona
	C/ Ausias March, 16-18	08010 Barcelona
	C/ Temple, 9	08911 Badalona (Barcelona)
	C/ Bellaterra, 41	08940 Cornellá (Barcelona)

	C/ Forn, 8	08028 Sabadell (Barcelona)
	C/ Irlanda, 90-92	08922 Sta. Coloma de Gramanet (Barcelona)
<b>Distesa</b>	C/ Provenza, 351	08027 Barcelona
<b>Fontseré i Coma</b>	C/ Jaime Balmes, 18	08570 Torelló (Barcelona)
<b>Magial</b>	C/ Sicilia, 253	08025 Barcelona
<b>Tauvi</b>	C/ Bori Fontestá, 18	08021 Barcelona

## Euskadi

<b>Didáctica de Bilbao</b>	C/ Juan de Ajuriaguerra, 17	48009 Bilbao
<b>Distesa</b>	C/ Juan de Ajuriaguerra, 10	48009 Bilbao
<b>Distribuciones Didácticas</b>	C/ Pintor Tomás Alfaro, 9	01008 Vitoria

## Galicia

<b>Aula 25</b>	C/ Santiago de Chile, 25	15702 S. de Compostela
<b>Arcadia</b>	C/ Santiago de Chile, 2	15702 S. de Compostela
<b>Mayso</b>	C/ Rosalia de Castro, 23	15706 S. de Compostela
<b>Didacta</b>	Avda. de Rubine, 13	15004 La Coruña
<b>Nos</b>	C/ Plaza do Libro, 1	15005 La Coruña
<b>Puzzle</b>	C/ Cardenal Quevedo, 19	32004 Orense
<b>Distesa (José C. Quintos)</b>	C/ Colón, 7 (local 4)	36201 Vigo

## Madrid

<b>Didaciencia</b>	P.º Villafranca de Barros, 2	28034 Madrid
<b>Distesa</b>	C/ Telémaco, 43	28027 Madrid
<b>Feran</b>	C/ Xaudaró, 36	28034 Madrid
<b>Zócalo</b>	Parque Empresarial "El Carralero" Edificio 15	28220 Majadahonda (Madrid)

## Murcia

### Centro Primer

**Aprendizaje** C/ Mariago Vergara, 5 30003 Murcia

## Navarra

**Kide** C/ Gorriti, 4 31004 Pamplona

## La Rioja

**Piccolo** C/ Marqués de la Ensenada, 23 26003 La Rioja

## Valencia

**Didac's** C/ Fola, 14 12002 Castellón

**Básica 3** C/ Luis Oliag, 68 46006 Valencia

**Didasval** C/ Reina Doña María, 9 46006 Valencia

**Trusva** C/ Nieves, 9 46006 Valencia

## Reino Unido

**Arnold, E. J.** Parkside Lande LS11 5TD  
Dewsbury Road England

## Estados Unidos

### Creative

**Publications** Palo Alto, CA 94393 U.S.A.  
P. O. Box 10328

## Relacionadas con el material audiovisual

---

**Áncora Audiovisual, S. A.** Gran Vía de las Cortes Catalanas, 645. 08010 Barcelona.

**Filmayer Vídeo.** C/ Alcalá, 4. 28015 Madrid.

**Fundació Serveis de Cultura Popular.** C/ Provença, 324.  
08037 Barcelona. Teléf.: (93) 258 30 04.

**Mare Nostrum Ediciones Audiovisuales, S. A.** C/ Augusto  
Figueroa, 47. 28004 Madrid. Teléf.: (91) 523 05 62.

**Metrovídeo Escuela.** Ctra. de Algete, km. 5,500 Pol. Industrial  
Los Nogales. Río Tormes, Nave 68. 28110 Algete (Madrid).  
Teléf.: (91) 628 21 60.

**RTVE. Subdirección de Comercialización y Ventas.**  
C/ Godelas, 37. 28023 Madrid. Teléf.: (91) 372 88 18.

### **Relacionadas con el material informático**

---

**Edicinco, S. A.** C/ Plátanos, 30. 46025 Valencia. Teléf.:  
(96) 348 47 28

**Episteme, S. A.** C/ Lai Alai, 5. 46010 Valencia. Teléf.:  
(96) 362 42 03

**Grupo Montalvo Asesores, S. A.** Avda. Gran Capitán, 36 Cór-  
doba. Teléf.: (957) 47 70 50.

**Ideologic, S. A.** C/ Valencia, 85. 08029 Barcelona.

**Micronet, S. A.** C/ Santa Engracia, 6. 28010 Madrid. Teléf.:  
(91) 410 50 01.

**O. N. C. E.** Coordinación de Nuevas Tecnologías. C/ del Prado,  
24. 28014 Madrid.

**P. N. T. I. C.** Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y  
la Comunicación. C/ Torrelaguna, 58. 28027 Madrid Teléf.:  
(91) 408 20 08.

**Software Products International (Ibérica), S. A.** C/ Serrano,  
27. 28001 Madrid. Teléf.: (91) 431 62 60.

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

1875

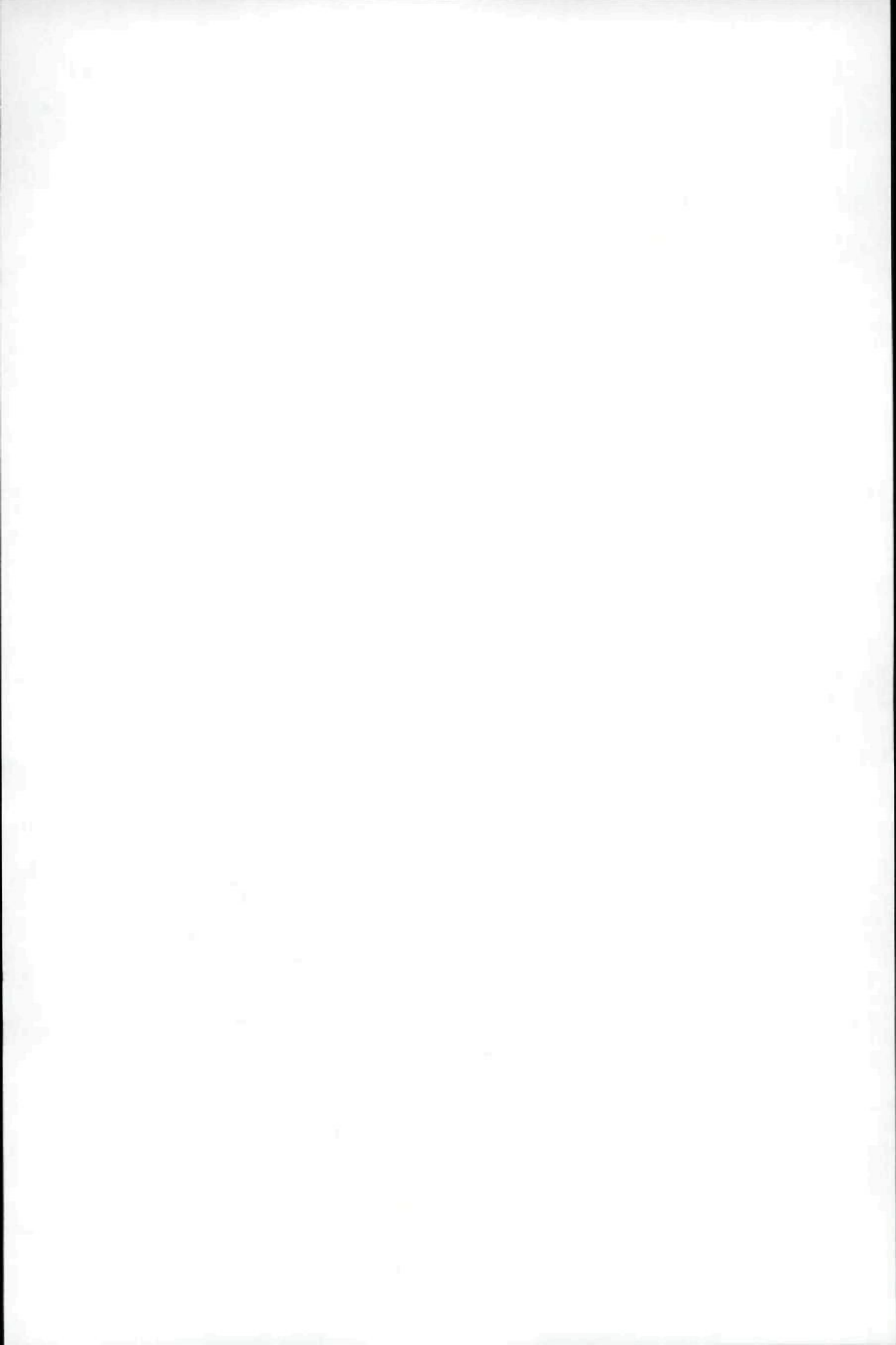
1875

1875

1875

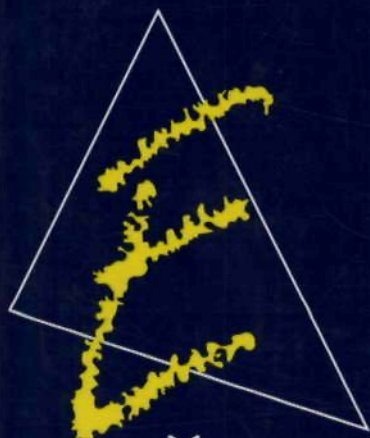
1875











Ministerio de Educación y Ciencia